На правах рукописи

Тухватуллина Рузана Рамилевна

Физико-математические модели двухфазного неизотермического двухскоростного течения пузырьковой среды

Специальность 01.02.05 — Механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва, 2018

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте химической физики им. Н.Н.Семенова Российской академии наук

Научный руководитель: Фролов Сергей Михайлович,
доктор физико-математических наук,
Институт химической физики им. Н.Н.Семенова РАН,
заведующей лабораторией

Официальные оппоненты: Марков Владимир Васильевич,
доктор физико-математических наук,
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН,
ведущий научный сотрудник

Меньшов Игорь Станиславович,
доктор физико-математических наук,
Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН,
старший научный сотрудник

Ведущая организация: Институт автоматизации проектирования РАН

Защита состоится «___» __________ 2018 года в «___» час. «___» мин. на заседании диссертационного совета Д002.024.03 при ИПМ им.М.В.Келдыша РАН по адресу: 125047, Москва, Миусская пл., д.4.

С диссертацией можно ознакомиться в читальном зале отдела диссертаций Фундаментальной библиотеки МГУ имени М.В. Ломоносова по адресу:
Ломоносовский проспект, д.27 и на сайте `http://www.keldysh.ru/council/3/`

Автореферат разослан « ___» __________ 2018 года

Ученый секретарь диссертационного совета,
кандидат физико-математических наук Корнилина М.А.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. В настоящее время появился интерес к разработке силовых установок нового типа для надводных и подводных аппаратов и транспортных средств различного назначения — гидрореактивного водометного движителя (ГРД), работающего в режиме импульсной или непрерывной детонации [1; 2]. Это связано с тем, что термодинамический цикл с детонационным горением топливной смеси более энергоэффективен, чем все другие известные термодинамические циклы с дефлаграционным сжиганием топлива [3]. Кроме того, ожидается [4], что при детонационном горении топлива эмиссия вредных веществ (CO, сажа, оксиды азота и др.) будет существенно ниже, чем в традиционном цикле со сжиганием топлива при постоянном давлении (цикл Брайтона).

Импульсно-детонационный ГРД представляет собой водовод — профилированный канал — и погруженную в него детонационную трубку. В таком ГРД тяга создается путем периодического вытеснения забортной воды из водовода под действием бегущей ударной волны (УВ), порожденной детонацией в трубке, и расширяющихся продуктов детонации топливной смеси. Поскольку забортная вода в водоводе барботируется газообразными продуктами горения и детонацией, в канале образуется сжимаемая двухфазная пузырьковая среда. Именно этот фактор — использование в водоводе сжимаемой двухфазной пузырьковой среды — является ключевым в принципе работы импульсно-детонационного ГРД. Для оценки эффективности таких ГРД и для их проектирования необходимо уметь предсказывать передачу количества движения от УВ к пузырьковой жидкости, используя численное моделирование.

Кроме указанной выше практической задачи, понимание особенностей сжимаемых двухфазных пузырьковых течений важно для множества других задач, в частности задач пожаро- и взрывобезопасности в химических технологиях.

На сегодняшний день существует несколько физико-математических моделей, описывающих течения пузырьковых сред. Выбор той или иной модели для решения конкретной задачи до сих пор остается предметом научных дискуссий.

Во-первых, при выборе модели необходимо иметь в виду проблему корректности задачи Коши для уравнений движения многофазных сред. Математические модели, описывающие многофазные течения, как правило, получают в результате пространственного, временного или статистического осреднения законов сохранения для течений составляющих фаз. В 1970-х годах при первых попытках получить численные решения многофазных уравнений, возникли неожиданные трудности, связанные с устойчивостью решения. Дальнейший анализ показал, что задача Коши для этих уравнений сформулирована некорректно (по Петровскому). Некорректность в таких задачах обычно связывают с недостаточно полным описанием межфазного взаимодействия. В общем случае межфазное взаимодействие зависит от топологии течения, типа имеющихся фаз и физических процессов, происходящих на межфазной поверхности, например, кавитации, трения, межфазного теплообмена и др. Поэтому в литературе предлагаются различные подходы к регуляризации дифференциальных уравнений в зависимости от типа решаемой задачи.

Во-вторых, численные результаты, полученные на основе выбранной математической модели, должны качественно и количественно описывать экспериментальные данные.

Таким образом, разработка корректной физико-математической модели для моделирования течений пузырьковой среды — актуальная задача.

Цель диссертационной работы — разработать корректные физико-математические модели неизотермического двухфазного течения в системе «жидкость – пузырьки газа» и проверить их применимость к расчетам распространения ударных и детонационных волн в пузырьковых средах на основе сравнения результатов расчетов с экспериментальными данными.

Научная новизна.

Ниже перечислены новые научные результаты, полученные в работе:

1. Предложены четыре новые корректные физико-математические модели двухфазного двухскоростного неизотермического течения пузырьковой среды, которые последовательно (от простого к сложному) дополняются уравнениями, описывающими сопутствующие физические (колебания пузырьков, вязкость фаз, межфазный обмен количеством движения и энергией) и химические (глобальные и детальные кинетические механизмы химических реакций, энерговыделение в газе) процессы.
2. Для предложенных физико-математических моделей двухфазного двухскоростного неизотермического течения пузырьковой среды разработаны и отлажены новые численные алгоритмы.
3. Проведена верификация предложенных физико-математических моделей двухфазного двухскоростного неизотермического течения пузырьковой среды на основе сравнения результатов численных расчетов с литературными экспериментальными данными, а также с новыми данными экспериментов о передаче количества движения от ударной волны к пузырьковой жидкости, полученных с участием диссертанта.
4. Численно и экспериментально доказано существование оптимального начального газосодержания жидкости для достижения наиболее эффективной передачи количества движения от ударной волны к пузырьковой среде.

Теоретическая и практическая ценность диссертационной работы состоит в разработке и верификации иерархии из четырех корректных физико-математических моделей двухфазного двухскоростного неизотермического течения пузырьковой среды, отличающихся разным уровнем детализации сопутствующих физико-химических процессов, применительно к задачам распространения волн давления в пузырьковых средах.

На защиту выносятся следующие основные результаты и положения:

1. Физико-математические модели двухфазного двухскоростного неизотермического течения пузырьковой среды, которые последовательно (от простого к сложному) дополняются уравнениями, описывающими сопутствующие физические (колебания пузырьков, вязкость фаз, межфазный обмен количеством движения и энергией) и химические (глобальные и детальные кинетические механизмы химических реакций, энерговыделение в газе) процессы.
2. Численные алгоритмы для предложенных математических моделей.
3. Результаты сравнения численных расчетов с литературными экспериментальными данными, а также с новыми данными экспериментов о передаче количества движения от ударной волны к пузырьковой жидкости, полученных с участием диссертанта.
4. Численное и экспериментальное доказательство существования оптимального начального газосодержания жидкости для достижения наиболее эффективной передачи количества движения от ударной волны к пузырьковой среде.

Достоверность и обоснованность результатов подтверждаются их сравнением с опубликованными в литературе и собственными экспериментальными, а также с известными расчетными данными.

Апробация работы и публикации. Основные результаты диссертационной работы докладывались на следующих научных семинарах и конференциях:

1. На конференциях отдела горения и взрыва ИХФ РАН, 2015 и 2016 года, г. Москва.
2. На научной сессии НИЯУ МИФИ, 2015 год, г. Москва.
3. На конференции «X Международный коллоквиум по импульсной и непрерывной детонации ICPCD», 2016 год, г. Санкт-Петербург, Россия.
4. На 7-ом Международном симпозиуме по «Неравновесным процессам, плазме, горению и атмосферным явлениям», 2016 год, г. Сочи, Россия.
5. На Всероссийской конференции «Теплофизика и физическая гидродинамика – 2016» с элементами школы для молодых ученых, 2016 год, г. Ялта.
6. На ежегодных Всероссийских научно-практических конференциях Министерства образования и науки Российской Федерации (2014, 2015 и 2016 гг.).
7. На заседаниях кафедры вычислительной механики механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова.

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 14 печатных работ. Статей, опубликованных в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК – 3. Статей, планируемых выйти в печать в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК – 1. Список работ приведен в конце автореферата.

Личный вклад. Соискатель принимал непосредственное участие в постановке задач, разработке вычислительных программ, планировании и проведении эксперимента, обработке экспериментальных данных, а также в подготовке статей и представлении докладов на конференциях.

Структура и объем диссертации. Полный объем диссертации составляет 129 страниц с 39 рисунками и 8 таблицами. Список литературы содержит 69 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во **введении** обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель работы и пути ее достижения. Коротко описаны основные научные результаты и их научная новизна. Приведены основные результаты, выносимые на защиту.

В **первой главе** проведен обзор литературы по теме диссертации.

Во **второй главе** получена физико-математическая модель, описывающая двухскоростное двухфазное течение жидкости с пузырьками инертного газа, методом пространственного осреднения.

Двухфазная среда в предложенной модели представляет собой совокупность двух континуумов, каждый из которых характеризуется своим средним давлением, скоростью потока и температурой. Для перехода к этим средним величинам вокруг произвольной точки пространства фиксировался элементарный объем V для которого выполнялось условие $d \ll \sqrt[3]{V} \ll L$, где d — характерный размер пузырьков (диаметр), L — характерный линейный размер задачи. Средние величины получены в результате осреднения исходных свойств среды (давления, плотности и т.д.) по элементарному объему V или межфазной поверхности, содержащейся в объеме V. Законы сохранения массы, количества движения и энергии, связывающие средние величины, выведены с использованием стандартных теорем осреднения исходных законов сохранения входящих фаз:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \alpha_i \rho_i}{\partial t} + \nabla_k(\alpha_i \rho_i u_i^k) = 0 \\
&\frac{\partial \alpha_i \rho_i u_i^j}{\partial t} + \nabla_k(\alpha_i \rho_i u_i^k u_i^j + p_i \alpha_i \delta^{jk}) - \hat{p}_{\mathrm{I}} \nabla_j \alpha_i = F_{i,m}^j \\
&\frac{\partial \alpha_i \rho_i E_i}{\partial t} + \nabla_k(\alpha_i u_i^k(\rho_i E_i + p_i)) + \hat{p}_{\mathrm{I}} \frac{\partial \alpha_i}{\partial t} = Q_{i,m} \\
&p_{\mathrm{g}} = p_{\mathrm{l}} = p, \quad \alpha_{\mathrm{g}} + \alpha_{\mathrm{l}} = 1
\end{aligned} \tag{1}$$

где $i = \mathrm{l}, \mathrm{g}$ (жидкость или газ), $m = \mathrm{l}, \mathrm{g}$ и $m \neq i$, $\mathbf{u}_i = u_i^k \mathbf{e}_k$, p_i, ρ_i, E_i — скорость, давление, плотность и полная энергия i-ой фазы, полученных в результате осреднения исходных параметров среды по элементарному объему V, $\mathbf{e}_k$ — ковариантный базис евклидова пространства, α_i — объемная доля i-ой фазы в объеме V, $\hat{p}_{\mathrm{I}}$ — среднее межфазное давление (см. ниже), полученное в результате осреднения исходного давления среды по межфазным поверхностям, содержащимся внутри элементарного объема V. Алгебраические источники $\mathbf{F}_{i,m}$ и $Q_{i,m}$ описывают межфазный обмен импульсом и энергией. Система уравнений (1) дополняется уравнениями состояния идеального газа и несжимаемой жидкости.

Для замыкания системы уравнений (1) необходима связь между средним межфазным давлением $\hat{p}_{\mathrm{I}}$ и средними кинематическими (скорости фаз) и термодинамическими (давления и плотности фаз) параметрами. Чтобы получить такую связь, рассматривали задачу об осреднении распределения давления вдоль поверхности твердой сферы, движущейся поступательно в неограниченном объеме идеальной жидкости [5]. Результат такого осреднения можно представить в виде:

$$\hat{p}_{\mathrm{I}} = p_{\mathrm{l}} + \frac{1}{2} C_{\mathrm{s}}(\alpha_{\mathrm{g}}, \mathrm{Re}) \rho_{\mathrm{l}} \mathbf{u}_{\mathrm{lg}}^2 \tag{2}$$

где $\mathbf{u}_{\mathrm{lg}} = (\mathbf{u}_{\mathrm{l}} - \mathbf{u}_{\mathrm{g}})$ — скорость проскальзывания фаз, $\mathrm{Re} = \dfrac{2R\rho_{\mathrm{l}}|\mathbf{u}_{\mathrm{lg}}|}{\mu_l}$ — число Рейнольдса относительного движения фаз, μ_l — вязкость жидкости, R — средний радиус пузырьков в элементарном объеме V. Смысл функции $\mathrm{C_s}(\alpha_{\mathrm{g}}, \mathrm{Re})$

— это местный коэффициент давления, осредненный по поверхности сферического газового пузырька для различных чисел Рейнольдса относительного движения фаз. Функция $\mathrm{C_s}(\alpha_\mathrm{g}, \mathrm{Re})$ связана с коэффициентом сопротивления «формы» через соотношение:

$$C_\mathrm{s}(\alpha_\mathrm{g}, \mathrm{Re}) = \beta(\mathrm{Re}) C_\mathrm{dp}^\mathrm{coll}(\alpha_\mathrm{g}, \mathrm{Re})$$

где $C_\mathrm{dp}^\mathrm{coll}(\alpha_\mathrm{g}, \mathrm{Re})$ — коэффициент сопротивления «формы», учитывающий коллективные эффекты [6]:

$$C_\mathrm{dp}^\mathrm{coll}(\alpha_\mathrm{g}, \mathrm{Re}) = C_\mathrm{dp}(\mathrm{Re})(1 - \alpha_\mathrm{g})^{-2.7}$$

Зависимости $\beta(\mathrm{Re})$ и $C_\mathrm{dp}(\mathrm{Re})$ аппроксимировались кусочно-линейными функциями по значениям, представленным в таблице 1.

Таблица 1

Коэффициенты C_dp и β для различных чисел Re

Re	β	C_dp
10	-0.13	1.5
100	-0.52	0.48
400	-0.96	0.32
1000	-0.74	0.43
163000	-0.74	0.43

Показано, что задача Коши для системы уравнений (1), линеаризованной в окрестности произвольного решения, корректна (по Петровскому), если выполнены следующие условия:

$$\frac{1}{2} C_\mathrm{s}(\alpha_\mathrm{g}, \mathrm{Re}) < -\alpha_\mathrm{g}, \quad \hat{p}_\mathrm{I} > 0$$

Функция $C_\mathrm{s}(\alpha_\mathrm{g}, \mathrm{Re})$ по построению всегда удовлетворяет первому неравенству, однако второе неравенство $\hat{p}_\mathrm{I} > 0$ может не выполняться, так как $C_\mathrm{s} < 0$. Для расширения области корректности в предложенную систему уравнений (1) введен источник, описывающий кавитацию, который позволяет поддерживать межфазное давление $\hat{p}_\mathrm{I}$ выше давления насыщения.

В **третьей главе** представлена физико-математическая модель, описывающая двухскоростное двухфазное вязкое течение жидкости с пузырьками инертного газа, полученная из системы уравнений (1) после учета вязких напряжений:

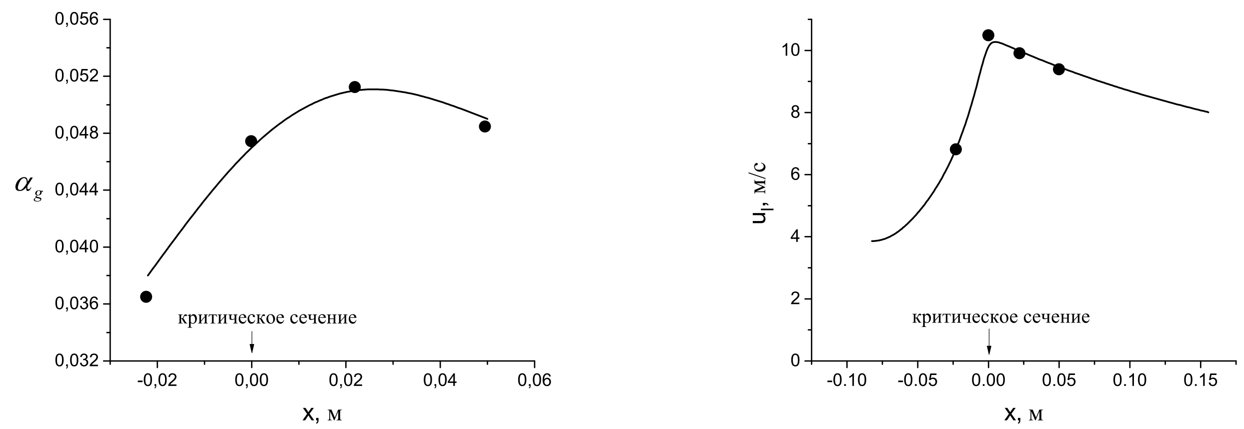
$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \alpha_i \rho_i}{\partial t} + \nabla_k(\alpha_i \rho_i u_i^k) = 0\\
&\frac{\partial \alpha_i \rho_i u_i^j}{\partial t} + \nabla_k(\alpha_i \rho_i u_i^k u_i^j + p_i \alpha_i \delta^{jk}) - \hat{p}_\mathrm{I} \nabla_j \alpha_i - \nabla_k \alpha_i \tau_i^{jk} = F_{i,m}^j\\
&\frac{\partial \alpha_i \rho_i E_i}{\partial t} + \nabla_k(\alpha_i u_i^k(\rho_i E_i + p_i)) + \hat{p}_\mathrm{I}\frac{\partial \alpha_i}{\partial t} - \nabla_k \alpha_i \tau_i^{jk} u_{j,i} = Q_{i,m}\\
&p_\mathrm{l} = p_\mathrm{g}, \quad \hat{p}_\mathrm{I} = p_\mathrm{l} + \frac{1}{2} C_\mathrm{s}(\alpha_\mathrm{g}, \mathrm{Re}) \rho_\mathrm{l} u_\mathrm{lg}^2
\end{aligned} \tag{3}$$

где $i = \mathrm{l}, \mathrm{g}$, $m = \mathrm{l}, \mathrm{g}$ и $m \neq i$, $\tau_i^{jk} = \mu_i \left[(\nabla_k u_i^j + \nabla_j u_i^k) - \frac{2}{3} \nabla_k u_i^k \right]$ — компоненты тензора вязких напряжений i-ой фазы, μ_i — вязкость i-ой фазы.

Показано, что задача Коши для системы уравнений (3) в изотермическом приближении, линеаризованной в окрестности произвольного решения, корректна (по Петровскому).

Проведено сравнение результатов численных расчетов с литературными экспериментальными данными [7] в задаче о течении пузырьковой среды через сопло. Получено хорошее согласие численных и экспериментальных результатов (см. рис. 1). На основе численных экспериментов установлено, что межфазное давление $\hat{p}_\mathrm{I}$ может значительно влиять на структуру течения в задаче о течении пузырьковой среды в сопле.

С участием диссертанта проведены экспериментальные исследования по передачи количества движения от УВ к пузырьковой жидкости. Экспериментальная установка представляла собой вертикальную гидроударную трубу прямоугольного сечения 50x100 мм^2 длиной 1980 мм, состоящую из камеры высо-



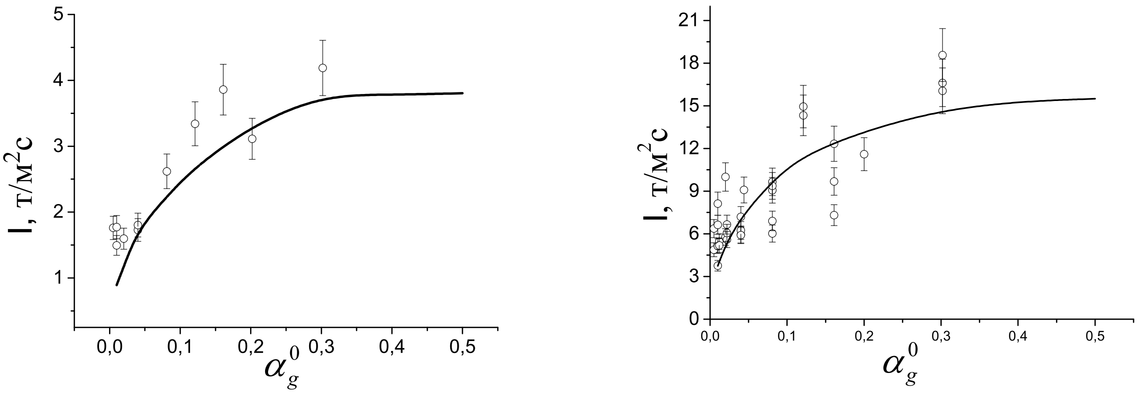
а) б)

Рисунок 1 — Измеренные [7] (символы) и рассчитанные (сплошные кривые) свойства течения вдоль оси сопла: а) средняя объемная доля газа, б) средняя скорость жидкости

кого давления (КВД, 495 мм), отделенной от камеры низкого давления (КНД, 495 мм) диафрагмой, и измерительной секции (ИС, 990 мм), заполненной жидкостью с пузырьками газа при нормальных условиях. КВД и КНД были заполнены газом. После разрыва диафрагмы формировалась УВ, которая распространялась по КНД и затем проникала в пузырьковую жидкость. Проведены численные расчеты распространения УВ в условиях эксперимента, показавшие хорошее соответствие экспериментальным данным.

Численно и экспериментально доказано существование оптимального начального газосодержания жидкости для достижения наиболее эффективной передачи количества движения от УВ к пузырьковой среде. Получено, что значения импульса, передаваемого пузырьковой среде как «слабыми» (амплитуда падающей УВ $\Delta p \approx 0.05$ МПа), так и «сильными» УВ ($\Delta p \approx 0.5$ МПа), имеют тенденцию выходить на насыщение при начальном объемном газосодержании 0.3, т.е. при дальнейшем увеличении начального газосодержания импульс увеличивается незначительно (см. рис.2).

В **четвертой главе** представлена физико-математическая модель, описывающая двухскоростное двухфазное течение пузырьковой жидкости, учитывающая радиальную инерцию газовых пузырьков.



а) б)

Рисунок 2 — Рассчитанные (кривые) и измеренные (символы с ошибками) зависимости количества движения от начального объемного газосодержания пузырьковой воды для а) «слабой» и б) «сильной» УВ;

Система определяющих уравнений получена после ввода в систему уравнений (1) стандартного уравнения Рэлея-Ламба вместо условия равенства фазовых давлений и дополнительного соотношения, связывающего объемную долю газа и средний радиус пузырьков R в элементарном объеме V:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \alpha_i \rho_i}{\partial t} + \nabla_k(\alpha_i \rho_i u_i^k) = 0 \\
&\frac{\partial \alpha_i \rho_i u_i^j}{\partial t} + \nabla_k(\alpha_i \rho_i u_i^k u_i^j + p_i \alpha_i \delta^{jk}) - \hat{p}_\mathrm{I} \nabla_j \alpha_i = F_{i,m}^j \\
&\frac{\partial \alpha_i \rho_i E_i}{\partial t} + \nabla_k(\alpha_i u_i^k(\rho_i E_i + p_i)) + \hat{p}_\mathrm{I} \frac{\partial \alpha_i}{\partial t} = Q_{i,m} \\
&\frac{\partial R}{\partial t} + u_\mathrm{g}^k \nabla_k R = w_\mathrm{b} \\
&\rho_\mathrm{l} R \left(\frac{\partial w_\mathrm{b}}{\partial t} + u_\mathrm{g}^k \nabla_k w_\mathrm{b} \right) + \rho_\mathrm{l} \frac{3}{2} w_\mathrm{b}^2 = p_\mathrm{g} - \frac{4 \mu_\mathrm{l} w_\mathrm{b}}{R} - \frac{2\sigma}{R} - p_\mathrm{l} \\
&\hat{p}_\mathrm{I} = p_\mathrm{l} + \frac{1}{2} C_\mathrm{s}(\alpha_\mathrm{g}, \mathrm{Re}) \rho_\mathrm{l} u_\mathrm{lg}^2
\end{aligned} \tag{4}$$

где $i = \mathrm{l}, \mathrm{g}$, $m = \mathrm{l}, \mathrm{g}$ и $m \neq i$, w_b — скорость пульсаций газовых пузырьков. Объемная доля газа и средний радиус газовых пузырьков связаны соотношением:

$$\alpha_\mathrm{g} = \frac{4}{3} \pi R^3 N \tag{5}$$

где N — число пузырьков в элементарном объеме. Предполагалось, что $N = \mathrm{const}$.

Показано, что система уравнений (4) в одномерном случае без алгебраических источников, линеаризованная в окрестности постоянных начальных данных, корректна, если выполнены следующие условия:

$$\begin{aligned} &\hat{p}_{\mathrm{I}} > 0 \\ &\frac{1}{2} C_{\mathrm{s}}(\alpha_{\mathrm{g}}, \mathrm{Re}) < -\alpha_{\mathrm{g}} \end{aligned}$$

Для решения системы (4) предложен новый численный метод. Основная идея [8] метода заключается в нахождении давления p_i, где $i = \mathrm{l}, \mathrm{g}$, обеспечивающего равенство функций $U_i(p_i) = \overline{U}_i(p_i)$, где $U_i = \alpha_i \rho_i$ рассчитывается на основе законов сохранения массы, энергии и количества движения, а функция $\overline{U}_i = \overline{\alpha}_i \rho_i$ рассчитывается на основе уравнения Рэлея-Ламба, причем $\overline{\alpha}_i$ получается из соотношения (5) по радиусу R, рассчитанному из уравнения Рэлея-Ламба.

Система уравнений (4) дискретизировалась на равномерной «разнесенной» сетке в одномерном случае, где p_i,α_i, R и E_i вместе с переменной U_i определялись в центрах расчетных ячеек, а $\mathbf{u}_i$ с переменной $\Psi_i \equiv \alpha_i \rho_i u_i$ определялись на гранях ячеек. Закон сохранения массы дискретизировался следующим образом:

$$\frac{U_{i,k}^{n+1} - U_{i,k}^{n}}{\tau} + \frac{\Psi_{i,k+\frac{1}{2}}^{n+1} - \Psi_{i,k-\frac{1}{2}}^{n+1}}{h} = 0 \tag{6}$$

где τ — шаг интегрирования по времени, h — длина расчетной ячейки, индекс k обозначает центр ячейки, а индекс $k \pm \frac{1}{2}$ — грань ячейки.

Неявные потоки массы $\Psi^{n+1}_{i,k\pm\frac{1}{2}}$ рассчитываются из закона сохранения количества движения неявно по давлению:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\Psi^{n+1}_{i,k+\frac{1}{2}} - \Psi^{n}_{i,k+\frac{1}{2}}}{\tau} - \frac{(\alpha_i^n p_i^{n+1})_{k+1} - (\alpha_i^n p_i^{n+1})_k}{h} \\
&- \frac{(\alpha_i\rho_i u_i^2)^n_{k+1} - (\alpha_i\rho_i u_i^2)^n_k}{h} - \frac{\hat{p}^n_{\mathrm{I},k+\frac{1}{2}}\left(\alpha^n_{i,k+1} - \alpha^n_{i,k}\right)}{h} = 0
\end{aligned}
$$

Уравнение Рэлея-Ламба дискретизировалось следующим образом:

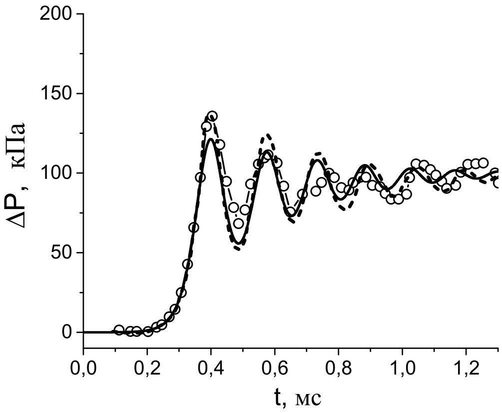
$$
\begin{aligned}
&R_k^{n+1} = R_k^n - \tau\left(u_\mathrm{g}\frac{\partial R}{\partial x}\right)^n_k + \tau w^{n+1}_{\mathrm{b},k} \\
&w^{n+1}_{\mathrm{b},k} = w^n_{\mathrm{b},k} - \tau\left(u_\mathrm{g}\frac{\partial w_\mathrm{b}}{\partial x}\right)^n_k - 1.5\tau\frac{(w^n_{\mathrm{b},k})^2}{R^n_k} - \tau\frac{4\mu_\mathrm{l} w^n_{\mathrm{b},k}}{\rho_1 (R^n_k)^2} \\
&+ \tau\frac{p^{n+1}_{\mathrm{g},k} - p^{n+1}_{\mathrm{l},k} - 2\sigma/R^n_k}{\rho_\mathrm{l} R^n_k}
\end{aligned}
$$

Полученная нелинейная система уравнений $U_i(p_i^{n+1}) = \overline{U}_i(p_i^{n+1})$ решалась методом Ньютона, где $i = \mathrm{l}, \mathrm{g}$.

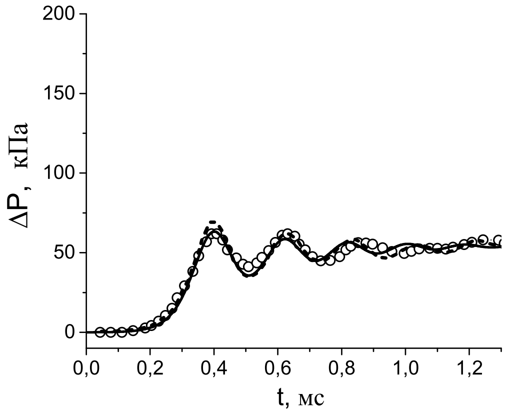
Проведено сравнение результатов численных расчетов с экспериментальными данными по структуре УВ (осцилляторная или монотонная), а также по частоте и амплитуде осцилляций в осцилляторных ударных волнах в пузырьковых средах с пузырьками газа разного сорта (см., например, рис. 3). Получено хорошее согласие результатов.

В **пятой главе** представлена физико-математическая модель, описывающая двухскоростное двухфазное течение пузырьковой жидкости, учитывающая радиальную инерцию реакционноспособных газовых пузырьков.

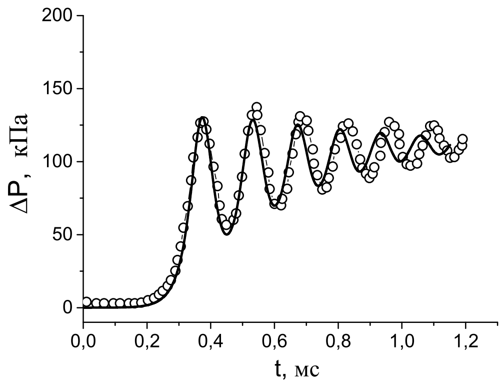
Система определяющих уравнений (4) дополнялась законами сохранения массы компонентов газа с химическими источниками и энергии с источником, описывающим скорость энерговыделения в результате химических превращений:



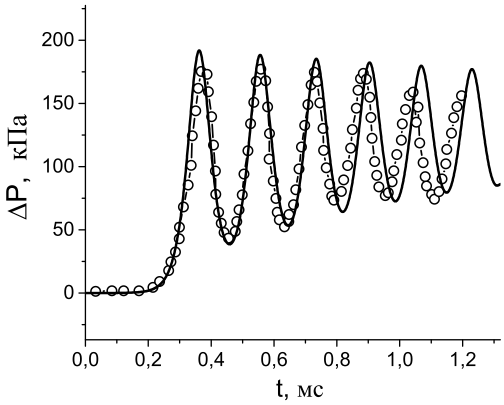
а) частота ≈ 6.25 кГц,



б) частота ≈ 4.91 кГц



в) частота ≈ 6.56 кГц



г) частота ≈ 5.81 кГц

Рисунок 3 — Сравнение численных результатов (сплошные линии) с экспериментальными данными (символы): профили давления в УВ а)—б) эксперимент [8] и в)—г) эксперимент [9]; штриховые линии — результаты численных расчетов, полученных на основе математической модели из [8]

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial \alpha_i \rho_i}{\partial t} + \nabla_k(\alpha_i \rho_i u_i^k) = 0 \\
&\frac{\partial \alpha_{\mathrm{g}} \rho_{\mathrm{g}} Y_l}{\partial t} + \nabla_k(Y_l \alpha_{\mathrm{g}} \rho_{\mathrm{g}} u_{\mathrm{g}}^k) = \alpha_{\mathrm{g}} \dot{\omega}_l \\
&\frac{\partial \alpha_i \rho_i u_i^j}{\partial t} + \nabla_k(\alpha_i \rho_i u_i^k u_i^j + p_i \alpha_i \delta^{jk}) - \hat{p}_{\mathrm{I}} \nabla_j \alpha_i = F_{i,m}^j \\
&\frac{\partial \alpha_{\mathrm{g}} \rho_{\mathrm{g}} E_{\mathrm{g}}}{\partial t} + \nabla_k(\alpha_{\mathrm{g}} u_{\mathrm{g}}^k(\rho_{\mathrm{g}} E_{\mathrm{g}} + p_{\mathrm{g}})) + \hat{p}_{\mathrm{I}} \frac{\partial \alpha_{\mathrm{g}}}{\partial t} = \alpha_{\mathrm{g}} \dot{\omega} + Q_{\mathrm{gl}} \\
&\frac{\partial R}{\partial t} + u_{\mathrm{g}}^k \nabla_k R = w_{\mathrm{b}} \\
&\rho_{\mathrm{l}} R \left(\frac{\partial w_{\mathrm{b}}}{\partial t} + u_{\mathrm{g}}^k \nabla_k w_{\mathrm{b}} \right) + \rho_{\mathrm{l}} \frac{3}{2} w_{\mathrm{b}}^2 = p_{\mathrm{g}} - \frac{4 \mu_{\mathrm{l}} w_{\mathrm{b}}}{R} - \frac{2\sigma}{R} - p_{\mathrm{l}} \\
&\hat{p}_{\mathrm{I}} = p_{\mathrm{l}} + \frac{1}{2} \mathrm{C_s}(\alpha_{\mathrm{g}}, \mathrm{Re}) \rho_{\mathrm{l}} \mathbf{u}_{\mathrm{lg}}^2
\end{aligned}
\tag{7}
$$

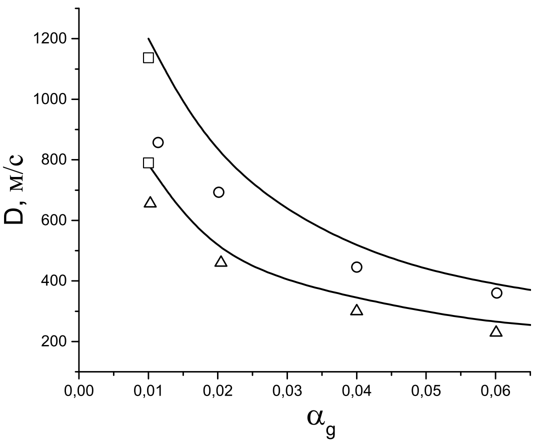


Рисунок 4 — Эксперимент: кружки — скорость детонационной волны, треугольники — скорость основной УВ, следующей за детонационной волной, кривые — расчетные скорости детонационной и УВ, квадраты — расчетные (на основе детального механизма) скорости детонационной волны и УВ. Параметры в КВД (длина 1150 мм.): воздух при начальном давлении $p = 62.94$ атм. и температуре $T = 4278$ К, в КНД (длина 290 мм.): воздух при н.у., в ИС (длина 4195 мм.): вода с пузырьками ацетилено-кислородной смеси при н. у.

где $i = \mathrm{l}, \mathrm{g}$, $m = \mathrm{l}, \mathrm{g}$ и $m \neq i$, $l = \overline{1, L-1}$, Y_l — массовая доля l-го компонента в газовой фазе, $\dot{\omega} = -\sum_{l=1}^{L} \Delta e^0_{\mathrm{g},l} \dot{\omega}_l$ — скорость энерговыделения в результате химических реакций в газе, $\Delta e^0_{\mathrm{g},l}$ — стандартные энергии образования химических компонентов. Химические источники в газе $\dot{\omega}_l$ определяются стандартным образом:

$$\dot{\omega}_l = W_l \sum_{k=1}^{M} (\nu''_{l,k} - \nu'_{l,k}) f_k \tag{8}$$

Здесь M — полное число химических реакций, $\nu''_{l,k}$ $\left(\nu'_{l,k}\right)$ — стехиометрический коэффициент компонента l, являющегося продуктом (реагентом) в k-ой реакции,

$$f_k = A_k T_{\mathrm{g}}^{\eta_k} e^{-\frac{E_k}{RT_{\mathrm{g}}}} \prod_{l=1}^{L} \left(\frac{Y_l \rho_{\mathrm{g}}}{W_l} \right)^{m_{l,k}} \tag{9}$$

где A_k и η_k — константы k-ой реакции, E_k — энергия активации k-ой реакции и, если не отмечено отдельно, то $m_{l,k} = \nu'_{l,k}$.

Проведено сравнение результатов численных расчетов с экспериментальными данными по скорости распространения (рис. 4) и структуре «пузырько-

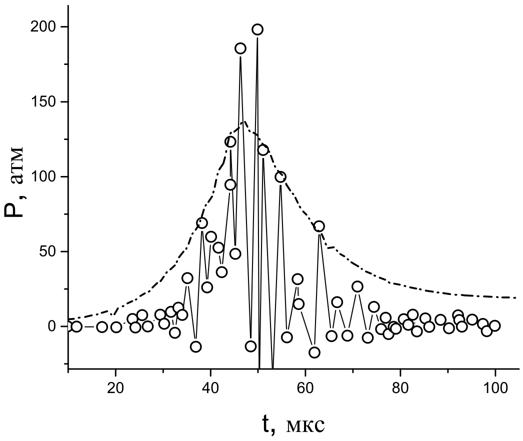


Рисунок 5 — Измеренный (символы) и рассчитанный профили давления в пузырьковой детонации. Параметры в КВД (длина 1150 мм.): воздух при начальном давлении $p = 62.94$ атм. и температуре $T = 4278$ К, в КНД (длина 290 мм.): воздух при н.у., в ИС (длина 4195 мм.): раствор глицерина и воды с пузырьками ацетилено-кислородной смеси при н. у., $\alpha_{\mathrm{g}}^0 = 0.01$, скорость детонационной волны ≈ 1130 м/с

вой» детонации (рис. 5) на примере воды с пузырьками ацетилено-кислородной смеси [10]. Получено удовлетворительное согласие результатов. Показано, что система уравнений (7) позволяет моделировать самоподдерживающуюся уединенную волну пузырьковой детонации в пузырьковой среде с параметрами, как в эксперименте (см. рис. 5).

Для моделирования химических превращений ацетилено-кислородной смеси применялся детальный кинетический механизм [11], а также в работе был получен глобальный механизм (см. табл. 2), причем константы реакций подбирались по задержкам воспламенения ацетилено-кислородной смеси, полученным на основе детального механизма реакций.

Основные результаты и выводы

1. Предложены корректные физико-математические модели двухфазного двухскоростного неизотермического течения пузырьковой среды, которые последовательно (от простого к сложному) дополняются уравнениями, описывающими сопутствующие физические (колебания пузырьков, вязкость фаз, межфазный обмен количеством движения и энергией) и

Таблица 2

Константы реакций глобального механизма для начального давления 30 атм $< p_g^0 <$ 150 атм и начальной температуры 1500 K $< T_g^0 <$ 2500 K, стехиометрическая смесь

Реакция	A, м-моль-с	η	E, кДж/моль
$C_2H_2 + 2.5O_2 \longrightarrow 2CO + H_2O$	10^{11}	0	55.4
$CO + 0.5O_2 = CO_2$	$2 \cdot 10^9$	0	12
$H_2O + M = H + OH + M$	$1.6 \cdot 10^{27}$	-3.0	124

химические (глобальные и детальные кинетические механизмы химических реакций, энерговыделение в газе) процессы.

2. Для предложенных физико-математических моделей двухфазного двухскоростного неизотермического течения пузырьковой среды разработаны и отлажены новые численные алгоритмы.
3. Проведена верификация предложенных физико-математических моделей двухфазного двухскоростного неизотермического течения пузырьковой среды на основе сравнения результатов численных расчетов с литературными экспериментальными данными, а также с новыми данными экспериментов о передаче количества движения от ударной волны к пузырьковой жидкости, полученных с участием диссертанта.
4. Численно и экспериментально доказано существование оптимального начального газосодержания жидкости для достижения наиболее эффективной передачи количества движения от ударной волны к пузырьковой среде.

Основные результаты диссертации изложены в работах:

1. Авдеев К.А., Аксенов В.С., Борисов А. А., Тухватуллина Р.Р., Фролов С.М., Фролов Ф.С., Численное моделирование передачи импульса от ударной волны к пузырьковой среде// Химическая физика. – 2015. – Т. 34. – № 5. – С. 34–46.

2. Frolov S.M., Avdeev K. A., Aksenov V.S., Borisov A. A., Frolov F.S., Shamshin I. O. , Tukhvatullina R.R., Basara B., Edelbauer W. , Pachler K. Experimental and computational studies of shock wave–to–bubbly water momentum transfer// International Journal of Multiphase Flow – 2017. – V.92. – P. 20–38.
3. Авдеев К. А., Аксёнов В. С., Борисов А. А., Севастополева Д. Г., Тухватуллина Р. Р., Фролов С. М., Фролов Ф. С., Шамшин И.О. , Басара Б., Эдельбауэр У., Пахлер К. Расчет распространения ударной волны в воде с пузырьками реакционноспособного газа// Химическая физика. –2017. – Т. 36. – № 4. – С. 1–11.
4. Tukhvatullina R.R., Frolov S.M. Well-posed Euler model of shock-induced two-phase flow in bubbly liquid// International Journal of Shock Waves. – 2017. – Online first: DOI `10.1007/s00193-017-0731-y`.
5. Лидский Б.В., Посвянский В.С., Семенов И.В., Тухватуллина Р.Р., Фролов С.М. Корректность смешанной эволюционно-краевой задачи и ее дискретного аналога для многофазных течений// Горение и взрыв. – 2013. – Вып. 6. – С. 137–144.
6. Тухватуллина Р. Р. Исследование корректности задачи Коши для двухскоростного вязкого двухфазного течения (жидкость–газ)// Горение и взрыв. – 2015. – Т.8. – № 2. – С. 38–44.
7. Авдеев К.А., Аксенов В.С., Борисов А. А., Тухватуллина Р.Р., Фролов С.М., Фролов Ф.С. Численное моделирование воздействия ударной волны на пузырьковую среду//Горение и взрыв. – 2015. – Т. 8. – №2. – С. 45–56.
8. Авдеев К.А., Аксенов В.С., Борисов А. А., Тухватуллина Р.Р., Фролов С.М., Фролов Ф.С. Численное моделирование передачи импульса

от ударной волны к пузырьковой среде// Горение и взрыв. – 2015. – Т. 8. – №2. – С. 57–67.

9. Tukhvatullina R.R., Frolov S.M. Well-posed Euler Model of Shock and Detonation Induced Two-phase Flow in Bubbly Liquid// Progress in Detonation Physics. Ed. by S.M.Frolov, G.D. Roy. – Torus Press, Moscow, 2016. – P. 106–120.
10. Frolov S.M., Avdeev K. A., Aksenov V.S., Borisov A. A., Frolov F.S., Shamshin I. O., Tukhvatullina R.R., Basara B., Edelbauer W. , Pachler K. Experimental and Computational Investigation of Shock Wave-to-Bubbly Water Momentum Transfer// Progress in Detonation Physics. Ed. by S.M.Frolov, G.D. Roy. – Torus Press, Moscow, 2016. – P. 199–219.
11. Frolov S.M., Avdeev K. A., Aksenov V.S., Frolov F.S., Sadykov I.A., Shamshin I. O., Tukhvatullina R.R. Direct conversion of fuel chemical energy into the energy of water motion// Nonequlibrium processes in physics and chemistry, Vol.2: Combustion and Detonation. Ed. by A. M. Starik and S. M. Frolov. – Moscow, Torus Press, 2016. – P. 251 – 262
12. Тухватуллина Р.Р., Фролов С.М. Корректность неизотермической модели Эйлера для двухфазных течений// Горение и взрыв. – 2016. – Т. 9. – №4. – С. 26–36.
13. Авдеев К.А., Аксенов В.С., Борисов А. А., Севастополева Д.Г., Тухватуллина Р.Р., Фролов С.М. , Фролов Ф.С. Ударные волны в воде с пузырьками реакционноспособного газа: расчет// Горение и взрыв. – 2016. – Т. 9. – №4. – С. 48–64.
14. Тухватуллина Р. Р., Фролов С.М. Ударные волны в жидкости, содержащей инертные и реакционноспособные газовые пузырьки// Горение и взрыв. – 2017. – Т.10. – №2. – С. 52–61.

Список литературы

1. Фролов С.М., Фролов Ф.С., Аксенов В.С., Авдеев К.А. Водометный импульсный детонационный двигатель (варианты) и способ создания гидрореактивной тяги. Заявка PCT/RU2013/001148 от 23.12.2013. – http://www.idgcenter.ru/patentPCT-RU2013-001148.htm

2. Авдеев К.А., Аксёнов В.С., Борисов А.А., Тухватуллина Р.Р., Фролов С.М., Фролов Ф.С. Численное моделирование передачи импульса от ударной волны к пузырьковой среде// Химическая физика. – 2015. – Т. 34. – №5. – С. 34–46.

3. Зельдович Я.Б. К вопросу об энергетическом использовании детонационного горения// ЖТФ. – 1940. – Т. 10. – №17. – С. 1453–1461.

4. Frolov S.M. Natural-gas-fueled pulse-detonation combustor// Journal of Propulsion and Power. – 2014. – Vol. 30. – №1. – P. 41–46.

5. Ламб Г. Гидродинамика. – Москва: Гостехиздат, 1947. – 929 с.

6. Stuhmiller J. H. The influence of interfacial pressure forces on the character of two-phase flow model equations //International Journal of Multiphase Flow. – 1977. – Vol. 3. – №6. – P. 551–560.

7. Ishii R., Umeda Y., Murata S., Shishido N. Bubbly flows through a converging–diverging nozzle// Physics of Fluids A: Fluid Dynamics. – 1993. – Vol. 5. – №7. – C. 1630–1643.

8. Kameda M., Matsumoto Y. Shock waves in a liquid containing small gas bubbles// Physics of Fluids. – 1996. – Vol. 8. – №2. – P. 322–335.

9. Kameda M., Shimaura N., Higashino F., Matsumoto Y. Shock waves in a uniform bubbly flow// Physics of Fluids. – 1998. – Vol. 10. – №10. – P. 2661–2668.

10. Сычев А.И. Волна детонации в системе жидкость — пузырьки газа// ФГВ. – 1985. – Т. 21. – №3. – С. 103–110.

11. Smith G. P., Golden D. M., Frenklach M., Eiteener B., Goldenberg M., Bowman C. T., Hanson R. K., Gardiner W. C., Lissianski V. V., Qin Z. W. GRI-Mech 3.0. – `http://www.me.berkeley.edu/gri_mech/`.