

Институт прикладной математики им.М.В.Келдыша РАН

На правах рукописи

Устюгов Сергей Дмитриевич

Численное моделирование сжимаемой турбулентности в  
проблеме образования и эволюции звёзд

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и  
комплексы программ

А в т о р е ф е р а т

Диссертации на соискание ученой степени доктора физико-  
математических наук

Москва – 2012

Работа выполнена в Институте прикладной математики им.М.В.Келдыша  
РАН

Официальные оппоненты: член-корр. РАН,  
Петров И.Б.  
доктор физико-математических наук,  
Жуков В.Т.  
доктор физико-математических наук:  
Попов В.Ю.

Ведущая организация: Институт астрономии РАН

Защита состоится «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2012 г. в «\_\_\_» час. на заседании  
диссертационного совета Д002.024.02 в Институте прикладной  
математики им.М.В.Келдыша РАН по адресу: 125047, Москва, Миусская  
пл., д.4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института прикладной  
математики им.М.В.Келдыша РАН

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2012 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета Д002.024.02

доктор физико-математических наук

Змитренко Н.В.

# Общая характеристика работы

## Актуальность темы

В настоящее время считается, что сжимаемая турбулентность является необходимым фактором регулирующим темп образования звёзд в межзвёздных молекулярных облаках. Сверхзвуковая турбулентность создает сильные флуктуации плотности в молекулярном газе, которые сжимаются под действием самогравитации. Этот процесс ведёт, в конечном счете, к образованию звёзд. Турбулентность играет двоякую роль в процессе звездообразования. С одной стороны на больших масштабах турбулентность дает динамическую поддержку молекулярному облаку, с другой стороны она облегчает локальное сжатие вещества. Таким образом, рождение звёзд определяется динамическим поведением вещества внутри родительского облака, которое определяет время и место рождения протозвёзд, процесс их сжатия и роста в результате аккреции вещества из падающей внешней оболочки. Турбулентность в межзвёздной среде является сверхзвуковой, сжимаемой, замагниченной и поэтому отличается от несжимаемой турбулентности, проявляющейся на Земле, например, в атмосфере и океанах. В случае несжимаемой турбулентности диссипация энергии происходит на динамическом масштабе  $l$  меньше масштаба  $\eta_K$ , на которых действует вязкость. Каскад энергии идет от крупных масштабов, через взаимодействие рожденных вихрей, к все более и более мелким масштабам, до тех пор, пока не достигает масштаба диссипации  $\eta_K$ . В устойчивом состоянии равное количество энергии переносится от одного масштаба к другому в инерциальном диапазоне. При этом дифференциальный спектр кинетической энергии имеет вид  $E(k)dk \sim k^{-5/3} dk$ . Турбулентное течение в межзвёздной среде отличается от этой картины в следующем. Во-первых, турбулентность является сильно сжимаемой с числом Маха  $M$  в диапазоне от единицы в теплой диффузной среде вплоть до значения 50 в холодных и плотных молекулярных облаках. Во-вторых, уравнение состояния газа очень мягкое, благодаря действию радиационного охлаждения, с индексом политропы в выражении для давления  $P \sim \rho^{-\gamma}$  лежащим в интервале  $0.4 < \gamma < 1.2$  в зависимости от давления и температуры [1]. В-третьих, турбулентность направляется из множества источников, действующих на различных масштабах. При сверхзвуковой турбулентности ударные волны

дают дополнительный источник диссипации кинетической энергии. Ударные волны могут переносить энергию между широко разделенными масштабами, удаляя тем самым локальную природу турбулентного каскада энергии характерного для несжимаемой турбулентности. Результирующий спектр кинетической энергии в этом случае приобретает вид  $E(k)dk \sim k^{-2} dk$ . Численные моделирования, также как и наблюдения межзвездной среды показывают, что наклон спектра лежит в диапазоне между Колмогоровским значением  $-5/3$  и значением  $-2$  (Бюргерс турбулентность) [2].

Физическая природа турбулентности в межзвездной среде еще ясно не определена. В некоторых моделях предполагалось, что источником турбулентности на малых масштабах могут быть звездные ветры и истечения [3], процессы, связанные с взрывом сверхновых [4] или расширением HII областей [5]. Другой привлекательной идеей является возникновение турбулентных течений в местах столкновения крупномасштабных сходящихся течений [6]. Численные моделирования столкновения струй теплого нейтрального газа показали, что этот процесс является достаточным, чтобы поддержать высокую степень турбулентности при образовании облаков [7]. В общем, картина звездообразования при наличии сжимаемой турбулентности выглядит следующим образом. На больших масштабах в молекулярных облаках турбулентность является сильно сверхзвуковой. Это означает возможность образования больших контрастов плотности, которые реально наблюдаются в молекулярных облаках, имеющих среднюю плотность около 100 частиц на один кубический сантиметр и содержащих ядра с плотностью  $10^4 \text{ см}^{-3}$  и более. В областях образования скоплений звезд некоторые флуктуации плотности могут превышать критическую массу для начала гравитационного коллапса. Действие турбулентности приводит вначале к образованию кластера таких флуктуаций плотности и затем под влиянием гравитации из некоторого их подмножества образуются звёзды [4]. В этом случае формируется более широкий спектр масс звезд, чем в случае образования одиночных звезд при отсутствии турбулентности. В случае ядер малой массы турбулентность является дозвуковой, и поле скорости становится более когерентным [8]. Такие структуры не подвергаются фрагментации и производят одиночные звезды или двойные системы.

Очень трудно моделировать в лаборатории физические условия, характерные для существования сверхзвуковой турбулентности в молекулярных облаках, и также ввиду недостатка необходимой информации из наблюдений. Таким образом, численное моделирование в настоящее время представляет собой единственный способ исследовать статистику сверхзвуковой турбулентности, которая является ключевой информацией любой успешной статистической теории звездообразования [9]. Долгое время, природа сильно сжимаемой и замагниченной межзвездной турбулентности оставалась слабо разработанной. Численное моделирование дает возможность оценить перенос энергии между масштабами и найти ключевые пространственные корреляции между основными характеристиками турбулентных течений. Это стимулирует развитие аккуратных численных методов удобных для моделирования сжимаемой турбулентности в молекулярных облаках, обладающих низкой численной диссипацией и широким инерционным интервалом в спектре мощности основных физических характеристик. Многие численные методы, которые успешно проходят стандартные МГД тесты, становятся неустойчивыми при решении задачи развития сверхзвуковой МГД турбулентности [10]. Добавление небольшой диссипации в численную схему для обеспечения ее устойчивости приводит, в конечном счете, к деградации турбулентных статистик [11]. Поэтому проблема численной устойчивости становится решающей для моделирования, как сверхзвуковой турбулентности, так и самого процесса звездообразования.

Из наблюдений найдено, что поле скоростей в солнечной фотосфере образовано турбулентными конвективными движениями. Эти движения в свою очередь указывают на существование двух основных масштабов развития конвекции – грануляции и супергрануляции. Наличие промежуточного масштаба мезогрануляции до сих пор вызывает многочисленные споры [12]. Ячейки грануляции размером 1.5 Мм отчетливо наблюдаются в виде яркого клеточного узора, который является отображением вертикального движения газа, определенного из сдвига спектральных линий. Структуры супергрануляции покрывают поверхность покоящегося Солнца с типичным горизонтальным масштабом 30 Мм и средним временем жизни около 1.8 дней. Ячейки супергрануляции легко детектируемы по картам доплеровских скоростей в виде флуктуаций горизонтальной компоненты поля скоростей, среднеквадратичное значение которых равно 360 м/сек. Также

супергрануляция видна как хромосферная эмиссия в спектральных линиях Ca II и K при анализе распределения магнитного полей в покоящемся Солнце. Супергрануляция была открыта более чем 50 лет назад, однако объяснение ее физической природы остается одной из главных проблем современной солнечной физики. Много работы было проделано в ходе исследования супергрануляции, но наблюдательные ограничения, концептуальные трудности и численные проблемы стали помехой в детальном понимании феномена супергрануляции на сегодняшний день. С получением в последнее время мощных вычислительных возможностей и беспрецедентных наземных и космических наблюдений Солнца с высоким разрешением стало возможным осуществить большой прогресс в исследовании супергрануляции. Создание универсальной стратегии, объединяющей вычислительные мощности суперкомпьютеров и наблюдательные возможности наземных телескопов и космических аппаратов, стало особенно актуальным для решения проблемы супергрануляции.

В ходе исследования супергрануляции было предложено несколько теорий ее происхождения. Вначале предполагалось [13], что локальный минимум вертикального адиабатического градиента температуры в глубоких слоях Солнца, вызванный ионизацией He I и He II должен способствовать образованию конвективных ячеек с горизонтальным размером сравнимым с глубиной зон ионизации. С другой точки зрения супергрануляция может представлять собой пространственное упорядочивание большого числа маленьких конвективных ячеек [14]. Применение различных методов локальной гелиосейсмологии и долгие серии наблюдений привели к открытию волновых свойств супергрануляции [15], которое означает, что супергрануляция есть пример волновой конвекции.

Понимание процесса развития турбулентной конвекции в солнечной фотосфере сильно возросло с развитием вычислительных ресурсов. Моделирование солнечной конвекции проводилось в рамках двух подходов. В первом случае использовались идеализированные модели, в которых брались простые политропные модели стратифицированной атмосферы и решались стандартные уравнения несжимаемой и сжимаемой гидродинамики с учетом вязкости, теплопроводности, магнитной диффузии в ограниченной области с искусственными граничными

условиями [16]. Во втором случае моделирование проводилось с использованием реалистичных физических условий и с включением важных физических факторов, таких как, например, перенос излучения и реалистичное уравнение состояния [17]. В этом случае результаты численного моделирования могут быть сравнены прямо с наблюдениями. В отличие от идеализированных моделей вычисления в большинстве случаев игнорируют физическую вязкость и основываются только на численной вязкости, применяемой для обеспечения устойчивости вычислений. Поэтому такое моделирование не принимает в расчет все многообразие временных и пространственных масштабов диссипативных процессов. Однако недавние прямые моделирования показали, что зависимость статистических свойств различных турбулентных МГД течений от диссипативных процессов имеет большое значение, например, в проблеме флуктуаций в динамо-механизме генерации магнитных полей [18].

При численном моделировании солнечной супергрануляции применяются два различных геометрических приближения: локальное моделирование в небольшом объеме солнечной поверхности и глобальное моделирование в сферической оболочке. В локальном приближении размер вычислительной области обычно равен 1-3 масштабам супергрануляции. Шаг численной сетки в этом случае не должен быть меньше величины, необходимой для расчета конвекции на масштабе грануляции. Отметим также, что динамика на масштабе супергрануляции сильно ограничена периодическими граничными условиями в горизонтальном направлении. В глобальном сферическом приближении наименьший масштаб сравним с размером супергрануляции, подразумевая, что эволюция масштабов супергрануляции сильно диссипативна. Динамика конвекции на масштабе грануляции в этом приближении полностью исключена из рассмотрения. В целом определенные ограничения каждого типа моделирования еще не позволяют исследовать нелинейную динамику и перенос энергии на масштабе супергрануляции полностью самосогласованно. Тем не менее, численное моделирование даёт полезную информацию о крупномасштабной динамике конвекции и магнитных полях в покоящемся Солнце.

Ранние моделирования в локальном приближении [16,19], не показали наличия масштабов супергрануляции, но было обнаружено существование медленно эволюционирующего поля скоростей на масштабе в пять раз превосходящих размер грануляции. Типичное время корреляции и перенос энергии на этом масштабе были намного больше, чем подобные величины для турбулентной конвекции на масштабе грануляции. В итоге исследований был сделан вывод, что развитие конвекции на масштабе мезогрануляции есть результат коллективного взаимодействия маленьких ячеек грануляции. Реалистичное трехмерное моделирование конвекции [20,21] обнаружило монотонное гладкое увеличение размера конвективных ячеек с глубиной и очень малое изменение спектра мощности скорости соответствующее шкале супергрануляции.

Несколько локальных моделирований развития конвекции проведено с учетом магнитного поля. Их можно разделить на два класса, по способу введения магнитного поля в начальные условия моделирования. В первом случае исследователи вводили среднее магнитное поле заданной величины и конфигурации в начальные условия, во втором магнитное поле генерировалось в ходе моделирования, стартуя с небольшого начального возмущения магнитного поля. Моделирование со слабым начальным магнитным полем [22] показало, что магнитное поле стремилось организоваться в сеть на масштабах мезогрануляции, также как в спокойном Солнце. В отсутствие начального среднего магнитного поля [23], результаты показали, что мелкомасштабное хаотическое магнитное поле, созданное динамо механизмом, организуется в крупномасштабные магнитные структуры на масштабе супергрануляции. В противоположном пределе сильного среднего магнитного поля, было обнаружено, что основной масштаб турбулентной конвекции сильно уменьшен магнитным натяжением.

Трехмерное моделирование локальной МГД конвекции с реалистичной физикой на масштабе супергрануляции было впервые проведено в работах [24]. Вычисления проводились в расчетной области шириной 60~Мм и глубиной 20~Мм. В начальный момент времени в области задавалось однородное вертикальное магнитное поле величиной 50 Гс. Результаты моделирования показали образование крупномасштабной структуры супергрануляции, концентрацию



магнитного поля в расширенных областях размером около 5 Мм и в слоях расположенных по краям ячеек супергрануляции. После этого в работе [25] было проведено МГД моделирование конвекции в области 48 Мм шириной и 20 Мм глубиной с магнитным полем, введенным начально на нижней границе расчетной области, в форме однородного горизонтального потока. Хотя время моделирования только соответствовало времени жизни супергрануляции, результаты работы показали, что выметание магнитных элементов к границам структур супергрануляции приводит к образованию магнитной сети, во многом схожей с той, что была получена ранее в моделировании [24].

Таким образом, численное моделирование супергрануляции становится очень активной областью исследований. Большинство недавних, крупномасштабных моделей успешно воспроизводят наблюдения фотосферной, солнечной магнитоконвекции на масштабе от грануляции до супергрануляции. Одним из главных достижений является очень хорошее совпадение результатов моделирования с данными, полученными при обработке средствами гелиосейсмологии реальных наблюдений [26,27].

### **Цели диссертации:**

1. Разработка численного метода высокого порядка с низкой численной диссипацией с хорошими спектральными характеристиками для моделирования сжимаемой МГД турбулентности для задачи звездообразования.
2. Исследование сверхзвуковой МГД турбулентности в задаче образования звёзд. Получение универсальных спектральных характеристик форсированной турбулентности для изотермического и мультифазного случая.
3. Исследование локальной солнечной супергрануляции с реалистичной физикой с учетом магнитного поля. Определение характерных масштабов развития солнечной конвекции.

## **Научная новизна:**

1. Для гиперболических законов сохранения предложена разностная схема повышенного порядка точности с низкой численной диссипацией. Схема позволяет с высоким разрешением моделировать турбулентные сверхзвуковые МГД течения без возникновения нефизических осцилляций на основных МГД разрывах и искажения спектральных характеристик турбулентности.
2. Построена новая физико-математическая модель сжимаемой МГД турбулентности действующей при образовании иерархических крупномасштабных структур в диффузной межзвездной среде и в областях звездообразования в плотных молекулярных облаках. В основе модели лежит представление о турбулентности как механизме преобразования кинетической энергии поступающей от внешних источников на больших масштабах при одновременном действии случайной вынуждающей силы. В рамках этой модели впервые в мировой практике показано, что закон  $4/3$  для несжимаемой МГД турбулентности может быть расширен для сверхзвуковых турбулентных течений.
3. Разработана не имеющая мировых аналогов трехмерная численная модель эволюции конвекции на масштабе супергрануляции, учитывающая подсеточные модели турбулентности, реалистичное уравнение состояния звездного вещества, начальное распределение физических величин согласно стандартной солнечной модели, действие гравитации, магнитного поля, переноса радиационного излучения.
4. Впервые в мировой практике проведено трехмерное численное МГД моделирование локальной солнечной супергрануляции. Получено, что характерные масштабы развития конвекции увеличиваются с глубиной солнечной фотосферы, магнитное поле концентрируется в расширенных областях, характеризующихся подавлением конвекции и в слоях, расположенных по краям ячеек супергрануляции.
5. Проведена разработка и реализация параллельного комплекса программ. В процессе проведения расчетов получено подтверждение высокой работоспособности и параллельной эффективности.

## **Научная и практическая ценность:**

Полученные в диссертации результаты важны для понимания физики образования иерархических структур в диффузной межзвездной среде и в областях звездообразования в плотных молекулярных облаках. Научная ценность диссертационной работы состоит в разработке новых подходов к изучению сжимаемой МГД турбулентности в проблеме звездообразования, в нахождении новых универсальных спектральных характеристиках сверхзвуковой турбулентности. Практическая значимость работы связана с проведением численного моделирования турбулентности, получение результатов моделирования, которые можно использовать для выяснения физической природы турбулентности и для сравнения с результатами наземных и космических наблюдений. Основные результаты опубликованы в авторитетных научных изданиях и используются как у нас в стране, так и за рубежом.

## **Апробация работы:**

Результаты диссертации докладывались и обсуждались на семинарах Института прикладной математики им.М.В.Келдыша РАН, Университета Стэнфорда(США), Университета Аризона(США), Университета Принстона(США), Университета Риверсайда(США), Университета Нортриджа(США), Университета СанДиего(США), а также на следующих конференциях и симпозиумах: Международная конференция SOHO 14 / GONG 2004 "Helio- and Asteroseismology: Towards a Golden Future" (США, 2004); Международная конференция "Large-scale Structures and their Role in Solar Activity" (США, 2004); Международная конференция "Solar MHD Theory and Observations: A High Spatial Resolution Perspective" (США, 2005); Международная конференция "Numerical Modeling of Space Plasma Flows: Astronom-2006" (США, 2006); Международная конференция "FIFTY YEARS OF ROMANIAN ASTROPHYSICS" (Румыния, 2006); Международная конференция "Subsurface and Atmospheric Influences on Solar Activity" (США, 2007); Международная конференция "EXPLORING THE SOLAR SYSTEM AND THE UNIVERSE" (Румыния, 2007); Международная конференция "Solar-Stellar Dynamos as Revealed by Helio- and Asteroseismology" (США, 2008); Международная конференция "Eleventh International Conference on Hyperbolic Problems, Theory, Numerics, Applications" (Франция, 2006); Международная конференция "13th

International Conference on Hyperbolic Problems, Theory, Numerics, Applications" (Китай, 2010); Международная конференция "HELAS II International Conference - Helioseismology, Asteroseismology and MHD Connections" (Германия, 2007); Международное совещание "Solar polarization 5" (Швейцария, 2007); Международная конференция "Turbulent Mixing and Beyond" (Италия, 2009); Международная конференция "Тихонов и прикладная математика" (Россия, 2006); Международная конференция "Дифференциальные уравнения. Функциональные пространства. Теория приближений" (Россия, 2008). Международный симпозиум IAU 270 "Computational Star Formation" (Испания, 2010).

### **Достоверность представленных результатов:**

Достоверность полученных в диссертационной работе результатов исследования сжимаемой турбулентности обеспечивается применением хорошо обоснованных численных методов, устойчивостью и сходимостью использованных разностных схем, сравнением с имеющимися данными из наземных наблюдений и космических спутников, наличием публикаций и докладов, обсуждением полученных результатов на различных конференциях и семинарах.

### **Личный вклад автора:**

В совместных работах по моделированию сжимаемой МГД турбулентности вклад автора в постановку решенных задач и в интерпретацию полученных результатов был равным вкладом других соавторов, а само решение задач и соответствующие вычисления были выполнены диссертантом. Вклад автора в разработку численного метода PRML и в моделирование солнечной конвекции на масштабе супергрануляции был основным.

### **Объем и структура диссертации:**

Диссертация состоит из введения, трёх глав и заключения. Общий объём диссертации 205 страниц, включая 74 рисунка, 11 таблиц и список литературы из 150 наименований.

## Содержание работы:

Во **Введении** обсуждается современное состояние теоретических и численных исследований сжимаемой турбулентности для задачи звездообразования и в проблеме локальной солнечной супергрануляции, обосновывается актуальность и сформулированы цели работы, дается обзор литературы, приведены сведения о научной новизне, практической и научной ценности, личном вкладе автора, сформулированы положения, выносимые на защиту и приведены сведения о структуре диссертации.

В **главе 1** "Кусочно-параболический метод на локальном шаблоне PPML" представлен новый численный метод PPML для решения уравнений гиперболического типа в виде законов сохранения, имеющий высокий порядок точности и низкую численную диссипацию. Построение метода и его основные свойства подробно рассмотрены на примере уравнений скалярного типа и системы уравнений газодинамики. Для проверки вычислительных качеств метода проведено большое число тестовых расчетов и решение модельной задачи об эволюции сжимаемой МГД турбулентности.

В *параграфе 1.1* "PPML для скалярных уравнений" дано описание нового метода PPML для решения скалярных уравнений гиперболического типа. Основная идея метода PPML состоит в использовании информации о решении с предыдущего временного слоя, перенесенной вдоль характеристик гиперболической системы уравнений, с целью получения состояний на границе численной ячейки. Эти состояния в дальнейшем используются для нахождения граничных значений физических переменных, необходимых для построения кусочной параболы. Проведено сравнение ошибок в решении уравнения переноса методом PPML и популярным методом PPM в различных вычислительных нормах. Найдено, что метод PPML уменьшает ошибки во всех рассмотренных нормах и обладает меньшей диссипацией, чем схема PPM. Проведено исследование свойств метода PPML в задаче образования, движения и столкновения ударных волн и формирования областей разрежения при решении уравнения Бюргерса. Метод PPML позволяет улучшить решение в областях разрежения без потери точности в остальном пространстве. Проведенные исследования говорят о повышении точности численного решения при использовании метода PPML.

В параграфе 1.2 "PPML для газодинамики" метод PPML расширен для решения системы уравнений газодинамики. Используется свойство сохранения инвариантов Римана при движении вдоль характеристик гиперболической системы уравнений для построения состояний на границах ячеек. Чтобы воспользоваться этим свойством, необходимо линеаризовать систему уравнений газодинамики, зафиксировав базис правых и левых собственных векторов в каждой разностной ячейке. Граничные состояния в областях немонотонного решения переопределяются согласно стандартному методу РРМ и процедуры монотонизации, сохраняющей порядок схемы. При вычислении граничных значений кусочных парабол в методе PPML в многомерном случае учитываются изменения амплитуд волн в поперечных направлениях для преодоления нефизичных осцилляций в численном решении. Поток на границе между ячейками определяется из решения задачи Римана о распаде разрыва при помощи численного метода Роу, который относительно прост в реализации и обладает низкой схемной вязкостью. Для получения второго порядка аппроксимации потоков по времени применяется процедура усреднения амплитуды волн по области ее влияния, аналогично методике РРМ. Решение одно- и двухмерных тестовых задач показывает, что метод PPML с высокой точностью передает все газодинамические разрывы и обладает низкой диссипацией.

В параграфе 1.3 "PPML для идеальной МГД" представлена численная схема для решения задач многомерной идеальной МГД, основанная на методе PPML. Исходная система МГД линеаризуется для каждой разностной ячейки при фиксировании базиса собственных векторов. После этого используется свойство сохранения инвариантов Римана при движении вдоль характеристик гиперболической системы уравнений для определения состояний на границах разностных ячеек. В этом случае для каждой ячейки получаются свои граничные состояния, их значения на общем интерфейсе для левой и правой ячейки не совпадают. Для "сшивки" состояний необходимо решить задачу Римана о распаде разрыва между ними, перейдя при этом от простых переменных к консервативным. Граничные состояния в областях немонотонного решения переопределяются в соответствии с одномерной процедурой монотонизации, сохраняющей порядок схемы, и с многомерным алгоритмом монотонизации, удаляющим локальные выбросы в решении. Вычисление потоков на границе между ячейками проводится по методике,

разработанной для случая газодинамики. Для обеспечения выполнения условия бездивергентности магнитного поля применяется подход, основанный на теореме Стокса и определения значений электрического поля из соответствующих компонент векторов потоков системы уравнений МГД. Решение одно- и двухмерных тестовых задач МГД показывает, что метод PRML дает отличное представление как гладких, так и разрывных решений.

В параграфе 1.4 "Моделирование сжимаемой турбулентности" метод PRML применяется для решения трудной проблемы расчета форсированной суперальвеновской турбулентности. Многие численные методы, которые успешно проходят стандартные МГД тесты, становятся неустойчивыми при решении этой задачи [10]. Добавление небольшой вязкости в численную схему для обеспечения ее устойчивости, приводит, в конечном счете, к деградации турбулентных статистик [11]. Поэтому проблема численной устойчивости становится решающей для моделирования, как сверхзвуковой турбулентности, так и самого процесса звездообразования. Рассматривается моделирование изотермической сверхзвуковой турбулентности в периодической трехмерной коробке с длиной стороны  $L = 1$  в течение 8 динамических времен  $t_d = L/2M_s$ . В начальный момент времени  $t = 0$ , однородный газ с плотностью  $\rho \equiv 1$  пронизан однородным магнитным полем  $B_{0x}$  при плазменном параметре  $\beta = 0.2, 2., 20$ . Кроме того, задано крупномасштабное поле скорости со среднеквадратичным числом Маха  $M_s = 10$ . Развитие турбулентности включает образование первых сильных ударных волн, далее взаимодействие ударных волн и первое развитие сдвиговых неустойчивостей. После 4 динамических времен моделирования система завершает переход к полностью развитому изотропному состоянию (рис.1). Моделирование сжимаемой турбулентности при различных значениях уровня магнетизации вещества показывает, что метод PRML является идеально устойчивым методом, обладает широким спектральным диапазоном и не искажает спектральных характеристик турбулентности. Все это делает его идеальным численным методом для крупномасштабного моделирования сжимаемой сверхзвуковой турбулентности.

В параграфе 1.5 сформулированы основные выводы по главе 1.

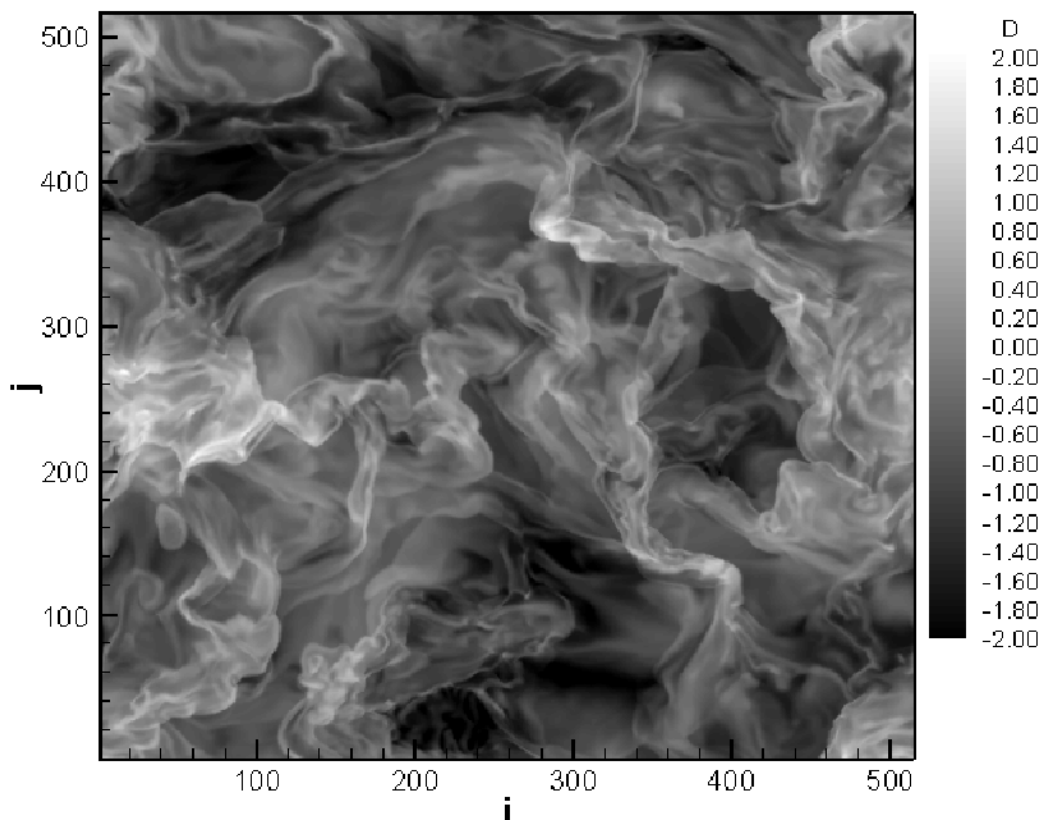


Рис.1 Распределение десятичного логарифма плотности в сечении куба при PPML моделировании турбулентности с числом Маха  $M_s = 10$  на сетке с числом ячеек  $512^3$ .

В главе 2 "Моделирование сверхзвуковой турбулентности в молекулярных облаках" проводится сравнение численного метода с другими популярными программами при моделировании сверхзвуковой МГД распадающейся турбулентности. Представлены результаты численного моделирования сверхзвуковой МГД турбулентности для изотермического случая в проблеме звездообразования и для мультифазного случая при исследовании образования молекулярных облаков. Рассмотрены основные спектральные характеристики турбулентности и получен новый универсальный закон подобия для сжимаемой МГД турбулентности.



В параграфе 2.1 "Тестирование PPML при моделировании сверхзвуковой изотермической турбулентности" проводится сравнение PPML с известными численными кодами в решении проблемы эволюции сверхальвеновской изотермической турбулентности при отсутствии внешней случайной силы, стартуя с одинаковых начальных условий. Численно решалась система уравнений МГД для идеального изотермического газа в кубической области размером  $L$  с периодическими граничными условиями:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) &= 0, \\ \frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \left[ \rho \mathbf{u} \mathbf{u} - \mathbf{B} \mathbf{B} + \left( p + \frac{\mathbf{B}^2}{2} \right) \mathbf{I} \right] &= \rho \mathbf{F}, \\ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u} \mathbf{B} - \mathbf{B} \mathbf{u}) &= 0.\end{aligned}$$

где  $\rho$  – плотность,  $\mathbf{u}$  – скорость,  $\mathbf{B}$  – магнитное поле,  $\mathbf{F}$  – соленоидальная, случайная сила. Начальные данные были взяты из предварительного расчета форсированной турбулентности на сетке с числом ячеек  $1000^3$ , при числе Маха  $M_s = 10$ , плазменном параметре  $\beta = 22$  в течение 3 динамических времен с использованием численного кода STAGGER. Эволюция турбулентности из заданного начального состояния продолжалась в течение 4 динамических времен на сетке с числом ячеек  $256^3$ , при отсутствии действия вынуждающей, случайной силы ( $\mathbf{F} \equiv 0$ ). Анализ спектра мощности скорости и магнитной энергии в моменты времени  $t=0.02, 0.06, \text{ и } 0.2$  показывает, что PPML обладает в совокупности наименьшей численной диссипацией среди представленных программ. На основе оценок ширины спектральной полосы и чисел Рейнольдса для скорости и магнитного поля сделан вывод, что метод PPML обладает наилучшими диссипативными свойствами среди всех численных методов, представленных в моделировании разрушенной турбулентности.

В параграфе 2.2 "Моделирование сверхзвуковой изотермической турбулентности" даны результаты численного моделирования сверхзвуковой МГД турбулентности для изотермического случая в проблеме звездообразования. Проведен анализ основных спектральных характеристик и законов подобия для сжимаемой изотермической МГД турбулентности. Спектр мощности логарифма проекционной плотности

газа масштабируется как  $k^{-1.79}$ ,  $k^{-1.64}$ ,  $k^{-1.52}$  при значениях плазменного параметра  $\beta=20$ , 2, и 0.2, соответственно. Получено, что при увеличении магнитного поля и числа Маха спектр плотности становится более плоским. Величина наклона спектра скорости в степенном законе уменьшается как  $-1.94$ ,  $-1.62$ ,  $-1.51$  для  $\beta=20$ , 2, и 0.2, соответственно, спектр скорости с увеличением магнитного поля становится более плоским. Это означает, что величина наклона  $-1.8$  для спектра скорости, полученная из наблюдений молекулярных облаков, согласуется со свехальвеновской природой турбулентности. В свехальвеновском случае при  $\beta=20$  результаты подобны для незамагниченных течений, в которых величина наклона спектра скорости  $-1.94$  близка к  $-2$  для закона Бюргерса и величина наклона в спектре  $P(\rho^{1/3}\vec{u}, k) \sim k^{-1.7}$  близка к значению в спектре Колмогорова.

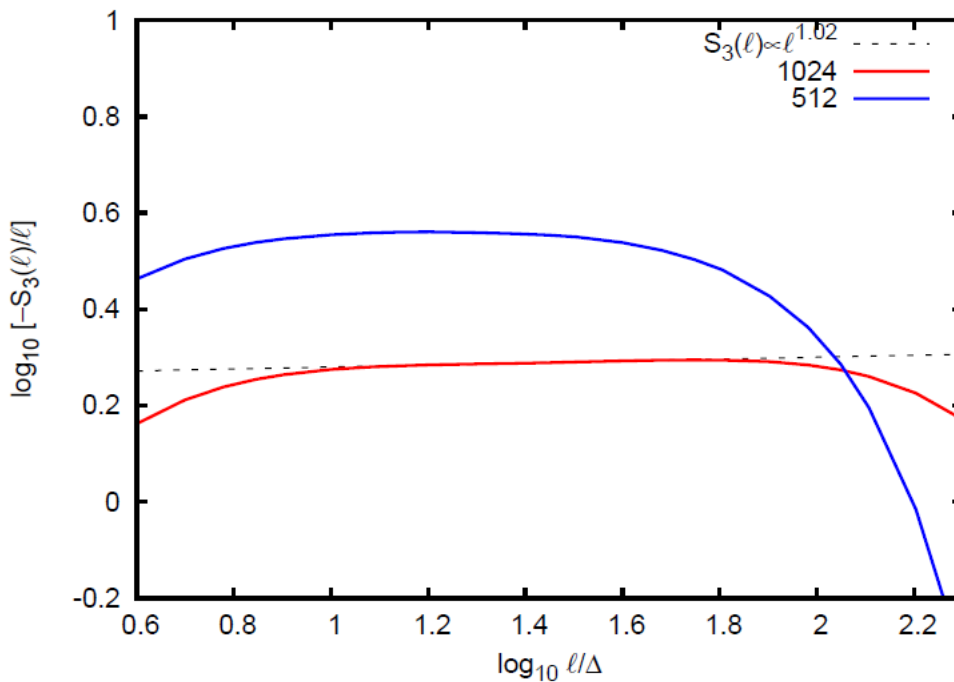


Рис.2. Скомпенсированная третьего порядка структурная функция  $S_3(l)$  для обобщенных переменных Эльзассера из RPML моделирования МГД турбулентности при  $M_s = 10$ ,  $\beta=2$  с числом ячеек  $512^3$  и  $1024^3$ .

Показано, что образование ядер звёзд происходит в свехальвеновском режиме и скорость переноса энергии постоянна в инерционном интервале, Получен линейный скейлинг третьего порядка структурной функции  $S_3(l) \sim l$  для обобщенных переменных Эльзассера  $Z^\pm = \rho^{1/3}(\mathbf{u} \pm \mathbf{B}/\sqrt{4\pi\rho})$

в случае сжимаемых течений, поэтому закон  $4/3$  для несжимаемой МГД может быть перенесен на сверхзвуковые турбулентные течения (рис.2). Проведено сравнение уровней насыщения для нескольких интегральных характеристик турбулентности для моделей с тремя различными разрешениями  $256^3$ ,  $512^3$  и  $1024^3$  при плазменном параметре  $\beta=2$ . Кинетическая энергия показывает сходимость уже на сетке  $256^3$ , тогда как уровень насыщения магнитной энергии зависит от разрешения сетки, обусловленный численной диффузией, подавляющей сжатия мелких масштабов, и действием мелкомасштабного динамо. Из результатов МГД моделирования при  $\beta=2$  найдено, что плотность вероятности распределения плотности имеет логнормальную форму при больших плотностях.

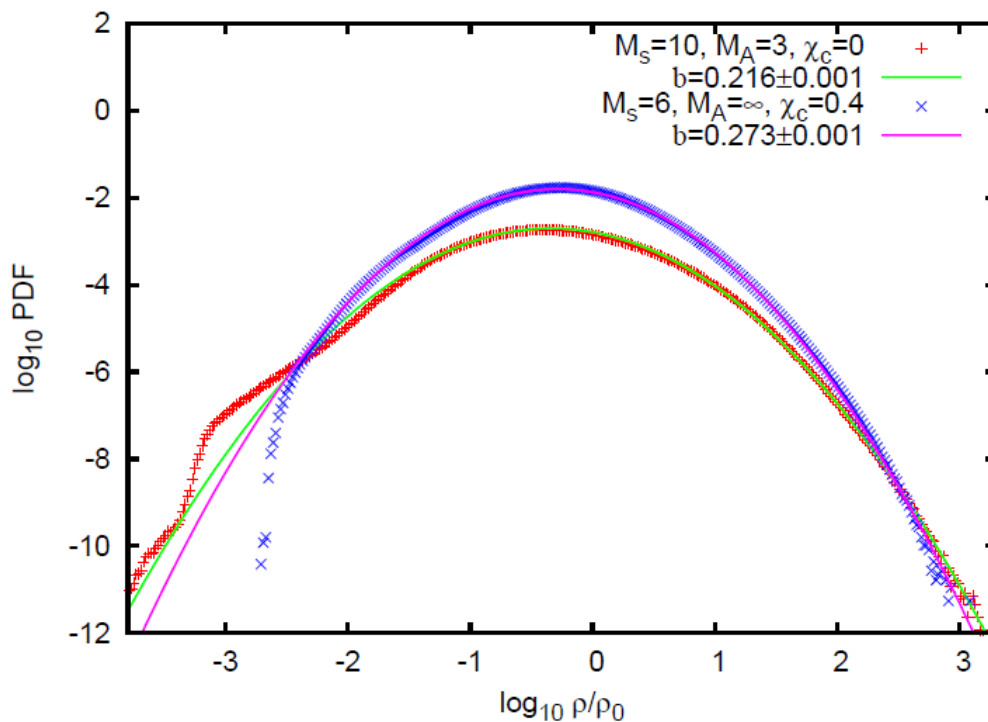


Рис.3. Плотность вероятности распределения плотности (pdf) из PPML моделирования МГД турбулентности при  $M_s = 10$ ,  $\beta=2$  с числом ячеек  $1024^3$ .

По сравнению с немагнитным случаем при  $M_s = 6$ , логнормальное распределение в МГД случае при  $M_s = 10$  является более широким при больших числах Маха (рис. 3).

В параграфе 2.3 "Моделирование образования молекулярных облаков" предложена новая теоретическая модель межзвездной среды, подвергающейся нелинейным взаимодействиям и самоорганизации в галактических дисках. Межзвездная среда рассматривается как система с турбулентностью, в которой кинетическая энергия, введенная на больших масштабах, например в результате взрыва сверхновых, переносится от крупных масштабов к мелким в результате каскадного процесса. Межзвездная среда подвергается действию различных потоков энергии, и самоорганизация возникает в результате процесса релаксации посредством нелинейных взаимодействий различных физических составляющих системы при условии выполнения законов сохранения для МГД случая. В этой картине, молекулярные облака с их внутренней иерархической структурой образуются как диссипативные структуры - активные области сильно перемежающегося турбулентного каскада, который преобразует кинетическую энергию при действии случайной вынуждающей силы. Проведено численное моделирование несколько простых моделей в периодической коробке, в которых учитывается искусственная крупномасштабная соленоидальная сила для имитации переноса кинетической энергии от различных галактических источников. Результаты моделирования показали, что среднеквадратичное магнитное поле усиливается под действием случайной силы и насыщается при переходе системы к устойчивому стационарному состоянию. Уровень насыщения зависит от величины магнитного поля  $B_0$  и от скорости подачи кинетической энергии крупномасштабной силой, которая в свою очередь определена  $u_{rms}$  и  $n_0$ . Анализ фазовой диаграммы показывает, что турбулентность дает вклад в широкий диапазон теплового давления. В молекулярном газе с концентрацией ( $n > 100 \text{ см}^{-3}$ ), тепловое давление  $p_{th}$  выше, чем в диффузной межзвездной среде, даже при отсутствии в модели самогравитации. Эффект магнитного поля на PDF плотности очевидно очень слаб в среднем, и часть PDF, соответствующая высокой плотности, может быть хорошо аппроксимирована логнормальной формой, как и в изотермическом случае. Полученное в модели взвешенное по массе распределение давления, сравнивается с аналогичным распределением, реконструированным из наблюдений с высоким разрешением УФ спектра горячих звезд [28]. Модели с  $u_{rms} = 16 \text{ км/сек}$  воспроизводят как форму так и ширину наблюдаемых распределений вполне отчетливо. Численные эксперименты позволяют определить

уровень силы магнитного поля в молекулярных облаках. Существует ясно положительная корреляция  $M_A \sim n^{0.4}$  и большая часть плотного вещества ( $n > 100 \text{ см}^{-3}$ ) попадает в сверххальвеновскую часть распределения. Ключ к пониманию происхождения этого сверххальвеновского режима в холодном и плотном молекулярном газе лежит в процессе самоорганизации в замагниченной межзвездной турбулентности. Если молекулярные облака образуются в турбулентной межзвездной среде через крупномасштабное сжатие диффузного распределения HI, то тогда турбулентность в таких молекулярных облаках может быть только сверххальвеновской [29].

В *параграфе 2.4* сформулированы основные выводы по главе 2.

В **главе 3** "Моделирование локальной солнечной супергрануляции" проведено трехмерное численное моделирование методом крупных вихрей фотосферной, локальной солнечной конвекции, используя реалистичную физическую модель. Исследована тепловая структура конвективных движений в верхней радиационной зоне фотосферы, диапазон возникающих размеров конвективных ячеек и глубина проникновения конвекции вглубь от поверхности Солнца. Рассмотрена временная эволюция и рост крупных конвективных мод на масштабе мезогрануляции и супергрануляции. Исследовано влияние магнитного поля на развитие локальной конвекции на масштабе супергрануляции. Рассмотрено применение методов пространственно-временной гелиосейсмологии для получения информации о внутренних движениях вещества в солнечной фотосфере.

В *параграфе 3.1* "Численная модель солнечной конвекции" описана трехмерная численная модель эволюции конвекции на масштабе супергрануляции, учитывающая подсеточные модели турбулентности, реалистичное уравнение состояния звездного вещества, начальное распределение физических величин согласно стандартной солнечной модели, действие гравитации, переноса радиационного излучения. Численно решались уравнения неидеальной сжимаемой магнитогидродинамики:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{v} = 0$$

$$\frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} + \nabla \cdot \left[ \rho \vec{v} \vec{v} + \left( P + \frac{B^2}{8\pi} \right) I - \frac{\vec{B} \cdot \vec{B}}{4\pi} \right] = \rho \vec{g} + \nabla \cdot \hat{\tau}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot \left[ \vec{v} \left( E + P + \frac{B^2}{8\pi} \right) - \frac{\vec{B} (\vec{v} \cdot \vec{B})}{4\pi} \right] = \\ & = \frac{1}{4\pi} \nabla \cdot (\vec{B} \times \eta \nabla \times \vec{B}) + \nabla \cdot (\vec{v} \cdot \hat{\tau}) + \rho (\vec{g} \cdot \vec{v}) + Q_{rad} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v} \vec{B} - \vec{B} \vec{v}) = -\nabla \times (\eta \nabla \times \vec{B})$$

где  $\rho$  - плотность,  $P$  - давление,  $E$  - полная энергия,  $\vec{v}$  - вектор скорости,  $\vec{B}$  - вектор магнитного поля,  $\vec{g}$  - вектор гравитации,  $Q_{rad}$  - энергия излучения и  $\hat{\tau}$  - вязкий тензор напряжений. Эволюция всех консервативных переменных во времени рассчитывалась с помощью явной TVD консервативной разностной схемы [30], основанная на локально-характеристическом методе вычисления потоков вдоль каждого пространственного направления и сохраняющая локальный баланс градиента давления и силы гравитации. Для оценки радиационного члена в уравнении энергии использовалось диффузионное приближение с применением функции ограничителей потоков, позволяющее аккуратно перейти от области с диффузионным приближением к области, где выполняется режим свободного распространения фотонов. Влияние мелких подсеточных масштабов на крупные масштабы в турбулентном течении моделировалось методом крупных вихрей (LES - Large Eddy Simulation) и скорость диссипации была определена с учетом сил плавучести и сдвиговых напряжений [31].

В параграфе 3.1 "Гидродинамическое моделирование солнечной конвекции" представлены результаты гидродинамического моделирования локальной солнечной конвекции на масштабе супергрануляции с реалистичной физикой. Результаты моделирования показали, что с увеличением глубины размер конвективных ячеек растёт, и их число соответственно уменьшается. На глубине 2-5 Мм средний размер ячеек составляет 10-15 Мм, в то время как он равен 15-20 Мм на глубинах больше чем 10 Мм (рис.4).

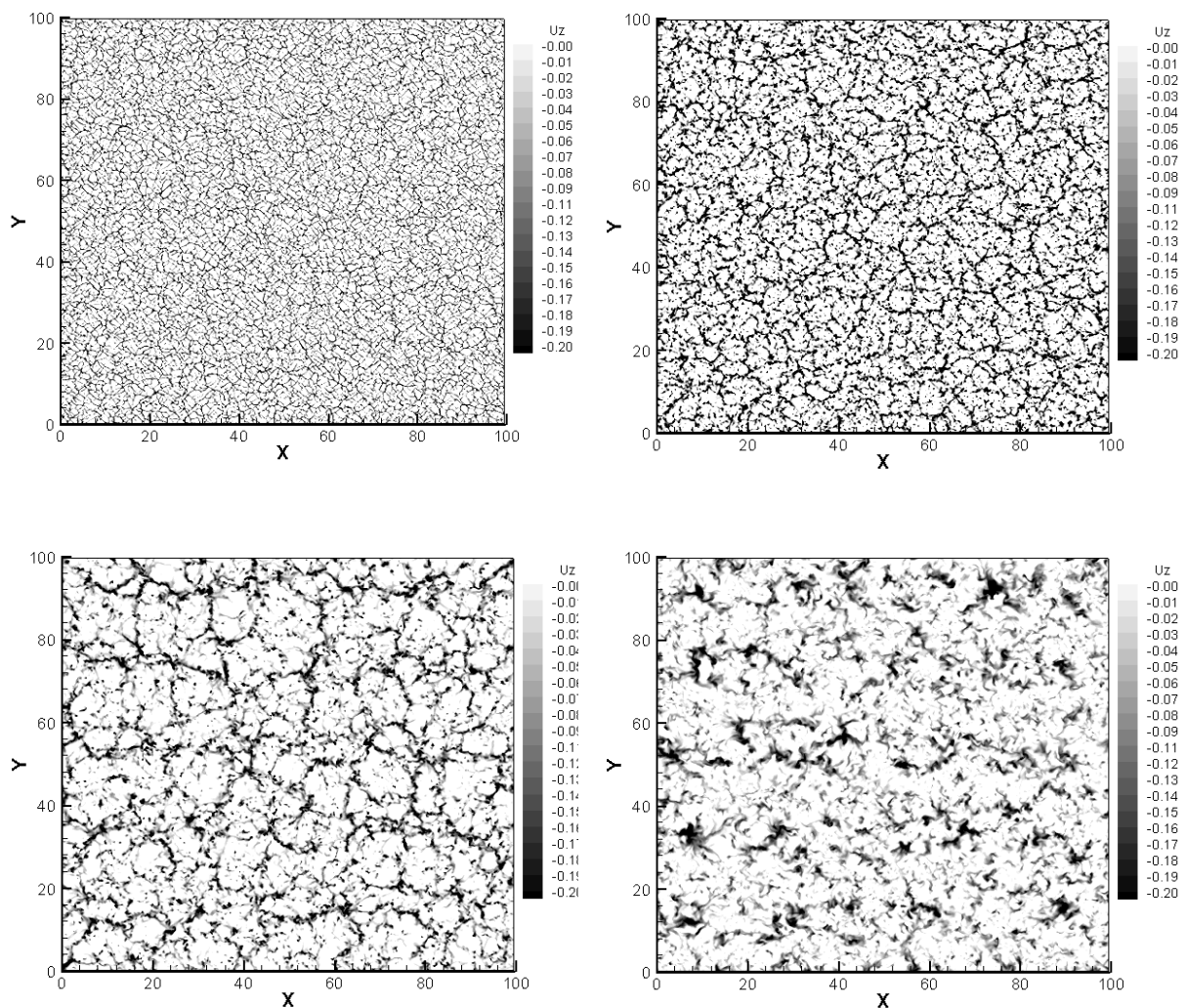


Рис.4. Контуры вертикальной компоненты скорости (в единицах скорости звука) на глубинах 0 Мм, 1 Мм, 3 Мм, 10 Мм. Единицы измерения на осях X и Y в Мм.

Вертикальное движение на краях конвективных ячеек имеет максимальную скорость и становится сверхзвуковым в углах ячеек на глубинах 3-4 Мм. На больших глубинах течение вещества замедляется и становится ламинарным. Использование пассивных частиц в вычислительной области дает возможность обнаружить крупномасштабные расходящиеся течения, со средней скоростью движения  $v = 1-1.5$  км/сек из центров ячеек супергрануляции (рис.5). Средний размер крупномасштабных конвективных ячеек, найденный в моделировании, равен 20-30 Мм в диаметре и соответствует наблюдаемым размерам ячеек супергрануляции. В вертикальном направлении обнаружены три области развития конвекции, различающиеся физической природой, характером движения вещества и соответствующие трем основным масштабам конвекции: грануляции, мезогрануляции и супергрануляции (рис.6).

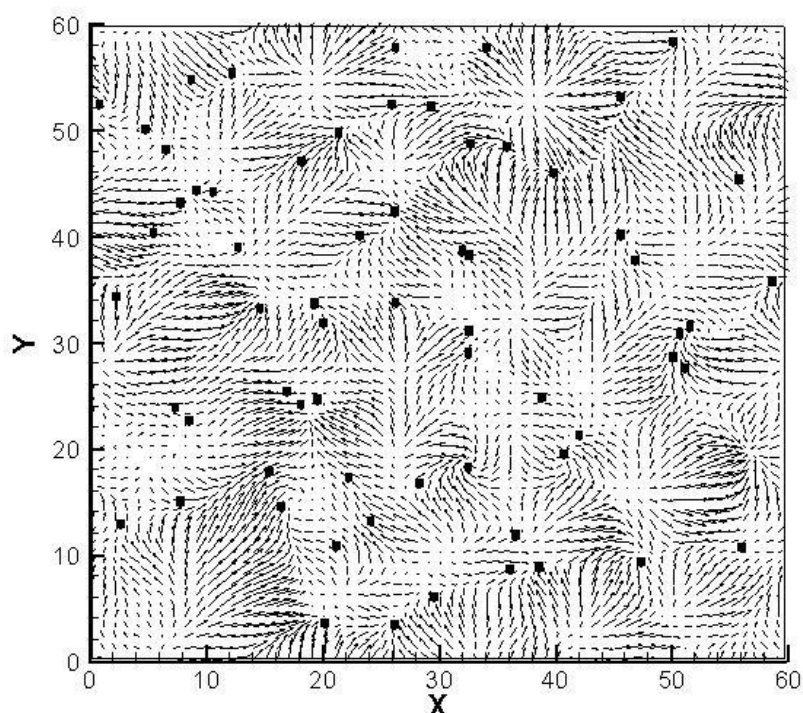


Рис.5. Поле скоростей и расположение лагранжевых частиц. Единицы измерения на осях X и Y в Мм.



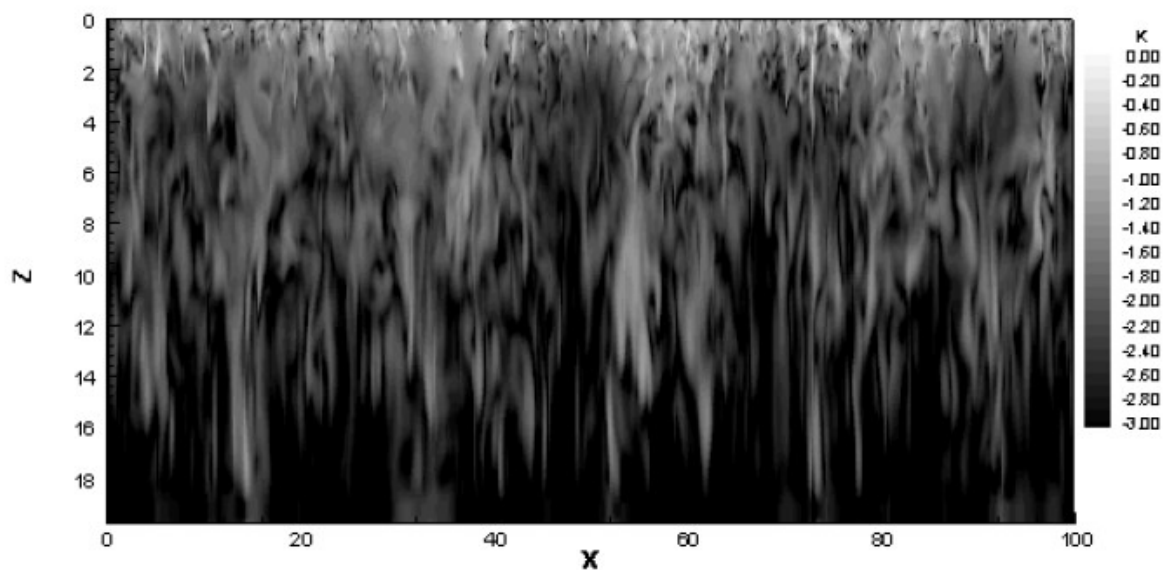


Рис.6. Контуры десятичного логарифма кинетической энергии в вертикальной плоскости. Единицы измерения на осях X и Z в Мм.

В параграфе 3.2 "МГД моделирование солнечной конвекции" проведено моделирование развития солнечной конвекции на масштабе супергрануляции в трехмерной вычислительной области с наложением однородного слабого магнитного поля, значение которого взято из наблюдений. Магнитное поле может менять пространственные масштабы и темп развития конвекции, ограничивать рост конвективных мод на различных масштабах от грануляции до супергрануляции. В областях сильной концентрации магнитного поля, как, например, в солнечных пятнах, конвекция может быть полностью подавлена. Начальные условия, основные элементы физико-математической модели и численная схема следует гидродинамическому моделированию. Представлены изменения в общей схеме исследования, связанные с включением магнитного поля. Найдено, что магнитное поле концентрируется в расширенных областях, подобно солнечным пятнам, с диаметром около 5 Мм и в тонких вертикальных слоях на границе ячеек супергрануляции (Рис.7). В протяженных областях найдено увеличение силы магнитного поля до значений 700-800 Гаусс, внутри ячейки супергрануляции значение вертикальной компоненты магнитного поля очень мало около 1 Гаусса и меньше. Средний размер ячеек супергрануляции равен 20-30 Мм. Вещество двигается из центров больших ячеек со скоростью  $v \sim 1-1.5$  км/сек. Исследование картины конвекции в вертикальном направлении показывает, что холодные куски вещества двигаются вниз в виде струй с

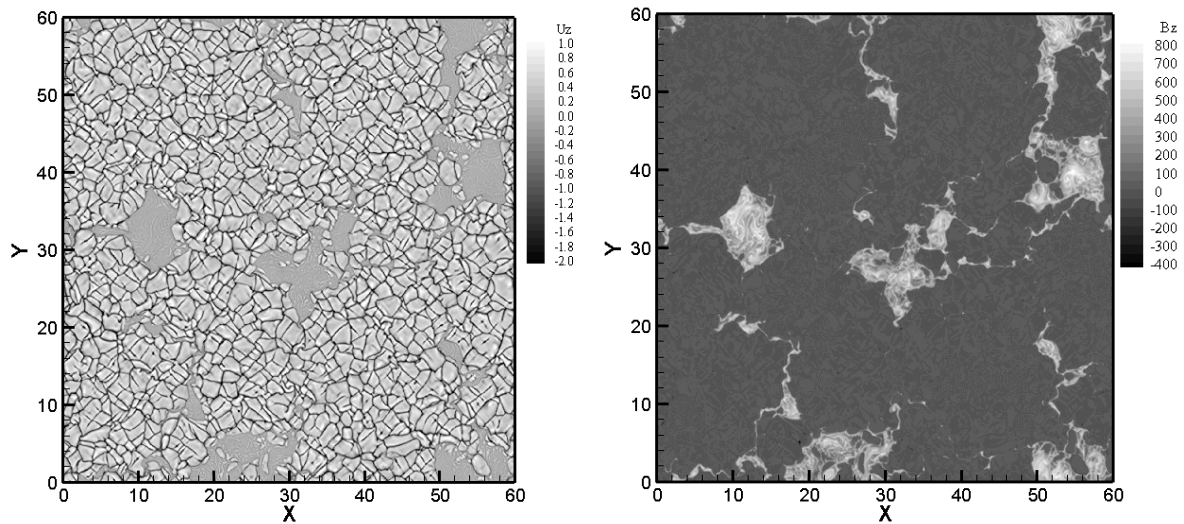


Рис.7. Изображены контуры вертикальной компоненты скорости (слева) и вертикальной компоненты магнитного поля в горизонтальной плоскости вблизи солнечной поверхности. Значения скорости даны в км/сек, магнитного поля в гауссах. Единицы измерения на осях X и Y в Мм.

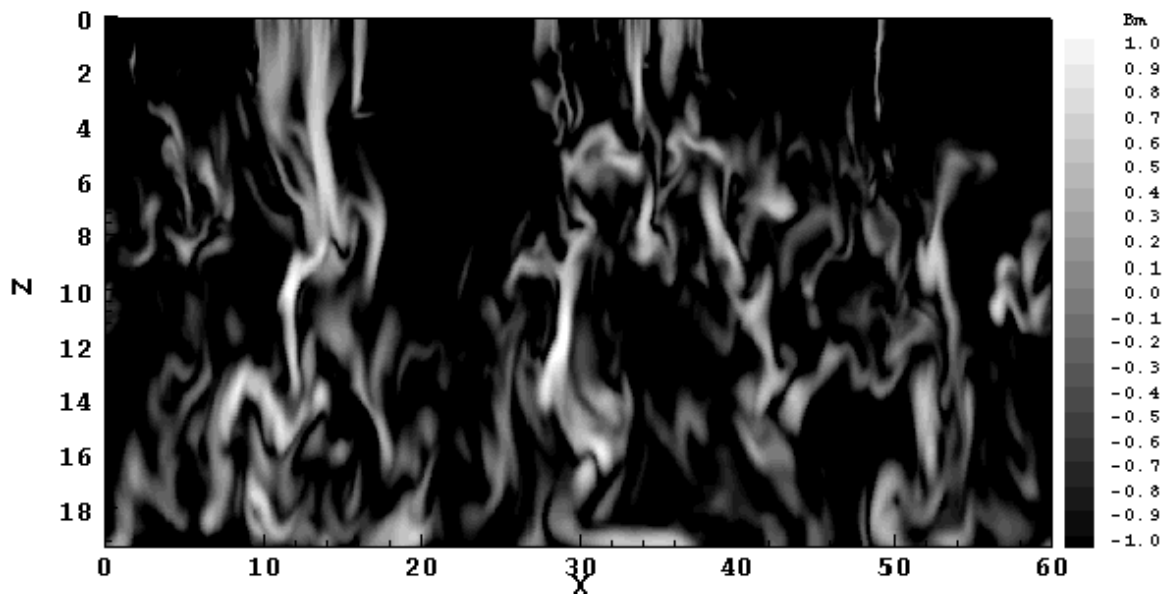


Рис.8. Изображены контуры десятичного логарифма магнитной энергии (в безразмерных единицах) в вертикальной плоскости. Единицы измерения на осях X и Z в Мм.

максимальной скоростью  $v \sim 4$  км/сек и числом Маха  $M=0.6$ . В областях на солнечной поверхности, где наблюдается движение вещества с разных сторон в одну точку, обнаружено мощное вихревое движение вещества. Благодаря сильной сжимаемости вещества здесь происходит быстрый отток внутренней энергии, и образуются струи с максимальным значением скорости. На глубинах больше 10 Мм имеются области локализации огромной магнитной энергии соответствующие значениям магнитного поля в диапазоне от 800 до 1000 Гаусс. Размеры областей с сильной концентрацией магнитного поля на их границе сравнимы с масштабом локальных ячеек супергрануляции.

В параграфе 3.3 "Гелиосейсмическая инверсия трехмерных полей" рассмотрено применение методов пространственно-временной гелиосейсмологии для исследования пространственной структуры приповерхностных течений в солнечной фотосфере. Показано, что мощным средством для получения информация о внутренних слоях Солнца является исследование статистик акустических и гравитационных волн на поверхности. Представлена методика построения временных карт распространения сигнала с использованием результатов гидродинамического моделирования солнечной конвекции. Временные карты распространения сигнала затем инвертированы при помощи многоканальной SOLA инверсии и сравнены с реальными течениями. Исследованы различные типы ошибок в результатах применения инверсии и разработана робастная процедура минимизации ошибок. Показано, что использование значений скорости, полученных из реалистичных численных моделирований конвекции как входных данных, позволяет установить допустимый уровень случайного шума инвертированных значений скорости потока. Исходя из эксперимента, показано, что при использовании карт времени распространения сигнала, усредненных по интервалу времени 4 дня, возможно, измерить трехмерные скорости величиной не менее 10 м/сек на поверхности Солнца и горизонтальные скорости, имеющие амплитуду 20 м/сек на глубине 5 Мм.

В параграфе 3.4 сформулированы основные выводы по главе 3.

В **Заключении** диссертации сформулированы основные выводы и результаты работы.

## **Основные результаты диссертации:**

1. Разработан новый численный метод PPML (кусочно-параболический метод на локальном шаблоне) для решения уравнений гиперболического типа в виде законов сохранения. Проведена практическая проверка метода PPML на многочисленных задачах-тестах, показавшая высокий порядок точности и низкую численную диссипацию метода. Метод PPML позволяет моделировать сверхзвуковые турбулентные МГД течения без появления нефизических осцилляций на МГД разрывах и искажения спектральных характеристик турбулентности.
2. Проведено трехмерное численное моделирование изотермической сверхзвуковой МГД турбулентности для оценки и сравнения метода PPML с популярными в астрофизике МГД программами, применяемые для исследования проблемы звездообразования. Найдено, что метод PPML в совокупности лучше других методов отражает спектральные характеристики сверхзвуковой турбулентности.
3. Создан комплекс программ для моделирования сверхзвуковой МГД турбулентности на современных суперкомпьютерах в проблеме образования звезд и формирования иерархической структуры молекулярных облаков. Проведено трехмерное численное моделирование сжимаемой, форсированной МГД турбулентности при различных значениях магнитного поля. Показано, что образование ядер протозвезд происходит в сверхальвовенском режиме, скорость переноса энергии постоянна в инерционном интервале, закон  $4/3$  для несжимаемой МГД может быть перенесен на сверхзвуковые турбулентные течения.
4. Построена численная модель сжимаемой МГД турбулентности для решения проблемы формирования иерархической структуры молекулярных облаков и образования ядер протозвезд в темных облаках. В основе модели лежит представление о турбулентности как механизме преобразования кинетической энергии, поступающей от внешних источников на больших масштабах, в присутствии случайной вынуждающей силы.
5. Проведено трехмерное численное МГД моделирование локальной солнечной конвекции на масштабе супергрануляции с реалистичной физикой. В расчетах получено, что характерные масштабы конвекции

растут при движении вглубь от поверхности солнечной фотосферы, магнитное поле концентрируется по краям ячеек супергрануляции и в расширенных областях, где наблюдается подавление конвекции. Средний радиус крупномасштабных конвективных ячеек, обнаруженный в моделировании, соответствует наблюдаемым размерам ячеек супергрануляции.

### **Публикации по теме диссертации:**

1. М. В. Попов, С. Д. Устюгов, Кусочно-параболический метод на локальном шаблоне для задач газовой динамики, Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 47:12 (2007), 2055–2075.
2. М. В. Попов, С. Д. Устюгов, Кусочно-параболический метод на локальном шаблоне для идеальной магнитной газодинамики, Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 48:3 (2008), 505–528.
3. Ustyugov S.D., Popov M.V., Kritsuk A.G., Norman M.L., Piecewise parabolic method on a local stencil for magnetized supersonic turbulence simulation, J. Comput. Phys., 228:20 (2009), 7614–7633.
4. Kritsuk Alexei G., Nordlund Ake, Collins David, Padoan Paolo, Norman Michael L., Abel Tom, Banerjee Robi, Federrath Christoph, Flock Mario, Lee Dongwook, Li Pak Shing, Muller Wolf-Christian, Teyssier Romain, Ustyugov Sergey D., Vogel Christian, Xu Hao, Comparing Numerical Methods for Isothermal Magnetized Supersonic Turbulence, 2011, Astroph.J., 737, 13.
5. Svanda, M.; Gizon, L.; Hanasoge, S. M.; Ustyugov, S. D., Validated helioseismic inversions for 3D vector flows, 2011, Astron.Astroph., 530, A148.
6. Ustyugov, S. D., Realistic magnetohydrodynamical simulation of solar local supergranulation, 2010, Physica Scripta, 142, 014031.
7. Попов М.В., Устюгов С.Д., Чечеткин В.М, Граничные условия при численном моделировании тепловой вспышки сверхновой типа 1a, *Астрономический журнал*, 2005, т.82, № 6, 505.
8. Попов М.В., Устюгов С.Д., Чечеткин В.М, Развитие геометрической структуры дефлаграционного фронта термоядерного горения в сверхновых типа 1a, *Астрономический журнал*, 2004, т.81, № 11, 1011.

9. С. Д. Устюгов, Д. О. Устюгов, Моделирование эволюции лазерной плазмы во внешнем магнитном поле различной конфигурации, Матем. моделирование, 23:3 (2011), 49–59.
10. Д. О. Устюгов, С. Д. Устюгов, Моделирование радиационного разлета лазерной плазмы во внешнем магнитном поле, Матем. моделирование, 21:11 (2009), 33–46.
11. Д. О. Устюгов, С. Д. Устюгов, Эволюция лазерной плазмы во внешнем магнитном поле, Матем. моделирование, 20:8 (2008), 74–86.
12. А. Я. Калинов, С. А. Климов, М. А. Посыпкин, Г. И. Савин, С. Д. Устюгов, В. М. Чечёткин, Б. М. Шабанов, Математическое моделирование на параллельном компьютере задачи о взрыве сверхновой, Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 44:5 (2004), 953–960.
13. Устюгов С.Д., Попов М.В., Кусочно-параболический метод на локальном шаблоне. I. Уравнение переноса и уравнение Бюргерса, Препринт ИПМ № 65, Москва, 2006, с.21.
14. Устюгов С.Д., Попов М.В., Кусочно-параболический метод на локальном шаблоне. II. Уравнения газодинамики, Препринт ИПМ № 71, Москва, 2006, с.22.
15. Устюгов С.Д., Попов М.В., Кусочно-параболический метод на локальном шаблоне. III. Одномерная идеальная МГД, Препринт ИПМ № 78, Москва, 2006, с.27.
16. Устюгов С.Д., Попов М.В., Кусочно-параболический метод на локальном шаблоне. IV. Многомерная идеальная МГД, Препринт ИПМ № 11, Москва, 2007, с.30.
17. Устюгов С.Д., Попов М.В., Кусочно-параболический метод на локальном шаблоне. V. Трёхмерная изотермическая турбулентность, Препринт ИПМ № 81, Москва, 2007, с.24.
18. Mikhail Popov, Sergey Ustyugov, Piecewise parabolic method on a local stencil for hyperbolic conservation laws, proceedings of HYP2008, Hyperbolic Problems: Theory, Numerics, Applications, Amer. Mathematical Society, 2010, v.67, part 2, pp. 869-878.

19. S. D. Ustyugov, Three-Dimensional Numerical MHD Simulations of Solar Convection, *Hyperbolic Problems: Theory, Numerics, Applications, IV*, Springer, 2008, Pages 1061-1068.
20. Sergei D. Ustyugov, Alexander N. Andrianov. Three dimensional numerical modelling of convective instability by supernova explosion with nested grids scheme on multiprocessors systems, *Hyperbolic Problems: Theory, Numerics, Applications*, Springer, 2003, pp. 899-903.
21. Padoan, Paolo; Lunttila, Tuomas; Juvela, Mika; Nordlund, Ake; Collins, David; Kritsuk, Alexei; Norman, Michael; Ustyugov, Sergey, *Magnetic Fields in Molecular Clouds, Astrophysical Dynamics: From Stars to Galaxies*, Proceedings of the International Astronomical Union, IAU Symposium, 2011, Volume 271, p. 187-196.
22. Kritsuk, Alexei G.; Ustyugov, Sergey D.; Norman, Michael L., *Interstellar Turbulence and Star Formation, Computational Star Formation*, Proceedings of the International Astronomical Union, IAU Symposium, 2011, Volume 270, p. 179-186.
23. Kritsuk, A. G.; Ustyugov, S. D.; Norman, M. L.; Padoan, P., *Self-organization in Turbulent Molecular Clouds: Compressional Versus Solenoidal Modes, Numerical Modeling of Space Plasma Flows, Astronom-2009*, San Francisco: Astronomical Society of the Pacific, 2010, p.15.
24. Padoan, P.; Kritsuk, A. G.; Lunttila, T.; Juvela, M.; Nordlund, A.; Norman, M. L.; Ustyugov, S. D., *MHD Turbulence In Star-Forming Clouds, PLASMAS IN THE LABORATORY AND THE UNIVERSE: Interactions, Patterns, and Turbulence*. AIP Conference Proceedings, Volume 1242, pp. 219-230 (2010).
25. Ustyugov, S. D., *Realistic Magnetohydrodynamical Simulations of Local Solar Supergranulation, Solar-Stellar Dynamos as Revealed by Helio- and Asteroseismology: GONG 2008/SOHO 21 ASP Conference Series*, Vol. 416, San Francisco: Astronomical Society of the Pacific, 2009, p.427.
26. Kritsuk, Alexei G.; Ustyugov, Sergey D.; Norman, Michael L.; Padoan, Paolo, *Simulating supersonic turbulence in magnetized molecular clouds*, *Journal of Physics: Conference Series*, Volume 180, Issue 1, pp. 012020 (2009).
27. Kritsuk, A. G.; Ustyugov, S. D.; Norman, M. L.; Padoan, P., *Simulations of Supersonic Turbulence in Molecular Clouds: Evidence for a New Universality*,

Numerical Modeling of Space Plasma Flows: ASTRONUM-2008 ASP Conference Series, Vol. 406, San Francisco: Astronomical Society of the Pacific, 2009, p.15.

28. Kritsuk, Alexei; Ustyugov, S. D.; Norman, M. L.; Padoan, P., Simulations of Supersonic Turbulence in Magnetized Molecular Clouds, American Astronomical Society, AAS Meeting N213, N485.10; Bulletin of the American Astronomical Society, 2009, Vol. 41, p.457.

29. Ustyugov, Sergey D., Realistic Simulation of Local Solar Supergranulation, EXPLORING THE SOLAR SYSTEM AND THE UNIVERSE. AIP Conference Proceedings, Volume 1043, pp. 234-237 (2008).

30. Ustyugov, S. D., Large Eddy Simulation of Solar Photosphere Convection with Realistic Physics, Subsurface and Atmospheric Influences on Solar Activity ASP Conference Series, Vol. 383, San Francisco: Astronomical Society of the Pacific, 2008, p.43.

31. Ustyugov, Sergey D., Numerical Simulation of Solar Magnetoconvection with Realistic Physics, FIFTY YEARS OF ROMANIAN ASTROPHYSICS. AIP Conference Proceedings, Volume 895, pp. 109-114 (2007).

32. Ustyugov, S. D., Magnetohydrodynamic Simulation of Solar Supergranulation, Numerical Modeling of Space Plasma Flows: Astronom-2006 ASP Conference Series, Volume 359, San Francisco: Astronomical Society of the Pacific., 2006, p.226.

33. Ustyugov, S. D., Three Dimensional Numerical Simulation of MHD Solar Convection on Multiprocessor Supercomputer Systems, Solar MHD Theory and Observations: A High Spatial Resolution Perspective ASP Conference Series, Vol. 354, San Francisco: Astronomical Society of the Pacific, 2006, p.115.

34. Ustyugov, S. D., Three Dimensional Numerical Simulation of Solar Convection on Multiprocessors Supercomputer Systems, Large-scale Structures and their Role in Solar Activity ASP Conference Series, Vol. 346, 2005, p.357.



## **Список литературы**

1. Scalo J., Vazquez-Semadeni E., Chappell D., Passot T., *Astrophys. J.*, 1998, **504**, 835.
2. Federrath C., Duval J., Klessen R., Schmidt W., Mac Low M.-M., *Astronomy Astrophysics*, 2010, **512**, A81.
3. Nakamura F., Li Z.-Y., *Astrophys. J.*, 2007, **662**, 395.
4. Mac Low M., Klessen R.S., *Reviews of Modern Physics*, 2004, **76**, 125.
5. Gritschneider M., Naab T., Burkert A., Walch S., Heitsch F., Wetzstein M., *MNRAS*, 2009, **393**, 21.
6. Ballesteros-Paredes J., Vazquez-Semadeni E., Kim J., *Protostars and Planets V*, 2005, 8630.
7. Banerjee R., Vazquez-Semadeni E., Hennebelle P., and Klessen R.S., *MNRAS*, 2009, **398**, 1082.
8. Bergin E.A., Tafalla M., *Annual Rev. Astronom. Astroph.*, 2007, **45**, 339.
9. Padoan P., Nordlund A.A., Kritsuk A., Norman M., Li P.S., *Astrophys. J.*, 2007, **661**, 972.
10. Lemaster M.N., Stone J.M., *Astrophys. J.*, 2009, **691**, 1092.
11. Yee H.C., Sjogreen B., *J. Comput. Phys.*, 2007, **225**, 910.
12. Rieutord M., Roudier T., Malherbe J.M., Rincon F., *Astron. Astrophys.*, 2000, **357**, 1063.
13. Simon G.W., Leighton R.B., *Astrophys. J.*, 1964, **140**, 1120.
14. Ploner S.R.O., Solanki S.K., Gadun A.S., *Astron. Astrophys.*, 2000, **356**, 1050.
15. Gizon L., Duvall T.L., Schou J., *Nature*, 2003, **421**, 43.
16. Rincon F., Lignieres F., Rieutord M., *Astron. Astrophys.*, 2005, **430**, L57.
17. Ustyugov S.D., in *Numerical Modeling of Space Plasma Flows*, 2006, vol. 359 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*.

18. Schekochihin A.A., Iskakov A.B., Cowley S.C., McWilliams J.C., Proctor M.R.E., Yousef T.A., *New Journal of Physics*, 2007, **9**, 300.
19. Cattaneo F., Lenz D., Weiss N., *Astrophys. J. Lett.*, 2001, **563**, L91.
20. Stein R.F., Lagerfjard A., Nordlund A. et al., *The Second Hinode Science Meeting: Beyond Discovery-Toward Understanding*, 2009, **415**, 63.
21. Ustyugov S.D., in *Subsurface and Atmospheric Influences on Solar Activity*, 2008, vol. 383 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*.
22. Weiss N.O., Proctor M.R.E., Brownjohn D.P., *MNRAS*, 2002, **337**, 293.
23. Cattaneo F., Emonet T., Weiss N., *Astrophys. J.*, 2003, **588**, 1183.
24. Ustyugov S.D., in *Solar-Stellar Dynamos as Revealed by Helio- and Asteroseismology: GONG 2008/SOHO 21*, 2009, **416**, 427
25. Stein, R.F., Lagerfjard A., Nordlund A., Georgobiani D., *Solar Phys.*, 2011, **268**, 271.
26. Georgobiani D., Zhao J., Kosovichev A.G., Benson D., Stein R.F., Nordlund A., *Astrophys. J.*, 2007, **657**, 1157.
27. Couvidat S., Birch A. C., *Solar Phys.*, 2009, **257**, 217.
28. Jenkins E.B., Tripp T.M., *Astrophys. J.*, 2010, **587**, 278.
29. Padoan P., Kritsuk A.G., Lunttila T., Juvela M., Nordlund A., Norman M.L., Ustyugov S.D., *AIP Conf. Proc.*, 2010, **1242**, 219.
30. Yee H.C., Kloppfer G.H., Montagne, J.L., *J. Comput. Phys.*, 1990, **88**, 31.
31. Canuto V.M., Minotti F.O., Schilling J.L., *Astrophys. J.*, 1994, **425**, 303.