

На правах рукописи

Боровская Ирина Анатольевна

**МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ И ПОЛЕЙ  
В ЗАДАЧАХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ АЭРОАКУСТИКИ**

Специальность 05.13.18 — математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2007

Работа выполнена в Институте математического моделирования РАН.

**Научный  
руководитель:** кандидат физико-математических наук,  
старший научный сотрудник  
Т.К. Козубская, зав. сектором  
Вычислительной аэроакустики ИММ РАН

**Официальные  
оппоненты:** доктор физико-математических наук  
И.Л. Софронов, ведущий научный сотрудник,  
Институт прикладной математики  
им. М.В. Келдыша РАН

доктор физико-математических наук,  
профессор Э.Г. Шифрин, профессор  
Московского физико-технического  
института

**Ведущая  
организация:** Институт вычислительной математики  
и математической геофизики СО РАН

Защита состоится 8 ноября 2007 года в \_\_\_\_ часов на заседании диссертационного совета К 002.058.01 при Институте математического моделирования РАН по адресу: 125047, Москва, Миусская пл., 4А

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института математического моделирования РАН.

Автореферат разослан “ \_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 2007 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета К 002.058.01,  
кандидат физико-математических наук



Н.Г. Прончева

## **Общая характеристика работы**

### **Актуальность**

Задачи аэроакустики важны и актуальны для различных инженерных приложений, промышленности и экологии. Вопросы возникновения и подавления шума, влияние турбулентности на распространение звука в возмущенных средах и другие проблемы возникают в авиастроении (шум двигателей), автомобильной индустрии (звукоизоляция салона, шум от автомобиля) и при разработке бытовой техники, окружающей нас каждый день (фены, кондиционеры).

Чаще всего и наиболее достоверно на данный момент такие задачи решаются при помощи натурального эксперимента. Но, несмотря на очевидные преимущества, физические опыты не дают полной картины происходящих процессов и не всегда могут быть проведены. В сложных физических условиях (крайне низкая или высокая температура или давление) или в труднодоступных местах (резонаторы звукопоглощающих конструкций самолетов) физические эксперименты очень сложны и неоправданно дороги. В таких случаях, для широкого круга задач газовой динамики и аэроакустики, дополнительным инструментарием исследований может стать вычислительный эксперимент.

Численное моделирование задач аэроакустики основывается на уравнениях Навье-Стокса или уравнениях Эйлера, их модификациях и, в том числе, линейных аналогах.

Класс экономичных методов, основанных на осреднении (уравнения Рейнольдса, RANS - Reynolds Averaged Navier Stokes equations) или фильтрации (метод крупных вихрей, LES - Large Eddy Simulation) уравнений Навье-Стокса или уравнений Эйлера, является для задач аэроакустики практически неприменимым, так как подразумеваемое в этих моделях сглаживание решения уничтожает информацию о высокочастотных пульсациях. Поэтому решение задач аэроакустики основывается, как правило, на постановках в рамках прямого численного моделирования (DNS - Direct Numerical Simulation). В то же время, численное решение уравнений Навье-Стокса или Эйлера ввиду необходимости использования больших расчетных сеток с мелким разрешением требует

больших временных и ресурсных затрат. В связи с этим такой метод используется чаще в исследовательских целях, чем в практических инженерных приложениях.

В настоящее время в мире развивается специальный класс моделей DNS, известный как модели прямого расчета шума (DNC - Direct Noise Calculation). При таком подходе источники шума моделируются явно, тем или иным способом.

Одним из перспективных в этом направлении подходов является стохастическо-детерминистический, при котором звуковые источники задаются стохастическим образом. Он основан на использовании гибридных моделей, построенных на основе RANS, нелинейных или линейных уравнений для пульсаций (уравнения NLDE - Non-Linear Disturbances Equations или линеаризованных уравнений Эйлера), а также стохастических моделей.

Характерной особенностью задач аэроакустики, отличающей их от других задач газовой динамики, является присутствие внешних или внутренних источников звука.

В качестве внешних источников выступают привнесенные извне возбуждения акустической природы, например, шум реактивных двигателей или турбин при различных режимах, слабый акустический шум, который естественным образом присутствует в течении газа, и т.п.

Внешние акустические сигналы, как правило, носят стохастический характер. Поэтому при численном воспроизведении условий физического эксперимента необходимо адекватное моделирование входящих стохастических возмущений.

В качестве внутренних источников звука можно рассматривать формируемые течением вихревые структуры и турбулентные возмущения среды. Расчет звука, генерируемого турбулентностью, наиболее сложная задача аэроакустики. Несмотря на развивающиеся подходы, эта задача до конца не решена до сих пор, несмотря на многочисленные попытки и множество существующих и активно развивающихся подходов.

Один из подходов предполагает использование стохастического моделирования для решения поставленной задачи. В рамках данного направ-

ления присущая потоку турбулентность моделируется отдельным образом как случайное поле с заданными характеристиками (спектральные и корреляционные свойства, статистические моменты и т.п.). Полученное таким образом турбулентное поле включается в задачу аэроакустики как входной параметр, рассматриваемый как источник генерации звука. При таком подходе моделирование случайного поля также становится неотъемлемой частью численного решения всей задачи.

Использование стохастических сигналов и полей широко развито не только в задачах аэроакустики, но и в различных областях вычислительной физики. Подходы, опирающиеся на стохастическое моделирование, в ряде случаев существенно расширяют возможности вычислительного эксперимента. Однако, возникающие при этом стохастические дифференциальные уравнения крайне сложны для решения, а особенно для их численного моделирования. Для обхождения этих трудностей при численном моделировании задач математической физики вместо реальных стохастических величин в коэффициентах или источниковых членах дифференциальных уравнений предлагается использовать их гладкие реализации. Следует отметить, что генерация таких гладких реализаций для процессов с заранее известными свойствами представляет самостоятельную научную проблему, актуальность которой возрастает по мере внедрения методов математического моделирования в практику решения инженерных задач.

Существенным моментом в таком подходе является предположение (в ряде случаев подтвержденное теорией и экспериментом), что большинство реально существующих полей и сигналов обладают свойством эргодичности. Наличие этого свойства позволяет использовать для анализа одну длинную по времени выборку, вместо большого набора реализаций, необходимого для достоверного осреднения по ансамблю.

В задачах аэроакустики гладкие реализации стохастических величин и полей широко используются в качестве внутренних или граничных источников, исходно заданного турбулентного поля течения, а также при моделировании генерации звука в турбулентных течениях. В последнем случае нестационарные поля турбулентности, представляющие гладкие

реализации случайного процесса с заданными спектральными характеристиками и моментами, вводятся в математическое описание задачи как внешний параметр.

Таким образом, современная вычислительная аэроакустика требует умения реализовывать различные стохастические поля и сигналы и использовать генерирующие их модели в различном качестве при решении актуальных задач.

Данная работа посвящена численной реализации случайных полей и сигналов для аэроакустических приложений, а также демонстрации возможности синтеза стохастического моделирования с классическими, детерминированными подходами на примере конкретных задач аэроакустики.

В качестве одного из примеров рассматривается задача о слое смешения потоков с различными скоростями и возможности влияния на него внешним акустическим излучением. Она является фундаментальной задачей в теории струй и изучении возможности управления турбулентностью.

Другим интересным примером задачи аэроакустики с использованием стохастической модели является модельная задача о прохождении звука через зону турбулентности. Исследование процессов рассеяния и влияния нелинейных эффектов на акустическую волну представляет научный и практический интерес.

Результаты численных расчетов, полученные даже в упрощенной двумерной постановке, соответствуют известным экспериментальным данным (что говорит об их достоверности и о разумности выбранного подхода).

### **Цель и задачи диссертационной работы**

Целью работы являлось исследование и реализация моделей стохастических сигналов и полей и их применение в задачах вычислительной аэроакустики.

Для достижения поставленной цели были определены следующие задачи:

- изучение, разработка и численная реализация синтетических мо-

делей случайных сигналов и полей, используемых при моделировании входящего акустического возмущения и начально заданного турбулентного возмущения среды в задачах вычислительной аэроакустики;

- разработка комплекса программ для верификации моделей численно генерируемых сигналов и полей на соответствие заданным характеристикам;
- реализация стохастических моделей и полей в различном качестве в рамках комплекса программ NOISEtte, разрабатываемого в секторе вычислительной аэроакустики Института математического моделирования РАН;
- проведение расчетов модельных задач аэроакустики с использованием стохастических моделей.

### **Научная новизна**

1. Сформулирован и численно реализован алгоритм моделирования пульсаций по заданному спектру и статистическим параметрам, реализующий одномерные нестационарные по времени сигналы и двумерные однородные в стохастическом смысле поля.

2. Рассмотрен и использован новый подход к решению задач аэроакустики, основывающийся на моделях NLDE и линейных уравнениях Эйлера в совокупности со стохастическими моделями турбулентных газодинамических параметров.

3. Проведен вычислительный эксперимент по исследованию влияния внешнего акустического возмущения на слой смешения двух дозвуковых потоков в упрощенной двумерной постановке. Выявлено, что при использовании мощного шума, слой смешения начинает формироваться ближе к границе раздела и его толщина уменьшается.

4. Изучено явление рассеяния акустической волны турбулентностью и влияние нелинейных эффектов при моделировании этого явления.

### **Теоретическая и практическая значимость**

1. В результате проведенной работы был создан комплекс программ

SIGNUM<sup>1</sup>. Он позволяет генерировать случайные сигналы и поля, используемые при расчете аэроакустических задач, по заданным статистическим и спектральным характеристикам.

2. Разработан комплекс программ NUANSe<sup>2</sup> для экспресс-анализа полей и сигналов, а также результатов, возникающих при решении задач аэроакустики. Он позволяет быстро и качественно проводить процедуру верификации как сгенерированных сигналов и полей, так и численных результатов, полученных с их использованием.

3. Программные модули, реализующие модели для генерации случайных сигналов и полей, внедрены в комплекс программ NOISEtte для решения задач газовой динамики и аэроакустики. Комплекс программ NOISEtte, разрабатываемый в ИММ РАН, адаптирован к использованию в расчетах в различном качестве (источники, граничные условия, средние поля и т.п.).

4. На модельных задачах аэроакустики численно подтвержден ряд известных теоретических данных, что говорит о правильности выбора подхода и достоверности полученных результатов и дает возможность использовать данный подход в качестве инструментария для решения задач аэроакустики.

### **Апробация работы**

Основные положения работы были доложены и обсуждены на научных и научно-практических конференциях, в том числе 4-х международных:

- XLIV Научной конференции МФТИ, Москва, 25-28 ноября 2001г.,
- Международной конференции "The 7th World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics", г. Орландо, Флорида, США, 27-30 июля 2003г.,
- XLVI Научной конференции Московского физико-технического института (Государственного университета), Москва, 23-29 ноября 2003г.,

---

<sup>1</sup>аббр. SIGnal NUMerical - численный сигнал

<sup>2</sup>аббр. NUmerical ANalazer of Signals - численный анализатор сигналов

- XLVII Научной конференции Московского физико-технического института (Государственного университета), Москва, 22-26 ноября 2004г.,
- Международной конференции "International conference on Selected Problems of Modern Mathematics, dedicated to the 200th anniversary of K.G. Jacobi, and the 750th anniversary of the Koenigsberg foundation", г. Калининград, 4-8 апреля 2005г.,
- Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых ЛОМОНОСОВ-2005, Москва, 12-16 апреля 2005г. (два доклада),
- Международной конференции "Tikhonov and Contemporary Mathematics", Москва, 19-25 июня, 2006г.,
- Всероссийской научно-практической конференции "Вычислительный эксперимент в аэроакустике", Светлогорск, 27-30 сентября 2006г.,
- XLIX научной конференции Московского физико-технического института (Государственного университета) "Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук", Москва, 22-25 ноября 2006г.,
- Научной конференции "Авиационная акустика", пансионат "Звенигородский" РАН, Моск. обл., 1-5 октября 2007.,

а также научных семинарах:

- Научном семинаре сектора вычислительной аэроакустики Института математического моделирования РАН, Москва, 07 июня 2006г.,
- Научном семинаре Института безопасности развития атомной энергетики РАН, Москва, 16 октября 2006г.,

- Научном семинаре факультета управления и прикладной математики Московского физико-технического института (Государственного университета), Москва, 19 октября 2006г.,
- Научном семинаре факультета управления и прикладной математики Московского физико-технического института (Государственного университета), Москва, 23 апреля 2007г.,
- Научном семинаре сектора вычислительной аэроакустики Института математического моделирования РАН, Москва, 19 сентября 2007г.,
- Научном семинаре ИММ РАН и кафедры математического моделирования МФТИ под рук. проф. Е.И. Леванова, Институт математического моделирования РАН, Москва, 27 сентября 2007г.

## **Публикации**

Основные положения и выводы диссертации отражены в 13-ти печатных работах, в том числе в 2-х журнальных статьях и 11-ти работах в сборниках научных трудов конференций, из них 4 международных.

## **Объем и структура диссертации**

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и приложений. Работа изложена на 95 страницах машинописного текста, имеет 3 таблицы, 31 рисунок, 124 формулы. Список литературы содержит 83 источника.

## **Положения, выносимые на защиту**

1. На основании разработанного комплекса программ SIGNUM реализован алгоритм моделирования случайных сигналов и полей по заданному энергетическому спектру и статистическим моментам в рамках рандомизированного спектрального метода.

2. Разработан комплекс программ NUANSe для верификации и экспресс-анализа как сгенерированных сигналов и полей, так и результатов расчета задач аэроакустики, включающий в себя статистический, корреляционный, спектральный методы.

3. В результате модернизации комплекса программ NOISEtte, предназначенного для решения задач газовой динамики и аэроакустики, в него были включены модели, генерирующие случайные сигналы и поля.

4. Проведенные расчеты по моделированию рассеивания звука на однородном стохастическом поле с целью исследования взаимодействия плоской монохромной акустической волны с турбулентными полями продемонстрировали эффект рассеяния звука турбулентностью.

5. Расчет задачи о возбуждении слоя смещения равномерным шумом в заданной полосе частот выявил зависимость характерных частот слоя смещения от расстояния до кромки разделяющей пластинки и показал влияние акустического излучения на расположение точки отрыва и формирование зоны перемешивания.

### **Содержание, результаты и обсуждение работы**

Во **введении** обозначена актуальность работы, описан контекст работы, дан обзор существующих методов.

**Первая глава** посвящена комплексу программ NUANSe для экспресс-анализа точечных пульсаций и полей, являющихся либо входным параметром, либо результатом моделирования при численном решении задач аэроакустики. Комплекс позволяет проводить статистический, корреляционный и спектральный анализ. Входные и выходные сигналы для удобства можно задавать как в размерном, так и в безразмерном виде. Частотный анализ позволяет выявлять характерные частоты потока. Для более точных и качественных результатов в комплексе программ реализованы процедуры интерполяции и фильтрации входных сигналов.

Комплекс программ NUANSe написан на языке Fortran. Он может быть использован под разными операционными системами (Windows, Unix). Благодаря тому, что комплекс состоит из объединенных в одну оболочку модулей различного предназначения, существует возможность проводить анализ только необходимыми для данной задачи методами, тем самым экономя время на обработку данных. Ограничение по памяти на входной сигнал определяется только объемом ОЗУ рабочей станции.

**Вторая глава** посвящена стохастическим моделям турбулентных пульсаций газодинамических переменных. В работе рассмотрены два

подхода к моделированию таких пульсаций. Первый подход - одноточечные модели. Возмущение задается в одной точке или независимо в каждой точке области, содержащей источник.

Были рассмотрены модификации амплитудно-фазовой модели, в которой случайная функция  $U$  представляется в виде гармонических колебаний с характерной частотой  $\omega$ , фазой  $\psi$ , равномерно распределенной на отрезке  $[-\pi, \pi]$ , и случайной амплитудой  $A$ , распределенной по Рэлею:

$$U = A \cos(\omega t + \Psi). \quad (1)$$

Амплитудно-фазовая модель, а также ее модификации: фазовая, амплитудная, детерминированное приближение, непрерывная и модификация с дискретной фазовой выборкой задавались аналитически. Исследование моделей включало в себя аналитические расчеты математического ожидания и дисперсии, численные расчеты, показывающие отклонения от аналитических данных. Проведенный анализ показал, что амплитудно-фазовая модель, использованная в качестве источника возмущений в задаче слоя смещения, наиболее полно восстанавливает требуемые характеристики.

В основу второго подхода к моделированию случайных сигналов и полей был положен рандомизированный спектральный метод [Г.А. Михайлов, К.К.Сабельфельд]. Сигналы и поля раскладываются по Фурье модам и суммируются по гармоникам. Поля, построенные на базе рандомизированного спектрального метода, по форме построения явно удовлетворяют условию несжимаемости ( $div U(x) = 0$ ).

$$U(x) = \sum_{i=1}^{N_{harm}} U_{harm}^i(x), \quad (2)$$

$$U_{harm}^i(x) = \sigma^i Q(\omega^i) [\xi^i \cos(\tilde{k}^i(\omega^i \cdot x)) + \eta^i \sin(\tilde{k}^i(\omega^i \cdot x))], \quad (3)$$

где  $Q(\omega)$  - двумерная матрица с элементами  $q_{jl} = \delta_{jl} - \omega_j \omega_l$ ,  $j, l = 1, 2$ . Случайную величину  $\tilde{k} \in (0, \infty)$  выбираем по плотности  $p(k) = E(k)/\sigma^2$ . Изотропный двумерный вектор  $\omega$  единичной длины задается своими компонентами  $\omega_1 = \cos(2\pi\alpha), \omega_2 = \sin(2\pi\alpha)$ , где  $\alpha$  - равномерно распреде-

ленная случайная величина на отрезке  $[0,1]$ . Два независимых случайных двумерных вектора  $\xi, \eta$  распределены по Гауссу.

В рамках этого метода реализован алгоритм для численного моделирования случайных полей по заданному спектру. Его работа продемонстрирована на двух примерах: (1) модель турбулентных пульсаций скорости со спектром фон Кармана и (2) модель "розовый" шум.

Анализ модели пульсаций скорости показал хорошую согласованность распределения компонент скорости полученного поля с распределением Гаусса. Корреляционные функции близко повторяют аналитические значения при достаточном количестве рассмотренных реализаций (не менее 10000). Математическое ожидание и дисперсия полученных полей при увеличении числа реализаций быстро убывают к заданным значениям. Моделирование случайного волнового числа  $k$  при использовании достаточного числа гармоник (рассматривалось число гармоник, равное 200 и 500) хорошо воспроизводит спектр фон Кармана.

Моделирование нестационарных по времени пульсаций давления осуществлялось согласно формуле:

$$P(t) = \sum_{\lambda=1}^{N_{harm}} A_{\lambda} \cos(\omega_{\lambda} t), \quad (4)$$

где  $\omega_{\lambda}$  - случайная величина, равномерно распределенная на отрезке  $[\omega_{min}, \omega_{max}]$ ,  $A_{\lambda}$  - случайная величина, имеющая распределение Рэлея с характеристиками:  $f_A$  - плотность распределения,  $m_A$  - математическое ожидание,  $D_A$  - дисперсия,  $\sigma_P^2$  - дисперсия моделируемого сигнала.

Процедура верификации показала, что для 500 гармоник выполняется близкое совпадение заданного спектра с полученным путем спектрального анализа. Математическое ожидание и дисперсия быстро убывают к заданным значениям при увеличении числа гармоник, либо при увеличении числа реализаций при фиксированном числе гармоник.

Описанные выше модели реализованы в виде самостоятельного комплекса программ SIGNUM, который для удобства изучения и верификации построенных моделей полностью совместим с анализатором сигналов NUANSe.

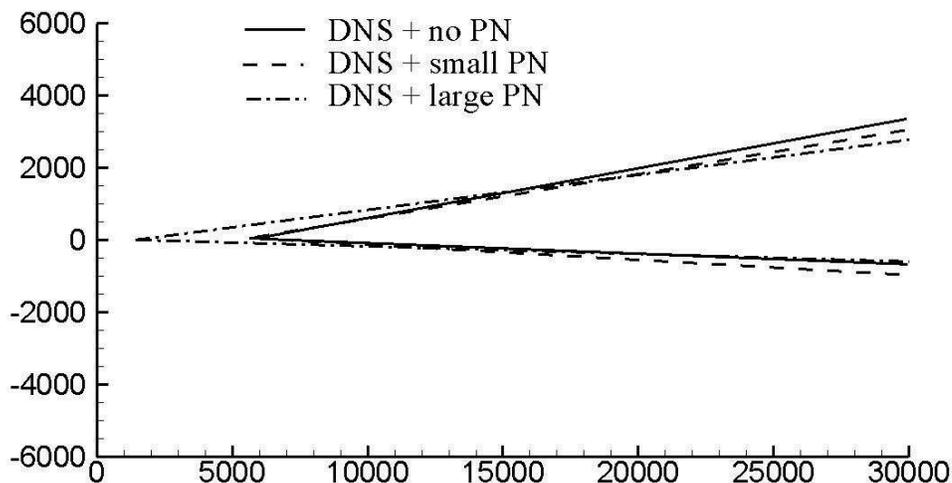


Рис. 1: Клинообразная зона перемешивания в задаче о слое смешения

Все модели также реализованы в исследовательском комплексе программ NOISEtte для численного решения задач газовой динамики и аэроакустики.

В **третьей главе** рассматриваются две задачи аэроакустики с использованием однородных случайных полей и сигналов. Равномерно распределенный в полосе частот шум (“розовый” шум) задан на входной границе в задаче о слое смешения. Во второй задаче, моделирование рассеивания акустической волны на турбулентном фоне, поля турбулентной скорости задаются в качестве среднего поля течения.

Для решения этих задач был использован комплекс программ NOISEtte, создаваемый в ИММ РАН. В нем реализованы различные модели для решения задач газовой динамики и аэроакустики, в том числе полные уравнения Навье-Стокса, нелинейные уравнения для возмущений (NLDE), линейные уравнения Эйлера и Навье-Стокса [И.В. Абалакин, Т.К. Козубская, 2007].

Стохастические модели, реализованные в рамках комплекса программ NOISEtte, могут быть использованы в качестве внешнего источника, заданного на границе, либо в отдельных внутренних точках области. Такая постановка задач может использоваться для всех моделей

комплекса NOISEtte. Примером такого использования стохастических моделей является задача о слое смешения.

Рассмотрен слой смешения, возникающий при перемешивании двух потоков с различными скоростями  $M_1 = 0.3$  и  $M_2 = 0.7$ , разделенных бесконечно тонкой пластинкой. Число Рейнольдса  $Re = 2000$  в задаче оценивалось по толщине пограничного слоя в потоке с большей скоростью.

Задача решалась в двух постановках. В первой постановке рассматривался слой смешения без возмущения, во второй - вдоль всей входной границы потоков добавлялся сопутствующий "розовый" шум. Мощность шума составляла 117 Дб для малого возмущения и 160 Дб для сильного возмущения, диапазон частот задавался как  $[10^3 \text{ Гц}, 10^5 \text{ Гц}]$ .

Математическое описание данной задачи основывается на решении полных уравнений Навье Стокса. В качестве начальных условий были заданы нормальные условия для воздуха в неподвижной среде. В граничных условиях задавались набегающие слева течения с различными скоростями и температурами с учетом пограничных слоев для адиабатической стенки. Во второй постановке учитывалось возбуждающее акустической волной воздействие, которое добавлялось к потоку на входной границе.

Известно, что задача о слое смешения характеризуется положением и размером зоны перемешивания, а также формированием когерентных структур внутри нее. Акустическое же воздействие может существенно влиять на положение точки отрыва, соответствующей началу формирования клинообразной зоны смешения. Проведенные численные исследования подтверждают этот факт. В частности, результаты расчетов показали, что при наличии существенного возмущения (160 Дб) клин слоя смешения формируется ближе к границе раздела двух потоков, чем в случае малого возмущения (117 Дб) или его отсутствия. Следует отметить, что при этом угол клина невозмущенного слоя оказался больше, чем возмущенного. Эти результаты продемонстрированы на рис. 1 и 2.

Еще одним теоретически и экспериментально установленным свойством слоя смешения является наличие у него характерных частот. Для

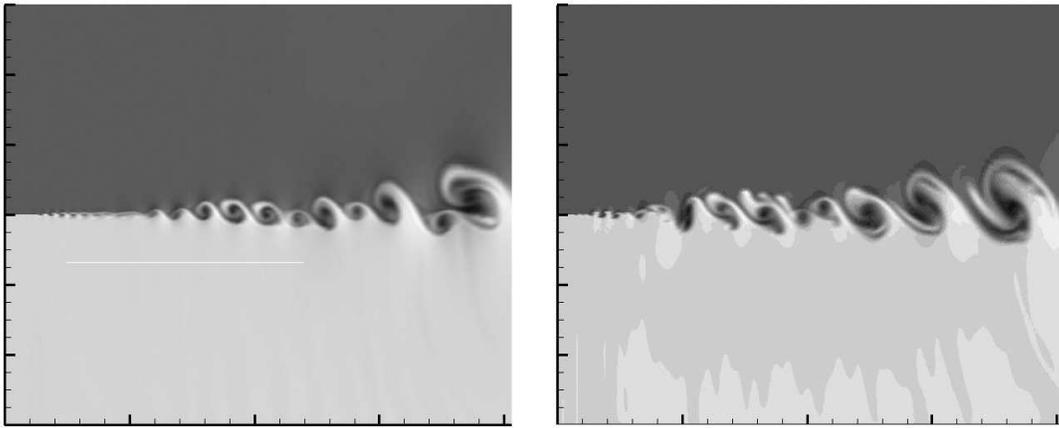


Рис. 2: Развитие клина слоя смешения для невозмущенной (слева) и возмущенной (справа) задач

каждого поперечного сечения слоя эти частоты различны и подчиняются закону обратной пропорциональности в зависимости от расстояния до кромки разделяющей пластинки. Полученные численные результаты подтверждают этот факт, а также обосновывают метод определения характерных частот слоя смешения при помощи вычислительного эксперимента. Идея метода заключается в спектральном анализе численно полученных сигналов - откликов на воздействие входящего "розового" шума, вдоль центральной линии слоя смешения. В ходе расчетов показано, что при равномерном спектре входящего излучения в откликах появляются выраженные пиковые частоты. При приближении к кромке характерные, "откликающиеся" частоты становятся более высокими, толщина спектра более широкой, а мощность пика, наоборот, более слабой.

В результате сравнения расчетов прямого численного моделирования с расчетами с возбуждением потока "розовым" шумом было показано влияние шума на развитие слоя смешения, тем самым показана возможность численного моделирования процессов акустического воздействия на слой смешения и струи.

Вторым рассмотренным примером была задача о прохождении акустического сигнала по однородному стационарному турбулентному фону в канале. Целью численного исследования явилось моделирование рассе-

яния акустической волны турбулентностью, а также возможное влияние нелинейных процессов при волнах большой мощности. Поэтому основными параметрами задачи являлись мощность и частота входящей акустической волны, а также ее отношение к мощности и корреляционной длине заданной турбулентности.

Используемое в задаче в качестве параметра поле турбулентности (рис. 3.) характеризовалось кинетической энергией  $k$  и скоростью ее диссипации  $\varepsilon$ , соответствующих течению при обтекании цилиндра на расстоянии 2.5 его радиусов при расчете с помощью уравнений Рейнольдса, замкнутых  $k - \varepsilon$  моделью турбулентности. В качестве параметров входящего акустического излучения брались плоские монохромные волны с определенной мощностью и частотой, поступающие в канал слева.

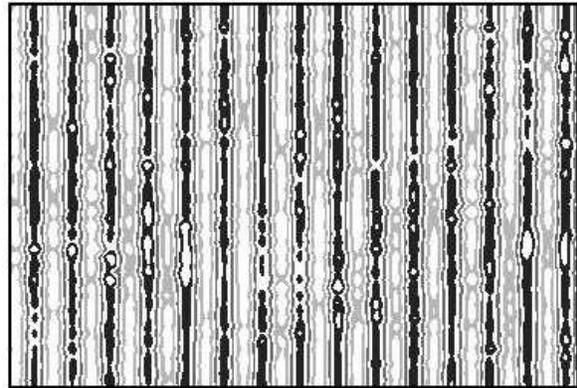
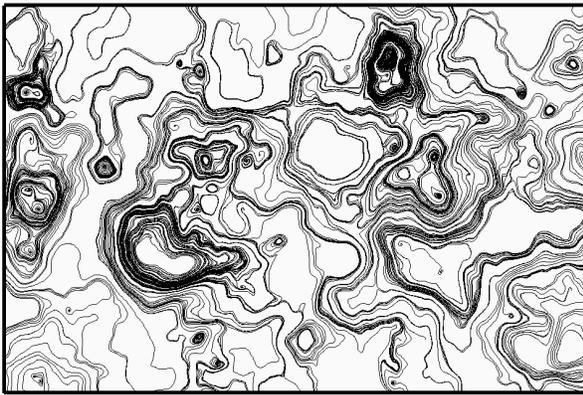


Рис. 3: Линии тока турбулентного фона

Рис. 4: Рассеяние плоской монохроматической волны на турбулентном фоне (давление)

В качестве математического описания данной задачи рассматривались две модели: линеаризованные уравнения Эйлера и нелинейные уравнения для пульсаций NLDE без учета вязких членов. В качестве начальных условий для этой задачи брались нулевые значения пульсационной составляющей. В граничных условиях задавалась входящая в канал слева плоская монохромная волна.

Результаты расчетов показали существенное влияние зоны турбулентности на рассеивание плоской монохроматической акустической волны при прохождении через эту зону в случае, когда интенсивность вхо-

дующей волны сравнима или меньше интенсивности неоднородного фона. Искажение фронта входящей акустической волны, обусловленное наличием турбулентного фона, показано на рис. 4. С другой стороны, при неизменном турбулентном поле, чем выше интенсивность входящей волны, тем меньшее влияние на нее оказывает пространственная неоднородность фона.

Для волн недостаточно высокой мощности результаты моделирования по линейной и нелинейной моделям практически совпадают, так как в течение продолжительного времени нелинейные эффекты оказываются несущественными. Влияние нелинейности можно отчетливо видеть при волнах мощностью 150 Дб и выше, когда решение начинает терять гладкость. В этом случае адекватное численное решение требует более тонкой настройки используемых алгоритмов повышенной точности (в частности, введения адаптивной численной вязкости).

В **заключении** обсуждены основные результаты работы, сделаны необходимые комментарии и выводы, обозначены перспективы дальнейших исследований по тематике данной работы.

### **Основные результаты:**

1. Построены и изучены свойства трех типов синтетических моделей случайных процессов, используемых при моделировании пульсаций газодинамических параметров: одноточечные стохастические модели, одномерные и двумерные спектральные рандомизированные модели.

2. Разработан комплекс программ **SIGNALUM**, реализующий алгоритм моделирования случайных сигналов и полей по заданному энергетическому спектру и статистическим моментам. Разработан комплекс программ **NUANSe**, позволяющий проводить верификацию и экспресс-анализ как сигналов и полей, так и полученных в результате решения аэроакустических задач.

3. Произведена модернизация комплекса программ **NOISEtte**, предназначенного для решения задач газовой динамики и аэроакустики, посредством включения в него моделей, генерирующих случайные сигналы и поля.

4. Проведен вычислительный эксперимент по моделированию рассе-

ивания звука на однородном турбулентном поле в двумерном приближении. Показано влияние нелинейных газодинамических процессов при акустических волнах большой мощности.

5. Проведен расчет задачи о возбуждении слоя смешения равномерным шумом в заданной полосе частот. Продемонстрирована зависимость характерных частот слоя смешения от расстояния до кромки разделяющей пластинки. Показано влияние акустического излучения на расположение точки отрыва и формирование зоны перемешивания.

### **Публикации по теме диссертации**

1. *Боровская И.А., Козубская Т.К.* Стохастическое моделирование турбулентных пульсаций скорости в газовых потоках // В материалах XLIV Научной конференции МФТИ. - М.: МФТИ, 2001. - Ч. VII. - С. 44.

2. *Borovskaya I., Kozubskaya T.* Numerical Signal Processing in Computational Aeroacoustics // Proceedings of The 7th World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics, Orlando, Florida, USA, 2003. - P. 305-309.

3. *Боровская И.А., Козубская Т.К.* Обработка сигналов в вычислительной аэроакустике // В материалах XLVI Научной конференции МФТИ. - М.: МФТИ, 2003. - Ч. VII. - С. 92-93.

4. *Боровская И.А., Козубская Т.К.* Комплекс программ NUANSe для обработки аэроакустических сигналов и моделирования турбулентных полей скорости // В материалах XLVII Научной конференции МФТИ. - М.: МФТИ, 2004. - Ч. VII. - С. 117-118.

5. *Borovskaya I., Kozubskaya T., Kurbanmuradov O.A., Sabelfeld K.K.* On ways of developing synthetic stochastic models for turbulent velocity fields // In Book of Abstracts of International conference on Selected Problems of Modern Mathematics, dedicated to the 200th anniversary of K.G. Jacobi, and the 750th anniversary of the Koenigsberg foundation, 2005. - P. 118.

6. *Боровская И.А.* О стохастическом моделировании турбулентных полей скорости // В материалах Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых ЛОМОНОСОВ-2005. - М.: МГУ, 2005. - С. 10.

7. *Горобец А., Боровская И.* Технология распараллеливания высоко-

точных алгоритмов на неструктурированных треугольных сетках // В материалах Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых ЛОМОНОСОВ-2005. - М.: МГУ, 2005. - С. 11.

8. *Borovskaya I., Kozubskaya T., Kurbanmuradov O., Sabelfeld K.* Verification of the SNGR Approach Modification // In Proceeding of the International Conference "Tikhonov and Contemporary Mathematics-Moscow, 2006. - P. 41-42.

9. *Боровская И.А., Козубская Т.К., Курбанмурадов О., Сабельфельд К.К.* О генерации и верификации полей турбулентной скорости для аэроакустических приложений // В сборнике докладов Всероссийской научно-практической конференции "Вычислительный эксперимент в аэроакустике". - Светлогорск, 2006. - С. 19-20.

10. *Боровская И.А.* О методе генерации и верификации полей пульсаций скорости в задачах аэроакустики // Труды 49-й научной конференции МФТИ "Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук". - : М. МФТИ, 2006. - Ч. VII. - С. 167-168.

11. *Боровская И.А.* Моделирование однородных случайных полей по заданному спектру в задачах аэроакустики // Математическое моделирование. - 2007. - Т.19, N 7. - С. 67-76.

12. *Боровская И.А., Козубская Т.К., Курбанмурадов О., Сабельфельд К.К.* О моделировании однородных случайных полей и сигналов и их использовании в задачах аэроакустики// Математическое моделирование. - 2007. - Т.19, N 10. - С. 76-88.

13. *Козубская Т.К., Абалакин И.В., Боровская И.А., Горобец А.В., Даниэль К.А.* Вычислительный эксперимент в инженерной аэроакустике на примере моделирования звукопоглощающих конструкций // Сб. тезисов Научного семинара "Авиационная акустика", Звенигород, Моск. обл., 2007.