

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

*На правах рукописи*

**Муравьев Сергей Владимирович**

**Параллельные алгоритмы сжатия результатов численного  
моделирования трехмерных задач гидродинамики**

Специальность 05.13.18  
Математическое моделирование, численные методы  
и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2006

Работа выполнена в Институте математического моделирования Российской Академии Наук.

Научный руководитель:

кандидат физико-математических наук  
Якобовский М.В.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук  
Галкин В.А.

кандидат физико-математических наук  
Поляков С.В.

Ведущая организация:

Научно-исследовательский  
вычислительный центр МГУ

Защита диссертации состоится «\_\_» \_\_\_\_\_ 2006г.  
на заседании диссертационного совета К 002.058.01 при Институте  
математического моделирования РАН по адресу:  
125047, Москва, Миусская пл. 4а.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института математического моделирования РАН.

Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 2006 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,  
кандидат физико-математических наук

Прончева Н.Г.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность работы.** Высокая производительность современных многопроцессорных систем позволяет обрабатывать большие объемы данных, используя для численного решения широкого круга задач механики сплошной среды подробные пространственные сетки. Большой объем описывающих такие сетки данных затрудняет их хранение, передачу по сети и обработку. Одним из наиболее информативных методов анализа результатов моделирования является их визуализация. Однако профессиональные пакеты визуализации ориентированы на последовательную обработку данных и не способны за приемлемое время отображать большие объемы результатов вычислительных экспериментов, проводимых на современных вычислительных системах. Под большим объемом данных здесь и далее понимается такой объем, единовременная обработка которого требует больше оперативной памяти, чем обычно доступно в современном персональном компьютере. В результате многие численные эксперименты сегодня не проводятся или проводятся с вынужденными ограничениями, так как отсутствуют или являются недоступными необходимые средства анализа результатов расчетов.

Визуализация большого объема данных на персональном компьютере невозможна без их предварительной обработки, а именно количественного сокращения элементов данных с сохранением тех свойств, которые нужно исследовать при визуализации. При этом для сжатия результатов современных широкомасштабных экспериментов наиболее эффективно использовать многопроцессорные вычислительные системы (МВС). Необходимые алгоритмы сжатия относятся к классу методов сжатия с потерями, которые используются в случаях, когда потеря или осреднение части данных не приводит к значительному искажению их восприятия.

Таким образом, **актуальность** темы диссертационной работы определяется необходимостью создания параллельных алгоритмов сжатия, способных выполнять эффективную многопроцессорную обработку больших объемов данных для обеспечения возможности визуального исследования результатов современных вычислительных экспериментов.

**Цели диссертационной работы.** Основной целью диссертационной работы является разработка эффективных параллельных алгоритмов сжатия, обеспечивающих возможность визуализации результатов моделирования широкого круга задач (в том числе задач газовой динамики) на большом числе процессоров с использованием подробных регулярных и нерегулярных трехмерных сеток большого размера. В частности данные алгоритмы должны существенно облегчить исследование результатов крупномасштабных вычислительных экспериментов, проводимых на суперкомпьютерах, предоставляемых центрами коллективного пользования и доступных пользователю через относительно медленные интернет-каналы.

На рисунке 1 изображена общая схема, отражающая взаимодействие пользователя с удаленным сервером, на котором производится расчет. Данная схема положена в основу системы распределенной визуализации, в рамках которой используется сжатие данных.

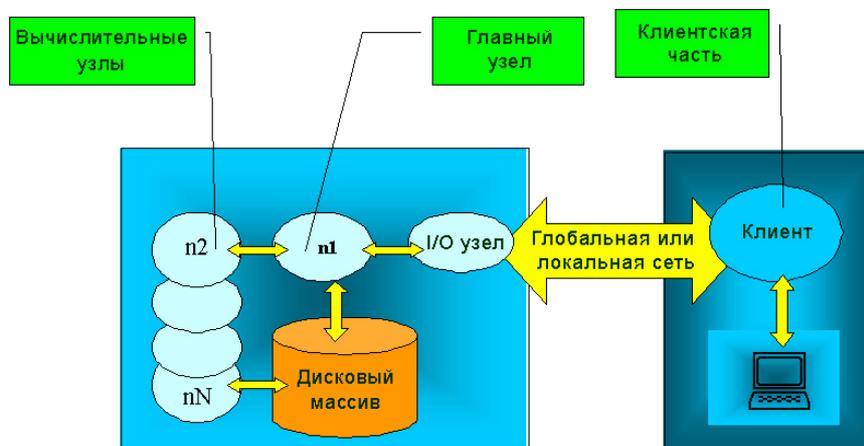


Рис. 1. Структура системы распределенной визуализации.

Численное моделирование выполняется в параллельном режиме на вычислительных узлах МВС с сохранением получаемых результатов на дисковый массив. При этом данные с полученными результатами, собранные в единое целое, могут занимать существенный объем. Для того чтобы подобные данные можно было быстро передать удаленному пользователю (клиенту) и визуализировать на его машине, необходимо выполнить их сжатие, причем для этой цели удобно использовать те же ресурсы вычислительной системы, что и применялись при моделировании.

Требуемые параллельные методы сжатия должны не только обеспечивать необходимое уменьшение объема данных, но и делать это за приемлемое время, с сохранением всех особенностей исходных данных, которые могут являться важными для исследователя.

В качестве примера физической задачи, результаты численного моделирования которой использованы для проверки эффективности алгоритмов сжатия, выбрана задача вязкого нестационарного обтекания газовым потоком тела заданной формы (усеченной сферы). При исследовании течений вязкого газа традиционно используется модель, представляющая собой уравнения Навье-Стокса – систему нелинейных дифференциальных уравнений. Фактически единственным эффективным способом решения подобных уравнений являются численные методы, реализуемые на быстродействующих вычислительных машинах. Для описания формы обтекаемого тела и исследования участков расчетной области как с большими, так и с малыми ожидаемыми градиентами физических величин, целесообразно выполнять моделирование рассматриваемой задачи на нерегулярной тетраэдральной сетке.

Разработанные алгоритмы сжатия ориентированы именно на обработку результатов экспериментов подобного типа.

Для достижения указанных целей решаются следующие задачи:

- выбор способа визуализации трехмерных данных;
- обзор и анализ существующих подходов к сжатию сеточных данных и выбор наиболее приемлемого подхода для решения рассматриваемой проблемы;
- выбор метода для оценки ошибки аппроксимации и определение способа контроля требуемой точности при сжатии;
- исследование эффективности разработанных алгоритмов на примере обработки результатов моделирования обтекания вязким газовым потоком усеченной сферы и ряда тестовых данных.

**Научная новизна и практическая ценность работы.** Разработаны и исследованы алгоритмы сжатия двух часто используемых при визуализации типов данных – пространственных триангуляций и трехмерных скалярных данных, определенных на тетраэдральных сетках. Алгоритмы могут применяться для обработки результатов моделирования задач газовой динамики на многопроцессорных системах с распределенной памятью, обеспечивают возможность визуализации данных большого объема и позволяют исследовать результаты современных широкомасштабных экспериментов.

Основной из разработанных алгоритмов сжатия используется в пакете моделирования задач механики сплошной среды, разрабатываемом в ИММ РАН в рамках государственного контракта отделения математических наук РАН.

**Апробация работы.** Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на ряде научно-технических семинаров, в том числе на V-ом Международном научно-практическом семинаре «Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах» (Нижний Новгород, 2005 г), на международной выставке СеВIT (Германия, Ганновер, 2003-2005 гг), на научных семинарах в МГУ и в ИММ РАН в 2006 г. Работа поддержана проектами программы президиума РАН, отделения математических наук РАН и грантами РФФИ 02-01-00589-а и 05-01-00750-а.

**Публикации.** Основные результаты диссертации опубликованы в шести работах, список которых приведен в конце автореферата.

**Достоверность результатов.** Достоверность и качество описанных в работе методов сжатия и визуализации трехмерных скалярных полей подтверждается рядом примеров обработки различных входных данных, а также сравнением формируемых визуальных образов с образами, формируемыми системой TecPlot, широко используемой в настоящее время при анализе научных данных ограниченного объема.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Объем составляет \_\_\_ машинописных страниц, текст содержит \_\_\_ рисунка и \_\_\_ таблиц.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** дано общее описание рассматриваемых в работе задач, обоснована актуальность проблемы сжатия и визуализации научных данных большого объема.

В **первой главе** рассматривается моделирование обтекания усеченной сферы вязким газовым потоком; приводится описание используемой математической модели и ее численной реализации.

*Математическая модель.* В качестве математической модели газодинамических течений использовалась система безразмерных уравнений Навье-Стокса, описывающая течения вязкого теплопроводного газа:

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_1(\mathbf{Q})}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}_2(\mathbf{Q})}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{F}_3(\mathbf{Q})}{\partial z} = \frac{\partial \mathbf{F}_1^{NS}(\mathbf{Q})}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}_2^{NS}(\mathbf{Q})}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{F}_3^{NS}(\mathbf{Q})}{\partial z}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{Q} = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, E)^T$  – вектор консервативных газодинамических переменных;  $\mathbf{F}_1(\mathbf{Q})$ ,  $\mathbf{F}_2(\mathbf{Q})$  и  $\mathbf{F}_3(\mathbf{Q})$  – конвективные потоки;  $\mathbf{F}_1^{NS}$ ,  $\mathbf{F}_2^{NS}$ ,  $\mathbf{F}_3^{NS}$  – диффузионные потоки;  $\mathbf{u} = (u, v, w)$  – декартовы компоненты скорости;  $\rho$ ,  $p$  – плотность и давление;  $E = \rho(u^2 + v^2 + w^2)/2 + \rho\varepsilon$  – полная энергия;  $\varepsilon$  – удельная внутренняя энергия.

Система уравнений (1) замыкается уравнением состояния идеального газа:  $p = \rho\varepsilon(\gamma - 1)$ , где  $\gamma$  – показатель адиабаты.

На твердой поверхности обтекаемого тела ставились граничные условия прилипания  $\mathbf{u} = 0$  и условия адиабатической стенки  $\left( \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} = 0 \right)$ . Здесь  $\mathbf{n}$  – внешний вектор нормали к границе. На входных и выходных границах расчетной области – граничные условия типа Стегера-Уорминга.

В качестве начальных условий задавался мгновенный вдув со следующими безразмерными параметрами:

$$\rho = 1, \quad u = 1, \quad v = w = 0, \quad p = 1/\gamma M^2, \quad \gamma = 1,4, \quad M = 0,8.$$

*Численная реализация.* Пространственная дискретизация уравнений Навье-Стокса проводилась на нерегулярной тетраэдральной сетке. Значения всех рассчитываемых газодинамических переменных определяются в вершинах тетраэдров сетки.

Расчет выполнялся с использованием программного комплекса GIMM, разрабатываемого в ИММ РАН. При расчете члены конвективного переноса аппроксимировались с использованием метода конечных объемов (интегро-интерполяционный метод), а диффузионная часть – методом конечных элементов (с заданием базисной линейной функции на каждом тетраэдре).

Для расчетов на основе интегро-интерполяционного метода вокруг каждого узла сетки строился барицентрический контрольный объем (расчетная ячейка). Численный поток через грани контрольного объема определялся с помощью схемы Роу. Повышение порядка аппроксимации достигалось заменой кусочно-постоянного распределения газодинамических параметров в расчетной ячейке на кусочно-линейное (аппроксимация типа MUSCL).

Для сокращения числа операций использован метод огрубления барицентрического контрольного объема. Данный подход позволяет существенно снизить затраты времени и ресурсов на вычисление конвективных потоков.

Интегрирование по времени осуществлялось явным линейным методом типа Рунге-Кутты второго порядка.

Во **второй главе** рассматривается проблема сжатия сеточных данных. Основное внимание уделено сжатию пространственных триангуляций. Выполнен обзор существующих методов сжатия триангулированных поверхностей. Исследуются способы оценки ошибки аппроксимации для контроля требуемой точности при сжатии. Рассматривается общая схема многоэтапного сжатия сеточных данных.

*Особенности входных данных.* В работе рассматриваются методы сжатия поверхностей и трехмерных скалярных данных, заданных на тетраэдральной сетке<sup>1</sup>. Каждый из указанных типов данных можно разбить на отдельные подтипы, обладающие различными характерными свойствами. Так, например, входные данные, представляющие поверхности, могут характеризоваться следующими свойствами: 1) однозначная проектируемость на некоторую плоскость (например, когда поверхность задается однозначной сеточной функцией  $z(x, y)$  на прямоугольной области); 2) наличие или отсутствие граничных ребер, то есть ребер, на которые опирается по одному треугольнику; 3) наличие или отсутствие самопересечений<sup>2</sup> поверхности; 4) связность (триангуляция может представлять собой единое целое либо состоять из изолированных частей). Кроме того, входные данные могут задаваться либо на регулярных, либо на нерегулярных сетках.

---

<sup>1</sup> Если скалярное поле изначально определено на трехмерной кубической решетке, то ее можно легко преобразовать в тетраэдральную сетку путем разбиения каждой кубической ячейки на тетраэдры.

<sup>2</sup> Для поверхностей без самопересечений каждое ребро принадлежит не более двум треугольникам.

Обзор существующих методов. Преобразования, определяемые только геометрической формой. Например, можно выполнять слияние в единый многоугольник группы смежных треугольников, лежащих на параллельных (или близких к тому) плоскостях. Недостатком данного метода является то, что он подходит в основном для обработки поверхностей с относительно большой площадью плоских участков. Данный подход был рассмотрен, например, в работах А. Кальвина и Р. Тейлора из IBM Research.

Детализирующие методы. В методах данной группы изначально строится триангуляция, грубо аппроксимирующая исходную поверхность, после чего каждый из треугольников мельчится до тех пор, пока не будет достигнута требуемая точность, или выполнены какие-то иные условия. Примеры исследований данного подхода можно найти, например, в работах Е. Пуппо и Л. Флориани (University of Genova, Генуя, Италия). Недостатком данного метода является то, что он ориентирован на поверхности, однозначно проектируемые на некоторую плоскость. Однако, например, М. Якобовский (ИММ РАН, Москва) продемонстрировал применение данного подхода для обработки поверхностей более общего типа.

Кластерный подход основан на объединении группы близких точек в одну точку. Данный метод довольно эффективен, но он не предусматривает сохранение таких особенностей поверхности, как связность участков, наличие или отсутствие отверстий и самопересечений. В статьях К. Лоу и Т. Тана (National University of Singapore, Сингапур) рассматривались способы улучшения качества поверхностей, получаемых с помощью данного метода.

Редукционный подход подразумевает итерационное удаление структурных единиц поверхности (вершин, ребер или треугольников) в соответствии с определенными критериями оптимальности. Подобный метод сжатия может применяться для любых поверхностей без самопересечений, хотя может быть доработан и для сжатия триангуляций более широкого класса. Один из самых эффективных алгоритмов подобного рода был разработан М. Гарландом и П. Хекбертом в Carnegie Mellon University (Питтсбург, США).

Вейвлеты. В данном подходе используется аппроксимация сеточных данных с помощью набора базисных функций. Как правило, вейвлеты применяются для обработки регулярных данных, что является их недостатком. Использование данного подхода для аппроксимации триангулированных поверхностей исследовалось, например, М. Гроссом, О. Штадтом и др. (Swiss Federal Institute of Technology, Цюрих, Швейцария).

Контроль требуемой точности. При выполнении сжатия, для контроля требуемой точности могут использоваться различные критерии. Рассмотрим способы оценки ошибки аппроксимации на примере сжатия поверхностей. Контроль над ошибкой аппроксимации необходим для создания новой поверхности, визуально похожей на исходную на всех своих участках или вообще не отличимой от нее на глаз на экране дисплея.

Ошибка может быть рассчитана в терминах различных норм. После замены одного вектора  $\mathbf{u}$  (некоторой точки пространства) на вектор  $\mathbf{v}$  возникшая ошибка равна расстоянию между данными векторами. Расстояние по евклидовой норме определяется следующим образом:

$$d_{\mathbf{v}}(\mathbf{u}) = d_{\mathbf{u}}(\mathbf{v}) = \|\mathbf{u} - \mathbf{v}\| = \left[ \sum_{i=1}^n (u_i - v_i)^2 \right]^{1/2}. \quad (3)$$

Вместо евклидовой нормы может быть использована и следующая:

$$\|\mathbf{u} - \mathbf{v}\| = \max_{i=1}^n |u_i - v_i|. \quad (4)$$

В случае трехмерных поверхностей  $n=3$ .

Для определения ошибки аппроксимации для двух поверхностей  $S_1$  и  $S_2$  (далее для определенности  $S_1$  – это исходная поверхность, а  $S_2$  – результирующая) можно использовать формулу Хаусдорфа, выражающую расстояние между двумя поверхностями:

$$D(S_1, S_2) = \max \left( \max_{\mathbf{v} \in P(S_1)} d_{\mathbf{v}}(S_2), \max_{\mathbf{v} \in P(S_2)} d_{\mathbf{v}}(S_1) \right), \quad (5)$$

$$\text{где } d_{\mathbf{v}}(S) = \min_{\mathbf{w} \in P(S)} d_{\mathbf{v}}(\mathbf{w}). \quad (6)$$

Здесь  $P(S)$  – множество точек поверхности  $S$ , с помощью триангуляции которых она задана,  $d_{\mathbf{v}}(S)$  – расстояние между точкой  $\mathbf{v}$  и поверхностью  $S$ ,  $d_{\mathbf{v}}(\mathbf{w})$  – расстояние между точками  $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{w}$ , которое можно вычислять с помощью формул (3) или (4).

Расстояние между точкой и поверхностью также можно вычислять следующим образом:

$$d_{\mathbf{v}}(S) = \min_{T \subset S} d_{\mathbf{v}}(T), \quad (7)$$

где  $T$  – один из треугольников, которыми задана поверхность, а  $d_{\mathbf{v}}(T)$  – расстояние от точки  $\mathbf{v}$  до треугольника  $T$ .

Использование формулы (7) вместо (6) повышает накладные расходы с точки зрения программирования, но с другой стороны позволяет модифицировать поверхность с большей свободой и, как следствие, с большей степенью сжатия.

Если максимально допустимая ошибка задана в виде числового порога  $E$  (абсолютная ошибка аппроксимации), то для контроля выполнения этого требования должно выполняться следующее условие:

$$D(S_1, S_2) \leq E. \quad (8)$$

При практическом применении требуемую точность удобнее задавать в процентах:  $p = (E/L(S_1)) \times 100\%$ , (9)

где  $L(S_1)$  – характерный линейный размер исходной поверхности  $S_1$ .

*Общая схема многоэтапного сжатия научных данных.* Многоэтапное сжатие с последовательным применением различных подходов позволяет добиться наиболее высокой степени сжатия и используется в основном для облегчения хранения и передачи данных.

Компьютерное представление триангуляций и тетраэдральных сеток обычно состоит из двух основных частей: 1) координаты точек в пространстве и значения сеточных функций в этих точках; 2) связи между точками, задаваемые треугольниками (для поверхностей) или тетраэдрами (для трехмерных полей), являющимися основными структурными единицами обрабатываемых данных.

Можно выделить четыре основных этапа при сжатии рассматриваемых данных: 1) удаление количественной избыточности (сжатие данных с потерями); 2) числовое округление (уменьшение количества бит, отводимого для хранения чисел, округление вещественных чисел); 3) оптимизированное компактное представление структуры данных (сжатие без потерь специализированным методом, основанным на свойствах связей вершин обрабатываемых сеточных данных); 4) кодирование данных без потерь известными универсальными методами.

**В третьей главе** рассматривается выбранный способ визуализации трехмерных данных и описываются разработанные алгоритмы сжатия.

*Изоповерхности и сечения.* В качестве основного рассматриваемого способа отображения трехмерных скалярных данных выбрана визуализация изоповерхностей. При этом из трехмерного скалярного поля выделяются и отображаются на экране поверхности с постоянными (заданными пользователем) значениями исследуемой скалярной функции.

Для извлечения изоповерхностей из трехмерных данных, определенных на тетраэдральной сетке, был разработан и успешно использован алгоритм, принимающий на входе тетраэдральную сетку, массив значений скалярного параметра, задаваемого в ее узлах, а также вещественное число, определяющее значение исследуемого параметра на изоповерхности, которую нужно получить. Изоповерхность, получаемая на выходе алгоритма, задается триангуляцией точек в пространстве. Вершинами треугольников изоповерхности являются точки ее пересечения с ребрами тетраэдров или концы ребер, целиком лежащих на изоповерхности.

Помимо изоповерхностей предлагаемые алгоритмы могут быть использованы для отображения различных сечений трехмерных данных. В работе рассмотрен метод получения сечений произвольной плоскостью  $Ax + By + Cz + D = 0$ . Правила нахождения треугольников сечения схожи с правилами для поиска треугольников изоповерхности.

*Однопроцессорное сжатие поверхностей.* Существующие алгоритмы сжатия сеточных данных, как правило, обладают определенными недостатками, создающими проблемы при практическом их применении. Во-первых, в большинстве случаев авторы разработанных алгоритмов публикуют только основные идеи, на которые опирается алгоритм. При этом полное описание алгоритмов с исходными кодами не доступно для общего доступа. Во-вторых, многие алгоритмы сжатия имеют ограниченную область применения (работают только с узким классом входных данных) или не обладают нужными свойствами, например, выполняют сжатие неэффективно, не гарантируют достижение требуемого объема данных или не удовлетворяют какому-то иному специальному критерию.

В результате возникает необходимость создания алгоритма сжатия, удовлетворяющего следующим основным требованиям: 1) представление поверхности на входе и на выходе алгоритма триангуляцией точек в трехмерном пространстве; 2) ориентация алгоритма на визуализацию получаемых результатов; 3) сжатие поверхности с требуемой точностью, определяемой расстоянием Хаусдорфа между двумя поверхностями; 4) возможность обработки любой исходной триангуляции (с учетом используемого способа генерации данных); 5) сохранение таких особенностей поверхности, как несвязность отдельных фрагментов, форма границ поверхности<sup>3</sup> и линий самопересечения; 6) выполнение сжатия за приемлемое время; 7) обеспечение достаточно высокой степени сжатия (достижение требуемого объема  $V$  результирующих данных без учета возможного дополнительного сжатия без потерь); 8) возможность распараллеливания алгоритма на основе стандартных методов.

В работе подробно описываются три алгоритма сжатия.

Первый из них основан на кластерном подходе. Данный подход состоит в том, что каждая группа близких друг к другу точек (кластер точек) заменяется одной точкой.

Согласно алгоритму вся исходная поверхность заключается в некоторый виртуальный параллелепипед, который затем разбивается на множество кубических ячеек. Общая идея алгоритма состоит в том, чтобы все точки поверхности, попавшие в одну ячейку, заменить одной точкой в центре этой ячейки. В результате получится столько точек, сколько ячеек пересекла исходная поверхность. Величина ячеек определяется максимально допустимой ошибкой аппроксимации.

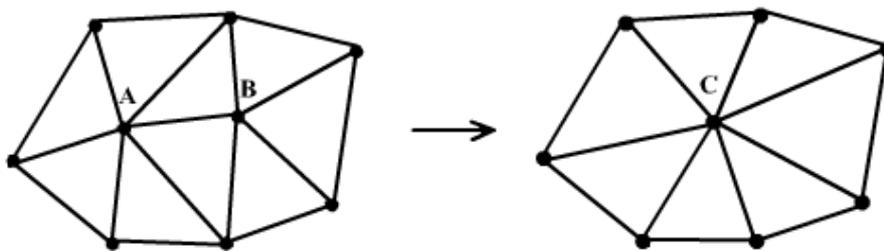
Кроме указанных выше стандартных операций, характерных для кластерного подхода, алгоритм включает в себя ряд проверок, препятствующих появлению участков самопересечения поверхности.

---

<sup>3</sup> Под границей триангулированной поверхности понимается множество ребер, на каждое из которых опирается только по одному треугольнику. Вершины, инцидентные указанным ребрам, называются граничными.

Основная идея второго алгоритма состоит в том, чтобы изначально аппроксимировать исходную поверхность малым количеством треугольников, а затем мельчить треугольники, добавляя внутрь них новые точки и заменяя треугольники более мелкими. Координаты добавляемых точек определяются с помощью линейной интерполяции по точкам исходной поверхности. Процесс детализации завершается, когда полученная поверхность будет аппроксимировать исходную с требуемой точностью, либо когда будет достигнут максимально допустимый объем данных. Ошибка аппроксимации контролируется для каждого получаемого треугольника и вычисляется с помощью ближайших к данному треугольнику точек исходной поверхности. С заданной периодичностью в алгоритме выполняется коррекция триангуляции текущего набора точек для уменьшения ошибки аппроксимации.

Наконец, последний алгоритм основывается на редуccionном подходе и использует локальное преобразование участка поверхности, изображенное на рисунке 2. Данный алгоритм выбран в работе в качестве основного. Он был доработан до соответствия всем желаемым требованиям и использован в качестве основы при разработке параллельного алгоритма.



*Рис. 2. Объединение двух точек в одну.*

Алгоритм сжатия состоит из нескольких этапов. Ниже приведено краткое описание основного этапа.

Выполняется циклический перебор всех точек поверхности с учетом всех их меток. Виды меток точек: «запрещенная к удалению» (задается в параметрах алгоритма), «запрещенная к удалению в данной итерации» (устанавливается для точек, добавленных в данной итерации), «запрещенная к удалению до момента удаления смежной точки» (устанавливается при невозможности ее удаления из-за нарушения каких-то ограничений, которые в последствии могут исчезнуть), «внутренняя», «граничная», «точка самопересечения». Часть меток являются постоянными, остальные – временные метки – могут изменяться в процессе сжатия. Перебор всех точек (итерация) по завершении может быть повторен необходимое число раз. На практике выполняется в среднем не более десяти итераций.

Для каждой выбранной точки выполняется поиск ребра, наиболее подходящего для удаления. Выбранная точка должна являться одним из концов данного ребра. Необходимо, чтобы оба конца ребра имели одинаковые метки.

Из всех допустимых ребер, в первую очередь рассматривается ребро наименьшей длины.

После выбора подходящего ребра выполняется проверка на допустимость его удаления. В частности удаление не должно привести к потере «выколотого» треугольника – «отверстия» в поверхности. Основные проверки допустимости удаления ребра касаются условий на новые треугольники, которые появились бы в случае успешного удаления. Каждый новый треугольник соответствует некоторому удаляемому треугольнику. Все новые треугольники содержат в качестве одной из вершин новую точку, которая строится в середине удаляемого ребра. Ошибка аппроксимации контролируется с помощью удаленных точек, каждая из которых приписывается к ближайшему к ней треугольнику. В целях ускорения сжатия для каждого нового треугольника хранятся только две удаленные точки, лежащие максимально далеко от него вдоль его нормали.

Преобразование участков поверхности выполняется до тех пор, пока это является возможным в соответствии с выбранными критериями.

Помимо основного этапа сжатия в алгоритм добавлено предварительное ускоренное сжатие, существенно уменьшающее общее время обработки. Платой за скорость являются возможные превышения допустимой ошибки аппроксимации для отдельных участков поверхности. Однако на практике данные нарушения оказываются несущественными для визуализации. Ускоренное сжатие реализовано в два этапа: на первом этапе может быть выполнено слияние групп близких точек в одну точку (объединяются точки в радиусе  $E/10$ , где  $E$  – параметр абсолютной ошибки аппроксимации); на втором этапе выполняется сжатие с упрощенным контролем аппроксимации, причем для удаления проверяются только ребра малой длины, не превосходящей  $E$ .

Кроме того, в алгоритм были добавлены дополнительные этапы сжатия для достижения требуемого объема данных. Если в рамках заданной точности не удастся сократить объем поверхности до необходимого, то процесс сжатия продолжается с постепенным нарушением отдельных условий (включая требуемую точность). Цель подобного продолжения сжатия – иметь возможность увидеть хотя бы искаженный результат.

Если в некоторой трехмерной области исследуемый физический параметр имеет константное значение, то соответствующая изоповерхность будет содержать в данной области всевозможно ориентированные треугольники со структурой взаимосвязей, не свойственной «обычным» поверхностям<sup>4</sup>. В алгоритме реализован поиск и удаление большей части подобных треугольников.

---

<sup>4</sup> Под «обычными» здесь понимаются такие поверхности, в которых на большую часть ребер опирается не более чем по два треугольника, и нормали большинства пар соседних треугольников имеют примерно одинаковое направление.

*Параллельное сжатие поверхностей.* В основу многопроцессорного алгоритма сжатия был положен метод геометрического параллелизма.

Численное моделирование всевозможных задач на сетках большого размера выполняется на МВС, и в этом случае исходные данные распределены по ее узлам в виде отдельных частей, которые легко могут быть сжаты в параллельном режиме. При этом необходимо, чтобы у разных частей не было общих треугольников. Смежные фрагменты поверхности должны иметь только общие точки и ребра. Кроме того, все общие точки каждого фрагмента поверхности до начала его обработки должны быть помечены.

Выполнение параллельного алгоритма сжатия состоит из следующих основных этапов: 1) распределение всех частей поверхности по процессорам; 2) сжатие каждой части с сохранением всех общих точек частей (для сжатия на каждом из процессоров используется рассмотренный выше последовательный алгоритм); 3) передача всех частей на один процессор и их объединение в единую поверхность («сшивка» по общим точкам); 4) повторное сжатие уже всей поверхности в целом (обрабатываются только «швы», состоящие из помеченных ранее точек).

*Система распределенной визуализации.* Разработанная в ИММ РАН интерактивная система распределенной визуализации основана на принципах технологии клиент-сервер. Основная цель данной системы – обеспечение возможности исследования трехмерных скалярных полей большого объема с использованием многопроцессорной системы (сервера визуализации) и отображение результатов на компьютере рабочего места пользователя (клиентской части).

Данная система визуализации использует описанный выше параллельный алгоритм сжатия. После извлечения из исследуемого трехмерного скалярного поля необходимой изоповерхности и ее параллельного сжатия на сервере визуализации, полученные в результате данные передаются на клиентскую машину, где их можно исследовать, произвольно вращая и масштабируя, без обращения к серверу визуализации. Преимуществом данной системы является то, что при больших объемах трехмерных скалярных полей сохраняется возможность интерактивной визуализации любых их изоповерхностей даже при соединении с сервером визуализации через каналы Internet, обладающие низкой пропускной способностью.

*Сжатие трехмерных скалярных данных.* Во многих случаях исследователю нужно сохранить результаты моделирования задачи для их дальнейшего анализа в системе визуализации. Может потребоваться сохранить стационарное распределение трехмерного поля или набор подобных распределений (например, для изучения динамики развития моделируемых процессов). При этом часто нет необходимости сохранять данные с той же точностью, с которой они были посчитаны. Для указанных целей был

разработан алгоритм (последовательная и параллельная версии) для сжатия пространственных данных, заданных на тетраэдральных сетках.

Данный алгоритм в целом аналогичен предыдущему, разработанному для сжатия поверхностей. Основные изменения в нем следующие: 1) перед сжатием выполняется нормализация значений сеточной функции (перемасштабирование) и выбор ее в качестве четвертой координаты точек; 2) используется представление точек данных одновременно в 3-мерном и в 4-мерном евклидовых пространствах; 3) для контроля аппроксимации используется более сильное условие, чем проверка расстояния до гиперплоскостей получаемых тетраэдров.

В процессе сжатия, так же как и в алгоритме для сжатия триангуляций, выполняются проверки на допустимость удаления каждого ребра. В частности контролируются отклонения 4-мерных нормалей к гиперплоскостям, проходящим через вершины преобразуемых тетраэдров, и проверяется, что тетраэдры не инвертируются в 3-мерном пространстве.

Ошибка для удаленных точек вычислялась по ближайшим к ним тетраэдрам в 3-мерном пространстве. При этом за ошибку  $E(q)$  для точки  $q$ , находящейся ближе всего к тетраэдру  $T$  (в частности лежащей внутри него), бралось расстояние  $D(q, T)$  от  $q$  до ближайшей к ней точки гиперплоскости, проходящей через вершины  $T$ , с тем же значением физического параметра, то

есть: 
$$E(q) = D(q, T) = \left| \left( \left( \sum_{i=1}^4 k_i q_i \right) + k_0 \right) \right| / \left( \sum_{i=1}^3 k_i^2 \right)^{1/2}, \quad \text{где} \quad \left( \sum_{i=1}^4 k_i x_i \right) + k_0 = 0$$
 –

уравнение данной гиперплоскости.

Если на пространственной сетке задан не один, а несколько физических параметров, то при сжатии необходимо проверять критерии допустимости локальных преобразований сетки и сохранения требуемой точности для каждого параметра в отдельности.

**В четвертой главе** содержатся основные результаты, полученные при моделировании обтекания усеченной сферы, и результаты исследования качества и производительности разработанных алгоритмов сжатия. Исследование работы алгоритмов проверялось как на реальных результатах проведенного численного эксперимента, так и на ряде тестовых данных.

*Моделирование обтекания усеченной сферы.* Расчетная область для моделирования рассматриваемой задачи показана на рисунке 3. Внешняя граница расчетной области представляет собой параллелепипед, стороны которого параллельны координатным осям.

Модельные расчеты проводились с использованием нерегулярной тетраэдральной сетки, содержащей 117075 узлов и 690176 тетраэдров. Сетка имеет переменную плотность узлов по пространству и сгущается вблизи сферы

и в следе за ее кормовой частью вдоль оси  $Ox$ . На рисунке 4 показано сечение расчетной сетки плоскостью  $y = const$ .

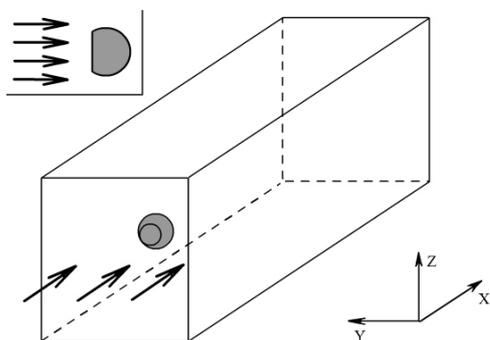


Рис. 3. Обтекание усеченной сферы газовым потоком.

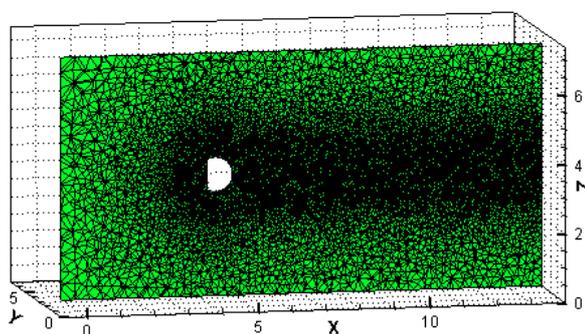


Рис. 4. Сечение расчетной сетки.

Моделирование обтекания производилось при  $Re = 10^5$ ,  $M = 0,8$ . В результате была получена нестационарная картина обтекания с вихревым следом за сферой.

*Результаты работы алгоритмов сжатия поверхностей.* Рассмотрим результаты сжатия на отдельных примерах.

На рисунке 5 показаны результаты однопроцессорного сжатия поверхности относительно небольшого размера, что позволило выполнить визуализацию не только результирующей, но и исходных данных. Визуализация выполнена в системе Tecplot.

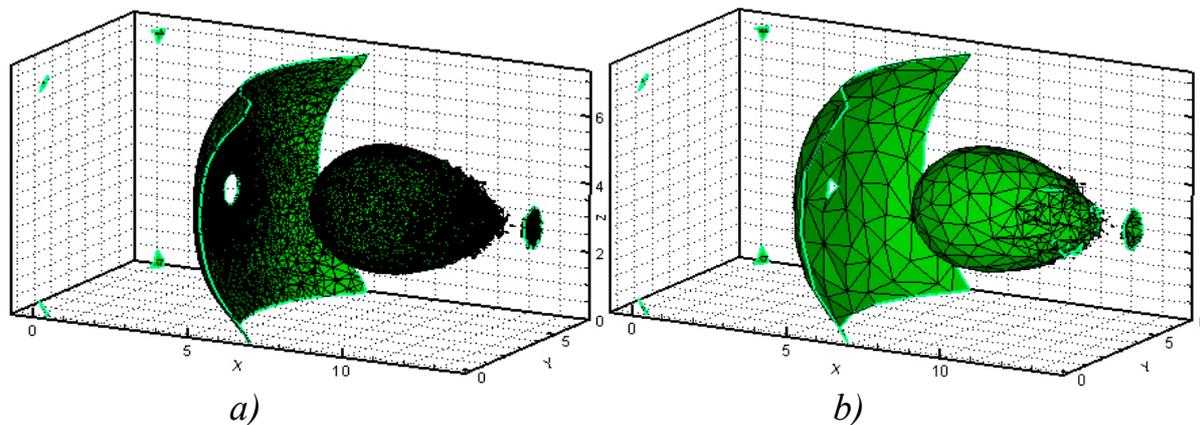


Рис. 5. Сжатие изоповерхности с точностью 0,5%.

На рисунке 5-а представлена исходная поверхность – изоповерхность давления, извлеченная из результатов расчета и состоящая из 28 тысяч точек. На рисунке 5-б показана полученная поверхность, которая состоит менее чем из тысячи точек. Сжатие данной и схожих по объему поверхностей выполняется за несколько секунд даже на однопроцессорной системе с относительно невысокой тактовой частотой процессора.

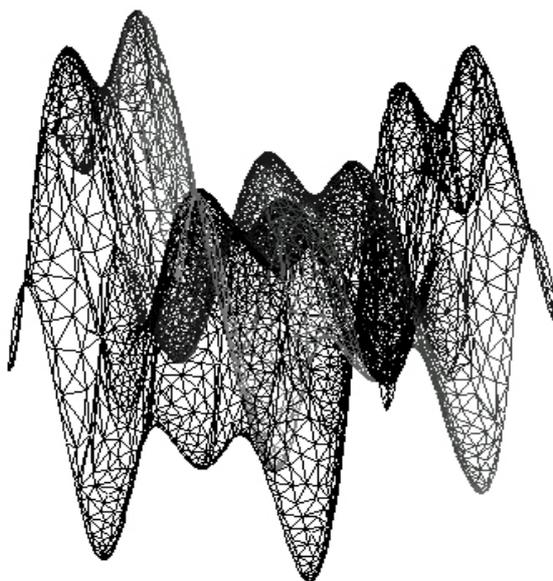
Можно заметить, что мелкие изолированные фрагменты поверхности при сжатии сохраняются. Сохраняется и отверстие (контур, не заполненный треугольниками). В алгоритме реализована блокировка исчезновения отверстий, даже если их уничтожение не нарушает заданную точность. При сжатии отверстие может сократиться минимум до одного треугольника.

Рассмотрим теперь (таблица 1) результаты параллельного сжатия тестовых поверхностей, состоящих из большого числа треугольников.

| Кол-во исходных треуг-в | Количество процессоров | Кол-во точек | Кол-во треуг-в | Кэфф-т сжатия | Время сжатия, с |
|-------------------------|------------------------|--------------|----------------|---------------|-----------------|
| 20 000 000              | 4                      | 839          | 1 579          | 12 700        | 28              |
| 20 000 000              | 9                      | 1 013        | 1 915          | 10 500        | 14              |
| 20 000 000              | 16                     | 1 173        | 2 227          | 9 000         | 9               |
| 20 000 000              | 36                     | 1 793        | 3 434          | 5 830         | 6               |
| 200 000 000             | 36                     | 4 589        | 8 656          | 23 100        | 58              |

*Табл. 1. Результаты параллельного сжатия поверхностей.*

Сжатие выполнялось с точностью 0,5%. Коэффициент сжатия определялся по исходному и полученному количеству треугольников. Приведено время сжатия без учета процессов чтения/записи файлов с данными. Относительно высокие коэффициенты сжатия, полученные в данном примере, обусловлены чрезвычайно высокой плотностью точек исходных данных и относительно простой геометрической формой обрабатываемой поверхности. На рисунке 6 показан результат сжатия, соответствующий последней строке таблицы.



*Рис. 6. Результат параллельного сжатия тестовой поверхности.*

*Результаты сжатия трехмерных данных.* Тестирование алгоритма сжатия трехмерных скалярных данных показало, что по сравнению со сжатием поверхностей метод имеет невысокие коэффициенты сжатия и выполняется за значительно большее время.

Другой недостаток данного алгоритма состоит в том, что при сжатии не контролируется пространственное расположение границ изоповерхностей, которые можно бы было извлечь из обрабатываемых данных (в частности сохранение отверстий), а также связность/несвязность их участков. Единственное ограничение, частично препятствующее нарушению данных особенностей, – это контроль сохранения требуемой точности.

В случаях, когда описанные недостатки не являются существенными, разработанные алгоритмы сжатия скалярных полей могут успешно применяться. С их помощью можно сжимать тетраэдральные сетки высокой плотности в десятки раз, сохраняя при этом общую картину распределения скалярных полей, определенных на данных сетках.

В **заключении** диссертационной работы сформулированы основные выводы и приведены выносимые на защиту результаты.

## **ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ**

1. Разработаны алгоритмы сжатия данных, описываемых произвольной триангуляцией точек в трехмерном пространстве, получаемых при моделировании задач трехмерной гидродинамики. Алгоритмы позволяют сжимать данные до заданного объема и обеспечивают возможность визуализации данных большого объема.

2. Разработан алгоритм сжатия с требуемой точностью трехмерных скалярных данных, заданных на тетраэдральных сетках, используемых для описания трехмерных течений. Алгоритм обеспечивает компактное хранение результатов вычислительных экспериментов.

3. Разработаны параллельные версии алгоритмов сжатия триангулированных поверхностей и скалярных функций, определенных на тетраэдральных сетках. Параллельный алгоритм сжатия триангулированных поверхностей интегрирован в состав интерактивной системы распределенной визуализации.

4. На примере обработки результатов моделирования газодинамического обтекания трехмерных тел показана эффективность предложенных алгоритмов сжатия.

## ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Krinov P.S., Iakobovski M.V., Muravyov S.V. Large Data Volume Visualization on Distributed Multiprocessor Systems. In: Parallel Computational Fluid Dynamics: Advanced numerical methods software and applications. Proc. of the Parallel CFD 2003 Conference. Moscow, Russia (May 13-15, 2003). (Ed. By V.Chetverushkin et al.), Elsevier, Amsterdam. - 2004. p.433-438.
2. Кринов П.С., Якобовский М.В., Муравьев С.В. Визуализация данных большого объёма в распределённых многопроцессорных системах. В кн.: Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах. Материалы 3-го Международного научно-практического семинара. 13-15 ноября 2003. Изд.-во Нижегородск. госуниверситета. Нижний Новгород. - 2003, с.81-88.
3. Кринов П.С., Якобовский М.В., Муравьев С.В. Сжатие и визуализация триангулированных поверхностей // VI-я научная конференция МГТУ "Станкин" и "Учебно-научного центра математического моделирования МГТУ "Станкин" – ИММ РАН". 28-29 апреля, Москва. Программа, сборник докладов. - М.: Янус-К, ИЦ МГТУ "Станкин", 2003, с. 32-42.
4. Iakobovski M.V., Krinov P.S., Muravyov S.V. Large data volume visualization on distributed multiprocessor systems. // Book of Abstracts. Parallel Computational Fluid Dynamics. «Янус-К». 2003. p.301-304.
5. Marina A. Kornilina, Mikhail V. Iakobovski, Peter S. Krinov, Sergey V. Muravyov, Ivan A. Nesterov, Sergey A. Sukov. Parallel visualization of CFD data on distributed systems. Int. Conf. on Parallel CFD'2005. (May 24-27, 2005), Univ. of Maryland, College Park, Maryland, USA. Book of abstracts. 2005, 5 pp.
6. Муравьев С.В. Сжатие научных данных большого объема для обеспечения возможности их визуализации. Материалы 5 международного научно-практического семинара Нижний Новгород, 2005. УДК 681.3.012:51 ББК 32.973.26-018.2:22 стр. 182.