3. Яблонский С. В. Некоторые вопросы надежности и контроля управляющих систем // Матем. вопросы кибернетики. — 198. — Т. 1. — С. 5–25.

4. Редькин Н. П. Надежность и диагностика схем. —М.: Изд-во МГУ, 1992.

5. Бородина Ю. В., Бородин П. А. Синтез легкотестируемых схем в базисе Жегалкина при константных неисправностях типа «0» на выходах элементов // Дискретная математика. — 2010. — Т. 22, вып. 3. — С. 127–133.

DOI: 10.20948/dms-2022-9

ВЕРХНЯЯ ОЦЕНКА ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬНОЙ МОЩНОСТИ ПЛОСКИХ СХЕМ, РЕАЛИЗУЮЩИХ ОДИН КЛАСС АВТОМАТОВ

А. С. Воротников (Москва)

Впервые понятие схемы из клеточных элементов, далее так же называемой плоской схемой, было введено в работе Кравцова С. С. [1]. В работах [2, 3] Г. В. Калачев показал, что порядок потенциала и переключательной мощности плоской схемы, реализующей булеву функцию от n переменных, составляет $2^{n/2}$.

В данной работе мы будем опираться на определение, введённое автором в работе [4]. Поскольку ниже мы рассмотрим плоские автоматные схемы со входами, нам придётся рассматривать иные меры мощности.

Состоянием схемы K на такте t при подаче на вход строки $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_l)$ длины l назовём вектор $s_K(\alpha, t) := (g_1(t), ..., g_h(t))$. Величину $c_K(t) := |s_K(\alpha, t) \oplus s_K(\alpha, t+1)|$ назовём *затратой энергии на переключение схемы* с такта t на $t+1$.

Переключательной мощностью схемы K на последовательности α, назовём $W(K,\alpha)=\dfrac{1}{l}\sum\limits_{t=0}^{l-1}c_K(t,\alpha)$. *Переключательной мощностью* схемы K на последовательностях длины s, назовём $W(K,s)=\dfrac{1}{2^s}\sum\limits_{\alpha\in E^s}W(K,\alpha)$.

Переключательной мощностью автомата A назовём величину $W(A,s)=\min\limits_{A_K=A}W(K,s)$.

Функцией Шеннона для переключательной мощности автоматов из класса $\mathcal{A}$ на последовательностях длины s назовём $W(s)=\max\limits_{A\in\mathcal{A}}W(A,s)$.

Лемма. *Для множества пар* $L=\{(a,b)|a,b\in E^{\frac{n}{3}}\}$ *такого, что* $|L|<\frac{2^n}{n^{2/3}}$ *существует* $f\colon f(a)=b$ *такая, что* $U(f)\asymp 2^{n/2}$

Здесь $U(f)$ — переключательная мощность булева оператора f. Для доказательства леммы достаточно убрать все задержки из схемы H, построенной в работе [4], а так же вывести провода, идущие от блока E в качестве выходов, а провода, идущие из счётчиков C_2,C_3 и C_4, использовать в качестве входов.

Рассмотрим множество бинарных ориентированных корневых деревьев на n вершинах $D(n)$ таких, что деревья «сбалансированы» в том смысле, что для любой вершины, имеющей два поддерева, число вершин в этих поддеревьях одинаковое.

Определим множество Γ по индукции:

1. Граф g, состоит из одной вершины v, и не имеет рёбер. Тогда $(g,\{v\},0)\in\Gamma$.
2. Если тройка (g,R,p) принадлежит Γ, $V=\{v_1,v_2,\cdots,v_i\}$ — множество висячих вершин или вершин не инцидентных ни одному ребру. Тогда для $p_1^1,p_2^1,\cdots,p_i^1,p_1^2,p_2^2,\cdots,p_i^2\in D(n)\cup R\cup\{\lambda\}$, где R — множество корневых вершин деревьев из которых состоит g, причём из пары p_i^1 и p_i^2 хотя бы один не равен λ. Определим граф g' следующим образом: проведём ребро из листа v_j в корень дерева (или поддерева, если соответствующий $p_i\in R$) p_j^1 и p_j^2 (если один из них равен λ, то соответствующее ребро не проводится). Тогда тройка $(g',R\cup V,p+e(g,g'))$ принадлежит Γ. $e(g,g')=|\{p_i\neq\lambda\}|$.

$\Gamma(2^n)=\{(g,R,p)|(g,R,p)\in\Gamma,g=(V,E),|V|=2^n\}$. Пусть (g,R,p) принадлежит $\Gamma(2^n)$. Пусть $v_1,v_2,\cdots v_e$ — все висячие вершины g, тогда проведём рёбра (v_i, p_i^1), (v_i, p_i^2), где p_i определены аналогично, функция e определена аналогично. Получим граф g'. Пара $(g', p + e(g, g'))$ принадлежит $\Gamma(2^n, s)$ если $p + e(g, g') \leqslant s$.

Наконец, определим $\mathbb{A}(2^n, s)$.

1. Возьмём произвольный $(g, p) \in \Gamma(2^n, s)$ такой, что из любой вершины выходит минимум одно ребро.
2. Нагрузим рёбра графа g. Если из вершины выходит только одно ребро, то нагрузим его символом $(0, 1)$, если два ребра, то одно — символом 0, другое — 1.
3. Выберем произвольную вершину и отметим её как начальную.
4. Нагрузим каждую вершину одним из символов $\{0, 1, x, \bar{x}\}$.

Таким образом получили множество диаграмм Мура, составляющих класс $\mathbb{A}(2^n, s)$.

Теорема. *Для класса* $\mathbb{A}\left(2^n, \frac{2^n}{n^{2/3}}\right)$ *выполнено* $W\left(\mathbb{A}\left(2^n, \frac{2^n}{n^{2/3}}\right), s\right) \preccurlyeq \frac{2^{n/2}}{\log_2 n}$, *при* $s \to \infty$.

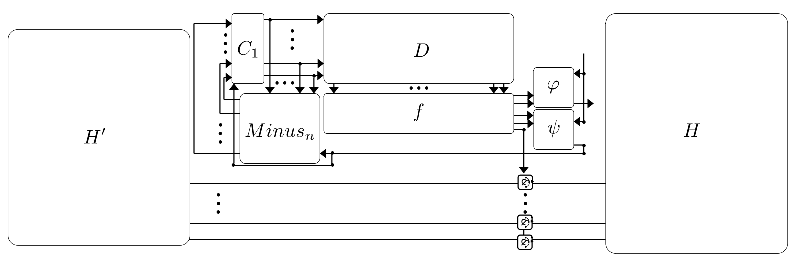

Рис. 1: Схематичное изображение плоской схемы, реализующей автомат из класса $\mathbb{A}\left(2^n, \frac{2^n}{n^{2/3}}\right)$

Список литературы

1. Кравцов С. С. О реализации функций алгебры логики в одном классе схем из функциональных и коммутационных элементов // Проблемы кибернетики. — 1967. — Т. 19 — С. 99–102.

2. Калачев Г. В. Порядок мощности плоских схем, реализующих булевы функции // Дискретная математика. — 2014. — Т. 26, вып. 1. — С. 49–74

3. Калачев Г. В. Нижние оценки мощности плоских схем, реализующих частичные булевы операторы // Интеллектуальные системы. Теория и приложения. — 2014. — Т. 18, вып. 2. — С. 279–322

4. Воротников А. С. Верхние оценки переключательной мощности плоских схем, реализующих автономные автоматные функции // Интеллектуальные системы. Теория и приложения. — 2021. — Т. 25, вып. 4. — С. 96–99

DOI: 10.20948/dms-2022-10

МЕТОДЫ СИНТЕЗА И ОЦЕНКИ СЛОЖНОСТИ ПРОГРАММ С НЕКОТОРЫМИ СТРУКТУРНЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

В. В. Жуков (Москва)

В работе рассматривается задача синтеза, которая является одной из основных задач математической кибернетики и в общем виде состоит в поиске оптимальных или близких к ним методов построения дискретных управляющих систем для произвольной булевой функции или системы таких функций. Для оценки оптимальности вводится т. н. функция Шеннона, которая для заданного n равна сложности самой сложной функции, зависящей от n переменных.

В работах [1, 2] были исследованы вопросы сложности реализации булевых функций и функций k-значной логики соответственно в некоторых классах программ, состоящих из вычислительных команд, команд условного перехода и команд останова. В указанных работах были установлены асимптотически точные оценки функции Шеннона для рассматриваемых классов программ.

В работах [3, 4] модель программ, введенная в [1, 2], была существенно расширена добавлением в нее команд вызова подпрограмм (процедур). Кроме того, в указанных работах рассматривались т. н. рекурсивные схемы из функциональных элементов, которые являются подклассом программ в том случае, когда в них не используются команды условного перехода. Следует отметить, что в работах [3, 4] возможность вызова подпрограмм была исследована только на примере рекурсивных схем без ограничения на глубину вложенности вызовов, при этом также отсутствовала возможность рекурсивного вызова процедур.