

но решить классически и время работы $\Theta(nk)$. Можно, к примеру использовать поразрядную сортировку. В то же время можно построить квантовый алгоритм со временем работы $O(n\sqrt{k} \log n)$. Для этого достаточно использовать наше дерево, хранить в качестве ключей индексы строк, а в качестве сравнения использовать квантовую процедуру сравнения строк [3] для строк с соответствующими индексами. Время выполнения квантовой процедуры сравнения строк [3] равно $O(\sqrt{k})$, а вероятность ошибки 0.1. В результате мы сначала добавим все строки в дерево, а потом будем получать минимальную и удалять ее из дерева. Время работы полученной сортировки будет $O(n\sqrt{k} \log n)$, а вероятность ошибки $O(1/n)$.

Работа выполнена за счёт средств субсидии, выделенной Казанскому федеральному университету для выполнения государственного задания в сфере научной деятельности, проект 0671–2020–0065.

Список литературы

1. Feige U. et al. Computing with noisy information // SIAM Journal on Computing. — 1994. — Vol. 23, No. 5. — P. 1001–1018.
2. Ablayev F., Ablayev M., Huang J.Z., Khadiev K., Salikhova N., Wu D. On quantum methods for machine learning problems part I: Quantum tools // Big Data Mining and Analytics. — 2019. — Vol. 19, No. 1. — P. 41–55.
3. Khadiev K., Ilikaev A., Vihrovs J. Quantum Algorithms for Some Strings Problems Based on Quantum String Comparator // Mathematics. — 2022. — Vol. 10, No. 3. — P. 377.

DOI: 10.20948/dms-2022-22

ОПТИМИЗАЦИЯ СХЕМЫ ДЛЯ КВАНТОВОГО АВТОМАТА

А. И. Хадиева (Казань)

В работе рассматривается реализация конечного квантового автомата, распознающего унарный язык MOD_p средствами библиотеки qiskit и языка программирования python. Также представлена

оптимизация квантовой схемы для реализации алгоритма распределенного контролируемого поворота, используемого в реализации вышеупомянутого квантового автомата.

Qiskit — это комплект разработки программного обеспечения (SDK) с открытым исходным кодом для работы с квантовыми компьютерами. Он предоставляет инструменты для создания квантовых программ и управления ими, а также запуска их на прототипах квантовых устройств в IBM Quantum Experience или на симуляторах на локальном компьютере. Возможности qiskit позволяют реализовывать квантовые алгоритмы путем построения схем из базовых вентилей (или гейтов), таких как NOT-гейт, CNOT-гейт, Паули-гейты, гейты для поворота кубита относительно разных осей.

Рассмотрим унарный язык $MOD_p = \{a^j \mid j \text{ делится на } p\}$, где p — простое число. Алгоритм квантового автомата для языка MOD_p основан на алгоритме отпечатка пальца (fingerprinting) и был описан в ряде работ [1–3]. Распознавание входного слова происходит всегда верно для слов из языка MOD_p , слова, не принадлежащие языку автомат распознает с некоторой вероятностью ошибки, не более заданной ε .

Реализация автомата средствами библиотеки qiskit требует выполнения контролируемых поворотов целевого кубита на разные заданные углы. При этом с ростом значения параметра p увеличивается число контролируемых кубит. Для любых современных квантовых машин контролируемые операции физически трудны в реализации и крайне нестабильны по сравнению с операциями над одиночным кубитом из-за необходимости осуществить взаимосвязь между контролирующими и целевыми кубитами. Более того, использование большого количества таких операций приводит к зашумленности вычислений и плохому результату. Такие алгоритмы, как алгоритм автомата для языка MOD_p и многие другие, используют так называемые распределенные контролируемые повороты целевого кубита. То есть заранее проводится преобразование, которое переводит регистр контролирующих кубит в суперпозицию равномерно распределенных состояний. Далее для каждого состояния i контролирующих кубит производится поворот целевого кубита на определенный угол, соответствующий состоянию i . Для выполнения много-кубитной контролируемой операции поворота qiskit использует разложение схемы на схему, состоящую из базовых гейтов. В результате такого разложения в схеме появляется большое число CNOT-гейтов, что, как уже было сказано, усложняет работу машины и влияет на качество результата.

В нашей работе мы представляем оптимизированную декомпози-

цию схемы для операции распределенных контролируемых поворотов таким образом, чтобы количество участвующих в схеме CNOT-гейтов было минимальным.

Квантовая схема автомата для языка MOD_p . Представим вентиляционную схему реализации квантового автомата, распознающего язык MOD_p .

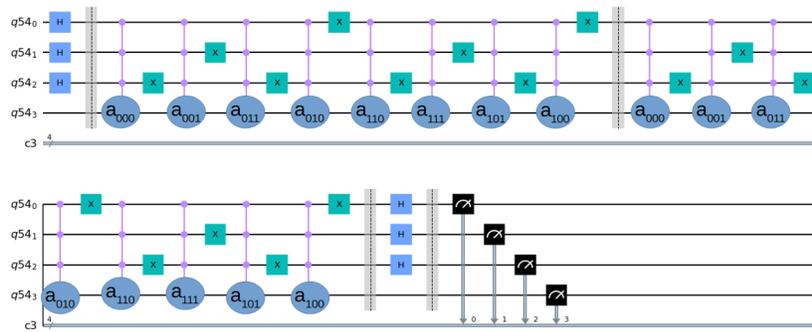


Рис. 1: Наивная схема для автомата на входном слове длины 2 символа, где $a_{i_1 i_2 i_3}$ – угол поворота целевого кубита, соответствующий состоянию $i_1 i_2 i_3$ регистра из первых трех кубит.

Схема для операции контролируемого поворота раскладывается на следующую последовательность гейтов (см. рис. 2), где каждый много-кубитный контролируемый NOT-гейт раскладывается на схему, содержащую порядка n^2 CNOT-гейтов (NOT-гейт с одним контроллером). Таким образом, оценить количество CNOT-гейтов в схеме можно как $c2^{n+1}n^2$, где $1 < c < 10$.

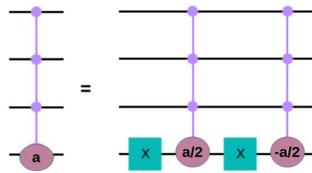


Рис. 2: Разложение много-кубитной контролируемой операции поворота на угол a

Чтобы уменьшить число используемых CNOT-гейтов, введем вспомогательный кубит и преобразуем схему. В результате введения дополнительного кубита количество CNOT-гейтов сократилось до $2^{n-k+1}(n-k)^2 + 2^{n+1}(k+1)^2$, где k — число кубит, участвующих в операциях поворота.

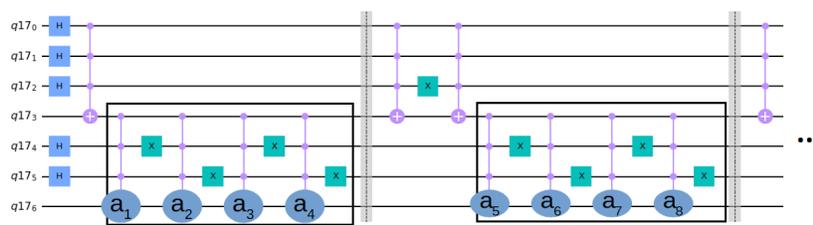


Рис. 3: Оптимизированная схема для автомата с применением дополнительного кубита с 5 контролирующими кубитами. На рисунке представлены 8 первых поворотов целевого кубита. По аналогии совершаются все $2^5 = 32$ поворота. Здесь $n = 5, k = 2$

Данный алгоритм экспоненциально улучшает оценку для числа CNOT-гейтов.

Работа выполнена за счёт средств субсидии, выделенной Казанскому федеральному университету для выполнения государственного задания в сфере научной деятельности, проект 0671–2020–0065.

Список литературы

1. Ambainis A., Nahimovs N. Improved constructions of quantum automata // Theoretical Computer Science. — 2009. — Vol. 410, No. 20. — P. 1916–1922.
2. Ablayev F., Ablayev M., Huang J. Z., Khadiev K., Salikhova N., Wu D. On quantum methods for machine learning problems part I: Quantum tools // Big Data Mining and Analytics. — 2019. — Vol. 3, No. 1. — P. 41–55.
3. Say A. C., Yakaryilmaz A. Quantum finite automata: A modern introduction // Computing with New Resources.— Springer, Cham, 2014. — P. 208–222.

DOI: 10.20948/dms-2022-23