

Работа выполнена за счёт средств субсидии, выделенной Казанскому федеральному университету для выполнения государственного задания в сфере научной деятельности, проект 0671-2020-0065.

Список литературы

1. Ablayev F., Ablayev M., Huang J. Z., Khadiev K., Salikhova N., Wu D. On quantum methods for machine learning problems part I: Quantum tools // Big Data Mining and Analytics. — 2019. — Vol. 3, No 1. — P. 41–55.
2. Bennett C. H. et al. Strengths and weaknesses of quantum computing // SIAM journal on Computing. — 1997. — Vol. 26, No. 5. — P. 1510–1523.
3. Kothari R. An optimal quantum algorithm for the oracle identification problem // 31st International Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science. — 2014. — P. 482.
4. Durr, C., Heiligman, M., Hoyer, P., Mhalla, M. Quantum query complexity of some graph problems // SIAM Journal on Computing. — 2006. — Vol. 35, No. 6. — P. 1310–1328.
5. Kapralov, R., Khadiev, K., Mokut, J., Shen, Y., Yagafarov, M. Fast Classical and Quantum Algorithms for Online k -server Problem on Trees // CEUR Workshop Proceedings. — 2020. — 3072. — P. 287–301.
6. Grover L. K. A fast quantum mechanical algorithm for database search // Proceedings of the twenty-eighth annual ACM symposium on Theory of computing. — 1996. — P. 212–219.
7. Brassard, G., Hoyer, P., Mosca, M., Tapp, A.. Quantum amplitude amplification and estimation // Contemporary Mathematics. — 2002. — Vol. 305. — P. 53–74.

DOI: 10.20948/dms-2022-24

КВАНТОВЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ ПОИСКА КВАДРАТА НАИБОЛЬШЕГО РАЗМЕРА НА ДВУХМЕРНОЙ КАРТЕ

К. Р. Хадиев, В. С. Ремидовский (Казань)

В рамках данной работы рассматривается задача поиска самого большого квадрата в 0-1-матрице состоящая из единиц. Пусть для

некоторого целого положительного n дана $n \times n$ -матрица M , такая, что элементы матрицы $M_{i,j} \in \{0, 1\}$. Задача состоит в том, чтобы найти максимальный h такой, что существует $1 \leq x, y \leq n-d+1$ для которых справедливо $M_{i,j} = 1$ где $x \leq i \leq x+d-1$, $y \leq j \leq y+d-1$. Задача имеет множество приложений. Задачу можно рассматривать как поиск наибольшей светлой области на изображении в области анализа изображений и компьютерного зрения. Также задача имеет применение в проектировании интегральных схем, а также много других приложений. Обычно авторы рассматривают задачу в случае, если области из нулей имеют регулярную структуру или их не так много. К примеру, заранее известны позиции K нулевых точек [8, 9] или нулевые области имеют форму отрезков [10]. В таких случаях удастся построить эффективные алгоритмы. В то же время, в общем случае, когда «препятствия» из нулей не имеют никакой регулярной структуры и могут быть произвольными, нельзя построить классический (вероятностный или детерминированный) алгоритм, который работал бы быстрее чем за $\Omega(n^2)$.

В работе строится квантовый алгоритм для решения этой задачи. В качестве времени работы алгоритма в считается число запросов к памяти (о модели запросов см. [1]).

Теорема. *Для задачи поиска квадрата наибольшего размера на двумерной карте существует квантовый алгоритм со временем работы $O(n^{1.5} \log n)$ и вероятностью ошибки не более 0.1. В то же время любой классический алгоритм (вероятностный или детерминированный) имеет нижнюю оценку на время работы $\Omega(n^2)$.*

Нижняя оценка для классического случая строится путем сведения задачи к задаче поиска единицы в неструктурированном наборе булевских данных. Для нее известна линейная нижняя оценка [2]. В данном случае размер пространства поиска выбирается как $\Omega(n^2)$, что позволяет получить искомую нижнюю оценку.

Опишем основную идею квантового алгоритма. Зафиксируем некоторую точку (i, j) и размер квадрата d . Определим, можно ли построить квадрат из единиц размера d , который содержит эту точку. Это можно сделать с помощью алгоритма, базирующегося на модификациях [3–5] алгоритма Гровера [6], и структуры данных очередь минимумов за время работы $O(d\sqrt{d})$. Далее, мы можем построить вероятностный алгоритм, который находит квадрат размера d выбирая точку (i, j) равномерно. Имея такой алгоритм, мы применяем к этому вероятностному алгоритму технику усиления амплитуды [7] и метод бинарного поиска для d . В результате получаем желаемую сложность алгоритма.

Работа выполнена за счёт средств субсидии, выделенной Казанскому федеральному университету для выполнения государственного задания в сфере научной деятельности, проект 0671–2020–0065.

Список литературы

1. Ablayev F., Ablayev M., Huang J.Z., Khadiev K., Salikhova N., Wu D. On quantum methods for machine learning problems part I: Quantum tools // Big Data Mining and Analytics. — 2019. — Vol. 3, No. 1. — P. 41–55.
2. Bennett C. H. et al. Strengths and weaknesses of quantum computing // SIAM journal on Computing. — 1997. — Vol. 26, No. 5. — P. 1510–1523.
3. Kothari R. An optimal quantum algorithm for the oracle identification problem // 31st International Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science. — 2014. — P. 482.
4. Durr, C., Heiligman, M., Hoyer, P., Mhalla, M. Quantum query complexity of some graph problems // SIAM Journal on Computing. — 2006. — Vol. 35, No. 6. — P. 1310–1328.
5. Kapralov, R., Khadiev, K., Mokut, J., Shen, Y., Yagafarov, M. Fast Classical and Quantum Algorithms for Online k -server Problem on Trees // CEUR Workshop Proceedings. — 2020. — 3072. — P. 287–301.
6. Grover L. K. A fast quantum mechanical algorithm for database search // Proceedings of the twenty-eighth annual ACM symposium on Theory of computing. — 1996. — P. 212–219.
7. Brassard, G., Hoyer, P., Mosca, M., Tapp, A.. Quantum amplitude amplification and estimation // Contemporary Mathematics. — 2002. — Vol. 305. — P. 53–74.
8. Chaudhuri J., Nandy S. C., Das S. Largest empty rectangle among a point set // J. of algorithms. — 2003. — Vol. 46, No. 1. — P. 54–78.
9. Rosin P.L., Zunic J. 2D shape measures for computer vision // Handbook of Applied Algorithms: Solving Scientific, Engineering and Practical Problems. — 2008. — P. 347–371.
10. Nandy S. C., Bhattacharya B. B. Maximal empty cuboids among points and blocks // Computers and Mathematics with Applications. — 1998. — Vol. 36, No. 3. — P. 11–20.

DOI: 10.20948/dms-2022-25