ОТ СХЕМ ИЗ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ К КЛЕТОЧНЫМ АВТОМАТАМ С ЛОКАТОРАМИ

Э. Э. Гасанов (Москва)

Здесь мы приведем краткий обзор моделей вычислительных устройств, который подводит к новому классу управляющих систем — клеточным автоматам с локаторами.

В 1950-х годах приобрела популярность модель схем из функциональных элементов (СФЭ). Д. Маллер [1] в 1956 году для такой меры сложности, как количество ее элементов, показал, что сложность реализации СФЭ булевых функций от n переменных по порядку равна $2^n/n$. Позднее О. Б. Лупанов [2] показал, что сложность реализации СФЭ в стандартном базисе для почти всех булевых функций от n переменных асимптотически равна $2^n/n$. М. Н. Вайнцвайг [3] ввел еще одну меру сложности — мощность СФЭ. Согласно определению Вайнцайга мощность СФЭ равна максимальному количеству элементов схемы, выдающих на выходе 1, где максимум берется по всем входным наборам. Вайнцвайг показал, что для стандартного базиса мощность СФЭ для булевых функций от n переменных в худшем случае равна по порядку n. Еще одной важной мерой сложности СФЭ является ее глубина. Если сложность моделирует размер устройства, а мощность — ее энергопотребление, что глубина определяет тактовую частоту устройства. С. Б. Гашков [4] и С. А. Ложкин [5] показали, что функция Шеннона глубины СФЭ для функций от n переменных равна $n - \log_2 \log_2 n$ с точностью до аддитивной константы.

Классический метод Лупанова построения для почти всех функций асимптотически оптимальных СФЭ при создании интегральных схем использовать напрямую, к сожалению, не получается ввиду того, что помимо площади, необходимой для укладки логических элементов схемы, важную роль играет такая характеристика как площадь, необходимая для укладки проводов, соединяющих выходы одних элементов схемы с входами других. Если первая площадь коррелирует с общим количества элементов в схеме, т.е. со сложностью СФЭ, то вторая площадь никак не учитывается в сложности СФЭ.

Как попытку приблизиться к реальным интегральным схемам можно рассматривать модель плоских клеточных схем, предложенную С. С. Кравцовым [6]. Фактически плоская схема является укладкой СФЭ на целочисленную решетку на плоскости таким образом, что соединенными могут быть только элементы, находящиеся в соседних клетках. При этом длинные провода моделируются цепью элементов, реализующих тождественные функции. Кравцов доказал, что площадь плоских схем, реализующих булевы функции от n переменных по порядку равна 2^n. Откуда с учетом результата Лупанова следует, что основную площадь занимают коммутационные элементы, т.е. провода. Г. В. Калачев в статье [7] показал, что произвольную булеву функцию от n переменных можно реализовать плоской клеточной схемой с площадью порядка 2^n, глубиной порядка n и мощностью порядка $2^{n/2}$. При этом указанные параметры оптимальны для почти всех булевых функций.

Обобщением плоских схем на трехмерный случай являются объемные схемы, введенные А. Д. Коршуновым [8]. В статье [9] А. А. Ефимов показал, что любую булеву функцию от n переменных можно реализовать объемной схемой с объемом, равным по порядку 2^n, и мощностью, равной по порядку $2^{n/3}$. Причем указанные параметры оптимальны для почти всех функций. Современные технологии пока не позволяют делать полностью объемные интегральные схемы, но зато позволяют делать многослойные интегральные схемы с фиксированным числом слоев. Моделью таких схем являются многослойные плоские схемы, предложенные Т. Р. Сытдыковым, в которых функциональные элементы лежат на первом слое, а провода на остальных. В статье [10] Сытдыков доказал, что сложность реализации почти всех булевых функций от n переменных k-слойными схемами асимптотически равна $\frac{2^n}{\min(n, 2\log_2 k)}$.

Все рассмотренные выше модели позволяют реализовывать булевы функции, тогда как интегральные схемы реализуют автоматные функции. Чтобы появилась возможность реализовывать автоматные функции, будем рассматривать плоские схемы, в которых в качестве функциональных элементов можно брать также элемент «задержка», который задерживает на один такт свой вход. Казалось, что в этом случае задача реализации автоматной функции совпадает с задачей реализации булевых операторов, но на самом деле это не так, поскольку часть входов этого оператора будут выходами задержек, и, значит, не будут независимыми. Например, если рассмотреть задачу реализации автономных автоматных функций с 2^n состояниями, то стандартный подход, использующий результат для булевых функций, даст площадь плоской схемы, равную по порядку 2^n, а мощность — $2^{n/2}$. Тогда как в статье [11] А. С. Воротников показал, что автономный автомат с 2^n состояниями можно реализовать плоской автоматной схемой с площадью, равной по порядку 2^n, и мощностью, равной по порядку $\frac{2^{n/2}}{n}$, т.е. мощность можно сократить в n раз, не увеличивая площадь.

Еще одной популярной моделью, предназначенной для реализации автоматных функций и операторов, являются клеточные автоматы. Понятие клеточного автомата появилось в результате усовершенствования модели Дж. фон Неймана [12] такими исследователями как А. Бернкс [13], Э. Мур [14], В. Б. Кудрявцев, А. С. Подколзин, А. А. Болотов [15].

Приведем примеры некоторых задач, решаемых с помощью клеточных автоматов.

Пример 1. Задача нахождения выпуклой оболочки. Постановка задачи: изначально на плоскости ячейки, принадлежащие некой связной фигуре, окрашены в черный цвет (находятся в некотором специальном состоянии); нужно окрасить в черный цвет минимальный прямоугольник, включающий заданную фигуру. Задача может быть решена с помощью клеточного автомата с шаблоном соседства «крест» и функцией переходов, в которой клетка окрашивается в черный цвет, если у нее есть по крайней мере 2 черных соседа. Время, за которое будет построен охватывающий прямоугольник равно в худшем случае полупериметру этого прямоугольника.

Пример 2. Одномерная задача поиска ближайшего соседа. Постановка задачи: на прямой одна клетка окрашена в черный цвет, и некоторое количество клеток окрашено в красный цвет; нужно найти ближайшую к черной клетку красного цвета и все клетки между черной и найденной красной клеткой окрасить в оранжевый цвет (провести дорожку до ближайшего соседа); все остальные клетки в финальной конфигурации должны быть окрашены в белый цвет (цвет состояния покоя). В общем случае клеточным автоматом эту задачу решить нельзя, поскольку в обе стороны надо будет послать стирающий сигнал, который сотрет все красные клетки, но этот сигнал будет уходить в бесконечность, поскольку мы не знаем как далеко может находиться красная клетка. Задачу можно решить в ослабленной постановке, если отказаться от требования, чтобы в финальной конфигурации не было других клеток, кроме черной, ближайшей красной и оранжевых клеток, соединяющих черную и ближайшую красную клетки. В ослабленной постановке задачу можно решить за время пропорциональное расстоянию от черной клетки до ближайшей красной.

Пример 3. Задача назначения командира. Постановка задачи: начальная конфигурация — связная фигура из черных клеток; финальная конфигурация должна быть такой, чтобы любая одна черная клетка стала красной, и эту красную клетку называют командиром. В работе [16] М. Ф. Музаффарова показала, что эту задачу можно решить за время, пропорциональное полупериметру охватывающего прямоугольника. Идея решения заключается в том, чтобы построить охватывающий прямоугольник серого цвета (клетки основной фигуры остаются черными). Далее проходимся по верхнему краю охватывающего прямоугольника и выбираем самую левую верхнюю черную клетку в качестве командира. Здесь самое сложное не построить охватывающий прямоугольник, а понять, что охватывающий прямоугольник уже построен.

Преимуществом клеточных автоматов является то, что в нем имеется огромное число вычислителей, которые могут работать параллельно, и то что все связи имеют локальный характер, т.е. провода проводятся только между соседними клетками (клетками из шаблона соседства). Т.е. в клеточных автоматах нет проблемы разводки проводов. Но наличие только локальных проводов и отсутствие длинных проводов приводит к тому, что время распространения сигнала от одной клетки к другой всегда пропорционально расстоянию между клетками. Этим и объясняется, что время решения задач, приведенных в примерах, пропорционально размеру фигур.

На основе модели клеточных автоматов были построены такие технические устройства как ПЛИС (программируемая логическая интегральная схема), или в англоязычной версии FPGA (field-programmable gate array).

Чтобы преодолеть свойство локальности при передаче сигналов, предлагается снабдить элементарные автоматы клеточного автомата (клетки) локаторами. Идея клеточного автомата с локаторами состоит в следующем. Будем считать, что имеется эфир, в который каждая клетка может послать некоторый сигнал из некоторого алфавита вещания. Каждая клетка может иметь несколько локаторов. Локаторы слушают сигналы вещания клеток с заданных направлений и суммируют их с помощью некоторой полугрупповой операции. Состояние каждой клетки в следующий момент зависит от состояний соседей и значений суммарных сигналов, полученных локаторами. Сигнал вещания каждой клетки в следующий момент зависит от состояний соседей и значений суммарных сигналов, полученных локаторами. Таким образом мы получаем понятие клеточного автомата с локаторами. Главным преимуществом такого автомата является то, что любая клетка может послать сигнал любой другой сколь угодно далекой клетке, но проблема заключается в том, что клетка не может послать сигнал вещания какой-то конкретной клетке, она может послать сигнал всем, и каждая клетка получает из эфира только суммарные сигналы всех клеток с определенных направлений, на которые направлены локаторы.

Понятие клеточного автомата впервые было введено в работе Э. Э. Гасанова [17]. В работе Г. В. Калачева [18] были выявлены некоторые неточности, приведенного в [17] определения. Здесь мы приведем наиболее точное определение клеточного автомата с локаторами, взятое из пока неопубликованной работы Д. Э. Ибрагимовой [19].

Под *телесным углом* в $\mathbb{R}^k$ будем понимать часть пространства $\mathbb{R}^k$, которая является объединением всех лучей, выходящих из данной точки (*вершины угла*) и пересекающих некоторую гиперповерхность в $\mathbb{R}^k$. По определению будем считать, что вершина телесного угла не входит в телесный угол. Телесный угол, представляющий собой $\mathbb{R}^k$ без одной выколотой точки, называем *полным*.

Рациональным телесным углом будем называть телесный угол, границы которого являются частями гиперплоскостей, задаваемых линейными уравнениями с целыми коэффициентами.

Клеточным автоматом с локаторами называется восьмерка $\sigma = (\mathbb{Z}^k, Q, V, G, +, L, \varphi, \psi)$, где $\mathbb{Z}^k$ — множество k-мерных векторов с целыми координатами, Q — некоторое конечное множество, называемое *множеством состояний*; в множестве Q выделено одно состояние q_0, называемое *состоянием покоя*; $V = (\alpha_1, \ldots, \alpha_{h-1})$ — упорядоченный набор попарно различных векторов из $\mathbb{Z}^k$; G — коммутативная полугруппа с нейтральным элементом e; $+$ — коммутативная полугрупповая операция заданная на G; $L = (\nu_1, \ldots, \nu_m)$ — упорядоченный набор попарно различных рациональных телесных углов в $\mathbb{R}^k$ с вершиной в начале координат; φ — функция, зависящая от переменных $x_0, x_1, \ldots, x_{h-1}, z_1, \ldots, z_m$; $\varphi : Q^h \times G^m \to Q$, $\varphi(\mathbf{q_0}, \mathbf{e}) = q_0$; $\mathbf{q_0} = (q_0, \ldots, q_0) \in Q^h$, $\mathbf{e} = (e, \ldots, e) \in G^m$; ψ — функция зависящая от переменных $x_0, x_1, \ldots, x_{h-1}, z_1, \ldots, z_m$; $\psi : Q^h \times G^m \to G$; $\psi(\mathbf{q_0}, \mu) = e$, $\mu \in G^m$. Элементы множества $\mathbb{Z}^k$ называются *ячейками* клеточного автомата σ; элементы множества Q называются *состояниями ячейки* клеточного автомата σ; набор V называется *шаблоном соседства* клеточного автомата σ; элементы множества G называются *сигналами вещания*; набор L называется *шаблоном локаторов* клеточного автомата σ; функция φ называется *локальной функцией переходов* автомата σ; функция ψ называется *функцией вещания* автомата σ; переменные $x_0, x_1, \ldots, x_{h-1}$ принимают значения из Q, переменные $z_1, \ldots, z_m$ принимают значения из G. Состояние q_0 интерпретируется как *состояние покоя*, а условие $\varphi(\mathbf{q_0}, \mathbf{e}) = q_0$ — как *условие сохранения состояния покоя*. Ячейки, находящиеся в состоянии отличном от q_0, будем называть *активными*. Условие $\psi(\mathbf{q_0}, \mu) = e$ означает, что ячейка в состоянии покоя и не имеющая активных соседей посылает в эфир нейтральный элемент, что можно интерпретировать как то, что она не посылает сигналы в эфир.

Здесь нам нужно было вводить упорядочение шаблона соседства V и шаблона локаторов L для того, чтобы установить взаимно однозначное соответствие между векторами из V и телесными углами из L и переменными локальной функции переходов φ и функции вещания ψ соответственно $x_0, x_1, \dots, x_{h-1}$ и $z_1, \dots, z_m$. Это соответствие можно сделать более явным, если индексировать переменные функций φ и ψ самими векторами и телесными углами, т.е. считать, что локальная функция переходов φ и функции вещания ψ зависят от переменных $x_{\mathbf{0}}, x_{\alpha_1}, \dots, x_{\alpha_{h-1}}, z_{\nu_1}, \dots, z_{\nu_m}$, здесь индекс первой переменной есть нулевой вектор $\mathbf{0} = (0, \dots, 0) \in \mathbb{Z}^k$. Если договориться так индексировать переменные локальной функции переходов и функции вещания, то их можно записывать в любом порядке, и тогда можно воспринимать шаблон соседства и шаблон локаторов как просто множества, а не упорядоченный набор.

Если $\alpha \in \mathbb{Z}^k$ и ν — телесный угол с вершиной в начале координат, то через $\nu(\alpha)$ обозначим телесный угол, полученный параллельным переносом телесного угла ν на вектор α, т.е. вершиной телесного угла $\nu(\alpha)$ является точка α.

Если $\alpha \in \mathbb{Z}^k$ — ячейка клеточного автомата σ, то множество $V(\alpha) = \{\alpha, \alpha + \alpha_1, \dots, \alpha + \alpha_{h-1}\}$ называется *окрестностью ячейки* α, а множество $L(\alpha) = \{\nu_1(\alpha), \dots, \nu_m(\alpha_m)\}$ называется *локаторами ячейки* α.

Состоянием клеточного автомата с локаторами σ назовем пару (g, f), где g — произвольная функция, определенная на множестве Z^k, принимающая значения из G, называемая *состоянием эфира*, f — произвольная функция, определенная на множестве Z^k, принимающая значения из Q и называемая *распределением состояний клеточного автомата с локаторами* σ. Такую пару функций можно интерпретировать как некую мозаику, получающуюся в k-мерном пространстве приписыванием каждой точке с целочисленными координатами некоторого сигнала из G и некоторого состояния из Q. Множество всевозможных состояний клеточного автомата с локаторами обозначим Σ.

Если $\alpha \in \mathbb{Z}^k$, (g, f) — состояние клеточного автомата с локаторами σ, то значение $g(\alpha)$ назовем *сигналом ячейки* α, определяемым состоянием (g, f), а значение $f(\alpha)$ — *состоянием ячейки* α, определяемым состоянием (g, f).

Для каждого $i \in \{1, \dots, m\}$

$$s_i(\alpha) = \sum_{\beta \in \nu_i(\alpha) \cap \mathbb{Z}^k} g(\beta)$$

назовем *значением локатора* ν_i, определяемым состоянием (g, f). Здесь суммирование сигналов осуществляется с помощью определяющей операции + полугруппы G.

На множестве Σ определим *глобальную функцию переходов* Φ клеточного автомата с локаторами σ, полагая $\Phi(g, f) = (g', f')$, где $(g, f), (g', f') \in \Sigma$ и для любой ячейки $\alpha \in \mathbb{Z}^k$ выполняются тождества

$$f'(\alpha) = \varphi(f(\alpha), f(\alpha + \alpha_1), \ldots, f(\alpha + \alpha_{h-1}), s_1(\alpha), \ldots, s_m(\alpha)),$$

$$g'(\alpha) = \psi(f(\alpha), f(\alpha + \alpha_1), \ldots, f(\alpha + \alpha_{h-1}), s_1(\alpha), \ldots, s_m(\alpha)).$$

Содержательная интерпретация отображения Φ такова, что сигнал каждой ячейки и состояние каждой ячейки "после перехода" определяется по состоянию упорядоченной окрестности ячейки и по значениям локаторов "до перехода" с помощью законов φ и ψ одинаково для всех ячеек.

Поведениями клеточного автомата с локаторами σ назовем такие последовательности $(g_0, f_0), (g_1, f_1), (g_2, f_2), \ldots$ его состояний, для которых выполняется $(g_{i+1}, f_{i+1}) = \Phi(g_i, f_i)$ для всех $i = 0, 1, 2, \ldots$, причем (g_i, f_i) называется *состоянием клеточного автомата с локаторами* σ *в момент* i, а (g_0, f_0) называется *начальным состоянием клеточного автомата с локаторами* σ.

Теперь вернемся к примерам, рассмотренным для клеточных автоматов.

Пример 1. Задача нахождения выпуклой оболочки. Легко построить клеточный автоматом с локаторами задача, который решает эту задачу за один шаг. Берем клеточный автомат с 4 локаторами, направленными на север, юг, восток и запад. Алфавит вещания будет состоять из двух символов 0 и 1. Полугрупповой операцией будет максимум. В первый момент все черные клетки подают в эфир 1. На следующий такт все клетки, которые получили 1 хотя бы с двух локаторов, окрашиваются в черный цвет. Все.

Пример 2. Одномерная задача поиска ближайшего соседа. Решение этой задачи клеточными автоматами получено Д. И. Васильевым. В работе [20] он построил автомат, который решает задачу за логарифмическое от расстояния до ближайшего соседа время. В работе [21] Васильев показал, что решить эту задачу быстрее чем за логарифмическое время нельзя. Самое интересное, что, казалось бы, более сложная задача — двумерная задача поиска ближайшего соседа — решается за константное время. Для этого надо использовать клеточный автомат с 9 локаторами, один из которых полный, а остальные образуют лучи с шагом 45 градусов. Этот результат приведен Васильевым в работе [22].

Пример 3. Задача назначения командира. Эта задача может быть решена клеточными автоматами с локаторами за 3 такта. На первом такте строиться охватывающий прямоугольник. На втором такте черные клетки, находящиеся на верхней линии, посылают сигнал в эфир. И на третьем такте та черная клетка с верхней линии, которая не получила сигнал с западного (левого) локатора, будет самой левой, и она становится командиром.

Приведем еще один пример практически важной задачи — задачи реализации баз данных типа «ключ-значение». Как показал А. А. Пропажин в работе [23], эту задачу удобно решать с помощью клеточных автоматов с локаторами.

База данных «ключ-значение» — это популярная сейчас парадигма хранения данных, также называемая словарем. Такую базу данных можно представлять в виде множества пар строк (k, v), где первая строка k называется ключом и служит идентификатором пары, а вторая строка v называется значением. *Строка* — это последовательность символов некоторого алфавита A, оканчивающаяся специальным символом 0, называемым *символом окончания строки*, причем символ 0 не принадлежит алфавиту A.

База данных «ключ-значение» поддерживает следующие операции:

1) *вставка пары* (k, v) — в базе данных появляется запись с ключом k и значением v; если запись с ключом k уже имелась в базе данных, то значение заменяется на v;

2) *удаление записи с ключом* k — из базы данных удаляется запись (k, v); если записи с ключом k в базе данных нет, то база данных не изменяется;

3) *поиск элемента по ключу* k — в базе данных находится запись (k, v), и значение v возвращается в качестве ответа; если записи с ключом k в базе данных нет, то ответом служит пустое множество.

Вводится еще одна сущность — *пользователь* базы данных. Считается, что пользователь базы данных имеет возможность посылать в эфир сигналы из алфавита вещания и получать из эфира сигналы из алфавита вещания.

В работе [23] утверждается, что существует клеточный автомат с локаторами и пользователем, который реализует базу данных типа «ключ-значение», и для которого время выполнения операций поиска, вставки и удаления не будет превышать суммарную длину ключа и значения.

Теперь коснемся вопроса о возможности реализации клеточного автомата с локаторами в виде технического устройства. Г. В. Калачев в работе [18] показал, как в текущих технологиях можно реализовать клеточный автомат с локаторами, если полугрупповая операция является максимумом, а локаторы ненаправленные, т.е. представляют собой прямые с выколотой точкой или всю плоскость с выколотой точкой. В этом случае функциональные элементы и локальные соединения располагаются на одном или нескольких нижних слоях кристалла. А глобальные соединения в виде сетки из вертикальных и горизонтальных проводов, идущих вдоль всей поверхности кристалла, располагаются в верхних слоях.

Список литературы

1. Muller D. E. Complexity in electronic switching circuits // IRE Transactions on ElectronicComputers EC-5-1, 1956. — P. 15–19.

2. Лупанов О. Б. Об одном подходе к синтезу управляющих систем — принципу локального кодирования // Проблемы кибернетики. — 1965. — Вып. 14. — С. 31–110.

3. Вайнцвайг М. Н. О мощности схем из функциональных элементов // Доклады АН СССР. — 1961. — Т. 159, вып. 2. — С. 320–323.

4. Гашков С. Б. Глубина булевых функций // Проблемы кибернетики. — 1978. — Вып. 34. — С. 265–268.

5. Ложкин С. А. О глубине функций алгебры логики в произвольном полном базисе // Вестник МГУ. Серия 1. Математика и механика. — 1996. — Вып. 2. — С. 80–82.

6. Кравцов С. С. О реализации функций алгебры логики в одном классе схем из функциональных и коммутационных элементов // Проблемы кибернетики. — 1967. — Вып. 19. — С. 285–293.

7. Калачев Г. В. Об одновременной минимизации площади, мощности и глубины плоских схем, реализующих частичные булевы операторы // Интеллектуальные системы. Теория и приложения. — 2016. — Т. 20, вып. 2. — С. 203–266.

8. Коршунов А. Д. Об оценках сложности из объемных функциональных элементов и объемных схем из функциональных элементов // Проблемы кибернетики. — 1967. — Вып. 19. — С. 275–283.

9. Ефимов А. А. Оценки энергопотребления для класса объемных схем с близкими выходами // Интеллектуальные системы. Теория и приложения. — 2022. — Т. 26, вып. 3. — С. 109–150.

10. Сытдыков Т. Р. Сложность синтеза многомерных прямоугольных схем // Интеллектуальные системы. Теория и приложения. — 2019. — Т. 23, вып. 3. — С. 61–80.

11. Воротников А. С. Верхние оценки переключательной мощности плоских схем, реализующих автономные автоматные функции //

Интеллектуальные системы. Теория и приложения. — 2021. — Т. 25, вып. 4. — С. 96–99.

12. Дж. фон Нейман. Теория самовоспроизводящихся автоматов. — М.: Мир, 1971.

13. Burks A. Essays on cellular automata — University of Illinois Press, 1971.

14. Мур Э. Ф. Математические модели самовоспроизведения // В кн.: Математические проблемы в биологии. — 1966.

15. Кудрявцев В.Б., Подколзин А. С., Болотов А. А. Основы теории однородных структур. — М.: Наука, 1990.

16. Музаффарова М. Ф. Решение задачи назначения командира клеточными автоматами // Интеллектуальные системы. Теория и приложения. — 2021. — Т. 25, вып. 4. — С. 181–184.

17. Гасанов Э. Э. Клеточные автоматы с локаторами // Интеллектуальные системы. Теория и приложения. — 2020. — Т. 24, вып. 2. — С. 120–133.

18. Калачев Г. В. Замечания к определению клеточного автомата с локаторами // Интеллектуальные системы. Теория и приложения. — 2020. — Т. 24, вып. 4. — С. 47–56.

19. Ибрагимова Д. Э. Сложение векторов на прямой с помощью клеточного автомата с локаторами // Интеллектуальные системы. Теория и приложения. — В печати.

20. Васильев Д. И. Поиск ближайшего соседа на прямой с помощью клеточного автомата с локаторами // Интеллектуальные системы. Теория и приложения. — 2020. — Т. 24, вып. 3. — С. 99–119.

21. Васильев Д. И. Нижняя оценка сложности задачи поиска ближайшего соседа на прямой с помощью клеточного автомата с локаторами // Вестник МГУ. Серия 1. Математика и механика. — В печати.

22. Васильев Д. И. Поиск ближайшего соседа на плоскости с помощью клеточного автомата с локаторами // Интеллектуальные системы. Теория и приложения. — 2020. — Т. 25, вып. 4. — С. 83–87.

23. Гасанов Э. Э., Пропажин.А.А. Реализация баз данных типа «ключ-значение» клеточными автоматами с локаторами // Интеллектуальные системы. Теория и приложения. — 2020. — Т. 25, вып. 4. — С. 108–112.

DOI: 10.20948/dms-2022-4