

Секция «Дискретная геометрия»

О СТРУКТУРНЫХ ГРАФАХ ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ

М. Д. Ковалёв (Москва)

В рамках теории механизмов существует направление, занимающееся их структурным анализом. Это направление основано на так называемых структурных формулах, выражающих число степеней свободы устройства через числа его звеньев и кинематических пар. Первой структурной формулой была формула Чебышёва³ для плоских шарнирно-рычажных механизмов. Впоследствии появились учитывающие различные типы кинематических пар структурные формулы и для пространственных механизмов. Но, как известно, эти классические структурные формулы не всегда справедливы. Поэтому продолжают появляться работы, пытающиеся их исправить и усовершенствовать путём введения в них новых слагаемых [1–4]. В предлагаемых как в плоском так и в пространственном случаях новых структурных формулах стараются как можно шире учесть разнообразие механизмов. Исходными понятиями в этих изысканиях являются инженерные понятия звена, кинематической пары и кинематической цепи. Понятие графа даже не появляется в явном виде [5]. При попытке применить результаты этих работ хотя бы к плоским шарнирно-рычажным устройствам выясняется, что содержащиеся в них утверждения и формулы не всегда верны даже в этом простейшем случае.

На современном уровне анализ строения механического устройства естественно основывать на сопоставлении устройству графа, и последующем исследовании этого графа. Постепенно такой подход в теории механизмов получает признание [6–9]. Он основан на использовании графа $\mathcal{G}$, вершины которого отвечают звеньям конструкции, а рёбра — кинематическим парам.

Если понимать механизм как устройство, допускающее непрерывное движение из любого его положения в любое другое, а его конфигурационное пространство как множество всех положений этого устройства, то число степеней свободы механизма есть размерность его конфигурационного пространства. При таком подходе исходные

³Её часто называют формулой Чебышёва-Грюблера.

понятия теории механизмов обретают чёткий геометрический смысл. Соответствующая формализация была проведена автором в работе [9], и более подробно в [10, 11]. Анализ её отличия от других предложенных математиками формализаций содержится в [12]. В этих работах используется модель шарнирно-рычажных конструкций, то есть, конструкций, составленных из прямолинейных жёстких стержней, соединённых шарнирами. Такой конструкции естественным образом сопоставляется граф G , вершины которого отвечают шарнирам, а рёбра — рычагам.

Мы уясним, что использование графа G для описания структуры плоских устройств с вращательными парами также более естественно, чем графа $\mathcal{G}$. Будет выявлено, когда описание структуры таких устройств графами $\mathcal{G}$ и G равносильно. Оказывается, для этого достаточно отсутствия в устройстве так называемых совмещённых (сложных или кратных) шарниров. Если в устройстве есть совмещённые шарниры, то граф $\mathcal{G}$, в отличие от графа G , не несёт полной информации о структуре устройства. Положение можно исправить рассмотрев взвешенный граф $\mathcal{G}^*$.

В плоском случае известны комбинаторные условия на граф G , влекущие независимость связей в типичном шарнирно-рычажном устройстве со структурой такого графа. Это позволяет полностью решить вопрос о справедливости структурных формул Чебышева теории механизмов для типичных плоских устройств с вращательными парами. Множество механизмов, не являющихся типичными, представляет собой подмножество меньшей размерности в множестве параметров, определяющих механизмы данной структуры. Заметим, что аналогичный вопрос для пространственных шарнирно-рычажных устройств со сферическими шарнирами пока не решён. Известно лишь его решение для устройств, составленных из жёстких тел, соединённых штангами, закреплёнными в телах сферическими шарнирами [13].

Статья опубликована при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках реализации программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по соглашению №075–15–2022–284.

Список литературы

1. Дворников Л.Т. В доказательство состоятельности опыта структурного синтеза механизмов // Теория механизмов и машин. — 2006. — №1. Т. 4. — С. 44–48.
2. Пейсах Э.Е. К дискуссии по проблеме структурного синтеза плоских шарнирных механизмов // Теория механизмов и машин. — 2006. — №1. Т. 4. — С. 49–54.

3. Дворников Л. Т. О принципиальных некорректностях в исследованиях проф. Пожбелко В.И. по структуре механизмов // Теория механизмов и машин. — 2016. — № 3. Т. 14. — С. 145–166.
4. Пожбелко В. И., Куц Е. Н. Целочисленный структурный синтез многоконтурных рычажных механизмов со сложными шарнирами для разных областей машиностроения // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. — 2021. — № 6 — С. 23–36, doi: 10.18698/0536-1044-2021-6-23-36
5. Пейсах Э. Е. О группах Ассура, фермах Баранова, цепях Грюблера, плоских шарнирных механизмах и об их структурном синтезе // Электронный журнал «Наука и образование», МГТУ. — 2007. — № 4.
6. Пейсах Э. Е., Нестеров В. А. Системы проектирования плоских рычажных механизмов. М.: Машиностроение. 1988.
7. Davies T. H. An extension of Manolescu's classification of planar kinematic chains and mechanisms of mobility $M \geq 1$, using graph theory // J. of Mechanisms. — 1968. — 3. — P. 87–100.
8. Диденко Е. В. Разработка и анализ плоских многоконтурных механизмов на основе теории графов. Кандидатская диссертация. — М., 2019.
9. Ковалёв М. Д. Геометрическая теория шарнирных устройств // Известия РАН Серия математическая. — 1994. — Т. 58, № 1. — С. 45–70.
10. Ковалёв М. Д. Геометрические вопросы кинематики и статики — М.: Ленанд, URSS, 2019.
11. Ковалёв М. Д. Вопросы геометрии шарнирных устройств и схем // Вестник МГТУ, Серия Машиностроение. — 2001. — № 4. — С. 33–51.
12. Ковалёв М. Д. Что такое шарнирный механизм? И что же доказал Кемпе? // Итоги науки и техники, серия Современная математика и ее приложения. — 2020. — Т. 179. — С. 16–28.
13. Tay T-S. Rigidity of multi-graphs I, linking rigid bodies in n-space // J. Comb. Theory. — 1984. — В 36. — P. 95–112.

DOI: 10.20948/dms-2022-74