Теорема 2. *При неисправностях типа* 0 *на выходах элементов в базисе* B *любую функцию* $f \in P_3$ *можно реализовать такой схемой* S*, что* $P(S) \le 15\varepsilon + 228000\varepsilon^2$ *при всех* $\varepsilon \in (0, \varepsilon_2]$*, где* $\varepsilon_2 = 2.6/10^{12}$.

Пусть ε — вероятность появления 2 на выходе любого из базисных элементов. Из результатов [3] и [4] следует теорема 3.

Теорема 3. *При неисправностях типа* 2 *на выходах элементов в базисе* B *любую функцию* $f \in P_3$ *можно реализовать такой схемой* S*, что* $P(S) \le 45\varepsilon + 1.008 \cdot 10^6\varepsilon^2$ *при всех* $\varepsilon \in (0, \varepsilon_3]$*, где* $\varepsilon_3 = 6.6/10^7$.

Список литературы

1. Барсукова О. Ю. Синтез надежных схем, реализующих функции двузначной и трехзначной логик // дис. ... канд. физ.-мат. наук. — Пенза, 2014. — 87 с.

2. Алехина М. А., Барсукова О. Ю. О надежности схем в базисе, состоящем из функции Вебба, в P_k при неисправностях типа 0 и типа $k-1$ на выходах элементов // Прикладная дискретная математика. — 2019. — № 44. — С. 58–66.

3. Барсукова О. Ю., Алехина М. А. Асимптотически оптимальные по ненадежности схемы в базисе, состоящем из функции Вебба, в P_3 при неисправностях типа 2 на выходах элементов // Прикладная дискретная математика. — 2020. — № 47. — С. 22–29.

4. Виноградов Ю. А. К синтезу трехзначных МОП-структур // Математические вопросы кибернетики. — 2003. — Вып. 12. — С. 301–302.

DOI: 10.20948/dms-2022-7

О ДИАГНОСТИЧЕСКИХ ТЕСТАХ ОТНОСИТЕЛЬНО ЛОКАЛЬНЫХ ЗЕРКАЛЬНЫХ ОТРАЖЕНИЙ ВХОДОВ СХЕМ

М. К. Альбек (Нур-Султан),
Д. С. Романов (Москва)

В настоящей работе изучаются тесты относительно специальных источников неисправностей на входах таких дискретных схем без памяти, каждая из которых реализует одну булеву функцию. Пусть $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ — булева функция, а Σ — схема со входами

$(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, которая ее реализует. Будем считать, что входы схемы Σ упорядочены, а порядок следования входов совпадает с порядком следования аргументов функции $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Под одиночным локальным зеркальным отражением входов схемы понимается неисправность, заключающаяся в том, что в пределах некоторого отрезка подряд идущих входов схемы порядок следования входов схемы меняется на противоположный. При кратных локальных зеркальных отражениях входов схемы источником неисправностей P^{lm} выбирается произвольное количество попарно непересекающихся отрезков подряд идущих входов схемы, и в каждом из этих отрезков порядок следования входов схемы меняется на противоположный. Источник одиночных (кратных) локальных зеркальных отражений входов схем будем обозначать через P_1^{lm} (соответственно через P^{lm}).

Напомним, что под проверяющим (диагностическим) тестом для схемы Σ и источника неисправностей U понимают всякое множество наборов, на котором функция, реализуемая схемой Σ, отличима от всякой неравной ей функции, которая может быть реализована схемой, полученной из Σ под действием источника неисправностей U (соответственно на котором отличимы любые две неравные функции, которые могут быть реализованы либо самой схемой Σ, либо схемой, полученной из Σ под действием источника неисправностей U). Длина минимального проверяющего (диагностического) теста для булевой функции $f(x_1, \ldots, x_n)$ — это минимум по всем реализующим f схемам Σ и всем проверяющим (диагностическим) тестам для Σ числа наборов в тесте, обозначаемый через $L^{\mathrm{dt}}(U, f)$ (соответственно через $L^{\mathrm{dn}}(U, f)$). Функцией Шеннона длины проверяющего (диагностического) теста относительно источника неисправностей U называют максимум $L^{\mathrm{dt}}(U, n)$ (соответственно $L^{\mathrm{dn}}(U, n)$) по всем булевым функциям $f(x_1, \ldots, x_n)$ величины $L^{\mathrm{dt}}(U, f)$ (соответственно $L^{\mathrm{dn}}(U, f)$).

Н. И. Глазунов и А. П. Горяшко [1] получили нижнюю оценку $0,25n \log n \cdot (1 + o(1))$ функции Шеннона длины единичного проверяющего теста при транспозициях входов схем. Д. С. Романов доказал, что функции Шеннона длины единичного проверяющего теста при транспозициях входов схем и полного проверяющего теста при перестановках входов схем, как и при действии группы Джевонса на входы схем, ведут себя как $\Theta(n \log n)$, что функция Шеннона длины полного диагностического теста при перестановках входов схем асимптотически равна 2^n [2], а также, что функция Шеннона длины единичного диагностического теста при транспозициях входов схем асимптотически равна $0,5n^2$ [3]. Действие источника примитивных сдвигов переменных влево заключается в одновременном увеличении индексов всех переменных на некоторое натуральное число и в подстановке на места переменных с индексами, большими n, некоторых констант. Г. В. Антюфеев [4] установил, что функции Шеннона длины полных тестов при примитивных сдвигах входов схем имеют следующий вид: в точности 2 в случае проверяющего теста и $\Theta(2^{0,5n})$ в случае диагностического теста. Он же установил [5], что значение функции Шеннона длины диагностического теста при примитивных сдвигах входов схем на k позиций влево отличается от величины $\min(2^k - 0,5; 2^{n-k} + 0,5)$ на $0,5$, а также доказал [6] линейность по числу переменных функции Шеннона длины диагностического теста при примитивных сдвигах входов схем с одним замещающим набором. В. К. Курбацкой [7] получено точное значение $n-1$ функции Шеннона длины диагностического теста относительно циклических сдвигов входов схемы.

В данной работе установлен порядок роста функции Шеннона длины единичного диагностического теста относительно локальных зеркальных отражений входов схем, а также получены нетривиальные оценки функции Шеннона длины полного диагностического теста относительно локальных зеркальных отражений входов схем.

Обозначим через $h_n(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ булеву функцию, обращающуюся в единицу в точности на одном наборе — наборе длины n, в котором первый элемент равен нулю и в котором нули и единицы чередуются.

Теорема 1. *При всех n, $n \geq 2$, имеет место равенство*

$$L^{\mathrm{dn}}(P_1^{\mathrm{lm}}, h_n) = \left\lfloor \frac{n^2}{4} \right\rfloor.$$

Теорема 2. *При всех n, $n \geq 2$, имеют место неравенства*

$$\left\lfloor \frac{n^2}{4} \right\rfloor \leq L^{\mathrm{dn}}(P_1^{\mathrm{lm}}, n) \leq \frac{n(n-1)}{2}.$$

Теорема 3. *При всех n, $n \geq 2$, имеет место равенство*

$$L^{\mathrm{dn}}(P^{\mathrm{lm}}, h_n) = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{n+1} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{n+1} \right) - 1.$$

Теорема 4. *При всех n, $n \geq 2$, имеют место неравенства*

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{n+1} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{n+1} \right) - 1 \leq L^{\mathrm{dn}}(P^{\mathrm{lm}}, n) \leq 2^{n-1} - 1.$$

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки в рамках реализации программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по соглашению № 075–15–2022–284.

Список литературы

1. Глазунов Н. И., Горяшко А. П. Об оценках длин обнаруживающих тестов для классов неконстантных неисправностей входов комбинационных схем // Изв. АН СССР. Сер. «Техническая кибернетика». — 1986. — № 3. — С. 197–200.

2. Романов Д. С. О тестах относительно перестановок переменных в булевых функциях // Прикладная математика и информатика. — Вып. 41. — М.: МАКС Пресс, 2012. — С. 113–121.

3. Романов Д. С. Об оценках функций Шеннона длины единичных тестов относительно транспозиций переменных // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем. и киберн. — 2007. — № 2. — С. 23–29.

4. Романов Д. С., Антюфеев Г. В. О тестах относительно примитивных сдвигов переменных в булевых функциях // Вопросы радиоэлектроники. Сер. ЭВТ. — 2013. — Вып. 2. — С. 64–68.

5. Антюфеев Г. В., Романов Д. С. О тестах при константных и сдвиговых неисправностях на входах схем // Прикладная математика и информатика. — Вып. 64. — М.: МАКС Пресс, 2020. — С. 79–85.

6. Антюфеев Г. В. О диагностическом тесте при сдвигах с фиксированным замещающим набором // Дискретная математика. — 2020. — Т. 32, вып. 4. — С. 3–9.

7. Курбацкая В. К. О тестах относительно некоторых типов неисправностей на входах схем // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 15. Вычисл. матем. и киберн. — 2019. — № 3. — С. 29–35.

DOI: 10.20948/dms-2022-8