



А.Э.Сидорова, Н.Т.Левашова

**Автоволновая модель развития  
мегаполисов**

***Рекомендуемая форма библиографической ссылки***

Сидорова А.Э., Левашова Н.Т. Автоволновая модель развития мегаполисов // Проектирование будущего. Проблемы цифровой реальности: труды 7-й Международной конференции (15-17 февраля 2024 г., Москва). — М.: ИПМ им. М.В.Келдыша, 2024. — С. 314-327. — <https://keldysh.ru/future/2024/7-1.pdf> <https://doi.org/10.20948/future-2024-7-1>

Размещено также [видео выступления](#)

# АВТОВОЛНОВАЯ МОДЕЛЬ РАЗВИТИЯ МЕГАПОЛИСОВ

А.Э. Сидорова, Н.Т. Левашова

*Физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова*

**Аннотация.** Рассматривается модель пространственно-временной самоорганизации мегаполисов как сопряженных активных сред – антропогенной и природной подсистем. Представлено аналитическое и численное исследование стационарных решений системы. Модель позволяет выявлять пороговые значения управляющих (антропогенных и природных) параметров и основные принципы развития автоволновых процессов, формирующих пространственно-временные структуры мегаполисов. Модель подтверждена статистическими и картографическими данными развития Москвы с 1952 по 1968 гг. Рассмотрены прогнозные модели развития Новой Москвы и Шанхая с 2017 по 2030 гг. Численные исследования проводились с помощью авторской программы на языке C++, позволяющей создавать текстовые файлы на основе картографических данных. Код создан в среде OpenCL и реализован с использованием графических процессоров AMD FIREPRO. Графическая интерпретация проведена с использованием программы «Serfer».

**Ключевые слова:** активные среды, самоорганизация, мегаполисы, автоволновая модель

## Autowave model of megacities development

A.E. Sidorova, N.T. Levashova

*Faculty of Physics of Lomonosov Moscow State University*

**Abstract.** The model of spatio-temporal self-organization of megacities as conjugate active environments – anthropogenic and natural subsystems – is considered. An analytical and numerical study of stationary solutions of the system is presented. The model allows us to identify threshold values of control (anthropogenic and natural) parameters and the basic principles of the development of autowave processes that form the spatiotemporal structures of megacities. The model is confirmed by statistical and cartographic data on the development of Moscow from 1952 to 1968. Forecast models for the development of New Moscow and Shanghai from 2017 to 2030 are considered. Numerical studies were carried out using the author's program in C++, which allows you to create text files based on cartographic data. The code was created in the OpenCL environment and implemented using AMD FIREPRO GPUs. Graphic interpretation was carried out using the “Surfer” program.

**Keywords:** active media, self-organization, megacities, autowave model

## **Введение**

Рост численности населения, особенно в промышленных и экономических центрах, играет доминирующую роль в территориальном расширении городов во всем мире. Этот процесс, в первую очередь, связан с формированием структурно-пространственных неоднородностей в распределении плотности населения и, следовательно, антропогенно преобразованных городских геобиоценозов. Согласно [1] к 2050 г. в городах будет проживать 70% населения Земли. В то же время, в соответствии с рекомендациями ООН леса на Земле должны занимать 50%, сельскохозяйственные земли 45% и застройка – 5% территории [2]. Нарушение этого соотношения приводит к формированию необратимых процессов в природных экосистемах.

Для построения моделей городских систем используют, как правило, дифференциальные уравнения, клеточные автоматы, нейронные сети [3–6]. Данные методы позволяют описывать развитие города с точки зрения пространственной и социально-экономической структуры, но не учитывают нелинейный эффект взаимодействия многочисленных антропогенных и природных факторов в границах описываемой системы. Изучение закономерностей развития *урбоэкосистем* (УЭС) позволяет не только создавать новые способы организации городского пространства, обеспечивающие эффективное взаимодействие и сбалансированное развитие всех сфер жизни УЭС, но и прогнозировать эволюцию этих территорий.

## **Теоретические основы моделирования самоорганизации в границах урбоэкосистем**

В настоящее время урбоэкосистемы, в отличие от природных экосистем, характеризуются высокой скоростью роста, активным энерго- и массообменом, а также значительной средней плотностью народонаселения. Перечисленные условия снижают «буферную емкость» природных подсистем и увеличивают нелинейность, а значит, и неустойчивость, системных процессов [7–10]. Необходимой предпосылкой возникновения эффекта самоорганизации в границах природно-антропогенных экосистем является синергетическое соответствие социума, биотических и абиотических факторов, т.е. биологической, геохимической, гидрологической и физической ипостасей экосистемы масштабам антропогенного воздействия. Вместе с тем, УЭС, особенно крупные города и промышленные центры, неспособны обеспечить условия естественной самоорганизации, что формирует необходимость анализа системной устойчивости. К основным антропогенным факторам следует отнести акустические и вибрационные поля, необратимое уплотнение грунтов под действием статических нагрузок, снижение уровня подземных вод, нарушение теплового режима на глубине до 100-300 м, электромагнитные поля промышленных частот и т.д. Эти негативные воздействия приводят к нарушению физико-химических свойств

среды, скорости биодеструкции, кардинальному изменению трофических сетей. Кроме того, в неравновесных системах, к которым принадлежат природно-антропогенные УЭС, увеличивается взаимовлияние составляющих элементов и возрастает множество возможных траекторий развития, обусловленных петлями отрицательных и положительных обратных связей. За счет прямых и обратных связей в общей системе УЭС допустимы два основных варианта развития эффекта: усиление антропогенного воздействия (доминирует положительная обратная связь), способствующее формированию самоподдерживающегося и распространяющегося возбуждения среды; ослабление автоволнового фронта (доминирует отрицательная обратная связь), приводящее к его разрыву или уничтожению. Первый вариант – результат расширения территории УЭС. Именно таким образом происходит формирование мегаполисов.

Термодинамическая неравновесность, нелинейность, бифуркационное развитие – синергетическая база самоорганизации УЭС в модели активной среды [7–10]. В автоволновой модели развития мегаполисы рассматриваются как сопряженные в пространстве и времени активные среды (природная и антропогенная подсистемы) в общей сложной системе города – урбозкосистеме. Управляющими параметрами процесса автоволновой самоорганизации являются природные и антропогенные факторы, формирующие длину и форму автоволн. При этом скорости антропогенных процессов, по меньшей мере, на порядок больше скоростей природных процессов, поэтому антропогенные процессы в данной модели мы полагаем активаторами, а природные – ингибиторами общесистемных процессов. В результате увеличения численности и плотности населения растет плотность застройки, увеличивается количество транспорта, промышленных предприятий, торговых и других сопутствующих росту населения структур, протяженность коммуникаций, расширяются границы УЭС, и растущие города имеют тенденцию к слиянию в общие системы. Результатом этого процесса является изменение площадей геобиоценозов, количественного и качественного состава трофических сетей. Данные свойства позволяют качественно оценить пороговые и подпороговые условия распространения автоволнового процесса в зависимости от интенсивности источников воздействия, расположения возбудимых, слабовозбудимых и невозбудимых зон.

Для описания динамики развития УЭС, на базе системы Фитц–Хью–Нагумо [11] предложена система уравнений [7–10]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} - \varepsilon^2 D_u \Delta u &= -(u(u - \alpha(x, y)))(u - 1) - uv \\ \frac{\partial v}{\partial t} - \varepsilon D_v \Delta v &= -\gamma v - \beta u \end{aligned} \quad , \quad (1)$$

где  $u$  – функция интенсивности антропогенных процессов (активатор),  $v$  – функция интенсивности природных процессов (ингибитор),  $\alpha$  – параметр активации системы ( $0 < \alpha \leq 1$ ),  $\gamma$  – кинетический параметр затухания потенциала ингибитора,  $\gamma > 0$ ,  $\beta(x)$  – кинетический параметр взаимодействия активатора и ингибитора,  $\beta(x) > 0, x \in [0; L]$ ,  $D_u, D_v$  – коэффициенты диффузии активатора и ингибитора,  $0.1 < \varepsilon D_u < 1, 0.01 < \varepsilon D_v < 0.1$ ,  $\varepsilon$  – параметр, характеризующий скорость распространения активатора ( $0 < \varepsilon < 1$ ), отражает значительное различие скоростей изменения функций активатора и ингибитора. Решения уравнения относительно  $u$  и  $v$  неотрицательны. Система решается численно в пространственной области  $D$  с границей  $\partial D$ . На границе задаются краевые условия Неймана. Такой выбор краевых условий означает, что граница области не является препятствием для распространения автоволн активатора и ингибитора. Эта граница является условной и не оказывает влияния на происходящее внутри расчётной области. Распределение в начальный момент времени считается известным. Реализация численного счета производится при помощи метода прямых и факторизации по пространственным переменным с использованием схемы Розенброка. Распределенные компьютерные вычисления проведены с помощью графических процессоров компилятора OpenCL.

Возбудимая/невозбудимая среда описывается вырожденной системой уравнений при  $0 < \alpha < 1$ :

$$u(u - \alpha(x, y))(u - 1) - uv = 0, \gamma v + \beta u = 0. \quad (2)$$

Достаточным условием для формирования автоволнового фронта активатора является соотношение параметров, соответствующее области возбудимой среды (рис. 1). Эти соотношения отвечают условиям, при которых у вырожденной системы (2) существует три вещественных решения  $(u_i, v_i), i = 1, 2, 3$ . Возбудимая среда отвечает области бистабильности и лежит ниже красной кривой на рис. 1.

Эта кривая задается уравнением  $\alpha = \left(1 + \frac{\beta}{\gamma}\right) - \sqrt{\frac{\beta^2}{\gamma^2} + 4\frac{\beta}{\gamma}}$ . Если значения параметров удовлетворяют неравенству  $\alpha \geq \left(1 + \frac{\beta}{\gamma}\right) - 2\sqrt{\frac{\beta}{\gamma}}$  (область над синей кривой на рис. 1), то среда является невозбудимой. Любое начальное возмущение в такой среде затухает (рис. 2а). Если соотношение параметров  $\alpha$ ,  $\gamma$  и  $\beta$  отвечают возбудимой среде, то решения системы (1) имеют вид распространяющихся автоволновых фронтов – функций, которые претерпевают резкие изменения в переходных областях между участками застройки и естественными биоценозами (рис. 2б). В модели ландшафтные барьеры, препятствующие распространению фронта активатора, рассматриваются как разрыв функций в правых частях уравнения. При наличии последовательных барьеров прохождение или задержание расши-

рящегося импульса  $u$  зависит от ширины барьера и расстояния между ними. В переходной области происходит резкое изменение функций интенсивностей активатора и ингибитора [9].

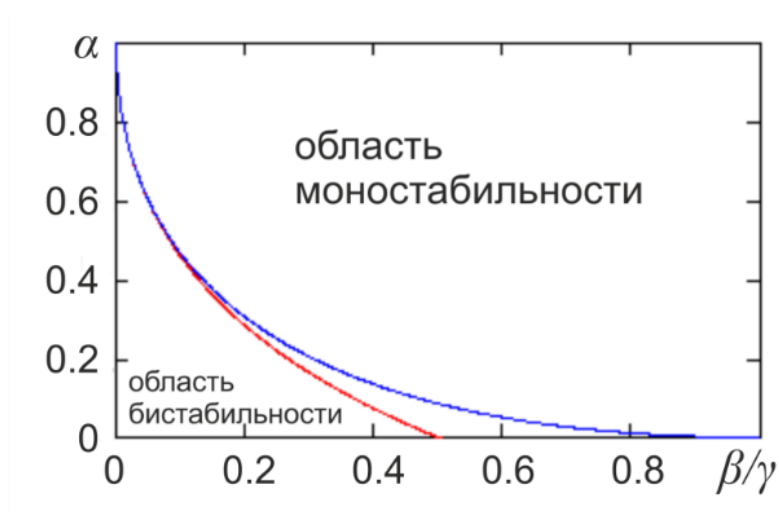


Рис. 1. Диаграмма состояния активной среды в зависимости от соотношения параметров  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$

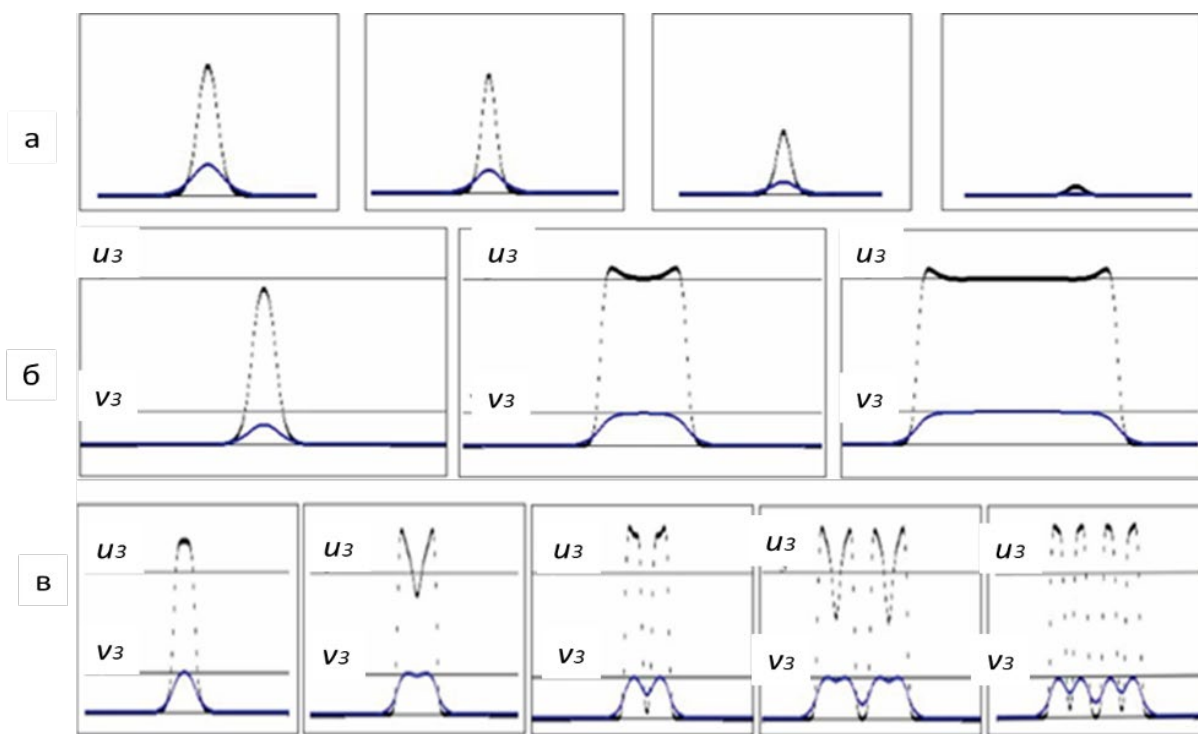


Рис. 2. Динамика решения системы (1) во времени: а) в невозбудимой среде, б) в возбудимой среде, в) в случае, когда параметры  $\alpha$ ,  $\gamma$  и  $\beta$  лежат в области между синей и красной кривыми. Прерывистая черная линия – активатор, сплошная темно-синяя линия – ингибитор, тонкими горизонтальными линиями отмечены уровни  $(u_3, v_3)$  – решения вырожденной системы (2);  $(u_1, v_1) = (0, 0)$ .

## Модель территориального расширения Москвы (1952–1968 гг.) в результате присоединения населенных пунктов Мазилово и Кунцево [9]

Рост численности и плотности населения на этих территориях был связан с созданием рабочих мест, и, в первую очередь, благодаря формированию крупных медицинских центров: Института экспериментальной и клинической терапии, и кардиоцентра им. А.Н. Бакулева. На основе картографических данных [12] с использованием приложения авторской разработки на языке C++, позволяющей создавать текстовые файлы с данными на основе изображений, была получена матрица значений параметра  $\alpha$  размера  $[70 \times 70]$ , в дальнейшем использованная при численной реализации согласно модели. Картографические данные поэтапного присоединения поселков Филя, Мазилово и Кунцево – на рис. 2.

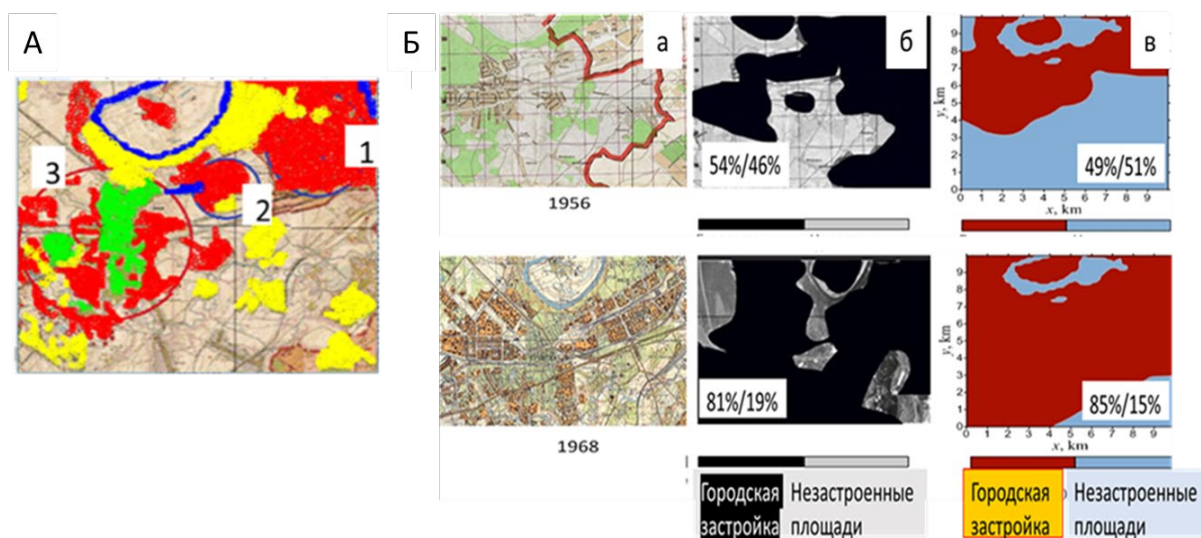


Рис. 3. А) Обработка картографических данных зон застройки и естественных биоценозов на языке C++, 1952 г. Филя (1), Мазилово (2), Кунцево (3). Красным – зоны многоэтажной застройки, зеленым – зоны низкоэтажной застройки, синим – водные барьеры (р. Москва, Мазилковский пруд), желтым – лесопарковые территории. Б) Сравнение картографических данных и результатов моделирования в 1956 и 1968 гг.: а – карты местности; б – обработка картографических данных; в – результаты моделирования. Сравнялось процентное соотношение площадей незастроенной территории и территории с городской застройкой

На рис. 3А представлен скриншот работы программы, формирующей матрицу с начальными условиями. При моделировании вводились следующие барьеры: река и пруд (синий цвет), Суворовский и Филевский парки (расположены вдоль реки, отмечены желтым цветом). Результаты численного моделирования поэтапного расширения Москвы (1952-68 гг.) в западном направлении представлены на рис. 3Б и 3В. Данные модельного расче-

та посредством безразмерной модели в полной мере согласуются с динамикой развития реальных экосистем. Сравнение полученных данных с данными аэрофотосъемки исследуемых районов в 1956 и 1968 гг. показало, что ошибка моделирования составила 7% для 1956 года и 5% для 1968 г. (рис. 3Б). Численная реализация модели показала адекватность применения модели с барьерами для описания расширения границ Москвы. Данные модельного расчета в полной мере согласуются с динамикой развития реальных экосистем.

### Автоволновая размерная модель развития Новой Москвы (2016-30 гг.)

Согласно планам развития [14], территория Новой Москвы делится на три зоны (рис. 4а).

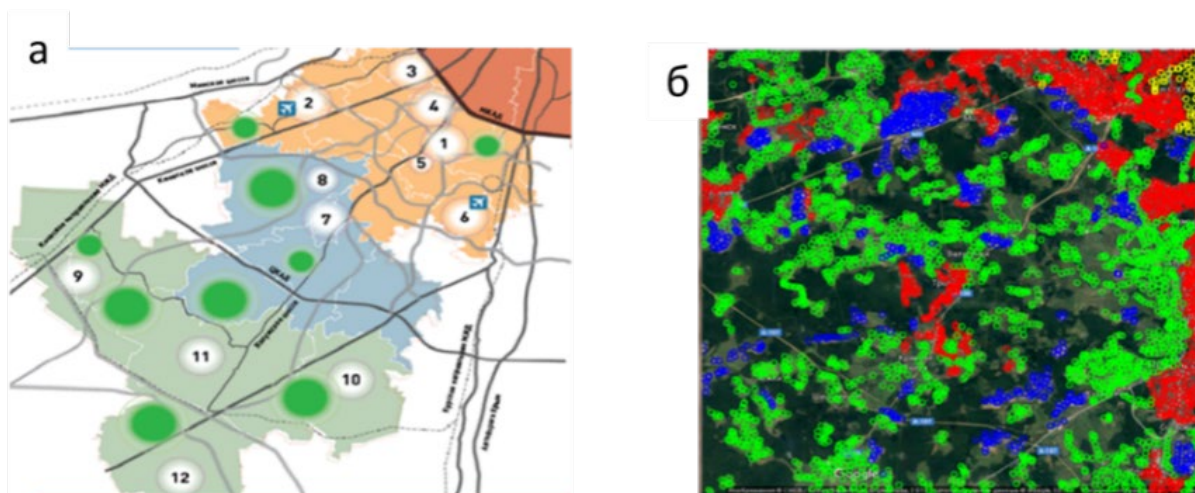


Рис. 4. а) План развития Новой Москвы: зеленые пятна – биоценозы, застройка: плотная высокоэтажная – административно-деловая (1-6), малоэтажная – историко-рекреационная и медицинские комплексы (3-8), агропроизводственный комплекс и коттеджи (9-12); б) Обработка картографических данных застройки на территории НАО, 2017 г. Матрица значений: красный цвет – плотная застройка, ярко зеленый – коттеджная застройка, синий – предприятия, желтый – геобиоценозы на территории Москвы, темно зеленый – леса и парки на территории НАО

На основе картографических данных и планов развития Москвы построена математическая модель развития Новой Москвы до 2030 г. [10]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} - D_u \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) &= -\frac{1}{K^2 T} u(u - N_B K \alpha(x, y))(u - N_B) - \frac{1}{KT} uv \\ \frac{\partial v}{\partial t} - D_u \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) &= -\frac{1}{T} (-v + \beta \gamma u) \end{aligned} \quad (2)$$



Здесь  $u[\text{км}^2]$  – застроенная площадь,  $v[\text{км}^2]$  – площадь уничтоженных геобиоценозов. Согласно принятым нормативам, предполагаемая площадь биоценозов на территории Новой Москвы должна составить не менее 25% от площади застройки [13]. В модели это ингибитор застройки. Для согласования размерностей введены два коэффициента:  $T = 1(\text{год})$  – характерный масштаб времени,  $K = 10^{-2}\text{км}^2$  – характерная площадь (средний одноподъездный дом с зеленой придомовой территорией)  $\gamma$  – доля площадей уничтоженных геобиоценозов (от площади застройки).  $N_B = 80$  – максимальное количество зданий на квадратный километр.  $\beta = 100/N_B$  – нормировочный коэффициент согласования локальной площади застройки с общей площадью застраиваемого района.  $\alpha(x, y) = e^{-0.005K_p(x, y)}$  – характеризует назначение земель (наличие и тип застройки).  $\rho[\text{км}^{-2}]$  – планируемая плотность населения на этих территориях, согласно их назначению [13]: для жилого фонда плотной застройки и промышленной зоны –  $\rho = 4000 \frac{\text{чел}}{\text{км}^2}$ ,  $K_p = 40$ ; для коттеджной застройки –  $\rho = 2000 \frac{\text{чел}}{\text{км}^2}$ ,  $K_p = 20$ ; для территорий парков  $\rho = 0, K_p = 0$ .  $D_u = [\text{км}^2/\text{год}]$  – скорость роста площади застройки.  $D_v[\text{км}^2/\text{год}]$  – скорость уменьшения площадей геобиоценозов.

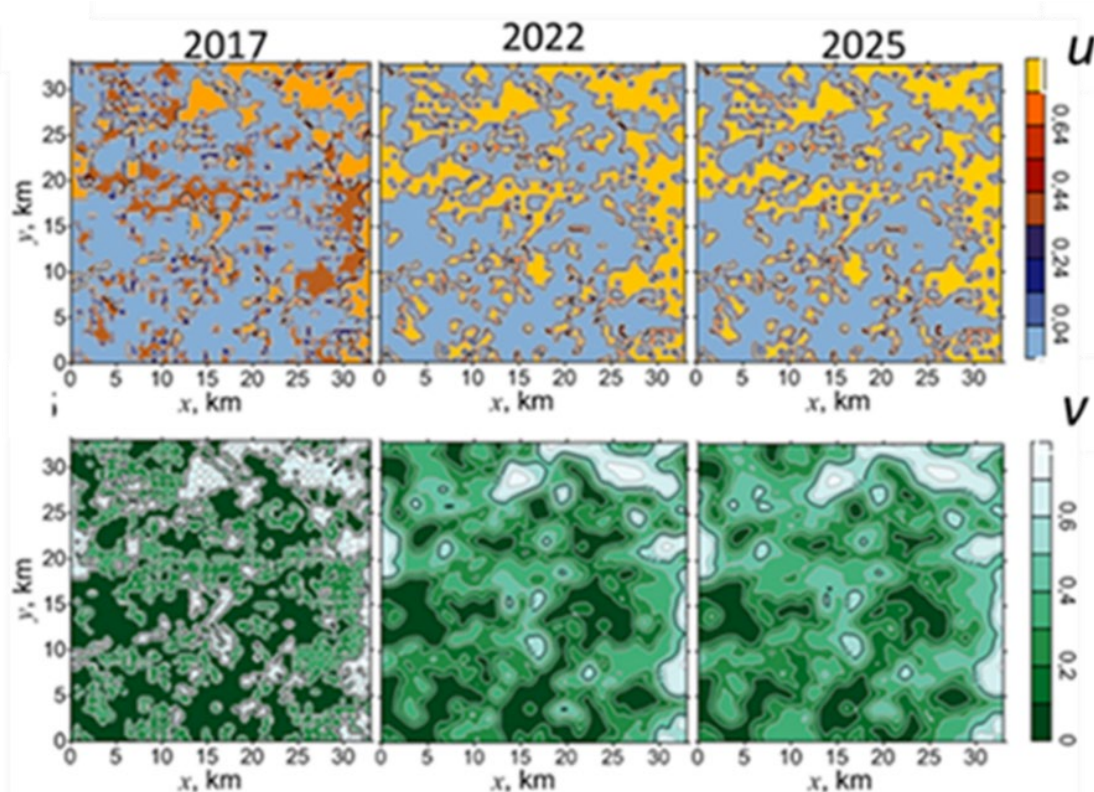


Рис. 5. а) Компьютерная реализация модели территориального развития Новой Москвы в 2017-30 гг.: 2017 г. – начальные условия, верхний ряд – активатор (застроенная площадь,  $\text{км}^2$ ), нижний ряд – ингибитор (площадь геобиоценозов,  $\text{км}^2$ )

Учитывая скорости застройки территории округа Новой Москвы и скорости уничтожения геобиоценозов в ходе застройки, принимаем  $Dv/Du = 1/10$ .  $\gamma$  – доля уничтоженной зелени (от площади застройки),  $0 \leq \gamma < 0.8$ . Для получения численного значения кинетического параметра  $\gamma$  был проведен анализ характерных парковых территорий, промышленных зон, плотной жилой и коттеджной застройки:  $\gamma = 0.1$  – парки,  $\gamma = 0.5$  – коттеджная застройка,  $\gamma = 0.75$  – плотная застройка,  $\gamma = 0.85$  – промзоны.

На рис. 5А представлена компьютерная реализация модели территориального развития Новой Москвы в 2017-30 гг. На рис. 6а – карта Новой Москвы, на рис. 6б – компьютерная реализация модели для участка застройки, выделенного на рис. 6а. Сравнение результатов моделирования территориального развития Новой Москвы и картографических данных в 2023 г. (рис. 6) показало очень хорошее совпадение.

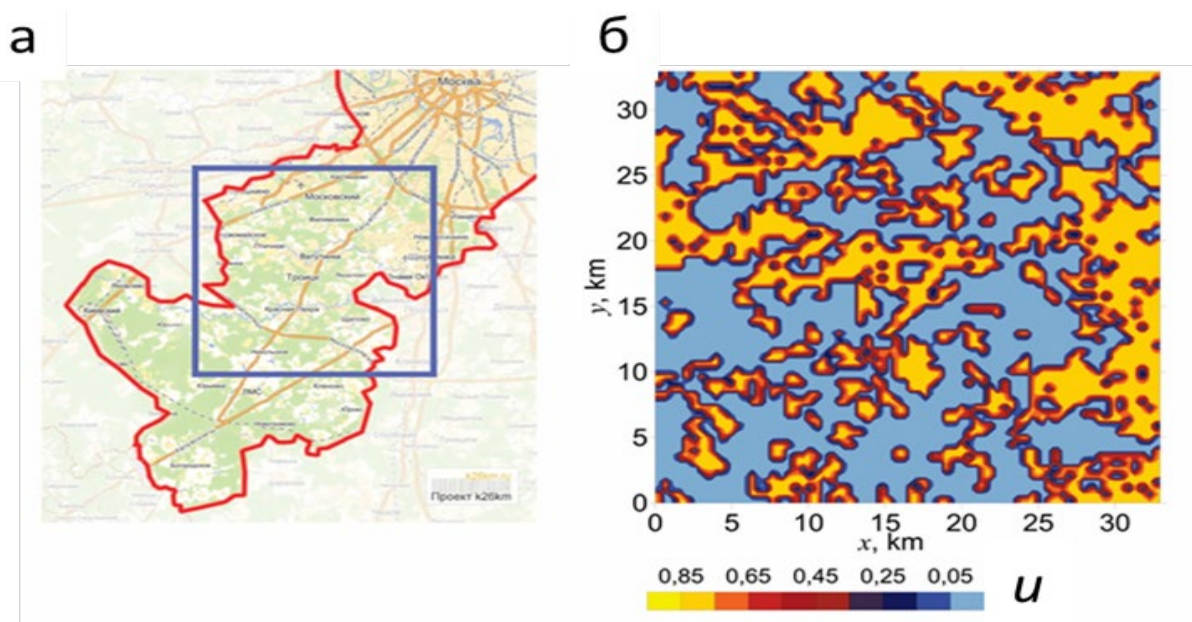


Рис. 6. Сравнение результатов моделирования территориального развития Новой Москвы и картографических данных: а) границы Новой Москвы на карте 2023 г. [14], прямоугольником отмечена расчетная область модели; б) результат моделирования функции активатора (застроенная площадь, км<sup>2</sup>), 2023 г.

Модель прогнозирует сокращение к 2030 г. площади лесопарковых зон на 39% от общей площади лесопарковых зон на данной территории в 2017 г. Таким образом, в соответствии с планами застройки, площадь естественных биоценозов составит не менее 25% от общей площади района, что соответствует нормативам. Кроме того, согласно планам, численность населения к 2035 г. – 1,5 млн чел. Однако в 2023 г. численность населения составила около 1 млн чел. [15] Эта тенденция может привести к увеличе-

нию площади антропогенно преобразованных территорий на 10-12% и, соответственно, к дополнительному сокращению и фрагментированию площадей естественных геобиоценозов и, конечно, к снижению потенциала самоорганизации природных биоценозов, росту необратимых процессов в границах урбоэкосистемы.

### **Автоволновая модель территориального развития Шанхая (2017-30 гг.)**

Последние три десятилетия Китай переживает волну урбанизации. В Шанхае численность и плотность населения постоянно возрастает, что неуклонно влечет расширение его границ. В настоящее время направление расширения границ Шанхая – юго-восточное, юго-западное и южное, что объясняется географическим расположением мегаполиса и условиями промышленно-экономического развития [16]. Анализ социально-экономических факторов показал, что, параллельно с ростом численности населения на территории Шанхая в период 2000-10 гг. [16–18], увеличивался спрос на улучшение качества жизни, и расширение границ Шанхая происходило, в основном, за счет сельскохозяйственных земель и прибрежной зоны [16]. Поэтому в настоящее время правительство Шанхая предпринимает меры для ограничения к 2030 г. общей численности и локальной плотности населения [19]. В настоящее время Шанхай представляет собой пойменную равнину без очевидных изменений в высоте и градиенте, поэтому ландшафтные особенности, тормозящие развитие многих городов, в данном случае в модели территориального развития Шанхая не учитываются. Кроме того, изучение таких атмосферных факторов на территории Шанхая и прилегающих территорий как осадки и температура [20;21] показали, что, несмотря на их очевидность, эти факторы, в целом, не оказали влияние на расширение границ Шанхая. Поэтому наиболее существенными факторами, формирующими расширение территории, являются численность и плотность потенциальных покупателей жилья и его стоимость.

Для анализа территориального развития Шанхая осуществлена обработка картографических данных и прилегающих территорий с учетом плотности застройки и ландшафтных особенностей на базе авторской разработки на языке C++, позволяющей создавать текстовые файлы с данными на основе изображений и обработки распределенных компьютерных вычислений с помощью графических процессоров AMD и компилятора OpenCL (рис. 7).

На основании уравнения (2) создана размерная модель развития Шанхая до 2030 года[22]:  $u$  – доля застроенной площади на км<sup>2</sup> – активатор системы;  $v$  – цена м<sup>2</sup> жилой площади (доля от максимально возможной) – ингибитор;  $T$  – характерный масштаб времени (1 год);  $\gamma$  – безразмерный параметр, показывающий зависимость стоимости м<sup>2</sup> жилья от района за-

стройки;  $D_u$  – скорость изменения площади застройки, км<sup>2</sup> в год;  $D_v$  – скорость изменения цены на жилье в зависимости от местности и спроса, км<sup>2</sup> в год,  $D_v = 0.22D_u$  (согласно статистическим данным, рис. 7б);  $\alpha$  – параметр активации системы. Территориальное расширение Шанхая определяется не только социально-экономическими, но и в значительной степени ландшафтными особенностями территории. Анализ точечной системы уравнений показал, что при значениях  $\alpha = 0.3$  система описывает бистабильную среду, а при  $\alpha = 1$  – невозбудимую (рис. 7а): на восточном направлении  $\alpha = 0,3$  – система уравнений описывает возбудимую среду; в зонах моря, озера Тайху и реки Янцзы полагаем  $\alpha = 1$  – система уравнений описывает невозбудимую среду. Компьютерная реализация модели развития Шанхая на основе динамики застройки и цен на жилье представлена рис. 8а.)

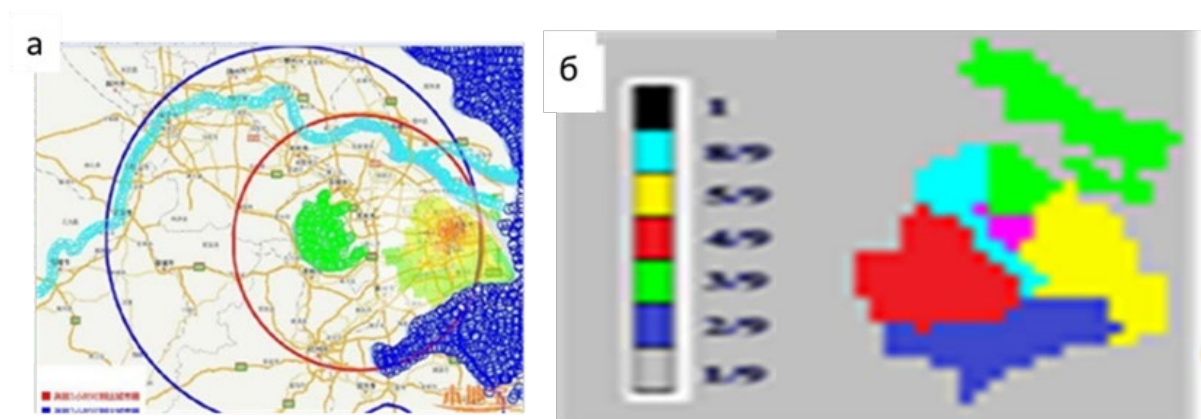


Рис. 7. а) Шанхай и прилегающие территории: красная окружность – территория Шанхая, синяя окружность – пригородная территория; б) динамика прироста цен (м<sup>2</sup> жилья/год) в зависимости от района застройки Шанхая в 2015-17 гг. (в %)

Сравнение карт застройки Шанхая (рис. 8б) с результатами моделирования (рис. 8а) показало, что по площади и географическому направлению застройки отмечено значительное совпадение. Реальные цены за 1 м<sup>2</sup> жилья с 2017 по 2023 гг. увеличились в 1,5 раза [24], согласно модели – в 1,3 раза (с 2017 по 2020 гг.). Результаты моделирования до 2030 г. хорошо согласуются с планами правительства Китая и нормативами освоения естественных биоценозов, площадь которых должна составлять не менее 30% от общей площади Шанхая и окрестностей. Сохранение сложившейся к 2017 г. зональности застройки и, следовательно, дифференциального подхода к стоимости жилья позволит удовлетворить спрос на жилье значительной массы населения, снизить плотность населения на основной территории Шанхая, экономически развиваться территориям ближних и дальних пригородов, устойчиво застраивая данную территорию в соответствии с нормативами сохранения естественных геобиоценозов.

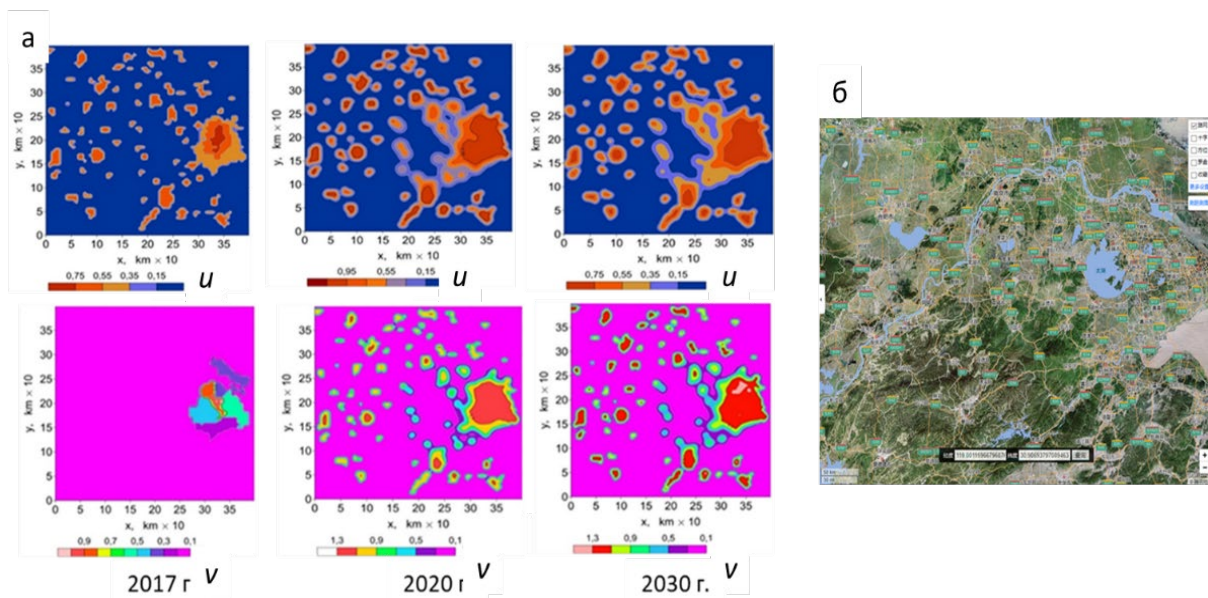


Рис. 8. а) Компьютерная реализация модели развития Шанхая:  $u$  – активатор (доля застроенной площади на км<sup>2</sup>);  $v$  – цена м<sup>2</sup> жилой площади (доля от максимально возможной цены); б) Карта Шанхая, 2023 г. [23]

### Заключение

В качестве антропогенных факторов, контролирующих пространственно-временную структуру территориального развития мегаполисов за счет прилегающих территорий, рассмотрены факторы социально-экономического и физико-химического характера. Модель позволяет описывать характерные свойства урбоэкосистем, а обоснованность ее применения подтверждается статистическими и картографическими данными, аналитическими и численными методами. Изучение закономерностей развития урбоэкосистем позволяет не только создавать новые способы организации городского пространства, обеспечивающие эффективное взаимодействие и сбалансированное развитие всех сфер жизни в городах, но и прогнозировать эволюцию этих территорий. Модель может быть полезна не только для создания комфортных условий жизни населения, но и для сохранения естественных геобиоценозов на территории мегаполисов.

### Литература

1. United Nations. World Urbanization Prospects: The 2014 Revision, Highlights; (ST/ESA/SER.A/352); United Nations Population Division: New York, NY, USA, 2014.
2. Мировая демографическая ситуация, Специальная сессия Генеральной Ассамблеи Организация Объединенных Наций, Нью-Йорк 22 сентября 2014.
3. Форрестер Дж. Мировая динамика. – М.: АСТ, 2003. – 167 с.

4. *Burkhard B., Petrosillo I., Constanza R.* Ecosystem services: Bridging ecology, economy and social sciences // *Ecological Complexity*. 2010, №7, 257-259.
5. *Luo X. et al.* Simulating PM2.5 removal in an urban ecosystem based on the social-ecological model framework // *Ecosyst. Serv.* 2021, №47, 101-234.
6. *Xinyu O., Xiangyu L.* Models for assessing urban ecosystem services // *Sustainability*. 2022, №14, 4725.
7. *Сидорова А.Э., Мухартова Ю.В.* Пространственно-временная модель урбоэкосистем как сопряженных активных сред // *Вестник Московского Университета. Серия 3. Физика*. 2013, №5, 65-70.
8. *Sidorova A.E. et al.* Autowave self-organization in heterogeneous natural–anthropogenic ecosystems // *Moscow University Physics Bulletin*. 2016, 71(6), 562-568.
9. *Сидорова А.Э. и др.* Модель структурообразования урбоэкосистем как процесс автоволновой самоорганизации в активных средах // *Математическая биология и биоинформатика*. 2017, 12(1), 186-198.
10. *Sidorova A.E. et al.* The application of a distributed model of active media for the analysis of urban ecosystems development // *Mathematical Biology and Bioinformatics*. 2018, 13(2), 454-465.
11. *Fitz-Hugh R.* Impulses and physiological states in theoretical models of nerve membrane // *Biophysical J.* 1961, № 1, 445–466.
12. Карта Москвы и Московской области. <http://www.retromap.ru/m.hp#l=051946&z=14&y=55.743646&x=37.478585>. [21.08.2016].
13. План развития Москвы. Источник: <https://investmoscow.ru/city-projects/aip/> [21.08.2016].
14. Карта Новомосковского района Москвы, 2023 г. Источник: <https://yandex.ru/images/search?img>.
15. Оценка численности постоянного населения на 1 января 2023 года. Источник: <https://77.rosstat.gov.ru/folder/64634> [10.03.2024].
16. *Li J. et al.* Correlations between socioeconomic drivers and indicators of urban expansion: evidence from the heavily urbanised shanghai metropolitan Area, China // *Sustainability*. 2017, №9, 1199.
17. *Chen J.L., Gao J.L., Chen W.* Urban land expansion and the transitional mechanisms in Nanjing, China // *Habitat Int.* 2016, №53, 274-283.
18. *Wei Y.D.* Zone fever, project fever: Economic transition, development policy, and urban expansion in China // *Geogr. Rev.* 2015, №105, 156-177.
19. Outline of Shanghai mater plan (OSMP). Leading Group Office of Shanghai Master Plan (2015–2040). Shanghai, 2015. <http://2040.shgtj.net>
20. *Liang P. et al.* Study of relationship between urbanization speed and change of spatial distribution of rainfall over Shanghai // *J. Trop. Meteorol.* 2011, №27, 475-483.

21. *Cao A.L. et al.* Decadal changes of air temperature in Shanghai in recent 50 years and its relation to urbanization // *Chin. J. Geophys.* 2008, №51, 1663-1669.
22. *Levashova N., Sidorova A. et al.* A spatio-temporal autowave model of shanghai territory development // *Open Access Journal.* 2019, 11(13), 3669.
23. Карта Шанхая, 2023 г. Источник: [https://map.bmcx.com/shanghai\\_map/](https://map.bmcx.com/shanghai_map/)
24. Цены за квадратный метр жилого фонда в Шанхае, 2023 г. <https://fangjia.gotohui.com/fjdata-3>. [06.02.2024].