

О ПОСТРОЕНИИ ДВИЖЕНИЙ В БАЛЛИСТИКЕ И МЕХАТРОНИКЕ

© *А.К. Платонов*

platonov@keldysh.ru

Введение

Начало “этапов большого пути”
решения задач построения движений
Д.Е.Охоцимским (+) с соратниками [1,2]



- 1945г *Вырожденная вариационная задача* +
 1950г *Крылатая ракета* Т.М.Энеев
 1952г «*Пакетная схема*» + С.С.Камынин
 1953г *Точечный взрыв* + З.П.Власова, И.Л.Кондрашова, Р.К.Казакова
 1954г *Ориентация ИСЗ* + В.А.Сарычев, В.В.Белецкий
 Спуск человека с орбиты ИСЗ Т.М.Энеев
 Баллистика Бури и Бурана + А.К.Платонов
 1955г *Проблемы ИСЗ* + Т.М.Энеев, Г.П.Таратынова, А.К.Платонов
 1956г *Колебания жидкости в баках* +
 Теория полётов к Луне В.А.Егоров
 1957г *Орбита ИСЗ из ЭВМ* Т.М.Энеев, А.К.Платонов, Р.К.Казакова
 Верхняя атмосфера Земли М.Л.Лидов
Расцепка Бури + В.А.Сарычев, А.К.Платонов, З.П.Власова
 1958г *Полёты к Луне* + М.Л.Лидов, А.К.Платонов, Р.К.Казакова, З.П.Власова
 1959г *Полёты к планетам* + Т.М.Энеев, Э.Л.Аким, А.К.Платонов, З.П.Власова,
 В.А.Степаньянц, Г.С.Попов, Р.К.Казакова, Н.В.Григорьева, В.В.Шелухина,
 В.Г.Ершов, Н.И.Золотухина, В.А.Рясин, В.Б.Бритков, В.Г.Киселёв, Н.Н.Козлов....

Рис.1. Работы, положившие начало пониманию проблем построения движений.

Под «построением движений» в контексте данной работы понимаются алгоритмы процедур, *предшествующих* процедуре альтернативного выбора самого движения. Это активно развиваемое в работах Д.Е. Охоцимского понятие и употребляемый ниже более общий термин «построение решений» являются обобщением известной идеи Н.А. Бернштейна [3] о необходимости выделения из множества физиологических процессов управления движениями человека и теплокровных животных определённого слоя нервных действий планирования, коррекции и перешифровки сенсорных параметров в требуемые движения.

В общем случае даже полностью известный текущий вектор фазового пространства параметров некоторой динамической системы не позволяет непосредственным образом принять искомое решение в момент назревшей необходимости очередного выбора параметров управления. На предварительной фазе «построения решения» возникает необходимость преобразования имеющихся данных в логически более удобную форму типов и параметров возможных альтернативных решений и их будущих последствий. На следующем этапе формируется способ реализации принятого решения. Таким образом, на стадии построения решения выполняется переход описания имеющейся ситуации из некоторого «плохого» пространства известных параметров в некоторое другое - «хорошее» параметрическое пространство, обеспечивающее простоту и/или верность принятия решения.

Внедрение техники построения движений в задачи робототехники, а позднее и мехатроники, связано с именем академика Д.Е. Охоцимского. Случилось так, что с описанными Н.А. Бернштейном механизмами построения движений в биомеханике Д.Е. Охоцимского познакомил В.С. Гурфинкель, бывший в прошлом аспирантом Н.А. Бернштейна. Это произошло в 1970г. на одном из первых заседаний знаменитого семинара по робототехнике, который Д.Е. Охоцимский организовал в МГУ вместе с профессором С.В. Фоминым для развития нового для того времени направления «Робототехника». Будучи мастером постановки и решения вариационных задач ракетодинамики (рис.1), Д.Е. Охоцимский сразу оценил роль и значимость проблемы построения движений для решаемых в те годы новых задач формирования алгоритмов управления движением робототехнических систем с большим конструктивным числом степеней подвижности.

Анализ показал, что при реализации *многоуровневой* системы управления роботом процессы построения решений присутствуют на всех её уровнях. Однако способы кодирования параметров и процедуры построения решения, как и коды соответствующих «хороших» и «плохих» параметриче-

ских пространств на разных уровнях управления заметно различаются. Если на нижних уровнях решения чаще всего принимаются непосредственно на основе данных сенсорных и/или эффекторных параметров, то на верхних уровнях процедуры построения решений помимо текущих значений фазовых параметров своего уровня используют сокращённые коды для описания априорных данных и для описания данных других уровней. Эти обстоятельства приводят к необходимости организации процедур межуровневых преобразований кодов, что порождает формализм построения многоуровневых решений не на основе иерархии действий (их подчинённость в принципе может динамически изменяться – см. ниже), а на основе *иерархии кодов* многоуровневого описания фазовых состояний динамической системы и их параметров управления. Идея структурирования многоуровневой системы управления именно по способам кодирования уровней параметров фазового состояния системы тоже пришла в робототехнику из моделей физиологии нервной системы человека [4].

Описываемые ниже способы решения задач ракетодинамики и последующих задач биомеханики, робототехники и вычислительной математики со всей очевидностью показывают фундаментальное значение идеи Н.А. Бернштейна о выделении в отдельный алгоритмический и кодово-параметрический слой процессов и процедур построения и принятия управляющих решений. Характерной особенностью этого слоя алгоритмов является *поиск новых переменных, наиболее адекватных содержанию решаемой задачи и позволяющих в связи с этим значительно упростить её решение*. Замечательным мастером именно такого процесса выделения новых «удобных» переменных, сводящих задачу к очевидным методам построения решения, был наш незабвенный учитель, академик Дмитрий Евгеньевич Охочимский.

О задачах построения движений

Большой слой задач построения решений образуют задачи построения движений разных объектов, решаемые в процессе формирования процедур управления их движением. Термин и понятие «Построение движения» были введены в науку знаменитым биомехаником первой половины XX в. Н.А. Бернштейном. Достаточно интересна история возникновения этого понятия. В 1922-30 гг. в эпоху победного шествия тейлоризма и задач НОТ («Научной Организации Труда») молодой биомеханик Н.А. Бернштейн опубликовал ряд книг, в которых он исследовал биомеханические аспекты движения конечностей людей разных профессий – от пианиста до спортсмена и молотобойца. В конце одной из этих книг [5] он написал, что, показав, как

устроены движения людей, он в скором времени расскажет, как устроено управление ими. Однако на это ушло более 20 лет, внутри которых поместились и его дискуссия с И.П.Павловым («рефлекторное кольцо» или «рефлекторная дуга?»^{*)}, и война, и смертельные объятия биологии политикой. И только в 1947г. в издательстве «Медгиз» выходит труд Н.А. Бернштейна «О построении движений» [3], ставший впоследствии (в 70-е годы) настольной книгой многих робототехников.

Новое для того времени понятие *построения движений* возникло в связи с проблемой *координации* движений, которая «в наиболее точном определении есть преодоление избыточных степеней свободы движущегося органа, иными словами, превращение последнего в управляемую систему» ([3], с.33). Задача выбора и поддержания нужного рисунка движения среди множества возможных и/или возмущённых движений возникает там, где присутствуют большие числа степеней свободы подвижности и деформируемости двигательного аппарата (например, рука человека имеет 26 степеней свободы подвижности, а её мышцы обладают двухпараметрической растяжимостью). Эта задача отсутствует лишь в случае одностепенного регулирования постоянным вращением простейших машин. По мнению автора, именно *управление* является обязательным общим свойством любого многозначно возможного движения у человека, животных и машин (заметим, что это было опубликовано на год раньше выхода в свет книги Н. Винера «Кибернетика или Управление и связь в животном и машине» [6] и более знаменитой [7], но этот факт остаётся незамеченным).

Подробный анализ всех возможных аспектов организации требуемого управления движением у человека и привёл Н.А. Бернштейна к понятию «построение движения». Несколько перефразируя физиологическую терминологию автора ([3] с.34), смысл и объём этого понятия заключается в следующем определении: «*Совокупность тех формирующих движение ансамблей системы управления и их системных взаимоотношений, которые участвуют в координировании требуемого движения, в осуществлении необходимых его коррекций и в обеспечении адекватных перешифровок для получения значений силовых импульсов*».

^{*)} По рассказу В.С. Гурфинкеля, бывшего в те годы аспирантом Н.А. Бернштейна, последний написал на эту тему книгу, которая была уже готова к выпуску, когда И.П. Павлов неожиданно скончался. Не желая спорить с умершим великим учёным, Н.А. Бернштейн приказал рассыпать набор книги. Фактически, это была одна из первых попыток ввести в научный обиход понятие «обратная связь», позже появившееся в работах и П.К. Анохина, и Р. Беллмана, и Н.А. Амосова, но окончательно закреплённое в научном сознании Н. Винером.

Понятие именно *построения* нужного движения, как важной части общей задачи управления движением, было очень близко Д.Е. Охоцимскому и его сотрудникам, благодаря многолетнему опыту решения задач заранее *неоднозначного* выбора требуемых траекторий и законов движения ракет или космических аппаратов. В этих задачах присутствовали все три упомянутых аспекта определения Н.А. Бернштейна: *требуемая системность при формировании программы движения*, связанные с этим *способы управления* при его реализации и *выбор удобных параметров* для описания движения и их последующего преобразования в управляющие параметры. Поэтому идеи методов построения движений в физиологии человека пали на вспаханную почву и вызвали большой интерес. Позже, уже при решении задач робототехники и мехатроники многоуровневые методы построения наилучшего движения стали основным содержанием выполняемых исследований. Это, в конечном счёте, и привело к активно реализуемому Д.Е. Охоцимским внедрению богатства логических возможностей ЭВМ в процессы принятия решений при управлении сложным движением шагающих [8] и сборочных [9] робототехнических систем с одновременным развитием техники цифрового привода [10]. Важную роль в этом процессе сыграл имевшийся к тому времени описываемый ниже опыт решения терминальных задач управления полётом лунных и межпланетных космических аппаратов [11].

Построение аппроксимирующей полиномиальной последовательности

Это ранний пример удачно предложенного Д.Е. Охоцимским конструктивного способа построения решения небольшой, но практически весьма актуальной задачи 1950-х годов. Дело в том, что в самом начале внедрения вычислительных машин в практику баллистических расчётов возникла насущная проблема, говоря современным языком, – оцифровки аэродинамических и двигательных характеристик летательных объектов. В то время все опытные характеристики получались из ЦАГИ и из разных ОКБ в виде большого числа графиков на миллиметровой бумаге. Единственным способом использования этих графиков в процессе численного интегрирования уравнений движения объекта, летящего с работающим двигателем в воздушной среде, была их аппроксимация набором каких-либо вычислимых на ЭВМ функций. Речь шла именно о *наборе* функций, поскольку какой-либо одной функцией аппроксимировать весь график с требуемой точностью было, как правило, невозможно. Заметим, что понятие и термин "сплайн" возникли лишь на 20 лет позже описываемых событий. Простейшим способом, первоначально и повсеместно применявшимся, была аппроксимация графиче-

ка кусочно-линейной функцией. Очевидным недостатком этого метода был большой объём ручного труда лаборантов и большие потери времени, уходящие на формирование и пробивку таблиц полигональных узлов.

В этой ситуации Д.Е. Охочимский (это было на глазах автора) внедрил в практику расчётов очень практичный способ гладкой полиномиальной аппроксимации любого графика. "Изюминка" способа заключалась именно в предложенных параметрах аппроксимации и крайне удобном для лаборанта методе их считывания на графике после выполнения простейшего графического построения с применением линейки. В результате время, как тогда говорили, "численной аппроксимации" любого графика сократилось с часов до минут! Д.Е. Охочимский действительно был непревзойденным мастером выбора "хороших" параметров, облегчающих анализ и решение задач.

Параметрами аппроксимации в данном случае были значения функции $y(x)$, считываемые в выбранных точках границ участков аппроксимации её графика, и их "девиации" – параметры наклонов касательных к графику в этих выбранных точках. Девиация – это отличие линейного (вдоль касательной) приращения функции на участке аппроксимации от истинного её приращения $\Delta y = y_1 - y_0$ на этом участке (рис.2).

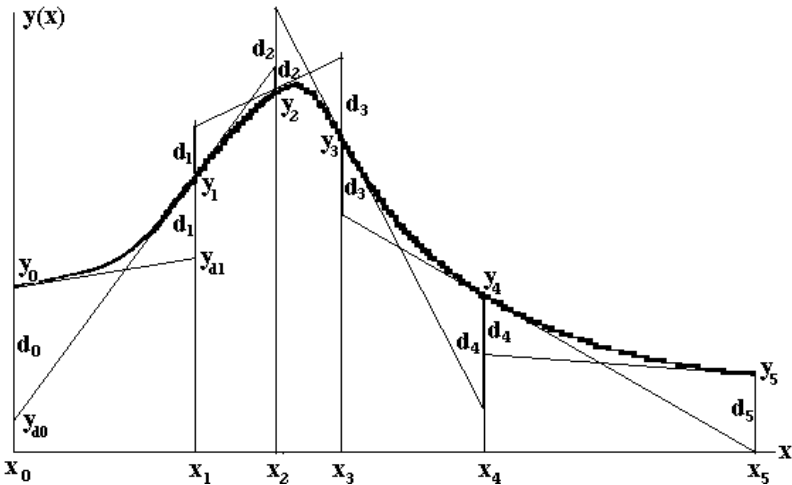


Рис.2. Пример построения аппроксимирующей последовательности полиномов.

Таким образом, лаборант должен был выбрать и записать значения границ участков аппроксимации (например, x_0 и x_1), соответствующих зна-

чений $y_0=y(x_0)$ и $y_1=y(x_1)$ на ординатах границ и, приложив линейку касательно к этим точкам графика, прочертить прямую до её пересечения в точках y_{d_i} с ординатами соседних выбранных границ слева и справа от рассматриваемого узла x_i . После этого оставалось считать с графика две девиации для каждого участка аппроксимации $\{x_0, x_1\}$, как $d_0=y_{d_0}-y_0$ и $d_1=y_{d_1}-y_1$.

По четырём полученным значениям $y_0=y(x_0)$ и $y_1=y(x_1)$, $d_0(x_0)$ и $d_1(x_1)$ на участке аппроксимации строится кубический полином, аппроксимирующий в относительных абсциссах $\xi=(x-x_0)/(x_1-x_0)$ функцию графика на участке в виде:

$$y(\xi)=y_0+\Delta y\xi+\xi(1-\xi)\cdot[d_0\xi+d_1(1-\xi)],$$

причём поскольку соседние участки имеют общую касательную на их границе, то такой процедурой реализуется гладкая кубическая аппроксимация графика (в современных терминах это был кубичный сплайн).

Сами значения производных $y'=\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{d\xi}\cdot\frac{d\xi}{dx}$ вычислять нет необходимости, хотя нетрудно получить их общее выражение

$$y'=\frac{\Delta y+d_1+2(d_0-2d_1)\xi+3(d_1-d_0)\xi^2}{x_1-x_0}$$

и удобные, геометрически очевидные соотношения

$$y'_0=\frac{\Delta y+d_1}{x_1-x_0}=\frac{y_{d_1}-y_0}{x_1-x_0} \quad \text{и} \quad y'_1=\frac{\Delta y-d_0}{x_1-x_0}=-\frac{y_{d_0}-y_1}{x_1-x_0}.$$

Для выбора максимально удалённых узловых точек при такой аппроксимации следует на выбранных участках вычислить значения $y(\xi)$ для $\xi=\{0.25; 0.5; 0.75\}$ и сравнить их с графиком. Это позволяет избежать ненужного ветвления кубической кривой и проверять погрешность аппроксимации. Однако по мере накопления опыта необходимость в этих действиях практически отпала. При этом легко было получить условие отсутствия ветвления в виде: $0<d_2/d_1<1$ и учитывать его в процессе построения границ участков численной аппроксимации графика.

Этот метод на протяжении всех лет использовался в коллективе Д.Е. Охочимского для численной аппроксимации любых функций, заданных в графическом виде.

Построение итерационного решения нелинейной задачи

Ярким примером способа построения гладкого движения в исходном пространстве "плохих" переменных путём дифференциального отображения движения в пространстве "хороших" переменных является численный итерационный метод решения нелинейных задач, развитый ближайшим соратником Д.Е. Охочимского академиком Тимуром Магометовичем Энеевым в 1957г. [12, 13].

Известно, что стандартным методом поиска решения нелинейной задачи $\varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$ является итерационная сходимость к решению с использованием на каждой итерации линейных свойств окрестности текущих параметров $\varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \neq 0$ задачи для поиска пути к её искомому решению. Главной проблемой здесь является именно построение такого пути.

Наиболее популярным способом являются выбор единственного критерия $\Phi[\varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_n)]$ сходимости итерации с применением многомерных методов наискорейшего спуска, т.е. движения в линейном приближении, в направлении противоположном направлению градиента выбранной нормы $\Phi(\varphi)$.

Другим популярным способом построения итерации является известный "процесс Канторовича" (предложенное Л.В. Канторовичем в 1948г. [14] обобщение итерационного процесса метода Ньютона) на случай поиска решения системы нелинейных функциональных уравнений $\varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$, т.е. в замене спуска по поверхностям $\varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ спуском по касательным плоскостям к этим поверхностям в точке текущей итерации. Поскольку спуск строится для каждой функции φ_i самостоятельно (это приводит к решению алгебраической системы уравнений их антиградиентных смещений), то получаемый вектор смещения соответствует антиградиенту линейной суммы функций φ_I ($\Phi = \sum \varphi_I$).

Однако даже если поверхность нормы Φ удовлетворяет всем сформулированным Л.В. Канторовичем требованиям гладкости (дважды непрерывной дифференцируемости), тем не менее, при высокой размерности задачи в случае далёкого от решения начального приближения не удаётся избежать так называемого "овражного эффекта" – несовпадения направления локального градиента точек поверхности с направлением к искомому решению нелинейной задачи. Такие овраги практически делают невозможным численное решение многомерных нелинейных задач за разумное время.

"Плохое" и "хорошее" пространства переменных. Для того чтобы избежать почти обязательного возникновения вредного овражного эффекта, академиком Т.М. Энеевым и был разработан конструктивный метод "пара-

болического спуска" для квадратичной нормы $\Psi = \sum (\xi_i^2 = (\varphi - \varphi_{\min})^2)_i$ отклонения («невязок» ξ_i) текущего приближения от искомого решения (рис.3).*) Содержательно этот метод обеспечивает *построение хорошего движения в плохом пространстве переменных* $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$.

На рис.3. показан способ точной дифференциальной «перешифровки» параметров спуска в построенном «хорошем» пространстве параболоида квадратичной нормы Ψ невязок условий $\varphi(x_1, x_2, \dots, x_n) = \varphi_{\min}$ (минимум нормы Ψ по предположению совпадает с минимумом некоторой исходной нормы Φ) к «плохим» параметрам отображения этого движения в исходном пространстве с оврагами параметров нелинейной задачи.

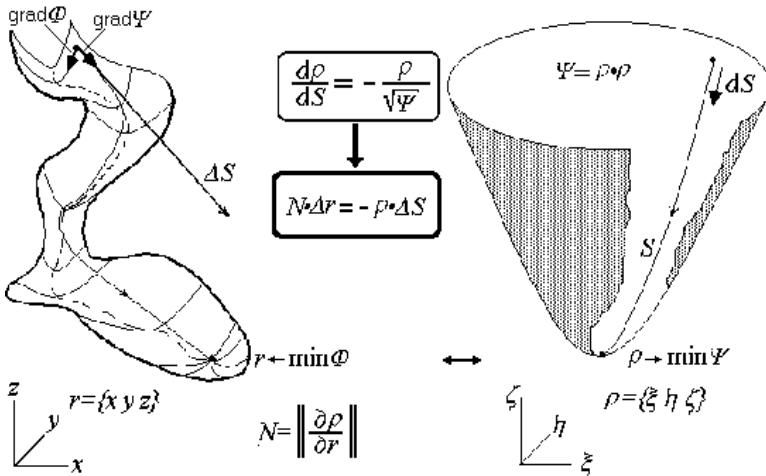


Рис.3. Отображение параболического спуска (Т.М. Энеев, 1957г.).

Получаемое движение к искомому минимуму нормы Φ описывается системой линейных дифференциальных уравнений. Нетрудно заметить, что матрица коэффициентов этого линейного дифференциального уравнения

*) Формально метод Т.М. Энеева принадлежит к общему классу "процессов Л.В. Канторовича" поиска корней операторных уравнений. Новизна была в предложенной конструктивной процедуре дифференциального отображения, обеспечивающего исключение влияния овражного эффекта. Кроме того, Т.М. Энеев показал глубокую геометрическую связь принятых способов обеспечения сходимости обобщённых ньютоновых итераций с процедурой численного интегрирования дифференциального отображения "хорошего" и "плохого" пространств решений задачи.

совпадает с матрицей многомерного метода Ньютона-Канторовича для поиска корней системы трансцендентных уравнений невязок искомого решения в пространстве исходных «плохих» переменных, градиенты которых направлены вдоль склонов оврагов многомерного пространства. Этим объясняется близость метода Ньютона поиска корней трансцендентного уравнения невязок и параболического спуска в пространстве самих невязок по поверхности параболоида квадратичной нормы Ψ .

Подробное (мелкими шагами) численное интегрирование полученной системы дифференциальных уравнений позволяет построить в «плохом» пространстве траекторию наиболее быстрого движения к значению этих параметров в точке искомого решения исходной нелинейной задачи. Эта траектория является отображением в «плохом пространстве» линии меридиана («линии тока») многомерного параболоида квадратичной нормы Ψ в «хорошем» пространстве невязок. Причём длина пути вдоль меридиана заранее известна: она равна начальному значению нормы невязок в точке меридиана. Это свойство параболоида помогает, вычисляя длину спуска, определить конец процесса поиска решения.

Связь параболического спуска с методом Ньютона. Использование в текущей точке метода Ньютона с той же матрицей соответствует замене точного интегрирования системы отображения параболического спуска её интегрированием методом первого порядка Эйлера с самым крупным шагом из всех возможных. В «плохом» пространстве «шаг по Ньютону» соответствует прямолинейному движению на некоторое расстояние по касательной к отображению меридиана параболоида в текущей (исходной) точке пространства "плохих" переменных. Обратному отображению этого прямолинейного отрезка "ньютонового" шага соответствует некоторая кривая на поверхности параболоида, касательная к линии тока.

Движение по этой кривой сначала приводит к уменьшению невязок, но затем, ввиду отличия в общем случае траектории отображения меридиана параболоида от прямой линии, может наступить их увеличение. Поэтому наиболее эффективным способом построения движения к точке искомого решения является шаг по Ньютону с последующим их дроблением (без необходимости обращения матрицы) для быстрого поиска наименее низкого значения нормы невязок в текущем направлении, после чего – новый шаг по Ньютону с его последующим уменьшением и проверкой величин невязок. Поскольку длина получаемого волнистого пути на параболоиде заведомо больше длины его меридиана, надёжным критерием окончания про-

цесса в таком случае является лишь малая величина получаемого шага с положительной определённой найденной точки решения на параболоиде (иначе есть опасность ошибки – пропуска крутого поворота в «плохом» пространстве). Заметим, однако, что на практике, как правило, второе условие не проверяется ввиду очевидности принадлежности получаемых параметров линейной окрестности решения исходной задачи. Этот метод нашел широкое применение в задачах обработки траекторных измерений.

Проектное построение траектории космических аппаратов

Построение решения в области неопределённости. Процедуры решения баллистических задач для построения движения космического объекта в процессе проектной подготовки полёта или на последующей стадии его реализации резко отличаются по уровню их сложности. Причиной этого является необходимость в проектных моделях планируемого полёта построить и проанализировать области неопределённости параметров будущего движения. Решения, принимаемые в процессе проектирования полёта, должны обеспечивать его успех на всей трубке возможных траекторий будущего полёта и для всех возможных ошибок исполнения команд управления движением. Другой причиной сложности принятия решений на стадии проектирования полёта является богатство возможностей по срокам и по способам его реализации. Это снова требует именно *областного* анализа всех параметров проекта, зачастую – с необходимостью глубокого анализа небесно-механических свойств получаемых траекторий движения. Формальный подход, особенно для полётов нового типа, здесь малоэффективен.

В противоположность этому позже, в процессе полёта анализируется лишь единственная полученная реализация траектории и, как правило, – в линейном приближении с применением чисто рефлекторных (ситуация → реакция) алгоритмов.

Начало проектному построению траекторий в космосе было положено задачей облёта Луны с целью раскрытия тайны её обратной стороны. При полёте к Луне по эллиптической траектории со стартом с территории СССР возвращение к Земле происходило бы через южное полушарие в условиях коротких сеансов радиовидимости космического аппарата и трудностей предсказания параметров его движения. В этой тупиковой ситуации Д.Е. Охочимский, предложил найти способ таким образом использовать возмущение траектории космического аппарата лунным притяжением, чтобы прилететь к Луне и вернуться к Земле через северное полушарие. Эта техника, получившая позже название гравитационного манёвра, теперь хорошо

освоена^{*)}, но тогда ясно было только одно: надо "поднырнуть" под Луну и пройти достаточно близко (но по условиям безопасности – не ближе чем 500 км) к её поверхности.

Следует сказать, что из имевшегося к этому времени опыта построения траекторий попадания в Луну было ясно, что нужно найти способ хорошо прицелиться куда-то под Луной. Однако при этом надо было удовлетворить целый ряд условий для фотографирования Луны с использованием системы ориентации "лунника", построенной Б.В. Раушенбахом, и передачи на Землю этой фотографии радиосредствами Е.Я. Богуславского и М.В. Рязанского. Надо было найти способ построения нужной траектории с удовлетворением всех ограничений и выполнением всех условий.

Ещё в 1956г. аспирант М.В. Келдыша В.А. Егоров^{**)} первым исследовал траектории полёта к Луне и свойства гравитационного манёвра. Кроме этого он, построив на Луне "паук" (по выражению М.В. Келдыша) траекторных отклонений от всех возможных ошибок системы управления ракеты Р-7, доказал, что располагаемая точность гарантирует возможность попадания в Луну. Поскольку это была хорошая возможность показать уровень советской техники, то в ОКБ-1 С.П. Королёва началась работа по подготовке полёта к Луне.

Формирование нужной траектории космического полёта происходит в процессе решения краевой задачи с конечными условиями при достижении Луны и начальными условиями в точке старта ракеты-носителя космического аппарата. Уже в самом начале проектирования полётов к Луне с этими краевыми условиями не всё было ясно. Мы с М.Л. Лидовым, Р.К. Казаковой и З.П. Власовой при подготовке самого первого полёта к Луне перепробовали несколько вариантов конечных условий у Луны (рис.5) – геофизические координаты центра Луны (1); декартовы координаты в плоскости, ортогональной радиусу вектору Луны (2); и наконец, декартовы координаты μ_x , μ_z в картинной плоскости (3), ортогональной относительной скорости космического аппарата при его встрече с Луной на траектории, направленной

^{*)} В США считают, что: "Идею использовать гравитационный маневр для целей космического полета разработал Майкл Минович в 60-х годах, когда, будучи студентом, он проходил практику в JPL. Идея была быстро подхвачена и реализована во многих космических миссиях" [15]. В.А. Егоров и Д.Е. Охочимский разработали этот подход в 1957г.

^{**)} Лауреат Ленинской премии, доктор физико-математических наук, профессор МГУ им. М.В. Ломоносова В.А. Егоров был зверски убит в 2001г. в г. Сочи, и это преступление до сих пор не раскрыто.

ной к центру Луны. Этот последний придуманный вариант позволил избавиться от геометрических нелинейностей, связанных с тем, что вектор относительной скорости встречи с Луной при полёте к ней по 1.5–3.5 суточным траекториям составляет с геоцентрическим радиусом вектором Луны углы порядка 35° – 60° . Это позволило достаточно хорошо решить задачу построения траектории попадания в Луну.

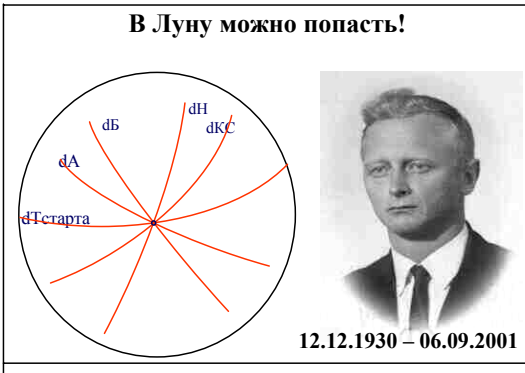


Рис.4. "Паук" В.А. Егорова (1956г.).

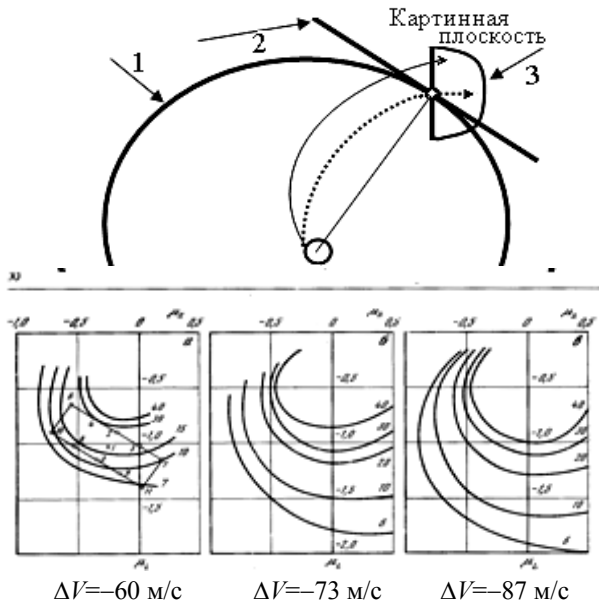


Рис.5. Построение траектории полёта к Луне. Изолинии $r_{\min} = \text{Const}$ на плоскости μ_1, μ_2 для семейств траекторий с разными $\Delta V = V - V_{\text{параб}}$.

Однако и в этом случае оставались крайне неприятные нелинейности гравитационного поля Луны, приводящие не только к усложнению сходимости краевой задачи по условиям в конце полёта, но, что более важно, к нарушению нормального закона ожидаемого рассеивания для координат точек пересечения картинной плоскости гауссовой трубкой траекторий. Это обстоятельство оказалось критическим при построении гравитационного манёвра у Луны с одновременным фотографированием её обратной стороны.

Чтобы пояснить эту проблему, обратимся к нижней части рис.5 [11], где показаны изолинии перигейного расстояния у Земли для трёх проектных облётных траекторий (1.5, 2.5 и 3.5 суток полёта до Луны с соответствующими им ΔV от параболической скорости). По техническим условиям того времени, сформулированным Е.Я. Богуславским, передача за приемлемое время на Землю полученной и проявленной на борту лунной фотографии было возможно, если расстояние до Земли в перигее траектории не превышает 20 тыс. км. И, естественно, оно не должно было быть меньше границ атмосферы Земли.

Итак, для каждой точки картинной плоскости надо было определить условия возвращения к Земле и построить область траекторий, удовлетворяющую всем требованиям. На левом рисунке для наиболее жёсткой 1.5-суточной траектории полёта к Луне (с наиболее узкой её зоной прицеливания) показан допустимый прямоугольник траекторий облёта Луны с нанесёнными на нём расстояниями фотографирования обратной стороны Луны при выполнении условий фотографирования. Оставалось сравнить этот прямоугольник с возможным рассеиванием трубки траекторий в координатах картинной плоскости Луны.

Самым простым способом было нарисовать всё это на миллиметровой бумаге, вырезать вычисленный эллипс рассеивания и, двигая, найти его наиболее удачное положение в прямоугольнике. Однако именно это и оказалось невыполнимым в силу значительной гравитационной нелинейности точек картинной плоскости. По причине нелинейности преобразования координат и скоростей гауссовой трубки траекторий в координаты точек картинной плоскости в этой плоскости не существовало эллипса нормального распределения её точек-траекторий (рассеивание точек картинной плоскости – не гауссово).

Нелинейное отображение в линейное пространство. Выход подсказал "поставщик" эллипсов рассеивания космических траекторий А.Б. Най-

шуль – сотрудник Н.А. Пилюгина. Он посоветовал воспользоваться принятым в ядерной физике способом исключения нелинейности закона движения заряженной частицы около атомного ядра – отображением её движения на движение незаряженной частицы с той же энергией. Небесно-механическая аналогия такого "способа прицельной дальности" показана на рис.6.

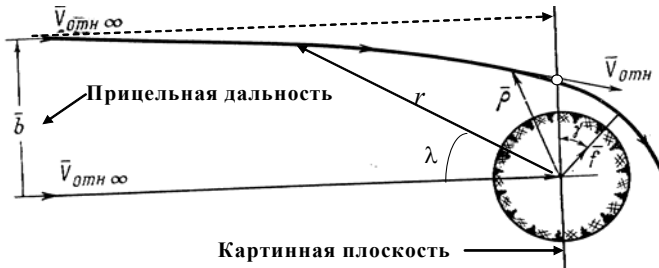


Рис.6. Нелинейная картинная плоскость и линейная прицельная дальность.

Отображение траектории с гравитацией на траекторию без гравитации может быть выполнено многими способами. Важным является предположение, что всё множество рассматриваемых траекторий ("трубка траекторий") имеет одинаковые векторы скорости $\bar{V}_{отн\infty}$ на бесконечности (влияние расходимости плането-центрического пучка траекторий лежит далеко за пределами требуемой точности проектирования орбит).

Выше уже упоминалось, что процедуры решения баллистических задач построения движения космического объекта в процессе проектной подготовки полёта и на последующей стадии его реализации резко отличаются. Соотношения прицельной дальности на стадии проектирования полёта особенно важны: это конструктивный способ линейного отображения в картинной плоскости именно областей получаемых характеристики движения. Искомые области характеристик траекторных движений в сфере действия целевого небесного тела могут рассматриваться в кеплеровом приближении. Наиболее подходящей для этой цели является формула, построенная позже В.Г. Киселёвым [16],

$$b = \frac{1}{2} r \sin \lambda \left[1 \pm \sqrt{1 + \frac{4\mu}{rV_{\infty}^2 (1 + \cos \lambda)}} \right].$$

Это очень удачное соотношение между модулем вектора прицельной даль-

ности b и полярными координатами r, λ в окрестности небесного тела с гравитационным параметром $\mu=fM$ ($f=k^2$ – гауссова постоянная тяготения, M – масса небесного тела) для траекторий с параметром V_∞ модуля относительной скорости на бесконечности. Оно позволяет отобразить на картинную плоскость гиперболические траектории, проходящие через любые выбранные точки окрестности небесного тела.

Из рис.6 видно, что каждая точка в картинной плоскости определяет некоторую гиперболическую траекторию в окрестности целевого небесного тела и каждой траектории в картинной плоскости соответствуют две точки – "реальная" и "прицельная". Если интерес представляют только точки прицельной дальности траекторий, то картинную плоскость называют "прицельной плоскостью". Построение изолиний границ "областей интереса" в прицельной плоскости составляет основную часть процесса построения траекторий на стадии проектирования космического полёта. Теперь этот процесс весьма автоматизирован, но первым, кто это блестяще сделал в своей кандидатской диссертации в начале 60-х годов, был сотрудник ОКБ им. С.А. Лавочкина К.Г. Суханов.

С другой стороны, в процессе полёта космического аппарата важно вычислить параметры полученных координат в прицельной плоскости и сравнить их с предполётным проектом. Поскольку предполётный анализ выполняется в рамках задачи двух тел, то ожидаемые координаты встречи с картинной плоскостью вычисляются в виде *параметров оскулирующей гиперболы*, касающейся траектории полета в самом конце движения, когда на траекторию подействовали уже все возмущения. Таким образом, эти вычисления выполняются по точным результатам численного интегрирования координат и относительных скоростей в точке встречи с поверхностью небесного тела или в перицентре движения внутри его сферы действия. Здесь важны формулы, свойством которых является их независимость от системы координат, в которой выполняется численное интегрирование.

Легко доказать, что модуль вектора прицельной дальности гиперболы равен её малой полуоси b . Соответственно, малая и большая полуось оскулирующей гиперболы селеноцентрического или планетоцентрического движения равны:

$$b = \frac{|\mathbf{c}|}{|V_{\text{отн } \infty}|}, \quad a = \frac{\mu}{|V_{\text{отн } \infty}|^2}; \quad |V_{\text{отн } \infty}| = \sqrt{|V_{\text{отн}}|^2 - \frac{2\mu}{|\rho|}},$$

$$\mu = fM, \quad \mathbf{c} = \boldsymbol{\rho} \times V_{\text{отн}}.$$

Угол γ истинной аномалии точки пересечения гиперболой картинной плоскости ("угол гравитационного поворота") равен

$$\begin{aligned} \sin \gamma &= \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, & \cos \gamma &= \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \\ \mathbf{b} &= b \left[\cos \gamma \frac{\mathbf{f}}{|\mathbf{f}|} - \sin \gamma \frac{\mathbf{e} \times \mathbf{f}}{|\mathbf{e} \times \mathbf{f}|} \right], \\ \mathbf{V}_{\text{отн}\infty} &= |\mathbf{V}_{\text{отн}\infty}| \left[\sin \gamma \frac{\mathbf{f}}{|\mathbf{f}|} + \cos \gamma \frac{\mathbf{e} \times \mathbf{f}}{|\mathbf{e} \times \mathbf{f}|} \right], \\ \dot{\mathbf{f}} &= \mathbf{V}_{\text{отн}} \times \mathbf{e} - \mu \frac{\boldsymbol{\rho}}{|\boldsymbol{\rho}|} \quad \text{— вектор Лапласа.} \end{aligned}$$

Для вычисления направления векторов гиперболической скорости на бесконечности и искомого вектора прицельной дальности необходимо вычислить направление на перигецентр гиперболы с помощью интеграла Лапласа.

Заметим, что описываемый метод линеаризации координат в картинной плоскости представляет собой яркий пример удачной замены "плохого" пространства на "хорошее" – в данном случае построения биекции нелинейного и линейного пространств *путём использования нелинейной функции преобразования их параметров*. Такой нешаблонный метод линеаризации заслуживает внимания и использования в других нелинейных задачах. Характер функции отображения прицельной дальности показан на рис.7 слева.

Вопреки известному закону, у параметра прицельной дальности есть крайне позитивное баллистическое свойство, показанное ниже на примере Юпитера: область попадания в планету в картинной плоскости значительно превышает радиус самой планеты (для Луны примерно в 1.5 раза, Земли и Венеры – в 2 раза, а для массивного Юпитера, как это видно из рис.6, – в 5 раз). Это обстоятельство заметно облегчает баллистические проблемы обеспечения требуемой точности построения нужных траекторий (попасть в более широкую область легче). Кроме того, вблизи каждого небесного тела есть узкая область, обеспечивающая нужное изменение энергии движения с помощью гравитационного манёвра. Эта область отображается на картинной плоскости тоже в несколько больших размерах. Например, на рис.7 справа показана область, попадание в которую обеспечивает выброс гравитацией Юпитера из Солнечной системы так пролетевшего мимо него тела.

Важным общим свойством вектора прицельной дальности является линейная связь его вариаций с отклонениями координат и скорости на предыдущем участке полёта. Поскольку расстояния до небесных тел значительно превышают размеры промахов на границах их сфер действия, то, как пра-

вило, вся трубка траекторий лежит в линейной окрестности центральной траектории. При нормальном распределении координат и скоростей в начале пассивного участка их рассеивание в процессе полёта остаётся нормальным. В этом случае и прицельные дальности, отображаемые на картинную плоскость, также принадлежат линейной окрестности центральной траектории гауссовой трубки рассеивания траекторий. Поэтому шестимерный эллипсоид координат и скоростей в конце активного участка траектории у Земли линейно преобразуется в эллипс рассеивания координат в картинной плоскости.

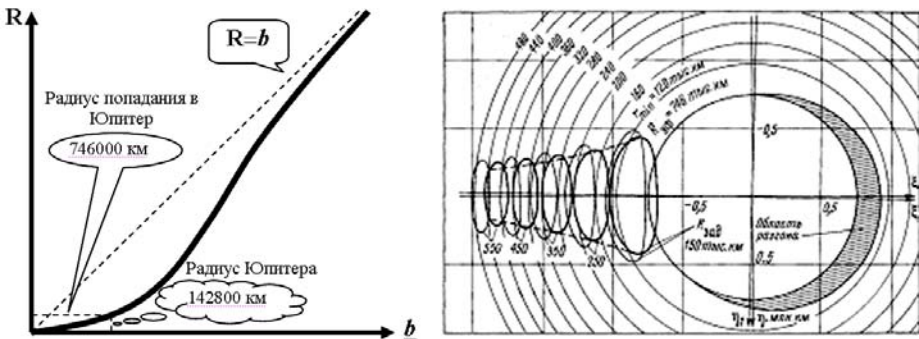


Рис.7. Прицельная плоскость Юпитера [16].

Заштрихованная область показывает траектории, которые после выхода из сферы действия Юпитера будут иметь гелиоцентрическую параболическую скорость. Числа у окружностей показывают минимальные расстояния пролёта Юпитера. Области слева показывают траектории, проходящие через тень Солнца и радиотень Земли на указанных расстояниях от Юпитера. С увеличением расстояния от Юпитера ширина области тени стремится к размеру диаметра Юпитера.

Позже, в лекциях по механике космического полета, прочитанных Д.Е. Охочимским в МГУ в 1961г., был подробно описан этот прием исключения нелинейного влияния притяжения планеты на параметры траектории.

Возвращаясь к обстоятельствам построения траектории первого облёта Луны, заметим, что такому вырезанному из миллиметровой бумаги эллипсу рассеивания в линейной картинной плоскости Луны Д.Е. Охочимский своими руками нашел наилучшее место среди всех рассчитанных и нарисованных в ней изолиний параметров окрестности Луны, её фотографирования и возвращения к Земле с передачей по радиоканалу проявленной в полёте фотографической картины обратной стороны Луны. В результате была рас-

считана затем успешно реализованная траектория, точное изображение вертикальной геоэкуаториальной проекции которой [17] (к слову сказать, вычерченное автором), показано ниже на рис.8.

Важно напомнить, что именами М.В.Келдыша и С.П.Королёва названы вновь открытые кратеры на обратной стороне Луны!

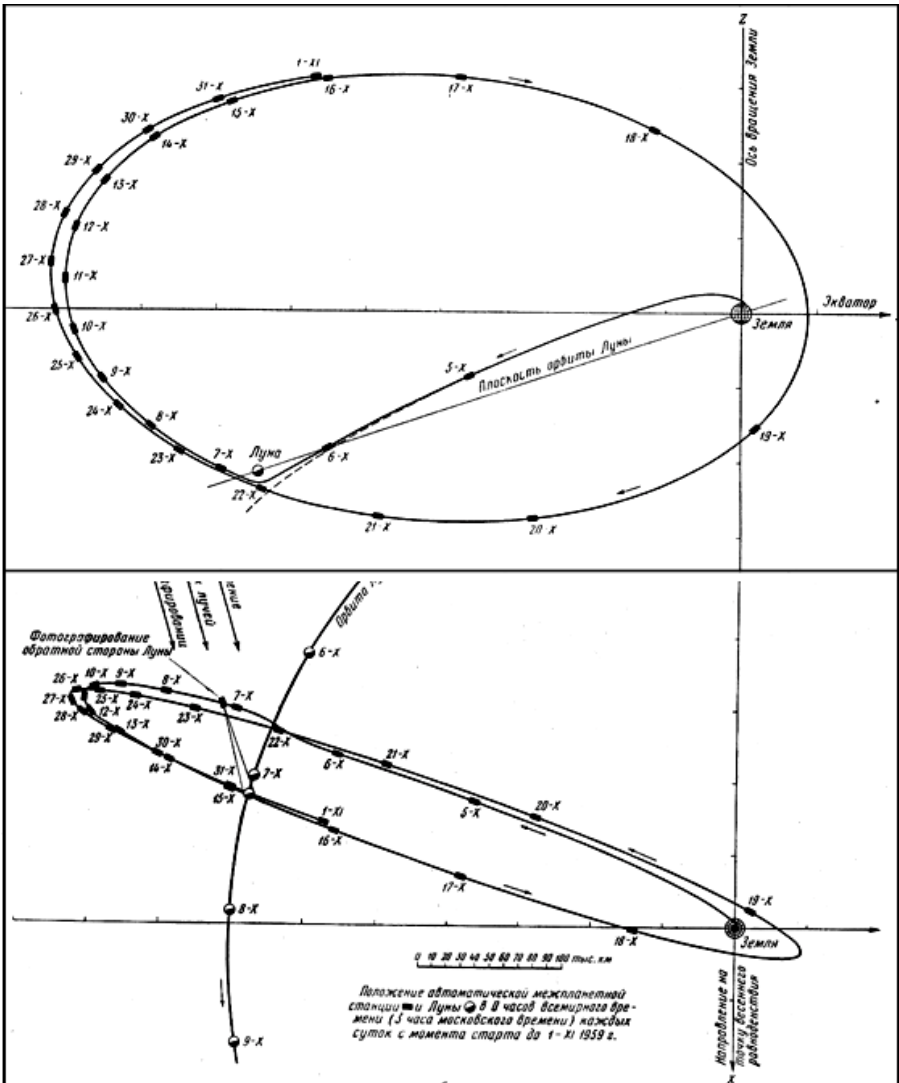


Рис.8. Траектория для выяснения, что там – на обратной стороне Луны?

И нельзя не вспомнить, что за эту работу коллектив Д.Е. Охоцимского примерно полгода спустя совершенно неожиданно был награждён несколькими бутылками отличного сухого французского вина. Оказалось, что ещё в 19 веке некий французский винодел завещал вагон лучшего вина тому, кто откроет тайну обратной стороны Луны. И этот вагон был направлен в СССР! С.П. Королёв раздал вино по фирмам, открывшим, наконец, эту вечную тайну. Одна из этих памятных бутылок (опустошённая, конечно) теперь хранится в музее М.В. Келдыша.



Рис.9. В кабинете-музее М.В.Келдыша.

Найденный метод построения траекторий в ракетной технике

Другим примером удачного баллистико-технического способа построения траекторий космических полётов является знаменитая "звёздочка" — ныне общепринятый способ выведения космического аппарата на траекторию движения к Луне и планетам солнечной системы. История возникновения этого метода, также связана с именами М.В. Келдыша, Т.М. Энеева и Д.Е. Охоцимского.

На рис.10 приведен фрагмент замечания С.П.Королёва к тексту доклада, подготавливаемого Д.Е. Охоцимским в начале 1959г. (когда уже велись работы по проектированию полётов к Венере и Марсу) и добавление, написанное Дмитрием Евгеньевичем [18].

К этому времени уже хорошо было известно, что ответы на вопрос "когда и как лететь к Венере, Марсу?" привязаны к синодическому периоду повторения взаимного углового положения Земли, этих планет и Солнца. На рис.11 показаны окна старта полёта к Венере. Видно, что они, а следовательно, и моменты прилёта к Венере, достаточно равномерно расположены вдоль орбиты Земли. Это обстоятельство приводило к неодинаковому в мо-

мент прилёта положению Венеры относительно линии узлов её орбиты. В результате не все годы благоприятны с точки зрения размеров веса КА, выводимого на межпланетную траекторию. И если ближайшие пуски к Венере и Марсу в 1959г. и 1961г. были ещё возможны, то в последующие окна старта в 1962г., 1964г. и 1965г. назревала критическая ситуация отмены полёта или посылки к планетам неработоспособных аппаратов практически без научных приборов.

Морфей пишет, что
уточнить, что
в текущем году
следует рассмотреть
проблему полёта
к Венере
(это всё, что мне
это знает!)

Как показывает исследование, полёт
к планетам солнечной системы
целесообразно осуществлять в течение
определённых промежутков времени,
когда взаимное расположение
Земли и планеты обеспечивает
возможность минимальных энергетиче-
ских затрат на разгон ракеты. Так
например, для полёта к Венере
в ближайшие годы следует начинать
подготовку ~~автоматической станции~~
~~ранее~~ ~~в августе 1961 года~~
~~в августе 1961 года~~
вплоть до старта с Земли в июне
текущего года и в январе 1961 года.

Рис.10. Автографы С.П. Королёва и Д.Е. Охочимского.

Причина была в том, что трёхступенчатая непрерывная ракета-носитель С.П. Королёва при разгоне КА по оптимальной траектории движения бросала КА в пустоту космического пространства под вполне определённым углом склонения его скорости полёта к экватору Земли. Но ввиду некомпланарности орбит Земли и планеты-цели последняя в разные окна старта оказывалась то выше (при высоких склонениях точки встречи) то ниже (соответственно – при низких её склонениях) фиксированного угла склонения скорости в конце оптимальной траектории разгона. Исправление этой разности склонений приводило к потере выводимого веса КА. В результате для полётов к Венере или к Марсу оптимальными оказывались лишь единственные окна старта, повторяющиеся через 8 и 15 лет соответственно. Аналогично, для полёта к Луне с привязкой момента старта к её фазе по той же причине оптимальный старт был возможен лишь один раз в год (при совпадении нужного положения Земли, Солнца и Луны с требуемым её склонением).

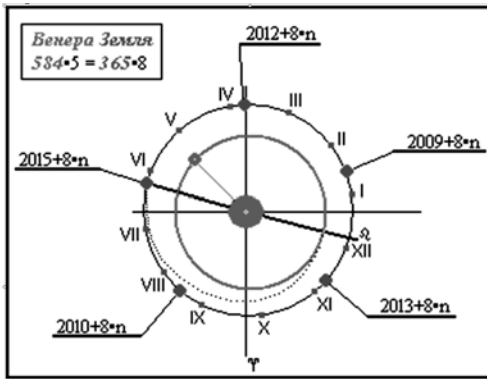


Рис.11. Удачное соотношение синодического периода Венеры (584^d) и года Земли определяет почти периодическое расположение окон старта полётов к Венере.

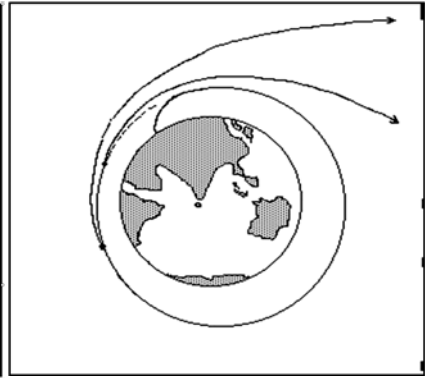


Рис.12. Знаменитая "Звёздочка".

Выход из этой неприятной ситуации нашел Т.М. Энеев: он предложил поменять схему разгона КА, сделав ее такой, чтобы энергозатраты не зависели от угла склонения планеты-цели [19]. Для этого надо сначала оптимально выйти на орбиту спутника Земли, а затем вторично стартовать из такой ее точки, из которой при оптимальном доразгоне получается требуемое склонение скорости в начале пассивного участка траектории (рис.12).

Надо признать, что выход, предложенный Тимуром Магомедовичем, потребовал от него свойственной ему решительности или даже смелости. Баллистически, конечно, эта задача сложностей не представляла. Зная из решения краевой задачи полёта к планете оскулирующее значение вектора V_{∞} , легко получить и требуемое положение плоскости орбиты ИСЗ в пространстве (т.е. момент старта 1-й ступени ракеты), и угловую дальность гиперболической траектории с нужными интегралом энергии и радиусом перигея, равным радиусу орбиты ИСЗ (т.е. точку старта с промежуточной орбиты ИСЗ). Но технически это предложение означало:

- отказ от согласованных и уже принятых технических решений,
- коренное изменение системы управления полётом,
- переделку третьей ракетной ступени,
- создание ещё одной (уже 4-й!) ракетной ступени (такой, которую еще никто не делал, поскольку запуск этой последней ступени с заданным значением стартового угла тангажа должен был произойти в невесомости поч-

ти через час после выключения третьей ступени над южной частью Атлантического океана и без радиовидимости с территории СССР!).

У М.В. Келдыша были оправданные сомнения в технической реализуемости такого варианта за оставшееся время до планируемых пусков объектов 2МВ к Марсу и Венере. В связи с этим, он пригласил С.П. Королёва и всех главных конструкторов для обсуждения ситуации, поручив Д.Е. Охочимскому рассказать о сути предложения ОПМ.

Дмитрий Евгеньевич блестяще, и по-своему, решил проблему постепенного внедрения в сознание С.П. Королёва и главных конструкторов понимания неотвратимости требуемых конструктивных разработок. К совещанию у М.В. Келдыша был подготовлен плакат с большим количеством (около 8-ми) просчитанных "плохих" вариантов полётов к Венере и Марсу с негодными весами полезного груза этих вариантов и в конце – с двумя вполне приемлемыми вариантами, отмеченными звёздочкой. Этот плакат в целях секретности содержал лишь обозначения вариантов возможных дат полёта с числами, обозначающими вес конечной ступени в конце активного участка к Венере типа β -61/I/ 14 780, к Марсу α -62/X/31 845 или β^* -61/I/14 1234 и α^* -62/X/31 1225. Надо сказать, что плакат этот был выполнен в чисто академическом стиле – черной тушью на полувыпрямленном и так загибающимся снизу листе ватмана, что эти "хорошие" варианты, отмеченные звёздочкой, были сидящим в мягких креслах кабинета "главным" даже не очень видны.

Дмитрий Евгеньевич не был бы самим собой, если бы он сразу перешёл к двум последним вариантам. Вместо этого он стал по очереди, один за другим, подробно описывать сверху вниз все просчитанные краевые задачи и объяснять все баллистические обстоятельства полёта для каждого из вариантов плаката. При этом он, тщательно подбирая слова и стараясь никого не задеть, в безличной форме отмечал все чисто баллистические недостатки непрерывного способа разгона КА. В принципе присутствующим всё стало понятным уже после разбора второго из вариантов, и где-то в середине рассказа о третьем, уж очень не подходящем варианте полёта, Сергей Павлович спросил: "Дмитрий Евгеньевич! А что у Вас там внизу, со звездочкой?", на что получил очень вежливый ответ; "Сергей Павлович, я об этом скажу обязательно чуть позже", и рассказ обстоятельств очередного варианта продолжился. Спустя ещё один или два варианта ситуация повторилась, повторилась она и в третий раз. Но на этот раз Сергей Павлович уже не просил, а очень раздражённо (он просто взорвался!) потребовал: "Дмитрий Евгеньевич! Да скажите, наконец, что у Вас там внизу, со звездочкой?" Атмосфера

весьма накалилась, и в наступившей тишине раздался тихий и спокойный голос Мстислав Всеволодовича; "Дмитрий Евгеньевич! Ну, выполните же, пожалуйста, просьбу Сергея Павловича!" Последовал подробный рассказ о "звёздочке". И тогда после некоторого молчания произошло подробное деловое обсуждение, и было принято чисто *эпохальное* решение – "звёздочку" делать!

Построение коррекционных манёвров

Важным примером баллистической задачи построения движений является задача о коррекции траекторий полёта космических аппаратов СССР к Луне и планетам [20-25]. Внутренняя многозначность возможных решений в этой задаче определяется неопределённостью требуемого количества актов управления и конкретных значений их моментов времени (точек на траектории), выбираемых для изменения нужным образом картины движения. Эта многозначность на этапе проектирования полёта и выбора требуемых запасов управления умножается на неопределённость области будущего движения. При этом поиск оптимальных характеристик конкретизации нужного изменения движения осложняется существенной нелинейностью решений задачи многих тел.

История вопроса. Работы по исследованию характеристик коррекции орбит космических аппаратов (КА) начались по инициативе М.В. Келдыша в конце 50-х годов в связи с подготовкой проекта межпланетных перелетов к Марсу и Венере. Этому способствовало то обстоятельство, что при проектировании облета Луны с фотографированием её невидимой стороны в двух руководимым М.В. Келдышем институтах - НИИ-1 МАП и ОПМ уже были решены две наиболее новые для того времени задачи, имеющие ключевое значение для реализации коррекционного манёвра КА. Это задача построения требуемой ориентации его корпуса в пространстве, решённая коллективом Б.В. Раушенбаха, и задача построения траекторий КА с нужными параметрами, которая была решена в коллективе Д.Е. Охочимского. Этим были созданы предпосылки для разработки технических и баллистических средств систем коррекции ошибок реализации космических траекторий (коллектив Б.В. Раушенбаха к этому времени был переведен к С.П. Королёву в ОКБ-1).

Необходимость обеспечить точность реализации космических траекторий, превышающую ее земные эквиваленты на несколько порядков величин, породила необходимость создания дополнительных ориентационных, ракетных и радиосистем на борту КА, позволяющих производить коррекцию орбиты в процессе полета. Техническая сложность создания подобных

систем заключалась в том, что они могли быть построены только на базе элементов обычной точности.

М.В. Келдыш прекрасно понимал, что точный пролет Луны, Марса и Венеры или посадка на их поверхность невозможны без исследования особенностей коррекционных маневров с целью оптимизации характеристик технических средств коррекции. Важными были задачи определения требований к конструкции системы коррекции КА: возможные направления и требуемая точность ориентации в пространстве, необходимые запасы топлива, требуемое число включений двигателя, ожидаемые времена проведения коррекции и ряд других параметров. Математически сложность этих задач была связана с упомянутой необходимостью анализа характеристик коррекции не для единственной траектории полета, а для всей возможной трубки траекторий, определяемой ошибками выведения КА на участке разгона и прогнозирования движения космического аппарата и ошибок исполнения самих коррекционных маневров. С другой стороны, задача облегчалась тем обстоятельством, что ширина трубки траекторий значительно меньше ее протяженности, что позволяло надеяться на использование методов линеаризации характеристик сближения с планетой.

Таким образом, на этой ранней фазе (1958г.) были сформулированы следующие проблемы создания системы коррекции орбит космических аппаратов:

- как определить полученную орбиту КА и погрешность этого определения?
- как сформировать условия коррекции для всей области неопределенности?
- сколько раз придется корректировать орбиту полета?
- как выбрать моменты выполнения коррекции движения?
- как рассчитать требуемое изменение вектора скорости полета при коррекции?
- как определить нужный для этого запас топлива?
- как оценить и учесть ошибки исполнения коррекции движения?
- какие должны быть предъявлены требования к бортовым системам КА?
- и, наконец, как все это оптимизировать?

Первые отечественные публикации, связанные проблемой коррекции параметров движения космического аппарата связаны с именами Г.Н. Дубошина и Д.Е. Охочимского [20]. Следует отметить высокую ценность этих публикаций в то время, когда в зарубежной литературе (см., например, [26]) постановка задачи о коррекции траектории полета в них была связана со

следующими, как позже стало понятно, достаточно далёкими от реальности соображениями:

- Предполагалось, что допустима планарная постановка задачи о поиске оптимального закона управления движением в плоскости траектории полёта с помощью приложения в некоторых точках траектории корректирующих эту траекторию импульсов изменения скорости движения.
- Предполагалось, что требуемый корректирующий манёвр может быть построен из решения задачи перелёта из точки А в точку В за заданное время (известная небесно-механическая задача, получившая имя "задача Ламберта").
- Предполагалось, что основная проблема коррекции траекторий заключается в том, что по мере течения времени полёта точность определения траектории монотонно возрастает, а эффективность использования корректирующей скорости монотонно падает. Поэтому, если коррекция производится достаточно поздно, может потребоваться большой корректирующий импульс и значительный дополнительный вес на борту КА. Ранняя коррекция может оказаться более экономной, однако недостаточная точность определения параметров орбиты к моменту ее выполнения может привести к недостаточной точности коррекции и к необходимости ее повторного выполнения. Выходом из этой ситуации является многократная коррекция, и задача заключается в оптимальном распределении коррекционных действий вдоль траектории полёта.
- Поэтому предполагалось, что задача построения на траектории моментов времени, направления и величины коррекционного изменения скорости полёта это типичная вариационная проблема, т.е. должен существовать оптимальный закон корректирующего воздействия на траекторию полёта, который и надо найти.

Известный из литературы небесно-механический метод решения этой задачи путём сведения ее к задаче Ламберта практически не мог быть использован в силу двух причин. Во-первых, этот метод позволял получить характеристики коррекции только конкретной траектории, что приводило бы при необходимости анализа всей возможной трубки траектории и всех возможных моментов коррекции ошибок полета проводить массовые расчеты на ЭВМ. Во-вторых, классическая задача Ламберта является задачей с фиксированными моментами времени начала и конца полета, тогда как в задаче коррекции момент времени сближения с планетой является в ряде случаев свободным параметром и должен выбираться с целью оптимизации других характеристик коррекции, что при таком подходе опять требуется

проведение массовых расчетов на ЭВМ.

В 1959г. Д.Е. Охоцимский предложил рассматривать задачу о коррекции траектории полёта как линейную задачу об изменении (с минимальными затратами характеристической скорости) координат точки пересечения космическим аппаратом картинной плоскости планеты. Этим были сформулированы функционал и изопериметрическое ограничение предполагаемой вариационной проблемы. Подобный подход объяснялся тем, что понятие построения траектории в координатах картинной плоскости со способом исключения гравитационных нелинейностей к тому моменту уже были развиты в процессе построения траектории первого облёта Луны (см. выше). Поэтому идея линейной постановки была совершенно естественна. Но как поставить задачу поиска закона изменения скорости полёта?

В 1965-67 гг. под руководством Д.Е. Охоцимского и Н.Н. Ченцова после неоднократных достаточно горячих обсуждений на семинаре была подготовлена и защищена В.А. Рясиным первая кандидатская диссертация на тему коррекции погрешностей траекторий (далее просто – "коррекции"). Её важность трудно переоценить. На простой модельной задаче (придуманной Д.Е. Охоцимским, рис.13) было получено понимание, что задача о коррекции это совсем не вариационная задача о поиске экстремали условного функционала затрат топлива, а задача о *построении правила* выбора моментов и параметров коррекционных воздействий (это был первый случай встречи с практически важной проблемой *построения правила*).

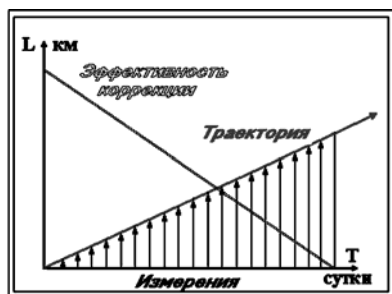


Рис.13. Задача Д.Е. Охоцимского. По ходу полёта с ошибкой измеряются дальности от оси абсцисс до прямолинейной траектории. Как исправить конечный промах, если эффективность его коррекции линейно уменьшается со временем?

В диссертации В.А. Рясины было показано, что построение искомого правила достигается путём априорного разбиения "информационного пространства" параметров задачи (запас топлива – измерения) на области по-

стоянного числа повторений коррекций (1, 2, 3,...) оставшихся ошибок. В каждой такой области фиксированы параметры коррекционных манёвров. Их значения определяются уже в процессе полёта в зависимости от измеренных отклонений траектории от требуемых значений.

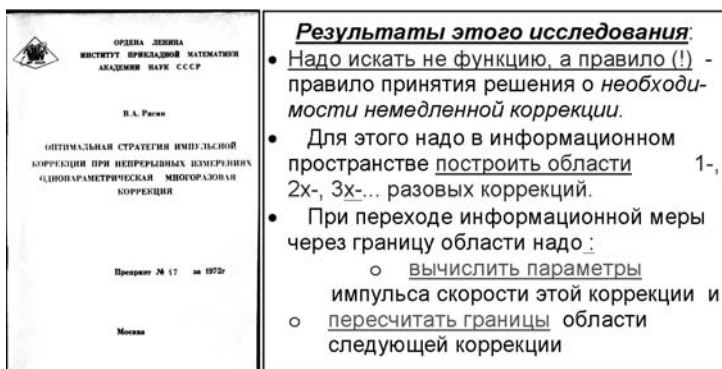


Рис.14. Диссертационная работа В.А. Рясина (аспиранта Д.Е. Охочимского и Н.Н. Ченцова), сыгравшая важную роль в осознании свойств задачи о коррекции траекторных погрешностей.

Важно отметить, что предлагаемые здесь правило и мера были сформулированы в параметрах траекторных измерений, что усложняло задачу оптимального разбиения информационного пространства. В.А. Рясин решал эту задачу методом Беллмана, опираясь на предположения о случайном характере погрешностей измерений в рамках простейшей линейной модели эффективности коррекции. Это позволяло методами математической статистики (именно здесь были нужны советы Н.Н. Ченцова) на множестве случайных измерений построить информационную меру необходимости выполнения коррекционного манёвра – в виде математического ожидания требуемого расхода топлива при выполнении коррекции в данный момент.

Заметим, что это было не очень нужное и чисто диссертационное усложнение задачи – оно требовало построение границ режимов коррекции в многомерном пространстве ошибок *измерений*. При таком подходе практически невозможно было выполнить создание программного комплекса для оперативного управления полётом КА и построения коррекционных манёвров. Дело было в том, что состав радио- и оптических траекторных измерений мог быть достаточно обширен, а оценки их погрешностей были слабо формализованы и совершенно ненадёжны. Любое изменение состава или

параметров траекторных измерений приводило бы к необходимости переделки практически всех программных средств управления полётом. К тому же, были совершенно не ясны достижимые характеристики эффективности коррекции и их зависимости от времени полёта и параметров траектории.

Поэтому Д.Е. Охоцимский принял естественное решение о выделении из задачи определения орбит КА по данным оптических и радионаблюдений отдельной задачи о коррекции – для получения ответа на вопросы об управлении полётом КА при известной его траектории. Это чисто организационное решение, соответствовавшее принципам разделения труда, предопределило существование в будущем двух сложившихся и тесно взаимодействующих коллективов: одного – для текущего определения существующей траектории полёта КА и другого – для построения управления его будущим движением.

Точность знания траектории полета и возможное число коррекций. В интересах развития методов оценок погрешностей параметров траектории летящего космического аппарата Т.М. Энеевым, Н.И. Золотухиной и Э.Л. Акимом [27,28] были выполнены обширные исследования ожидаемой точности определения орбит. Они показали два обстоятельства, крайне важных для построения методов коррекции:

А) Наибольшую опасность для точности прогнозирования полёта КА представляет принципиальная возможность аппроксимации плавающих ошибок траекторных измерений моделью движения КА, которой эти плавающие ошибки не противоречат.

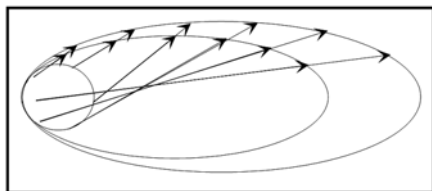


Рис.15. Пример ошибок, совпадающих с моделью движения.

Б) Зависимость погрешностей определения траектории полёта имеет достаточно длинный участок почти постоянной величины погрешности (оставшейся от измерений в ближайшей окрестности Земли). Этот участок кончается там, где соседние траектории из множества возможных траекторий взаимно удаляются, благодаря действию солнечного притяжения.

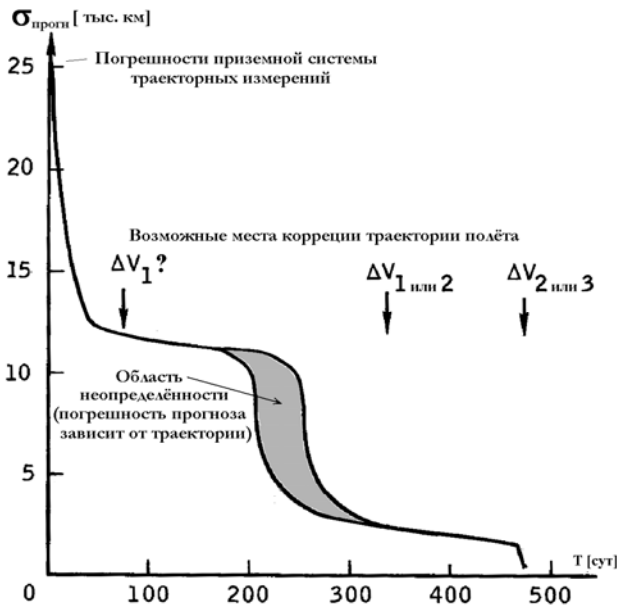


Рис.16. Типичная кривая ошибок прогнозирования координат в картинной плоскости Марса. Т.М. Энеев показал, что система дальней космической связи (см. средний участок кривой) не сразу позволит уточнить траекторию, а лишь после того, как солнечное возмущение "растасит" траекторию гауссовой трубки на расстояния больше ошибок измерений. Момент улучшения точности прогнозирования зависит от траектории и заранее не очевиден. Этот вывод показал, что число коррекций не будет более трёх.

С точки зрения искомых свойств коррекционных манёвров эти выводы показали, что возможное число манёвров *вряд ли превысит три* (практически обходились одной коррекцией траектории полета в её середине или двумя, когда требовалось исправлять ошибки небесно-механических моделей движения планеты цели^{*)}).

^{*)} Теория Ньюкома даёт погрешность знания положения планет и Земли порядка полу-сотни километров. Это требует выполнения последней коррекции внутри сферы действия планеты-цели, когда её притяжение исказит траекторию полета на величину больше ошибок измерения. С целью улучшения знания положения планеты-цели в коллективе члена-корреспондента РАН Э.Л. Акима совместно с ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН была разработана эффективная методика обработки радиолокационных наблюдений планеты-цели.

Постановка задач построения процедур коррекции. Поэтому дальнейшие исследования [21] были направлены не на исследование механизма повторных коррекционных актов, исправляющих оставшиеся ошибки, а на определения методов эффективного построения таких изменений скорости полёта КА, которые наиболее экономно (с точки зрения затрат топлива) изменяют терминальные параметры траектории. Та часть исследования, которая была выполнена автором данной статьи [22,23] (в тесном контакте с баллистами ОКБ-1 С.П. Королева А.А. Дашковым и В.Н. Кубасовым [24]), была направлена на решение трёх задач:

1) Задачу отыскания наиболее эффективного способа изменения терминальных параметров траектории КА одним коррекционным импульсом скорости.

2) Задачу поиска наиболее рационального размещения многих коррекционных импульсов скорости вдоль траектории КА.

3) Задачу выполнения коррекционных манёвров с помощью двигателей системы ориентации КА при ограниченной величине их силы тяги в вариационной постановке.

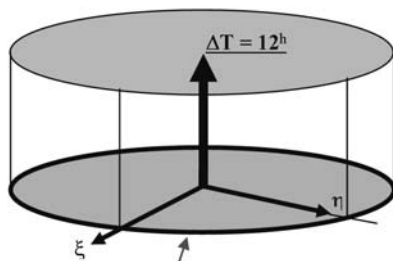


Рис.17. Ближайшие соратники Д.Е. Охочимского – Т.М. Эннеев и Э.Л. Аким.

При решении этих задач в качестве *информационного пространства* рассматривалось пространство прогноза координат прицельной дальности, ортогонально дополненное параметром времени прилёта в требуемую точку пространства. Отклонения этих трёх прогнозируемых параметров от заданных значений и определяли условия требуемой коррекции движения. Важным обстоятельством была суточная периодичность условия коррекции

времени, связанная с астрономическими условиями видимости из пунктов на территории СССР небесного тела с приближающимся к нему КА. Отсюда вытекал удобный факт отсутствия необходимости изменять более чем на 12 часов время прилёта к заданному небесному телу (далее просто "время прилёта").

Таким образом, вся область неопределенности условий коррекции ограничивалась эллипсом рассеивания координат в картинной плоскости планеты-цели и времени прилёта, вычисляемому по модулю 12 часов (рис.18). Задача заключалась в анализе свойств линейного отображения этой области *корректируемых* параметров в пространство *корректирующих* параметров. Последними в "импульсной постановке" являются компоненты импульсов коррекции скорости полёта в выбранные моменты времени.



Эллипс рассеивания прицельных дальностей в данный момент

Рис.18. "Область "интереса" в пространстве прогноза и её параметры ξ , η , ΔT .

Линейная постановка задачи коррекции в конце полёта очевидна (рис.19).

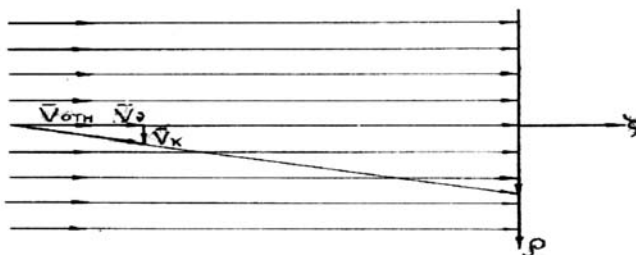


Рис.19. Линейные свойства коррекции в конце полёта. Достаточно очевидно, что в конце полёта эффективность импульса V_k равна оставшемуся времени полёта. При этом для обеспечения видимости сеанса прилёта скорректировать время полёта требуется не более чем на 12 часов.

В более общем случае построение линейной модели коррекционного преобразования параметров движения выглядит так: трёхмерный вектор корректируемых параметров $\rho = \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \delta T \end{pmatrix}$ связан с корректирующими параметрами $V(t_i)$ в моменты времени t_1, t_2, \dots, t_n соотношением $\rho = \mathbf{L} \cdot \mathbf{I}$, где вектор

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} V(t_1) \\ V(t_2) \\ \dots \\ V(t_n) \end{pmatrix}, \text{ а матрица } \mathbf{L} = \|\mathbf{N}(t_1) \mathbf{N}(t_2) \dots \mathbf{N}(t_n)\|.$$

Здесь матрицы $\mathbf{N}(t_i)$ связывают корректируемые параметры ρ с величинами $V(t_i)$ в моменты коррекции t_i : $\rho_i = \mathbf{N}(t_i) V(t_i)$ и $\rho = \sum_{i=1}^n \rho_i$.

Каждая матрица $\mathbf{N}(t_i)$ для кеплерового приближения модели движения с пересечением нескольких сфер действия небесных тел представляется в виде произведения

$$\mathbf{N}(t_i) = \mathbf{B} \mathbf{E}_r^* \mathbf{M}_R(t_R) \mathbf{M}_{R-1} \dots \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_0(t_i) \mathbf{E}_V,$$

где \mathbf{B} – матрица преобразования к параметрам ρ координат аппарата r_R в конечный момент t_R , а $\mathbf{E}_r^* = \begin{pmatrix} 100000 \\ 010000 \\ 001000 \end{pmatrix}$ – матрица, выделяющая отклонения

координат от их расчетных значений в конце траектории, $\mathbf{E}_V = \begin{pmatrix} 000 \\ 000 \\ 000 \\ 100 \\ 010 \\ 001 \end{pmatrix}$ – мат-

рица, выделяющая отклонения компонент скорости в точке коррекции от их расчетных значений. Каждая матрица \mathbf{M}_j (j – номер сферы действия) имеет

$$\text{вид } \mathbf{M}_j = \frac{\partial \mathbf{P}_j}{\partial \mathbf{P}_{j-1}} = \frac{\partial \mathbf{P}_j}{\partial \mathbf{R}_j} \frac{\partial \mathbf{R}_j}{\partial \mathbf{R}_{j-1}} \frac{\partial \mathbf{R}_{j-1}}{\partial \mathbf{P}_{j-1}}. \text{ Здесь } \mathbf{P} = \begin{pmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{V} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix}, \text{ где } x, y, z \text{ – координаты аппарата, а } \dot{x}, \dot{y}, \dot{z} \text{ – компоненты его скорости в декартовой системе}$$

наты аппарата, а $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ – компоненты его скорости в декартовой системе

координат с фиксированными направлениями осей; $\mathbf{R} = \left\| \frac{\mathbf{r}}{\mathbf{V}} \right\| = \left\| \begin{matrix} r \\ u \\ b \\ V_r \\ V_u \\ V_b \end{matrix} \right\|$, где r, u, b

и V_r, V_u, V_b – соответственно координаты и компоненты скорости аппарата в орбитальной системе координат, связанной с радиусом-вектором \mathbf{r} , трансверсалью \mathbf{u} и бинормалью \mathbf{b} . Обозначая матрицы направляющих косинусов связи орбитальной и декартовой систем координат на границах сфер действия через $\mathbf{a}_j = \partial R_j / \partial P_j$, а матрицы связи орбитальных параметров в моменты входа и выхода из сферы действия $\mathbf{S}_{j-1}^j = \partial R_j / \partial R_{j-1}$, для каждой "цепляемой" траекторией КА сферы действия какого-либо небесного тела имеем $\mathbf{M}_j = \mathbf{a}_j^* \mathbf{S}_{j-1}^j \mathbf{a}_{j-1}$, где * означает транспонирование матрицы или вектора-столбца.

Матрица \mathbf{a}_j^* имеет вид $\mathbf{a}_j^* = \left\| \frac{\mathbf{r}}{r}; \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{V} \times \mathbf{r}}{|\mathbf{r} \times \mathbf{V}| r}; \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{V}}{|\mathbf{r} \times \mathbf{V}|} \right\|$, где векторы-столбцы

матрицы представляют собой соответствующие проекции на оси декартовой системы координат. Матрица \mathbf{S}_{j-1}^j представляет собой известную матрицу изохронных производных векторов \mathbf{R} , полученную В.И. Чарным в виде аналитических выражений, состоящих из вычисляемых параметров движения в центральном поле сил [29].

Исследование одноимпульсной коррекции. Для одноимпульсной коррекции трёх параметров траектории $\rho^* = \|\xi \ \eta \ \zeta\|$ векторные выражения для матриц \mathbf{N} и \mathbf{N}^{-1} в произвольной прямоугольной системе координат имеют удобный вид:

$$\rho = \mathbf{N} \cdot \mathbf{V}, \quad \mathbf{N} = \|\mathbf{ABC}\|^*, \quad \mathbf{V} = \mathbf{N}^{-1} \rho, \quad \mathbf{N}^{-1} = \frac{1}{(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{C}} \|\mathbf{B} \times \mathbf{C} \ \mathbf{C} \times \mathbf{A} \ \mathbf{A} \times \mathbf{B}\|,$$

где "×" означает векторное произведение, "." – матричное, скалярное или обычное умножение (в зависимости от контекста), а $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ – векторы строк матрицы \mathbf{N} , которые представляют собой градиенты корректируемых параметров ξ, η, ζ ($\mathbf{A} = \text{grad} \xi, \mathbf{B} = \text{grad} \eta, \mathbf{C} = \text{grad} \zeta$) в пространстве компонент импульсов скорости $\mathbf{V}^* = \|v_x \ v_y \ v_z\|$ в выбранной точке траектории КА для

коррекции её ошибок^{*)}.

Анализ задачи построения коррекции отклонения вектора ρ единственным коррекционным актом опирается на три обстоятельства:

1. Число корректируемых параметров траектории и соотношения требуемой точности их послекоррекционных значений.
2. Взаимная ориентация в скоростном пространстве траекторной точки коррекции векторов градиентов компонент вектора ρ : $\mathbf{A}=\text{grad } \xi$, $\mathbf{B}=\text{grad } \eta$, $\mathbf{C}=\text{grad } T$.
3. Характер области равнозначности решений в пространстве корректирующих параметров и её отображения в пространстве корректируемых параметров.

В соответствии с п.1 из корректируемых параметров следует выделить параметры со строгими критериями успеха и параметры, критерии удовлетворения условий коррекции которых имеют вид критериальных ограничений типа периодических или паретовых множеств точек прицеливания. По числу строгих критериев задача одноимпульсной коррекции может быть трёх-, двух- и однопараметрической. Если строгих параметров нет или их число меньше трёх, то существует проблема построения оптимального корректирующего импульса. В силу линейной постановки оптимальный импульс должен принадлежать некоторой точке границ критериальных ограничений, при этом компоненты импульса, отвечающие за удовлетворение строгих условий коррекции, должны принадлежать подпространству оптимальных импульсов, а остальные компоненты – ортогональному к оптимальному "нуль-подпространству".

Наиболее важной является задача одноразовой строгой *двухпараметрической* коррекции координат в картинной плоскости планеты с третьим периодическим параметром времени прилёта к ней в условиях её видимости наземными пунктами дальней космической связи. В этом случае трёхмерное скоростное пространство импульсов коррекции должно разбиваться на двумерное "оптимальное подпространство" и ортогональное одномерное к

*) Приведенный общий вид решения линейной алгебраической системы уравнений третьего порядка, выраженный через векторы строк матрицы её коэффициентов, удобен тем, что сводит решение к операциям векторной алгебры, определяющим векторы сопряжённой системы условных градиентов каждого из параметров при условии постоянства другого параметра. При этом, поскольку скалярная величина $(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{C}$ равна определителю системы, который равен объёму фигуры, натянутой на векторы элементов строк матрицы, то при таком способе построения решения системы уравнений легко попутно определить степень обусловленности матрицы \mathbf{N} путём сравнения с единицей отношения $(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{C} / (|\mathbf{A}| \cdot |\mathbf{B}| \cdot |\mathbf{C}|)$.

оптимальному "нуль-подпространство". В другом случае одноразовой *однопараметрической* коррекции трёхмерное скоростное пространство импульсов коррекции должно разбиваться на одномерное "оптимальное подпространство" и ортогональное к нему двумерное "нуль-подпространство". Такое разбиение связано с обстоятельствами п.2.

Показанные на рис.20 векторы **A** и **B** градиентов корректируемых параметров ξ , η образуют связанную с ними плоскость расположения всех минимальных по величине импульсов коррекции координат параметров ξ , η – "плоскость оптимальной коррекции" (ПОК). Нормаль к этой плоскости образует ортогональное подпространство в виде "нуль-направления" \mathbf{v}^0 (импульс в этом направлении не изменяет величины ξ , η).

Матрица линейного отображения скоростного пространства выбранной для коррекции точки траектории в пространство корректируемых параметров состоит из строк – транспонированных векторов $\mathbf{A}=\text{grad } \xi$, $\mathbf{B}=\text{grad } \eta$ и $\mathbf{C}=\text{grad } T$. Эта матрица является функцией точки на траектории полёта КА. Геометрия направлений градиентов-строк матрицы в пространстве определяет требования к системе ориентации КА для выполнения коррекции. При двухпараметрической коррекции, например, требуемые направления корректирующих импульсов лежат в плоскости (не обязательно, но желательно оптимальной коррекции), нормаль к которой (для ПОК – нуль-направление) определяет требуемое положение в пространстве оси системы ориентации для вращения корректирующего двигателя КА.

Для построения способа коррекции времени полёта рассмотрим проекцию вектора $\mathbf{C}=\text{grad } T$ на "нуль-направление", которая определяет условную эффективность коррекции времени $\mathbf{C}_v=\text{grad } T_v$ при условии неизменности параметров ξ , η . Это удобный способ разделения решения о коррекции траектории на строгое решение о точной коррекции координат в картинной плоскости и более свободное решение о коррекции времени полёта. Для этого с использованием величины $|\mathbf{C}_v|$ отобразим на нуль-направление в скоростном пространстве границы периодических суточных условий видимости КА момента времени прилета T_k , получаемого после коррекции координат ξ , η .

Точке начала нуль-направления (нулевой величине компоненты $\mathbf{V}_v=0$ импульса вдоль нуль-направления) будет соответствовать момент прилёта $T_k=T_{\text{пр}}+\delta T_{\text{вын}}$, где $\delta T_{\text{вын}}$ – "вынужденная вариация времени" полёта, определяемая проекцией на вектор $\mathbf{C}=\text{grad } T$ вектора импульса скорости, лежащего в плоскости оптимальной коррекции координат. Легко увидеть, что в силу

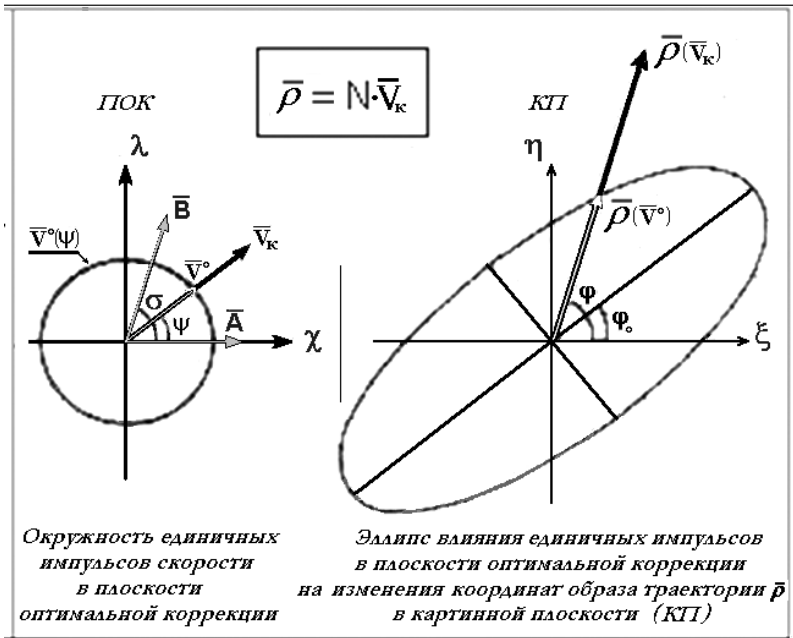
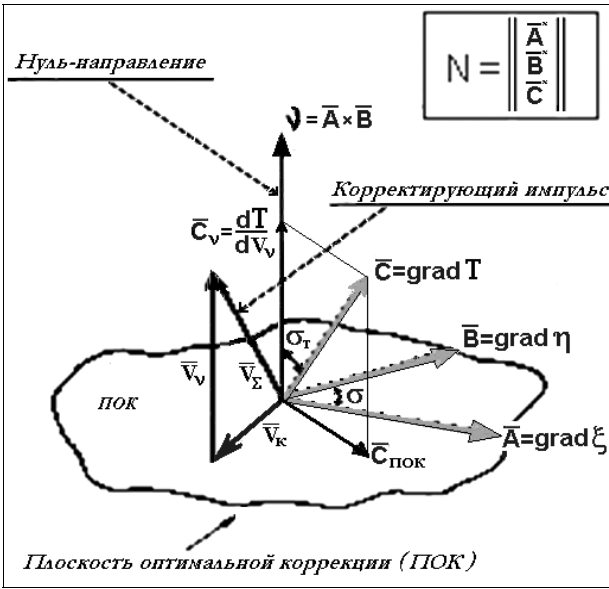


Рис.20. Линейная связь пространства корректирующих импульсов скорости и плоскости прицельной дальности ("картинной плоскости").

линейности задачи $\delta T_{\text{вын}} = T_{\xi} \xi + T_{\eta} \eta$, где параметры T_{ξ} и T_{η} (они будут определены ниже) зависят от взаимного расположения в точке коррекции векторов градиентов корректируемых параметров $\mathbf{A} = \text{grad } \xi$, $\mathbf{B} = \text{grad } \eta$, $\mathbf{C} = \text{grad } T$.

В другом случае *однопараметрической коррекции* (например, коррекции периода обращения спутника или величины радиуса-вектора перигея траектории) оптимальное пространство в точке коррекции совпадает с градиентом строго корректируемого параметра, нуль-подпространство образует ортогональную этому градиенту плоскость, условные градиенты остальных корректируемых параметров являются проекциями градиентов этих параметров на нуль-плоскость, а вынужденные вариации остальных параметров при коррекции главного параметра определяются проекцией их градиентов на градиент главного корректируемого параметра. В этом случае требования к системе ориентации КА зависят от поведения по времени полёта направления в пространстве градиента корректируемого параметра.

Основным подходом к областному способу анализа характеристик коррекции на стадии проектирования полёта КА является построение в пространстве корректирующих параметров *области равнозначных решений*, т.е. совокупности векторов импульсов коррекции, которые не отличаются друг от друга с точки зрения критериев оптимизации. Главным критерием оптимизации является связанная с затратами топлива величина характеристической скорости, требуемой для изменения траектории полёта. Другим критерием является суммарная погрешность выполнения коррекционного акта.

Одним из способов анализа свойств коррекции в точках траектории полёта КА является отображение границы области равнозначных импульсов в пространство корректируемых параметров, которое позволяет получить границы области достижимости точек этого пространства при данных ресурсах управления. Другим способом является построение ожидаемой области рассеивания корректируемых параметров (см. выше рис.18) и её отображение в пространство корректирующих параметров. Максимальный размер получаемой фигуры определяет требуемый размер ресурсов управления в каждой точке траектории.

Нижняя часть рис.20 показывает пример области равнозначных решений в скоростном пространстве двухпараметрической оптимальной коррекции координат в картинной плоскости в виде единичного круга в плоскости оптимальной коррекции. В картинной плоскости ему соответствует фигура влияния оптимальных единичных импульсов, ограниченная "эллипсом влияния" (линейным отображением в картинную плоскость единичной окружности в плоскости оптимальной коррекции координат). В силу линейности

отображения эллипс влияния легко подобно пересчитывается на любую величину запаса импульсов скорости на борту КА. Его вытянутость показывает желательные и нежелательные направления вектора промаха ρ . Эллипс влияния оптимальных импульсов охватывает эллипс рассеивания

$$V_{\text{сум}} = \sqrt{(V_{\text{отт}})^2 + (12^h / (\partial T / \partial V_v))^2}.$$

Как построить область достижимости, показанную на рис.21? Компоненты векторов градиентов зависят от выбора направления осей координат в ПОК и в КП. На стадии проектирования полёта наиболее удобно построить эти системы координат следующим образом: ось ξ направить по линии пересечения КП с плоскостью траектории полета (геоцентрической – при полёте к Луне и гелиоцентрической – при полёте к планете), ось η направить в северное полушарие, а ось T направить по направлению относительной скорости сближения $V_{\text{отн}}$ с целью полёта (нормали к КП). Тогда направление оси ξ в КП определяется условием правой системы координат ξ, η, T при известных направлениях осей η и T .

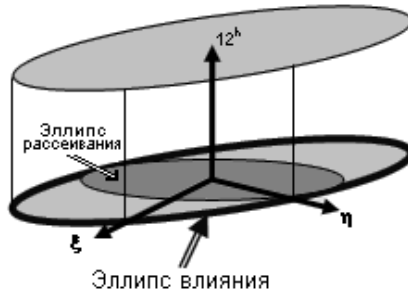


Рис.21. "Область достижимости" в пространстве прогноза δT и корректируемых параметров ξ, η .

Так выбранные направления осей системы координат в картинной плоскости простым образом связаны с векторным произведением бинормали орбитальной системы координат в конечной точке траектории и вектором относительной скорости $V_{\text{отн}}$. Этот вектор $V_{\text{отн}}$ находится в кеплеровом приближении из треугольника скоростей в узле орбиты целевого небесного тела (ЦНТ) и траектории полёта КА. Это соответствует в рамках внешней модели движения исключению влияния гравитации целевого тела стягиванием в точку его сферы действия в узловой точке встречи КА и ЦНТ. Полу-

ченное значение вектора $\mathbf{V}_{\text{отн}}$ в упомянутой узловой точке для внутренней модели движения (внутри сферы действия ЦНТ) играет роль вектора скорости на бесконечности.

Положение картинной плоскости удобно описывать в орбитальной системе координат в узловой точке траектории КА и орбиты ЦНТ двумя углами:

- θ_ξ – угол возвышения линии пересечения картинной плоскости и гелиоцентрической плоскости траектории КА от оси u к оси r орбитальной системы координат КА,

- $i_{\text{к.п.}}$ – угол наклона картинной плоскости к плоскости траектории КА от оси r .

Эти углы определены проекциями v_{uR} , v_{rR} , v_{bR} вектора $\mathbf{V}_{\text{отн}}$ с его величиной, равной v :

$$\sin \theta_\xi = -\frac{v_{uR}}{\sqrt{v_{rR}^2 + v_{uR}^2}}, \quad \cos \theta_\xi = \frac{v_{rR}}{\sqrt{v_{rR}^2 + v_{uR}^2}}, \quad \cos i_{\text{к.п.}} = \frac{v_{bR}}{v}, \quad \sin i_{\text{к.п.}} > 0.$$

Тогда направляющие косинусы осей ξ , η , ζ координат картинной плоскости и вариация времени от момента достижения узла (прогнозируемое время прилёта) равны

	r_R	u_R	b_R
ξ	$\sin \theta_\xi$	$\cos \theta_\xi$	0
η	$-\cos i_{\text{к.п.}} \cos \theta_\xi$	$\cos i_{\text{к.п.}} \sin \theta_\xi$	$\sin i_{\text{к.п.}}$
ζ	$\sin i_{\text{к.п.}} \cos \theta_\xi$	$-\sin i_{\text{к.п.}} \sin \theta_\xi$	$\cos i_{\text{к.п.}}$

и $T_{\text{пр}} = \delta T = -\zeta/v$.

Построенное таким образом определение осей в КП позволяет удобным образом разделить влияния ошибок движения в плоскости траектории (проекция на ось ξ) и ошибок вне плоскости траектории КА (проекция на ось η). Последние ("боковые") ошибки даже при малой некомпланарности плоскостей движения КА и ЦНТ наиболее сильно и немонотонно влияют на характеристики коррекции. Именно это обстоятельство показало неадекватность реальности планарной модели движения для анализа свойств его коррекции.

В свою очередь, система координат χ , λ , ν в скоростном пространстве (рис.20 снизу) строится так: ось χ направлена вдоль вектора \mathbf{A} , ось λ – в плоскости градиентов \mathbf{A}, \mathbf{B} (т.е. в ПОК), в полуплоскость, содержащую век-

тор **V**. Ось v направлена по нормали к плоскости χ, λ : $\mathbf{v}^0 = [\mathbf{A} \times \mathbf{B}]^0$, где 0 обозначает операцию нормирования вектора. Матрица преобразования произвольной прямоугольной системы координат x, y, z в систему координат χ, λ, v , связанную с плоскостью оптимальной двухпараметрической коррекцией, выражается через компоненты следующих векторов, записанных по строкам,

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \frac{\mathbf{A}}{|\mathbf{A}|} \\ \frac{\mathbf{A} \times \mathbf{B} \times \mathbf{A}}{|\mathbf{A} \times \mathbf{B} \times \mathbf{A}|} \\ \frac{\mathbf{A} \times \mathbf{B}}{|\mathbf{A} \times \mathbf{B}|} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{V}_{\chi, \lambda, v} = \mathbf{D} \cdot \mathbf{V}_{xyz}.$$

Построенная таким образом система координат скоростного подпространства

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} \chi \\ \lambda \\ v \end{pmatrix}$$

в точке коррекции при любом определении системы координат

пространства корректируемых параметров $\boldsymbol{\rho} = \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \delta T \end{pmatrix}$ приводит к треугольной

форме матрицы $\mathbf{N} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}^* \\ \mathbf{B}^* \\ \mathbf{C}^* \end{pmatrix}$ и её обратной матрицы \mathbf{N}^{-1} , описывающих линей-

ную биекцию $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{V}$ и $\mathbf{V} = \mathbf{N}^{-1} \boldsymbol{\rho}$.

В этих двух матрицах их верхние левые клетки \mathbf{M} и \mathbf{M}^{-1} , представляют собою матрицы линейных операторов связи картинной плоскости с плоскостью оптимальной коррекции (межградиентные углы σ и σ_T показаны на рис.20)

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} |\mathbf{A}| & 0 & 0 \\ |\mathbf{B}| \cos \sigma & |\mathbf{B}| \sin \sigma & 0 \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ |\mathbf{A}| T_\xi + |\mathbf{B}| \cdot \cos \sigma \cdot T_\eta & |\mathbf{B}| \cdot \sin \sigma \cdot T_\eta & \frac{\partial T}{\partial V_v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{M} & 0 \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ \{T_\xi T_\eta\} \mathbf{M} & \frac{\partial T}{\partial V_v} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{N}^{-1} = \left\| \begin{array}{ccc|ccc} \frac{1}{|\mathbf{A}|} & 0 & 0 & & & \\ -\frac{\cos \sigma}{|\mathbf{A}| \sin \sigma} & \frac{1}{|\mathbf{B}| \sin \sigma} & 0 & & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & \\ \frac{T_{\xi}}{|\mathbf{C}| \cos \sigma_T} & \frac{T_{\eta}}{|\mathbf{C}| \cos \sigma_T} & \frac{1}{|\mathbf{C}| \cos \sigma_T} & & & \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{cc|cc} \mathbf{M}^{-1} & 0 & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \\ -\frac{T^*}{\partial V_0} & \frac{1}{\partial V_0} & & \end{array} \right\|.$$

Упомянутые выше коэффициенты вынужденной вариации времени T_{ξ} и T_{η} , входящие в нижнюю строку матрицы \mathbf{N} , определяются как $T_{\xi} = \frac{\mathbf{B} \times \mathbf{A} \times \mathbf{B}}{|\mathbf{A} \times \mathbf{B}|^2} \cdot \mathbf{C}$ и $T_{\eta} = \frac{\mathbf{A} \times \mathbf{B} \times \mathbf{A}}{|\mathbf{A} \times \mathbf{B}|^2} \cdot \mathbf{C}$. Эти формулы описывают проекции на градиент времени векторных коэффициентов решения линейной системы уравнений $\mathbf{N} \cdot \mathbf{V}_k = -\mathbf{p}$ для определения двух компонент минимального импульса, ликвидирующего ошибку \mathbf{p} в картинной плоскости^{*)}

$$\mathbf{V}_k = \frac{\mathbf{B} \times \mathbf{A} \times \mathbf{B}}{|\mathbf{A} \times \mathbf{B}|^2} (-\xi) + \frac{\mathbf{A} \times \mathbf{B} \times \mathbf{A}}{|\mathbf{A} \times \mathbf{B}|^2} (-\eta).$$

Заметим, что аналогичное векторное решение системы третьего порядка

^{*)} Этот общий вид решения линейной алгебраической системы уравнений второго порядка выражает его через векторы сопряжённой системы условных градиентов каждого параметра правой части системы. Эти векторы, как и решение, принадлежат плоскости градиентов \mathbf{A} и \mathbf{B} . Решение в таком виде можно расширить до решения системы третьего порядка

$$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{B} \times \mathbf{A} \times \mathbf{B}}{|\mathbf{A} \times \mathbf{B}|^2} (-\xi) + \frac{\mathbf{A} \times \mathbf{B} \times \mathbf{A}}{|\mathbf{A} \times \mathbf{B}|^2} (-\eta) + \frac{\mathbf{A} \times \mathbf{B}}{(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{C}} (-\delta T).$$

Но поскольку в таком виде компоненты решения суммируются из компонент оптимального подпространства V_k и нуль-подпространства V_v (третий член решения), то параметр δT должен учитывать вынужденную вариацию T , возникающую при неортогональности оптимального вектора V_k вектору градиента \mathbf{C} . Подстановка в решение выражения

$$-\delta T = -\delta T_0 + \left(\frac{\mathbf{B} \times \mathbf{A} \times \mathbf{B}}{|\mathbf{A} \times \mathbf{B}|^2} \cdot \mathbf{C} \right) (-\xi) + \left(\frac{\mathbf{A} \times \mathbf{B} \times \mathbf{A}}{|\mathbf{A} \times \mathbf{B}|^2} \cdot \mathbf{C} \right) (-\eta)$$

приведёт его после преобразований к общему виду решения с δT_0 , приведенному ниже.

$$\mathbf{N} \cdot \mathbf{V} = \begin{cases} \mathbf{A} \cdot \mathbf{V} = -\xi, \\ \mathbf{B} \cdot \mathbf{V} = -\eta, \\ \mathbf{C} \cdot \mathbf{V} = -\delta T_0, \end{cases}$$

выраженное через её трёхмерные сопряжённые векторы коэффициентов имеет вид

$$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{B} \times \mathbf{C}}{(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{C}} (-\xi) + \frac{\mathbf{C} \times \mathbf{A}}{(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{C}} (-\eta) + \frac{\mathbf{A} \times \mathbf{B}}{(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{C}} (-\delta T_0).$$

Исследование характеристик коррекции в описанном линейном пространстве прицельных параметров позволило создать методику определения оптимальных направлений и величин корректирующих импульсов для всей возможной области рассеивания траекторий, предложить в ряде случаев простейшие схемы систем ориентации для коррекции и определить требования к запасам топлива и точности работы систем ориентации. При этом выяснилось, что планарная модель коррекционных манёвров не состоятельна ввиду того, что эффективность коррекции некоторых направлений в плоскости прицеливания со временем полета меняется не монотонно (имеет максимум в середине траектории) и что в ряде случаев требуется именно использование коррекционных воздействий вне плоскости полёта. В связи с этим оказался неожиданным факт, что при ошибках выведения в поперечных направлениях к плоскости траектории определенная задержка первого включения двигателя до середины времени полёта позволяет не только получить более точный прогноз характеристик движения, но и сократить расход топлива.

Поведение эллипсов рассеивания в конце полёта к ЦНТ объясняют рис.22 и 23 ниже. Достаточно очевидно, что при исключении гравитационных возмущений скорость полёта внутри сферы действия может считаться постоянной, и тогда любая линейная мера смещения в картинной плоскости от импульса в 1 м/сек будет равняться в метрах числу секунд оставшегося времени полёта.

Оптимальные направления корректирующих импульсов в пространстве. Исследование оптимальных направлений корректирующих воздействий показало, что при полетах к Луне для коррекции могут использоваться одноосные системы ориентации с направлением оси вращения тяги корректирующей двигательной установки (КДУ) на Луну, а при полетах к Марсу – на Солнце (нормали ПОК были близки к этим направлениям). Од-

нако для полета к Венере потребовалась двухосная система ориентации, поскольку и нуль-направление в точках коррекции венерианских траекторий претерпевало сильные изменения направления в пространстве, и компоненты V_v импульсов скорости вдоль этого направления для коррекции времени прилёта были велики.

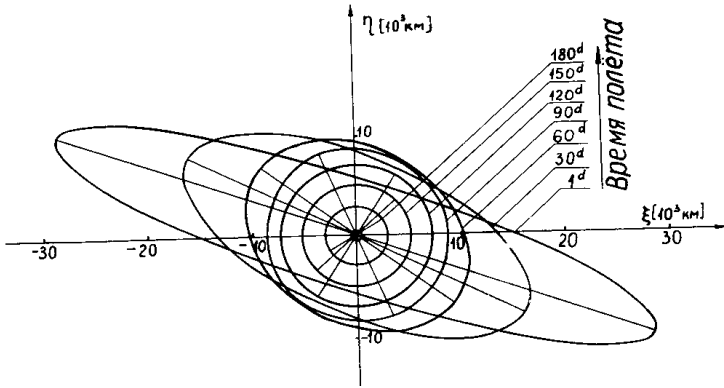


Рис.22. Эллипсы влияния коррекции траекторий полёта к Марсу. Эллипсы влияния коррекционных импульсов, принадлежащих плоскости оптимальной коррекции, в разные моменты полёта сначала расширяются в направлении боковой (вне плоскости траектории) оси η , а затем, уменьшаясь, стремятся к окружности с радиусом, равным оставшемуся времени полёта T .

Возникшая проблема создания оптической двухосной системы ориентации КА (солнечно-звёздного "датчика 15-К" с полусферическим хрустальным куполом) в короткий срок была блестяще решена молодым выпускником физтеха, сотрудником Б.В. Раушенбаха Б.П. Скотниковым. Его идея, открывшая возможность коррекции траекторий полёта к Венере и Марсу на КА типа 2МВ, основывалась на том, что при повороте на сфере большого круга с углом 2π на угол π образует полный телесный угол 4π . Это означает, что в принципе достаточно видимости полусферы, чтобы её поворотом на 180° увидеть всю сферу.

В "датчике 15-К" в плоскости экватора полусферы, изготовленной в г. Гусь-Хрустальный из кварцевого стекла, находился поворачиваемый на 360° солнечный датчик, полярная ось вращения которого была ортогональна направлению тяги КДУ (рис.24). Это позволяло при ориентации датчика на Солнце получать любое направление тяги КДУ в плоскости, содержащей Солнце и ортогональной полярной оси полусферы датчика.

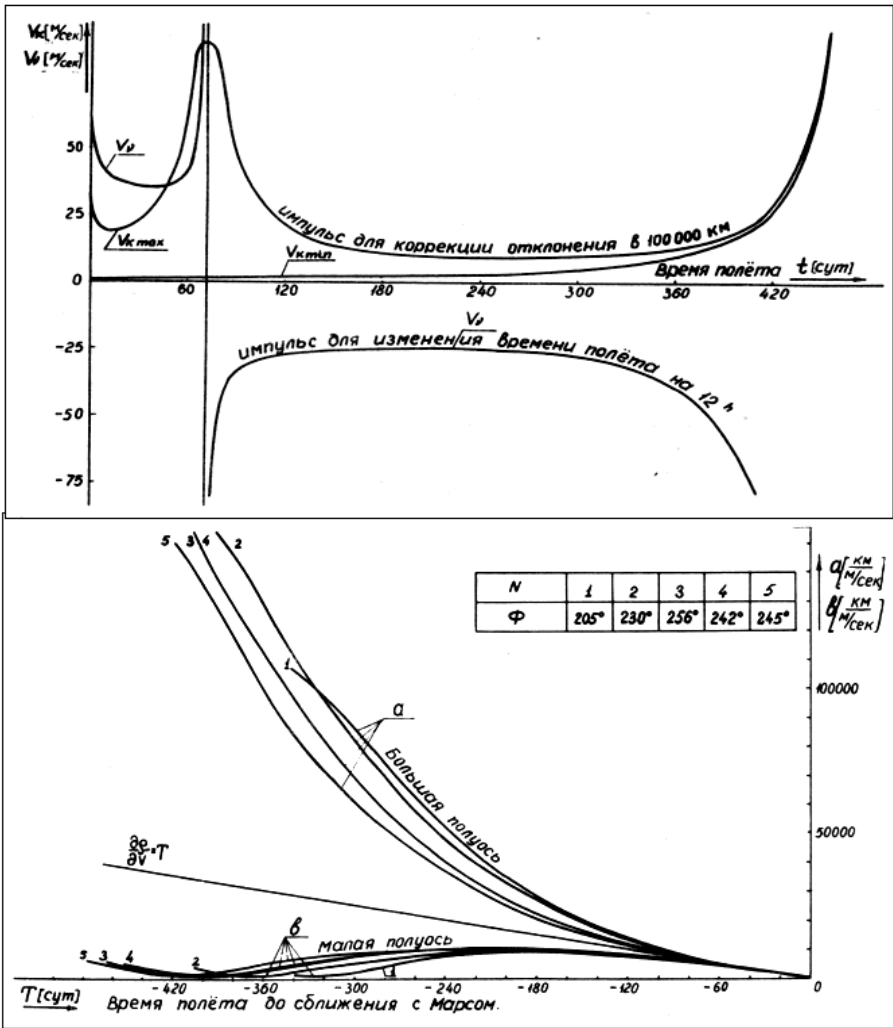


Рис.23. Эффективность одноразовой коррекции траектории полёта к Марсу.

Можно заметить, что малые полуоси эллипсов влияния для траекторий с угловой дальностью $\Phi > 180^\circ$ (сближение с Марсом на втором полувитке траектории) очень малы в начале полёта. Это эффект вырождения характеристик коррекции на угловом расстоянии до цели, равном 180° . В этот момент полёта можно корректировать только два параметра, поскольку вектор градиента боковой координаты $\mathbf{B} = \text{grad} \eta$ совпадает с вектором $\mathbf{C} = \text{grad} T$ (координату η в плоскости траектории можно изменить, только изменяя время прилёта к цели, если плоскости траектории KA и орбиты планеты-цели не совпадают, и тогда

встреча КА с планетой происходит вне линии узлов этих плоскостей). На верхнем графике видны обстоятельства такого вырождения свойств коррекции.

На нижнем рисунке показаны примеры размеров полуосей эллипсов влияния импульсов скорости 1 м/сек в плоскости оптимальной коррекции и производная коррекции времени полёта в направлении нормали к этой плоскости. Хорошо видно, что за 2 месяца до подлёта к Марсу эффективность коррекции координат и времени становится равной оставшемуся времени полёта и эллипсы влияния превращаются в окружности радиуса T . У Венеры это происходит за 0.5 месяца, у Луны – в середине пути.

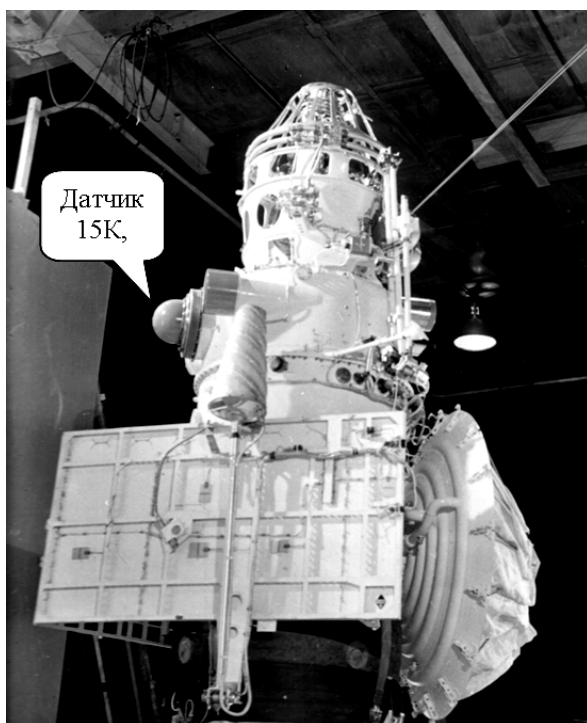


Рис.24. Космический аппарат 2МВ в сложенном состоянии перед пуском к Венере.

Для поворота этой оси в пространстве вокруг направления на Солнце была реализована возможность поворота вокруг оси визирования солнечного датчика на углы в диапазоне $0-180^\circ$ плоскости, содержащая датчик света второй по яркости на земном небе звезды Канопус. Поскольку эта звезда находится вблизи небесного южного полюса (её эклиптическая широта равна $-75^\circ 49' 43''$), а плоскости гелиоцентрических траекторий мало наклонены

к плоскости эклиптики, то диапазон углов Солнце-КА-Канопус изменяется в процессе полёта КА вокруг Солнца в пределах $75^\circ-105^\circ < 180^\circ$. Поэтому если солнечный датчик направлен на Солнце, то звёздный датчик всегда в пределах полусферического поля зрения может увидеть Канопус, если зафиксировать угол Солнце-КА-Канопус, соответствующий месту коррекции в околосолнечном пространстве и вращать КА вокруг солнечного датчика, смотрящего на Солнце. При этом поворотом солнечного датчика на угол $0^\circ-360^\circ$ тягу КДУ, а следовательно, и импульс корректирующей скорости можно направить в любую сторону небесной сферы.

Построение характеристик условной коррекции. Не всегда возможно по техническим причинам построить коррекционное воздействие на траекторию оптимальным способом (рис.25). Например, при подготовке первого полёта к Марсу в конце 50-х годов, пока ещё не были решены проблемы двухосной ориентации КДУ, наши расчёты показали, что в середине полёта, когда уже можно было ожидать достаточно хорошую точность прогнозирования параметров траектории у Марса, угол между нуль-направлением и направлением на Солнце был в пределах 20° . Это позволяло, выполнив кольцевой иллюминатор на угловом расстоянии от оси визирования солнечного датчика, равном углу Солнце-КА-Канопус на запланированный момент времени коррекции, построить одноосную систему ориентации для коррекции в плоскости, немного отличающейся от ПОК. Похожая ситуация присутствует в одноосной системе лунной коррекции в плоскости, ортогональной направлению на Луну. Однако при полёте к Венере была обнаружена резкая неэффективность импульсов в "солнечной плоскости" (примерно, как это показано на рис.25).

Условие принадлежности импульсов коррекции какому-либо множеству направлений позволяет построить фигуры равнозначных решений на этом множестве. Для этого надо построить условные градиенты корректируемых параметров, как проекции на условное множество направлений исходных векторов градиентов **A**, **B** и **C**. После этого задача построения условной коррекции сводится к описанной выше и решается теми же операторами. Очевидно, что условная фигура влияния всегда меньше оптимальной.

В случае условной плоскости коррекции условный эллипс влияния должен касаться оптимального эллипса (как на рис.25) в точках, соответствующих линии пересечения оптимальной и условной плоскостей коррекции. Поэтому в случае удачного направления промаха его коррекция может быть построена более удобным способом.

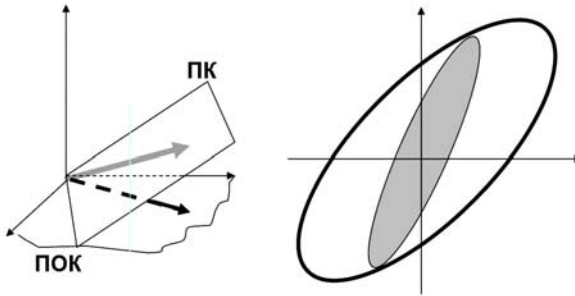


Рис.25. Двухпараметрическая условная фигура влияния коррекции в некоторой плоскости.

Построение характеристик многоимпульсной коррекции. Ниже рассматривается теория двухимпульсной и двухпараметрической коррекции, являющаяся частным случаем теории многоразовой коррекции, требующая изменения параметров прицеливания при последовательных включениях двигателя. Такой способ управления движением с такими неодинаковыми параметрами прицеливания, при которых в сумме достигается нужная цель, первоначально получил название "неоднородная коррекция", но позднее с подачи В.Н. Кубасова его стали называть более удачным термином "связанная коррекция".

В основе теории многоразовой коррекции лежит исследование свойств её области равнозначных действий (рис.26), мерой которых является сумма модулей выбираемых для коррекции импульсов скорости. В общем случае фигура равнозначности суммы модулей m импульсов фиксированного направления в фиксированные моменты времени полёта представляет собой m -мерный (" m -D") $2m$ -лучевой вершинник с центральной симметрией: увеличение числа импульсов на единицу добавляет ортогонально к предыдущей фигуре равнозначности два \pm единичных импульса. Соответствующая ему фигура влияния в m -мерном пространстве параметров остаётся линейной формой с центральной симметрией (рис.26).

В силу выпуклости фигур равнозначности и их линейных отображений легко доказать, что для коррекции любого фиксированного вектора n параметров не требуется более чем n импульсов фиксированного направления в фиксированных точках траектории. Действительно, проекция многомерного выпуклого многогранника m -мерного пространства на пространство параметров меньшей n -размерности выпукла. Следовательно, направление любого вектора ρ этого n -D пространства пересекает некоторую гиперплос-

скую грань внешней границы центрально-лучевого тела – проекции m -D $2m$ -вершинника на n -D пространство ($m > n$). Поскольку эта грань является n -сторонним основанием пирамиды некоторых n лучей-отображений единичных импульсов исходной m -мерной фигуры равнозначности, то упомянутый вектор ρ может быть линейно разложен в базисе этих n -лучей (полезно посмотреть на рис.26).



Рис.26. Области равнозначных импульсов и их фигуры влияния для многоразовой коррекции.

Идея многоразовой импульсной коррекции очень проста: надо, как и в случае одноразовой коррекции, рассмотреть фигуры равнозначных решений в пространстве параметров управления и их линейное отображение в пространстве корректируемых параметров.

Для одноразовой коррекции это

- единичный шар в пространстве 3-D компонент скорости в точке коррекции или
- круг в 2-D плоскости оптимальной или условной коррекции или
- ± 1 отрезок в 1-D направлении коррекции.

Им соответствуют эллипсоид, эллипс или отрезок в пространстве (плоскости) прицеливания.

Для многоразовой коррекции аналогами единичного шара и окружности являются октаэдр и квадратный ромб, которые линейно отображаются в пространство параметров в виде октаэдра и параллелограмма.

О каких фиксированных направлениях импульсов и моментах коррекции шла речь? Для каждого очередного импульса в общем случае фигурой равнозначности является шар. Какое направление в этом шаре в данный момент оптимально с учётом возможных предыдущих и последующих моментов коррекции? Для ответа на эти вопросы следует рассмотреть совокупность фигур влияния единичных импульсов во всех точках траектории. В случае двухпараметрической коррекции это совокупность эллипсов влияния в картинной плоскости (рис.22). Если эта совокупность выпукла, то, значит, существует оптимальный момент одноимпульсной коррекции, эллипс влияния которой содержит внутри себя эллипсы влияния всех остальных моментов. Но если огибающая эллипсов влияния не выпукла, то следует построить её линейную выпуклую оболочку, обкатывая совокупность эллипсов спрямляющей прямой (рис.26 справа вверху). Эта операция разбивает картинную плоскость на области корректируемых параметров, исправляемых одноразовой или двухразовой коррекцией (вспомним упомянутую диссертацию В.А. Рясина, хотя решаемая задача и принцип разбиения здесь совершенно другие: разбиение не в пространстве радиопогрешностей траекторных измерений, а в пространстве направления погрешностей реализации траектории). Те направления векторов корректируемых параметров, которые пересекают эллипсы влияния, оставшиеся от исходной совокупности в её выпуклой оболочке, определяют область одноразовых коррекций с конечным множеством их оптимальных моментов. При этом требуемые направления импульсов корректирующей скорости зависят от точки пересечения эллипса влияния, т.е. от направления промаха. А направления лучей, которые идут в точки касания спрямляющих прямых построенной выпуклой оболочки (пунктирные линии на рис.26 справа вверху), определяют области промахов с фиксированными оптимальными как моментами, так и направлениями двухразовой коррекции таких промахов. Причём величина суммарного импульса коррекции для всех рассмотренных случаев одноразовой и двухразовой коррекции определяется из отношения длины вектора промаха к расстоянию до точки пересечения им выпуклой фигуры влияния. Пример такого построения для полёта к Марсу показан на рис.27.

Аналогично в случае трехпараметрической коррекции построение выпуклой оболочки трёхмерных эллипсоидов влияния одноразовых коррекций (путём обкатывания их совокупности спрямляющими плоскостями) разбивает трёхмерное картинное пространство на области одноразовой коррекции (на элементах эллипсоидов влияния), двухразовой коррекции (на элементах линейчатых поверхностей, опирающихся на два эллипсоида влия-

ния) и трёхразовой коррекции (на треугольных гранях выпуклой оболочки, опирающихся на три точки трёх эллипсоидов, определяющих фиксированные моменты и направления оптимальной коррекции). В предыдущих случаях двух- и одноразовой коррекции их моменты фиксированы, но направления импульсов зависят от направления вектора промаха.

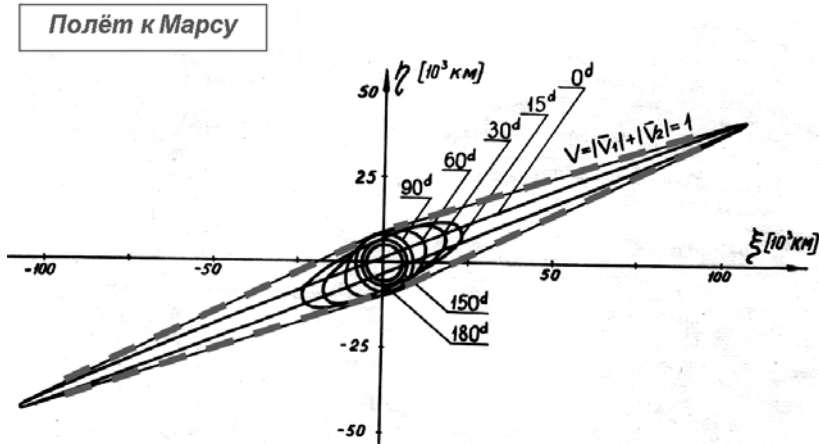


Рис.27. Фигура влияния оптимальной двухимпульсной коррекции.

Эти свойства разбиения картинного пространства на области оптимального числа коррекций по индукции продолжают и на случай n -разовой связанной коррекции n параметров траектории. Следует лишь иметь в виду, что эллипсоиды влияния, составляющие невыпуклую совокупность в n -мерном пространстве сами не более чем трёхмерны (при условной коррекции такие эллипсоиды могут быть двумерными или одномерными).

Методы солнечной и солнечно-земной коррекции. Примерами условной (одноосной) двухразовой и двухпараметрической связанной коррекции являются способы упрощенной "солнечной коррекции" и аварийной "солнечно-земной" коррекции (по имени используемых датчиков на борту КА).

Возникновению этих методов коррекции способствовал случай. В одном из ранних полётов к Венере КА с датчиком 15-К оказалась нарушена герметичность корпуса КА, и его внутреннее земного уровня давления газа с хорошей точкой росы постепенно падало. Интересно, что радисты М.В. Рязанского, используя телеметрию, очень точно предсказали момент окон-

чания работы радиосредств из-за возникновения коронного разряда на элементах высокого напряжения. Пока всё это обсуждалось, газ КА выходил через какое-то отверстие в неизвестном месте корпуса КА, создавая слабую реактивную силу. И поскольку КА вращался, будучи ориентированным солнечными батареями на Солнце, то все направления этой реактивной силы от истечения газа осреднялись, кроме единственной её проекции на направление из КА на Солнце.

Надо сказать, что по данным прогноза начальный промах был достаточно велик, - почти на краю эллипса рассеивания в картинной плоскости. Но пока КА был ещё жив, анализ его движения по данным траекторных измерений показывал, что удивительным образом этой реактивной силой истекающего газа с начальным давлением всего в 1 атмосферу хватало на заметное постепенное перемещение прогнозируемой точки внутри эллипса рассеивания. И счастливым обстоятельством было то, что эта точка перемещалась именно в сторону Венеры, заметно уменьшая промах (хотя это уже и не имело никакого значения, КА погибал...).

В этих достаточно печальных обстоятельствах в нашем кругу один из баллистиков НИИ-4 Л.В. Шевченко несколько задумчиво сказал: "Ребята, а посмотрите, вот импульс на Солнце, как он нам здорово уменьшил промах. Так может и надо просто импульсом на Солнце корректироваться?"

Это была замечательная идея: не нужен звёздный датчик с его тонкими настройками на свет невидимой в северном полушарии звезды Канопус, достаточно одного надёжного датчика яркого Солнца с его установкой в датчике 15-К на углы 0° или 180° . Эту идею активно подхватил баллистик из ОКБ-1 – будущий известный космонавт В.Н. Кубасов, – он стал на ЭВМ массовыми расчётами исследовать вопрос, как и когда можно корректировать траектории импульсом на Солнце (или – от Солнца). Но эти расчёты делать не было нужно, поскольку в это время уже была готова к защите диссертация автора с теорией коррекции и, в частности, с теорией *условной одноосной* коррекции. Это было сделано в ответ на более ранний вопрос М.В. Келдыша, – как корректироваться, если у КА нет возможности ориентироваться нужным образом?

Достаточно очевидно, что если направление импульса задано, то остаётся распоряжаться только временем коррекции. Поэтому надо построить в картинной плоскости совокупность фигур влияния единичного импульса скорости вдоль заданных фиксированных его направлений. Эта совокупность представляет собой простую кривую годографа соответствующих векторов смещения в картинной плоскости помеченную временем солнечного им-

пульса, которая легко вычислима с помощью производных В.И. Чарного.

На рис.28 для солнечных импульсов коррекции показаны двухсторонняя кривая годографа векторов влияния одноразовых солнечных импульсов, её выпуклая оболочка и их условное расположение внутри эллипса влияния оптимальной коррекции для первого (15^d) возможного момента достаточного начального знания прогноза величины промаха у Венеры и требуемого выполнения первой коррекции.

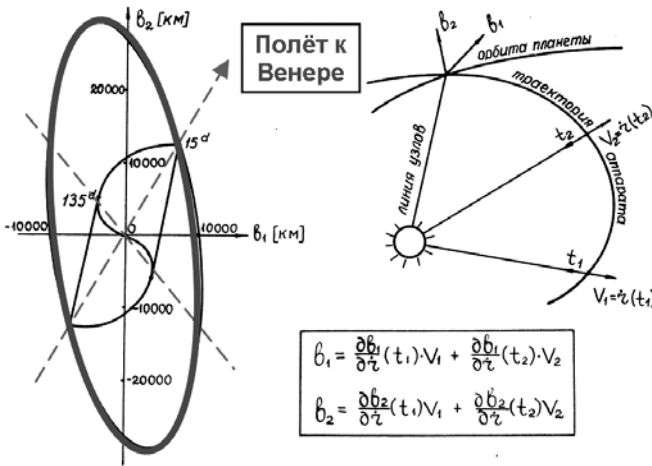


Рис.28. "Солнечная коррекция".

Точки построенной выпуклой фигуры, совпадающие с годографами солнечной коррекции, соответствуют одноразовой коррекции на Солнце или от Солнца в те моменты, которые соответствуют точке пересечения вектора промаха и кривой годографа. Точки спрямляющих годограф прямых соответствуют направлениям промаха, требующим двухразовой солнечной коррекции. Оптимальные моменты двухразовой коррекции заранее известны, это начальный момент и точки касания годографа прямой выпуклой оболочки. Хорошо видно, что эффективность одноразовой или двухразовой солнечной коррекции заметно ниже оптимальной – каждая точка годографа лежит внутри или касается эллипса влияния оптимальной коррекции для того же момента времени. Её использовали тогда, когда промах был невелик и суммарного запаса коррекционных импульсов было достаточно для отказа от "звёздной" коррекции.

Солнечная коррекция подверглась тщательному изучению. Её предме-

том стали кандидатские диссертации В.Н. Кубасова и А.А. Дашкова. А примерно уже года два спустя наконец защитился и автор идеи – Л.В. Шевченко. Наиболее важное свойство солнечной коррекции обнаружил в своем кандидатском диссертационном исследовании В.Н. Кубасов. Оно состоит в фиксированном моменте встречи с планетой при любом варианте и любом моменте солнечной коррекции ("Теорема Кубасова"). Время прилёта фиксировано, поскольку солнечные импульсы принадлежат плоскости траектории, и, следовательно, они не могут изменить её наклон. В этих условиях встреча с планетой может произойти лишь тогда, когда планета в своём орбитальном движении пересекает плоскость траектории (т.е. в узле плоскостей орбиты планеты и траектории, через который планета проходит в определённый момент). Теперь это очевидно, но это надо было увидеть! У теоремы Кубасова было важное политическое значение: без ссылки на неё было трудно объяснять, почему до коррекции мы прилетали к Венере раньше американского КА "Маринер", а после коррекции вдруг – позже? В связи с этим нельзя не вспомнить добрым словом председателя Госкомиссии Ю.А. Тюлина, который в силу своего прекрасного образования всё сразу понял, и обвинения баллистиков о задержке ими прилёта были сняты.

Немного позже мы с А.А. Дашковым рассмотрели показанный на рис.29 вариант аварийной "земной" коррекции с использованием системы ориентации остронаправленной антенны для связи с Землёй. В этом однонаправленном случае возможна лишь одноразовая коррекция в не очень широком диапазоне направлений вектора промаха. А совместное использование солнечной части датчика 15-К и солнечно-земной системы ориентации остронаправленной антенны позволяло в случае отказа звёздного датчика заметно расширить фигуру влияния такой "солнечно-земной" двухразовой коррекции.

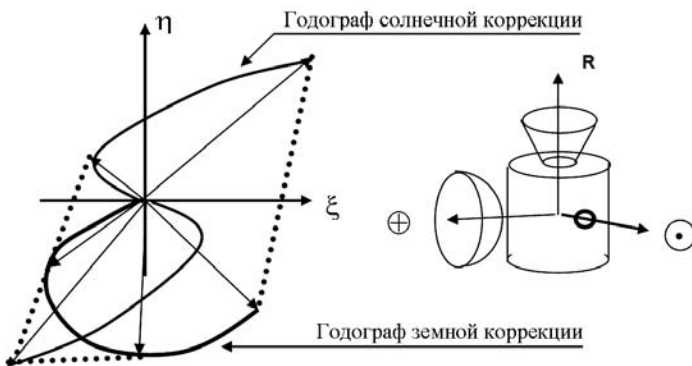


Рис.29. Фигура влияния "солнечно-земной" коррекции.

Когда мы с Д.Е. Охоцимским доложили эти варианты М.В. Келдышу, они ему очень понравились, поскольку это был ответ на упомянутый много раньше его вопрос о способах построения коррекции траектории полёта при отказе датчика 15-К.

Построение коррекции траектории двигателями ориентации. Представляло интерес исследовать и другой аварийный вариант построения коррекции траектории полёта КА – в случае отказа КДУ (корректирующей двигательной установки). Единственным источником тяги здесь оставались двигатели ориентации КА с их незначительной тягой. Эта задача имела и самостоятельный интерес, она давала возможность понять, как протяжённость участка траектории, на котором действует низкое ускорение реактивной тяги, влияет на изменение оптимальных направлений этой тяги в сравнении импульсными режимами воздействия на скорость полёта КА. Иными словами: чем похожи и чем отличаются решения задач построения оптимального терминального управления в вариационной и в импульсной постановках?

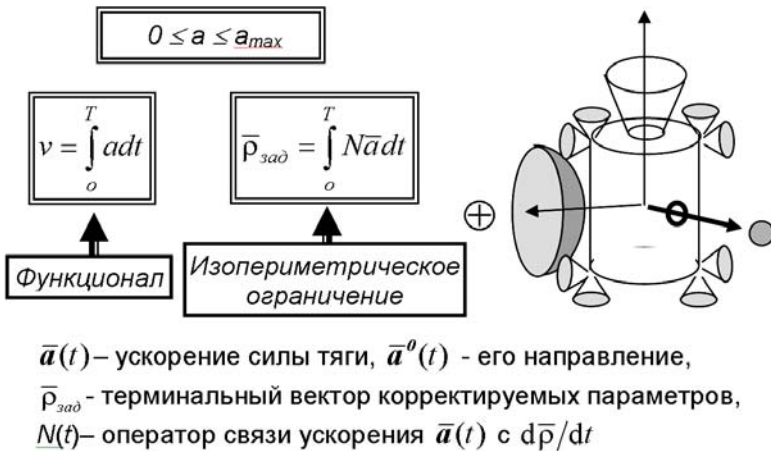


Рис.30. Постановка задачи коррекции траектории малым ускорением $a(t)$.

Постановка вариационной задачи показана на рис.30 [23]. Это вырожденная изопериметрическая задача ракетодинамики с линейным функционалом v и ограничениями на управление a . Не будем обращаться к формализму принципа максимума, а в память о Д.Е. Охоцимском, который первым нашел способ построения решений вырожденных вариационных задач

[1,30], используем его способ *исследования вариаций* для построения и, главное, для анализа решения задачи построения коррекции *слабой*^{*)} *тягой*. В этой задаче достаточно просто предвидеть свойства решения: линейность функционала предопределяет решения на границах управления, а отсутствие условий на выбор направления корректирующего ускорения означает существование на единичной сфере равнозначности направлений необходимых условий минимума функционала (равенства нулю вариаций направления тяги).

Запишем и проварируем безусловный функционал H с постоянным вектором множителей Лагранжа $\bar{\lambda}$ для интегрального условия на терминальное значение вектора корректируемых параметров

$$H = \int_0^T \left[a + \bar{\lambda}^* (\bar{\rho}_{зад} - a\mathbf{N} \cdot \bar{\mathbf{a}}^0) \right] dt, \quad \delta H = \int_0^T \left\{ \left[1 - \bar{\lambda}^* \mathbf{N} \bar{\mathbf{a}}^0 \right] \delta a - a \bar{\lambda}^* \mathbf{N} \cdot \delta \bar{\mathbf{a}}^0 \right\} dt.$$

Требуется найти такие $a(t)$ и $\bar{a}(t)$, чтобы выполнялось необходимое условие $\delta v \geq 0$ на всех допустимых $\bar{a}(t)$, и подобрать такой вектор $\bar{\lambda}$, чтобы получить требуемое терминальное корректируемое смещение $\bar{\rho}_{зад}$ в картинном пространстве корректируемых параметров. Стремление иметь условие улучшения функционала $H \delta H \leq 0$ означает равенство нулю члена с любой вариацией направления вектора $\bar{\mathbf{a}}^0$ на сфере его равнозначности ($\bar{\lambda}^* \mathbf{N} \delta \bar{\mathbf{a}}^0 = 0$) и выбор $\delta a < 0$ до величины ограничения снизу $a = a_{\min} = 0$ при положительном значении множителя $[1 - \bar{\lambda}^* \mathbf{N} \bar{\mathbf{a}}^0]$ при вариации δa , или выбор $\delta a > 0$ до значения $a = a_{\max}$ там, где величина этой скобки $[1 - \bar{\lambda}^* \mathbf{N} \bar{\mathbf{a}}^0] < 0$. Исследуем эти условия.

Из равенства $a \bar{\lambda}^* \mathbf{N} \delta \bar{\mathbf{a}}^0 = 0$ следует (отвергая тривиальное значение $a = 0$), что либо $\bar{\lambda}^* \mathbf{N} = 0$, либо равно нулю скалярное произведение некоего вектора $\bar{\mathbf{U}} = \mathbf{N}^* \bar{\lambda}^*$ и вектора вариации $\delta \bar{\mathbf{a}}^0$ или, что то же самое, равно нулю скалярное произведение вектора множителей Лагранжа $\bar{\lambda}$ и вектора $\mathbf{N} \delta \bar{\mathbf{a}}^0$ (каждый из этих векторов имеет важное значение для понимания геометрии решения вариационной задачи). Легко показать, сравнивая оба члена выражения для вариации δH , что условие $\bar{\mathbf{U}} = \bar{\lambda}^* \mathbf{N} = 0$ соответствует тривиальному условию $a = 0$, отвечающему либо нулевому значению промаха $\bar{\rho}_{зад} = 0$, либо отсутствию решения при вырождении матрицы \mathbf{N} и промахе $\bar{\rho}_{зад}$ общего

^{*)} Здесь предлагается термином *слабая тяга* отличать задачи этого рода от ставших классическими задач оптимизации *малой тяги* электроракетных двигателей с их квадратичным функционалом затрат мощности [25].

вида. Поэтому для анализа остаётся условие равенства нулю скалярных произведений биквадратной формы $\bar{\lambda}^* \mathbf{N} \delta \bar{\mathbf{a}}^0 = 0$. Рассмотрим его геометрический смысл.

Строки матрицы $\mathbf{N}(t)$ содержательно представляют собой в пространстве ускорений векторы $\text{grad } \beta_i$ – градиентов компонент вектора $\bar{\beta} = \frac{d\bar{\rho}}{dt} = \mathbf{N} \cdot \bar{\mathbf{a}}$ скорости изменения вектора промаха $\bar{\rho}$ в картинном пространстве при действии единичного ускорения. Но $\bar{\beta} = \frac{d\bar{\rho}}{dt} = \left\| \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \bar{v}} \right\| \cdot \frac{d\bar{v}}{dt} = \mathbf{N} \cdot \bar{\mathbf{a}}$, т.е. численно строки матрицы \mathbf{N} равны градиентам ρ : $\text{grad } \beta_i = \text{grad } \rho_i$.

И легко проверяется, что упомянутый вектор влияния $\bar{\mathbf{U}} = \mathbf{N}^* \bar{\lambda}$ равен векторной сумме этих градиентов, умноженной на множители Лагранжа $\bar{\mathbf{U}} = \sum_i \lambda_i \text{grad } \rho_i \neq 0$.

Отсюда следует, что векторы влияния $\bar{\mathbf{U}}(t) = U \cdot \bar{\mathbf{U}}^0$ принадлежат пространству векторных сумм градиентов условий коррекции. Когда число корректируемых параметров меньше трёх, то это подпространство оптимальных направлений тяги, в противном случае вектор влияния принадлежит всему трёхмерному пространству ускорений.

Отсюда следует, что роль множителей Лагранжа λ_i изопериметрической вариационной задачи заключается в том, что они являются в каждой точке траектории постоянными коэффициентами разложений вектора влияния $\bar{\mathbf{U}}(t)$ в зависящем от времени полёта базисе векторов градиентов терминальных условий $\text{grad } \rho_i$. Заметим, что каждый вектор $\text{grad } \beta_i = \text{grad } \rho_i$ градиента корректируемого параметра трёхмерен, и если число m корректируемых параметров больше трёх, то все векторы градиентов, а следовательно, и раскладываемый в их базисе вектор влияния $\bar{\mathbf{U}}$, трёхмерны, а прямоугольная матрица $\mathbf{N}(t)$ с размерностью $3 \times m$ описывает совокупность трёхмерных эллипсоидов в m -мерном пространстве параметров изопериметрических условий.

Далее, поскольку векторы $\delta \bar{\mathbf{a}}^0 \perp \bar{\mathbf{a}}^0$, то из равенства нулю (при любом $\delta \bar{\mathbf{a}}^0$) скалярного произведения $(\bar{\lambda}^* \mathbf{N}) \cdot \delta \bar{\mathbf{a}}^0 = 0$ следует, что направление не равной нулю оптимальной тяги в каждый момент времени полёта должно совпадать с направлением вектора влияния $\bar{\mathbf{U}}^0(\bar{\mathbf{a}}^0 = \bar{\mathbf{U}}^0)$. Это означает, что тяга должна (так же, как и в импульсном случае) принадлежать пространству векторных сумм градиентов условий коррекции и коэффициенты разло-

жения вектора тяги по базису векторов градиентов корректируемых параметров в каждый момент времени одинаковы и равны неопределённым множителям Лагранжа. Эти коэффициенты нужно использовать для удовлетворения терминальных краевых условий коррекции. Заметим, что за направление тяги с точностью до множителя отвечает лишь единичный вектор λ^0 вектора множителей Лагранжа $\lambda = \lambda^0 \cdot \lambda$, и тогда модуль этого вектора должен определять величину тяги в процессе удовлетворения краевых условий.

Но куда в каждый момент должна быть направлена оптимальная слабая тяга, и где она должна быть выключена? Ответы на эти вопросы позволяют упростить поиск решения краевой задачи, и они интересны с точки зрения анализа свойств решений вариационных задач. С позиций здравого смысла, похоже, что тяга в каждый момент времени должна быть направлена так, чтобы вектор смещения в картинном пространстве всё время был направлен в направлении точки терминальной цели. Это верно в конце полёта, когда эллипсы влияния вырождаются в окружности. Однако в общем случае ориентации эллипсов влияния оптимальным оказывается несколько иной способ построения движения, достаточно очевидный теперь – после того, как он стал понятным. Оказывается, надо в каждый момент в картинном пространстве смещаться в некотором наиболее эффективном направлении, но так, чтобы суммарное смещение оказалось равным заданному вектору.

Напомним, что область равнозначности в виде единичной сферы направлений тяги с единичным ускорением $a=1$ [$L \cdot T^{-2}$] в каждой точке траектории отображается в картинное пространство в виде эллипсоидов влияния $\bar{\mathbf{b}} = \mathbf{N}(t) \cdot \bar{\mathbf{a}}^0$ с размерностью [$L \cdot T^{-1}$], численно равным эллипсоидам влияния импульсной коррекции $\bar{\mathbf{p}} = \mathbf{N}\bar{\mathbf{v}}^0$ с их размерностью [L]. Но тогда векторы вариаций $\delta\bar{\mathbf{b}} = \mathbf{N}\delta\bar{\mathbf{a}}^0$ при любой вариации $\delta\bar{\mathbf{a}}^0$ лежат в плоскости, касательной к эллипсоиду влияния в точке вектора $\bar{\mathbf{b}} = \mathbf{N}\bar{\mathbf{a}}^0$ для каждого вектора $\bar{\mathbf{a}}^0$ сферической области равнозначности данной точки траектории.

Для простоты понимания свойств оптимального решения рассмотрим его на примере двухпараметрической коррекции с эллипсами влияния в картинной плоскости и слабой тягой в плоскости оптимальной коррекции (см. выше). В этом случае векторы $\mathbf{N}\delta\bar{\mathbf{a}}^0$ принадлежат касательным линиям эллипсов влияния. И тогда *необходимое условие оптимального направления тяги* $\bar{\lambda}^* \mathbf{N}\delta\bar{\mathbf{a}}^0 = 0$, записываемое в виде скалярного произведения $\bar{\lambda}^* \cdot (\mathbf{N}\delta\bar{\mathbf{a}}^0) = 0$, означает, что постоянный вектор множителей Лагранжа $\bar{\lambda}$ и касательные

линии эллипсов влияния всегда ортогональны. Но это условие, в свою очередь, означает, что направления действия тяги в каждый момент времени определяется обратным отображением $\bar{\mathbf{a}}^0 = \mathbf{N}^{-1}(t) \cdot \bar{\boldsymbol{\rho}}$ именно той точки $\bar{\boldsymbol{\rho}}$ текущего эллипса влияния, которая имеет максимальную проекцию на постоянное направление вектора $\bar{\boldsymbol{\lambda}}$ (рис.31).

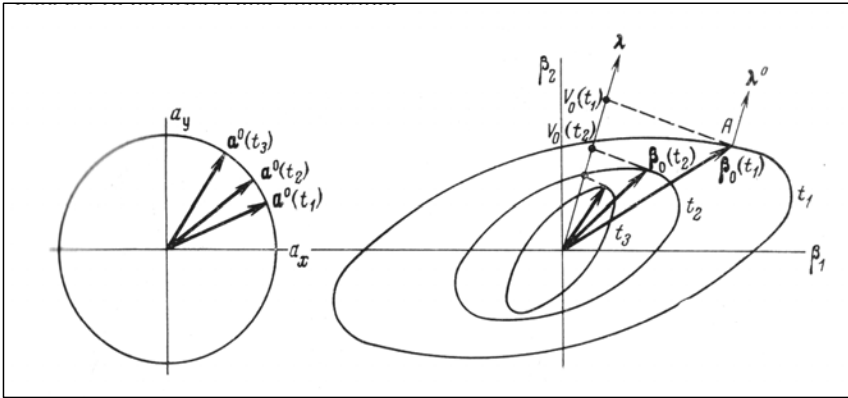


Рис.31. Выбор направления ускорения слабой тяги должен обеспечивать максимальное смещение в картинной плоскости вдоль постоянного вектора множителей Лагранжа.

Поскольку эллипсы влияния вариационной задачи $\bar{\mathbf{v}}(t)$ отображают скорости смещения в картинном пространстве при действии единичного ускорения, то векторы эллипсов влияния в соседние моменты времени, геометрически суммируясь на интервале времени работы, определяют вектор суммарного смещения, равный

$$\boldsymbol{\rho} = \int_{t_{\text{вкл}}}^{t_{\text{выкл}}} \mathbf{N}(t) \cdot \bar{\mathbf{a}}^0(t) \cdot a_{\text{max}} dt.$$

Рассмотрим теперь содержание условия оптимальности величины ускорения КА под действием слабой тяги $a = a_{\text{max}}$, где величина $[1 - \bar{\boldsymbol{\lambda}}^* \mathbf{N} \bar{\mathbf{a}}^0] < 0$. Но в силу совпадения направления ускорения с направлением вектора влияния ($\bar{\mathbf{a}}^0 = \bar{\mathbf{U}}^0 = [\mathbf{N}^* \bar{\boldsymbol{\lambda}}]^0$) это условие имеет вид сравнения скалярной функции влияния в виде величины U модуля вектора влияния и единицы: $1 - U < 0$. Иными словами, двигатель должен работать на максимальной тяге только

тогда, когда длина геометрической суммы текущих градиентов корректируемых параметров, умноженных на постоянные множители Лагранжа больше единицы в принятой для расчётов размерности единиц ускорения слабой тяги $[L \cdot T^{-2}]$.

Это условие совпадает с известным для общего случая многомерной изопериметрической вариационной задачи с линейным функционалом и ограничениями на величину управления правилом. Можно сказать, что управление должно быть минимальным по величине тогда, когда текущий построенный вектор влияния расположен внутри единичной сферы в пространстве управлений и оно должно быть максимальным по величине тогда, когда построенный вектор влияния выходит за границы единичной сферы в пространстве управлений.

Однако для построения решения краевой задачи удобнее переформулировать условия включения-выключения тяги из параметров пространства ускорений в параметры картинного пространства, где вектор $\bar{\lambda}$ множителей Лагранжа имеет упомянутый геометрический смысл. Его направление в картинном пространстве связано с направлением действия тяги в пространстве управлений, а его величина определяет моменты включения и выключения тяги. Поэтому выразим условие работы двигателя в виде

$$(P = \bar{\lambda}^{0*} \mathbf{N}\bar{\mathbf{a}}^0) \geq (1/\lambda = P_0).$$

Тогда порог "скорости влияния ускорения тяги" $P(t) [LT^{-1}]$ в картинном пространстве геометрически означает максимальную проекцию текущего эллипса влияния $\mathbf{N}\bar{\mathbf{a}}^0$ на выбранное направление вектора $\bar{\lambda}^0$ множителей Лагранжа в картинном пространстве (рис.31). В свою очередь, связанная с длиной λ вектора $\bar{\lambda}$ величина P_0 определяет моменты включения – выключения двигателя.

На рис.32 показаны два возможных случая поведения функции влияния U в зависимости от вида совокупности фигур влияния областей равнозначных управлений на полном интервале времени (в рассматриваемом примере – совокупности эллипсов влияния траектории полёта КА) и от выбора направления вектора $\bar{\lambda}$ множителей Лагранжа двухпараметрической вариационной задачи. Вид функций слева и справа соответствует поведению проекций множества фигур влияния на выбранное направление вектора $\bar{\lambda}$ в картинном пространстве. Заметим, что при очень слабой тяге показанные рост и уменьшение величины функции влияния U возможны и при выпуклой совокупности эллипсов влияния, если последние немонотонно

изменяются в размерах проекции на направление вектора $\bar{\lambda}$. Чем больше выбрана величина вектора $\bar{\lambda}$, тем ниже порог $P_0=1/\lambda$, и тем больше зона работы слабой тяги с суммированием векторов скоростей смещения и накопления вектора \bar{p} за полное время $\Delta t = \sum(t_{\text{выкл}} - t_{\text{вкл}})$ работы ускорения a_{max} .

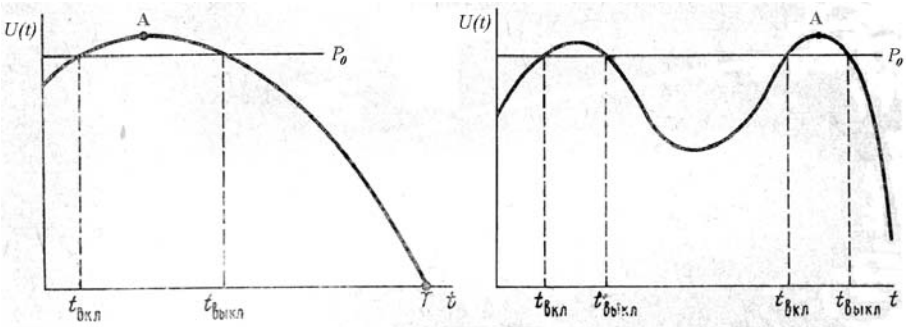


Рис.32. Оптимальные моменты включения и выключения двигателей слабой тяги при выпуклой или невыпуклой совокупности эллипсоидов влияния вдоль траектории.

При росте величины корректирующей тяги решение краевой задачи стремится к рассмотренному ранее импульсному случаю, – порог $P_0=1/\lambda$ стремится к касательной к функции влияния в максимальной её точке А – для одноимпульсного оптимального решения, или к её точкам А с их общей касательной – в случае оптимального многоимпульсного режима. Момен-там времени t_A и значениям максимумов функции влияния в импульсном случае соответствуют эллипсы влияния и их векторы, имеющие максимальную проекцию на вектор $\bar{\lambda}$ множителей Лагранжа в картинном пространстве. Эти векторы принадлежат, как было сказано, точкам выпуклой оболочки совокупности всех эллипсов влияния и соответствуют тем точкам траектории с их моментами времени, эллипсы которых формируют огибающую совокупности эллипсов влияния.

Вектор $\bar{\lambda}$ в импульсном случае и по величине и по направлению однозначно определён направлением промаха в картинном пространстве. Он на-правлен по нормали выпуклой оболочки совокупности эллипсов влияния в точке её пересечения вектором промаха (рис.26). При этом общая касательная к максимумам функции влияния существует, когда направлению про-маха соответствует оптимальная многоразовая его коррекция. Касательная прямая в пространстве функции влияния $U(t)$ отражается в картинном про-

странстве в спрямляющую прямую границы выпуклой оболочки эллипсов влияния оптимальных моментов включения тяги.

Таким образом, вектор $\bar{\lambda}$ совпадает с вектором $\bar{\rho}_{зад}$ лишь когда эллипс (эллипсоид) влияния является окружностью (сферой). В общем случае вектор множителей Лагранжа $\bar{\lambda}$ "сопряжен" вектору $\bar{\beta} = \dot{\bar{\rho}}$ (а при импульсном управлении – вектору $\bar{\rho}$) условием его ортогональности касательной к изолинии (изоповерхности) влияния равнозначных управлений в момент t в точке $\bar{\rho}$ ($\bar{\rho}$) этой изолинии, имеющей максимальную проекцию на направление вектора $\bar{\lambda}$.

Рассмотрим множество максимально возможных ускорений a_{max} , меньших ускорения импульсного режима в момент t_A . Для каждого такого значения a_{max} накопление корректирующей скорости занимает время $\Delta t = t_{выкл} - t_{вкл}$ в окрестности импульсного момента времени t_A . Для каждого вектора $\bar{\lambda}^0 = \text{const}$ и фиксированного значения a_{max} получаемые суммарные векторы

$$\bar{\rho}(\Delta t) = a_{max} \int_{t_{вкл}}^{t_{выкл}} \mathbf{N}(t) \cdot \bar{\mathbf{a}}^0(t) dt$$

при изменении величины λ (т.е. окрестностей $\Delta t = \sum(t_{выкл} - t_{вкл})$ импульсного решения) образуют годограф решений краевых задач – корректируемых векторов промахов $\bar{\rho}(\Delta t)$, соответствующих вектору $\bar{\lambda}^0$ и разным значениям его величины λ и соответствующим уровням порога $P_0 = 1/\lambda$. По мере роста величины λ растут Δt и суммарный вектор $\bar{\rho}(\Delta t)$ благодаря геометрическому суммированию действий векторов эллипсов (эллипсоидов) влияния*) внутри их выпуклой оболочки. Каждая точка годографа $\bar{\rho}(\Delta t)$ соответствует значению функционала $v(\Delta t) = a_{max} \cdot \Delta t$. Поскольку $\Delta t = 0$ соответствует импульсному способу коррекции при $a_{max} \rightarrow \infty$, то касательная годографа в начальной точке $v=0$ параллельна вектору выпуклой оболочки эллипсов влияния в точке её пересечения вектором $\bar{\rho}_{зад}$ (т.е. и вектору $\bar{\rho}_{зад}$).

Годографы векторов суммарной эффективности ускорений в зависимости от величины Δt можно построить для каждой точки выпуклой оболочки эллипсоидов влияния траектории полёта (т.е. для каждого направления $\bar{\lambda}^0$ вектора $\bar{\lambda}$ множителей Лагранжа в картинном пространстве). Множество

*) В случае слабой тяги эллипсоиды влияния удобнее рассматривать не для единичного ускорения, а для ускорения a_{max} , поскольку управляемым параметром является не величина ускорения, а время его действия. Для импульсной коррекции удобны эллипсоиды, отображающие сферу радиуса запаса скорости коррекции.

этих годографов формирует поле решений краевых задач единичного ускорения для каждого направления и величины вектора множителей Лагранжа (рис.33). В силу линейности численные значения годографов эффективно-сти единичного или заданного ускорения легко пересчитываются для любого другого фиксированного значения максимального ускорения.

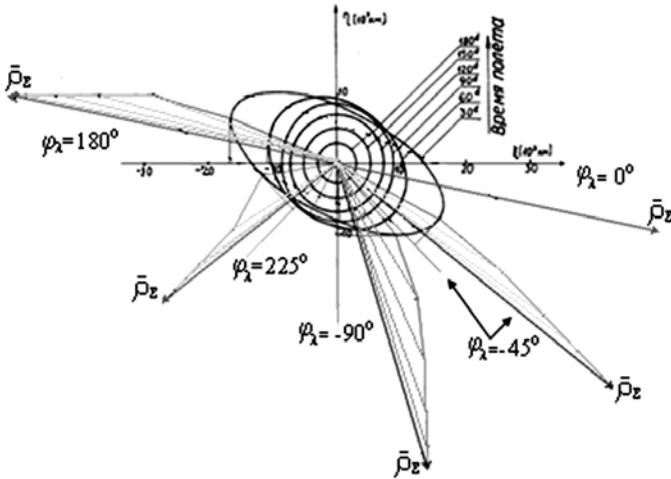


Рис.33. Выбор направления ускорения слабой тяги должен обеспечивать максимальное смещение в картинной плоскости вдоль постоянного вектора множителей Лагранжа.

Пример графического построения векторов оптимальных смещений \bar{p} в картинной плоскости Марса при постоянном действии в оптимальном направлении ускорения $a_{\max}=3.86 \cdot 10^{-7}$ м·сек⁻², начиная от 30 суток полёта (когда, по предположению, появляется первый прогноз траектории КА) и до конца полёта. Оптимальное направление тяги в каждый момент времени полёта определяется точкой максимальной проекции текущего эллипса влияния на выбранное направление φ_λ вектора $\bar{\lambda}^0$ множителей Лагранжа. Величины этого вектора определяют длительности постоянной работы двигателей от 30 суток и до выключения с шагом 30 суток – вплоть до конца полёта (для исключения работы двигателей в начале полёта ранние эллипсы влияния обнуляются).

На рисунке в нижней полуплоскости картинной плоскости показаны проекции эллипсов влияния импульсов скорости величиной в 1 м·сек на направления φ_λ векторов $\bar{\lambda}^0$ (с шагом по углу 45°) и суммарные векторы \bar{p}_Σ оптимальных смещений, соответствующие направлениям φ_λ и длительностям работ двигателей (пример соответствия показан у $\varphi_\lambda=45^\circ$).

В верхней полуплоскости картина имеет симметричный вид.

Заметим, что когда число корректируемых параметров превышает число независимых корректирующих воздействий в каждой точке траектории, применение описанного способа построения многоимпульсной связанной коррекции таких параметров может оказаться необходимым вне зависимости от соображений минимизации затрат суммарной характеристической скорости.

Описанные исследования характеристик фигур влияния равнозначных параметров коррекции в линейном пространстве прицельных параметров позволили определить оптимальные направления и величины корректирующих действий во всех возможных случаях рассеивания траекторий, предложить для первого (не состоявшегося) полёта к Марсу и при полётах к Луне простейшие схемы систем ориентации для коррекции, определить требования к запасам топлива и точности работы системы коррекции. Эти работы проводилась под руководством М.В. Келдыша и Д.Е. Охочимского и многократно обсуждалась ими с сотрудниками ОКБ Королева. Теория коррекции, здесь изложенная, регулярно использовалась в расчетах коррекционных маневров советских КА при полетах к Луне и планетам.

Построение многоуровневого управления (пример шагающей машины)

Опыт, полученный при построении управления полётом космических аппаратов, привёл Д.Е. Охочимского к задаче построения движений экстремально сложного механического объекта с его 18 степенями подвижности – шестиногой шагающей машины (рис.34). Механика движений такой машины подробно описана в [31]. Построение движения такой машины потребовало создания многоуровневой системы алгоритмов управления действиями.

Многоуровневая интерпретация алгоритмов управления процессами сложной системы является общепринятым способом их описания. Имеется даже известное перечисление способов иерархического описания систем [32]. Однако конструктивный метод разложения способа управления на уровни и формальное определение соотношения старшинства уровней управления принадлежит известному медику и кибернетику^{*)} Н.М. Амосову [4]. По его мысли уровень управления не назначается, а формально опреде-

^{*)} Заметим, что утверждения физиологов базируются на опыте изучения наиболее совершенной системы управления – мозга человека, и поэтому они имеют большую ценность для робототехники [33]. Однако эта ценность весьма относительна ввиду существенного различия «элементной базы» живой природы и технических устройств. В частности, знаменитый советский физиолог академик АМН П.К. Анохин, критикуя модели Месаровича [34], справедливо отмечал отсутствие в них процессов формирования целей поведения системы.

ляется уровнем емкости кода используемых моделей и сигналов, которые специальными интерфейсными программами «перешифровываются» (выражение Н.А. Бернштейна) в коды соседних (верхних и нижних) уровней. Интересно отметить, что этому правилу полностью соответствует более раннее описание Н.А. Бернштейном пятиуровневой системы построения движений у человека ([3], с.37):

А. Уровень палео-кинетических («рубро-спинальных») регуляций движений.

В. Уровень синергий («таламо-паллидарный уровень»).

С. Уровень пространственного поля («пирамидно-стриальный уровень»).

Д. Уровень предметных или смысловых действий («теменно-премоторный уровень»).

Е. Группа высших «кортикальных уровней» символических координаций (письма, речи, ...).

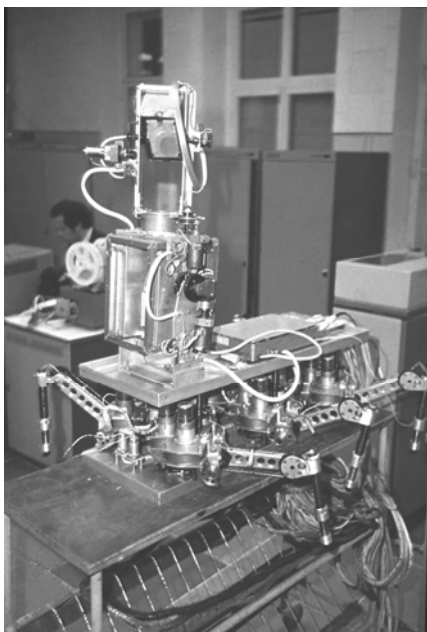


Рис.34. Первый макет шестиногого шагающего робота (ИПМ, ЛМИ).

Оставляя в стороне физиологическую терминологию мест их расположения в центральной нервной системе, важно подчеркнуть, что кодами этих

уровней, по мнению автора, являются "ансамбли сенсорных сигналов", определяющих смысловую структуру движений.

Справедливость мысли Н.М. Амосова подтверждает история создания модели многоуровневой системы управления движением шагающего робота с лазерным дальномером, показанным на рис.34. Созданные алгоритмы управления механизмами такой машины были способны автоматически построить движение по сложной среде с препятствиями. На ранней фазе модельных исследований алгоритмов шагания на ЦВМ^{*)} структура иерархии уровней действий системы цифрового управления была описана так, как она показана на рис.35 [35]. Примерно в этом же стиле в ИМех МГУ была задумана и реализована на АВМ иерархическая структура действий системы построения движений шагающего аппарата с супервизорным управлением (рис.34).

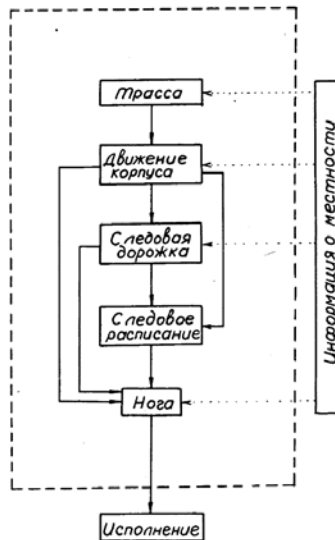


Рис.35. Алгоритмы построения шагающего движения

*) В связи с этим был разработан совершенно новый для того времени "дисплейный метод" построения алгоритмов управления движением сложных объектов [36]. Для этой цели в ИПМ с помощью М.В. Келдыша и при активном участии Д.Е. Охочимского была создана двухмашинная (SDS-910 - БЭСМ-6) система моделирования с векторным графическим дисплеем [37] и развито первое необходимое программное обеспечение машинной графики [38]. Помимо моделирования алгоритмов управления шагающим аппаратом "дисплейный метод" был успешно применён в задачах моделирования воздушного боя, стыковки космических аппаратов, построения их траекторий полёта, при исследовании процессов образования галактик и движения стаи рыб.

Однако примерно год спустя, после расширения модельных типов преодолеваемых препятствий стало понятным, что приведенное описание «уровней» является не более чем описанием программ построения движений, последовательность подчинения которых может меняться в зависимости от обстоятельств операционной обстановки (положения препятствий относительно ног машины и её корпуса). В частности, в простых случаях заданные параметры трассы движения и ориентации корпуса машины определяют положение мест постановки ног (их «следовых точек»), но в случаях ограниченного множества допустимых следовых точек именно выбираемые из условий устойчивости следовые точки диктуют выбор требуемого положения

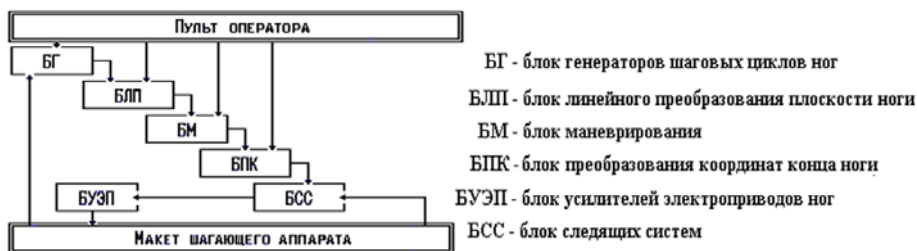


Рис.36. Структура алгоритмов построения шагающего движения ИМех МГУ, реализованная аппаратно в последовательно работающих аналоговых блоках.

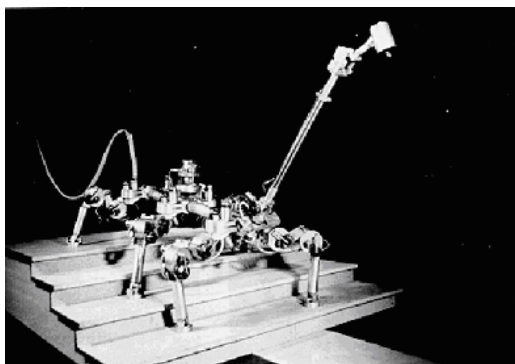


Рис.37. Шагающий робот ИМехМГУ и ИППИ.

и ориентации корпуса. Иными словами, иерархия уровней рис.35 и 36 допустима лишь для случаев стабильной последовательности процедур решений, например, в случае движения по местности, в которой ноги могут найти опору в любом удобном для движения месте. Этот случай движения тре-

бует лишь адаптации к высоте рельефа местности в точках опоры ног, но не требует выбора допустимых позиций следовых точек и изменения связанных с этим параметров длины шага, смены рисунка походки и положения корпуса на местности. Подобная иерархия уровней построения движений – от верхних уровней маневрирования позиций и ориентацией корпуса машины до нижележащих аналого-цифровых уровней управления параметрами подъёма, переноса и опускания ног с запоминанием высоты опоры была реализована и подробно изучена в коллективе Е.А. Девянина и А.В. Ленского в ИМех МГУ совместно с ИППИ АН СССР [39, 40] (рис.36 и 37).

В коллективе Д.Е. Охоцимского в результате исследования алгоритмов с развитой логикой цифрового управления шагающей машиной и для самых общих случаев её движения совершенно изменилось представления о выделении уровней сигналов управления, и они приблизились к пониманию этой проблемы в системном программировании [41]. По аналогии с механизмами системного программирования^{*)} оказалось, что перечисленные на рис.35 процедуры выбора трассы, положения корпуса на трассе, позиций следовых точек, параметров следового расписания (моментов постановки и подъёма ног) и процедура решения обратной кинематической задачи для вычисления требуемых значений углов в шарнирах ног – все эти процедуры представляют собой лишь список исполнителей одного уровня (а именно – уровня *процедур построения движения (ППД)* ног). Кодами этого уровня являются глобальные координатные и угловые описания требуемых законов движения корпуса и ног, параметров текущей операционной обстановки рельефа передвижения и текущего состояния конфигурации ног машины (рис.38).

Уровень ППД управляется вышележащим уровнем *монитора системы построения движений (МСПД)*, циклично реализующего решения о текущих требуемых вариантах последовательной активизации процедур уровня ППД в фиксированном цикле времени «кормления» нижнего уровня требуемыми целевыми шарнирными углами. Коды этого уровня МСПД состоят из номеров и адресов запуска процедур подчинённого уровня ППД, ло-

^{*)} Парадигма динамического распределения работ в системном программировании предполагает наличие ряда исполнителей работ (представляющих собой независимые функциональные блоки), объединяемых на системном уровне центральным блоком-монитором. Каждый исполнитель запускается монитором и передает монитору сигнал об окончании работы с кодом исхода (успешное окончание или причина неуспеха). Монитор формирует необходимую последовательность работ в соответствии с текущим состоянием процессов и системного таймера. Пример такой двухуровневой системы и показан на рис.38.

гических переменных их ответов (удачное завершение работы или код номера причины неудачи) и логических переменных сигналов о требуемом характере движения, поступающих от верхнего для МСПД уровня.

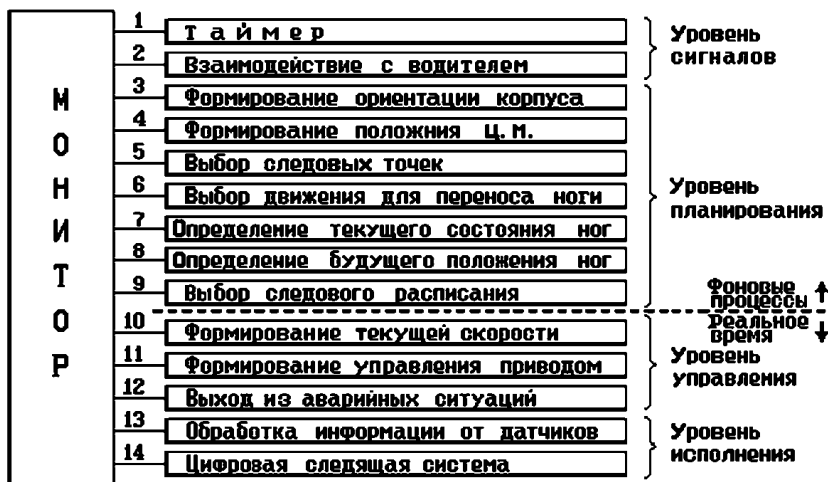


Рис.38. Архитектура двухуровневой СПД динамического типа для шагающей машины [42].

Двухуровневая совокупность МСПД и ППД образует *систему построения движений (СПД)*, – именно ту часть системы управления шагающей машины, которая формирует требуемое движение её корпуса и ног. Скорость работы уровня СПД определяется допустимой (из условий гладкости получаемого движения) частотой обновления вычисляемых на этом уровне целевых значений требуемых угловых параметров шарниров при максимальной нагрузке.

Исследования динамики шагающих машин показали, что наиболее динамичным режимом, определяющим частоту работы СПД, является по возможности максимально быстрый перенос ног в новую следовую точку. В этом режиме двигатели в шарнирах ног работают с максимальными ускорениями торможения – разгона в шарнирах ног. При этом главным динамическим фактором правильности и гладкости движения их ног и корпуса являются достижимые диапазоны скоростей и ускорений приводов степеней подвижности, которые определяются как присоединёнными моментами инерции их роторов с первыми шестерёнками редукторов, так и параметрами сухого трения в редукторах. Эксперименты с натурным макетом ша-

гающей машины во ВНИИ Транспортного Машиностроения [43,44] (рис.39) показали, что крайне важным требованием является такое проектное согласование динамических диапазонов приводных систем с передаточными числами их редукторных элементов, которое обеспечивает одинаковые значения динамических диапазонов выходных валов шарнирных редукторов.

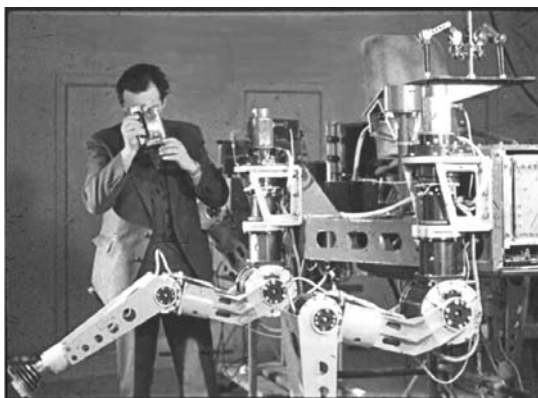


Рис.39. Ноги натурного макета шагающей машины ("НМША") – ВНИИТМ, ИПМ, ЛМИ и ИМех МГУ. Для процедур построения движения необходимы показанные на снимке угломерные измерения с целью сопоставления кинематических и электрических конструктивных параметров приводов шарниров ног.

Ниже уровня ППД находится подчинённый уровень *исполнения движения (ИД)*, работающий со значительно более высокой частотой смены кода регуляторов напряжения в электрических цепях двигателей шарниров ног. Построение решений о величинах требуемых напряжений на этом уровне выполняется путём формирования аппроксимационной (линейной, квадратичной или сплайновой) временной зависимости изредка обновляемых целевых значений шарнирных углов с процедурой их интерполяционной связи с их текущими значениями.

В свою очередь, выше уровня монитора СПД находится уровень *монитора системы построения поведения (МСПП)*. На уровне МСПП организуется взаимосвязь текущих процессов построения движением с процессами информационной системы. Для этого с монитором СПП связан также подчинённый ему *монитор информационной системы (МИС)*. Последний в качестве своих исполнителей на уровне *сенсорных процедур (СП)* имеет не только программные драйверы отдельных сенсоров и их приводных систем (на нижележащем уровне *сенсорных систем (СС)* с его сигнальными кода-

ми датчиков), но может иметь и программы *виртуальных сенсоров*, для совокупной обработки сигналов нескольких физически реальных сенсоров с целью формирования искомых параметров операционной обстановки. Коды уровня СП, как и уровня ППД, являются коды сенсорно-координатного описания наблюдаемой операционной обстановки.

Важно подчеркнуть, что дискретное объединение двух множеств – кодов управления верхнего уровня и кодов ответных сигналов ППД на стадии проектирования СПД разбивается на конечное число кластеров, отвечающее конечному числу требуемых последовательностей вызова процедур уровня ППД с использованием заранее заданного словарного отображения «ситуация-решение».

Таким образом, коды всех мониторов представляют собой логические переменные моделей конечных и дискретных словарных отображений «ситуация-решение». Для каждого монитора входными переменными являются коды сигналов верхнего командного уровня и номера сигналов ответа исполнителей подчиненного уровня. Соответственно, выходными переменными являются коды (номера) принятых решений, активизирующих нижний уровень (подчинённого монитора или ППД). Важно подчеркнуть, что среди команд монитора самого верхнего уровня и его исполнителей должны быть программы непосредственного взаимодействия с приводными двигателями, сенсорными устройствами и критическими элементами энергопитания. Это требование сформулировано на основе опыта создания многих систем управления мехатронных и робототехнических систем. В общем виде оно диктуется тремя обстоятельствами:

1. необходимостью непосредственной реакции на аварийные случаи отказов элементов механики и/или оборудования («умная машина должна уметь хромать»);
2. необходимостью выявления нарушения режимов работы элементов механики и/или оборудования («хорошо организованная система управления должна испытывать боль»)
3. готовностью системы управления продолжать управление в непредусмотренных случаях изменения операционной обстановки во внешней среде («умная машина должна правильно реагировать на любые неожиданности»).

Заметим, что и в нервной системе человека предусмотрен так называемый пирамидальный путь (прямое управление мотонейронами мышц от верхних отделов мозга), который пробивается в период, когда человек учится ходить и говорить.

Описанная схема системы построения движения, казалось бы, мало похожа на уровни построения движений человека. Конечно, мехатронные многоуровневые системы реализуются на другой элементной базе и при практической бедности параллельных процессов обработки информации. Но это только внешнее отличие, функционально оно практически полностью совпадает со схемой, описанной Н.А. Бернштейном, которая не связана с параллельностью и является достаточно универсальной.

От рефлексов к элементам искусственного интеллекта

Следует заметить, что описанные конечно-автоматные системы имеют тип «стимул – реакция», и с точки зрения физиологии они являются чисто *рефлекторными* системами. Поэтому, несмотря даже на громадную сложность ситуационных словарей (или – деревьев операций if логического выбора), такие системы, тем не менее, не заслуживают часто используемого термина «интеллектуальных» систем управления. Вместе с тем, на развитие подобных рефлекторных систем построения движения шагающего аппарата определённое влияние оказывал имевшийся опыт создания и развития баллистических систем управления полетом космических аппаратов. Функционирование этих человеко-машинных систем не всегда имеет рефлекторный характер, хотя в интересах надёжности и сокращения сроков принятия решений в процессе полёта космического аппарата их как раз и стараются сделать именно такими. Трудно отказать от желания максимально упростить технику и иметь заранее определённую реакцию для всех заранее перечисленных штатных ситуаций (включающих и «штатные отказы»). Однако наличие сотрудников центров управления полётом *в контуре управления* полётом космических аппаратов делает возможным при необходимости ставить новые задачи движения и принимать нестандартные решения. Примером этому является известный аварийный полёт Аполлона-13.

С точки зрения алгоритмов построения движения это означает уход от рефлекторных алгоритмов в сторону недетерминированных заранее методов привлечения больших объёмов информации, сопутствующих обстоятельствам процессов построения управления движением. В сознании Д.Е. Охоцимского это ассоциировалось, прежде всего, с необходимостью использования в процессе построения движения всего богатства теоретико-механических знаний.

В связи с этим следует упомянуть одно важное свойство задач робототехники: принципиальную *неповторяемость картины протекания процессов управления* в робототехнических системах, связанную со случайными

возмущениями механики и электроники тех элементов систем управления, которые «погружены во внешнюю среду». К таким элементам относятся, прежде всего, аналоговые элементы информационных датчиков, приводов и блоков электропитания. Это обстоятельство было необычным для алгоритмистов первых роботов, привыкших к строгой повторяемости результатов расчётов на ЭВМ при одинаковых исходных данных. Интересно заметить, что позднее – в середине 1960-х годов такая же ситуация неповторяемости процессов функционирования программных систем при одинаковых исходных данных возникла и в системном программировании. Там это было связано с появлением механизма прерываний при повышении частоты работы ЭВМ и возникновением псевдопараллельного пакетного режима решения задач. В системном программировании эти обстоятельства были не так болезненны, как в робототехнике, хотя и здесь, и там они сильно усложняли отладку алгоритма и программного кода.

Стремление защитить логику верхних уровней системы управления от катастрофической неопределённости состояния её нижних уровней породило проблематику построения специальных алгоритмически механизмов («детерминаторов» поведения [45]), фильтрующих шумы и обеспечивающих *правильность результатов принятия решений* на верхних уровнях управления при любых сигнальных возмущениях. Д.Е. Охоцимский придумал специальный термин для систем подобного типа: "системы с элементами искусственного интеллекта". При построении таких детерминаторов был всё более необходим уход от чисто рефлекторных алгоритмов в сторону более "интеллектуальной" понятийной обработки сигналов с учётом их семантики и богатства априорных сведений о содержательных свойствах наблюдаемых объектов [46].

Д.Е. Охоцимский полагал, что эффективным способом построения детерминаторов поведения при наличии сигнальных искажений является *использование в процессе построения движения теоретико-механических моделей* наблюдаемого движения. Яркие примеры использования этого метода были продемонстрированы при решении задач точного, внешне "умного" и вполне детерминированного взаимодействия робота-манипулятора с подвижными объектами, динамика которых известна [47]. Практическое применение этот подход нашел и в работах учеников Д.Е. Охоцимского В.В. Сазонова и С.М. Соколова по зрительному анализу физических параметров работы элементов железнодорожного транспорта. К настоящему времени логика подобных детерминаторов поведения роботов, в корне отсекающих неоднозначные сигнальные последствия путём использования моделей опе-

рационной среды, хорошо ими развита и реализована в системах технического зрения и процессов стыковки корабля «Прогресс» с МКС [48].

Алгоритм свободной походки шагающей машины

Ярким примером детерминированной реализации процесса построения движения в недетерминированных условиях динамики операционной обстановки является найденный ключевой алгоритм формирования статически устойчивого движения шестиногой шагающей машины. Речь идёт о построении последовательности движения её ног и следового расписания последовательных процессов их подъёма, переноса и опоры – того, что можно назвать *походкой шагающей машины*. Заметим, что после создания двух первых образцов шагающих машин – хранящегося в музее ЛГУ – "стопходящего механизма" П.Л. Чебышева [49] и четырёхногого "грузовика" фирмы GE [50] – все ранние последующие исследования шагающего движения начинались именно с этой задачи: как двигать ногами, когда и куда ставить ноги, чтобы двигаться не спотыкаясь и не падая?

Напомню, что после американской высадки человека на Луне в 1969г. темп развития нашей космической техники был заметно приторможен. В этих условиях мы с сотрудником Б.В. Раушенбаха Д.А. Князевым имели время активно обсуждать казавшуюся очень любопытной проблему шагающего движителя планетохода. К моему удивлению и, надо сказать, восхищению, вдруг в конце 1969г. Д.Е. Охоцимский предложил вплотную заняться проблемой шагающего движения. Его в ней привлекала сложность механизма, которым надо управлять, и неудивительно, что вначале в качестве основной проблемы виделась именно обсуждаемая ниже проблема организации порядка движения ног.

Скорее всего, проблема шагающего движителя тогда уже висела в воздухе, поскольку цифровая техника достигла мегагерцовых частот и стала способной конкурировать с аналоговой техникой в процессах управления приводными механизмами механических систем с большим числом степеней свободы. Фактически уже началась эпоха робототехники – и в науке, и в промышленности. Действительно, скоро мы узнали, что в США к этому моменту уже были реализованы четырёхногие макеты шагающего грузовика фирмы General Electric и шагающего аппарата "Phony-Pony" университета штата Огайо – с использованием 12 двигателей от ручной дрели [51], а также и то, что этой проблемой давно занимаются в Институте машиноведения академик И.И. Артоболевский и Н.В. Умнов [52].

Выяснилось, что четырёхногий шагающий грузовик фирмы General

Electric (рис.40) управлялся водителем, так сказать, в режиме "мани-педупулирования" – руки водителя управляли передними ногами грузовика, а ноги – задними ногами. Это оказалось практически невозможным делом для человека. Пионерский опыт "GE-грузовика" показал, что тяжесть создания шагающего движителя лежит не в его конструкции, а в управлении им, а именно в проблеме *автоматического построения движения ног*. Это обстоятельство надолго стало главным мотивом всех последующих работ Д.Е. Охотимского.

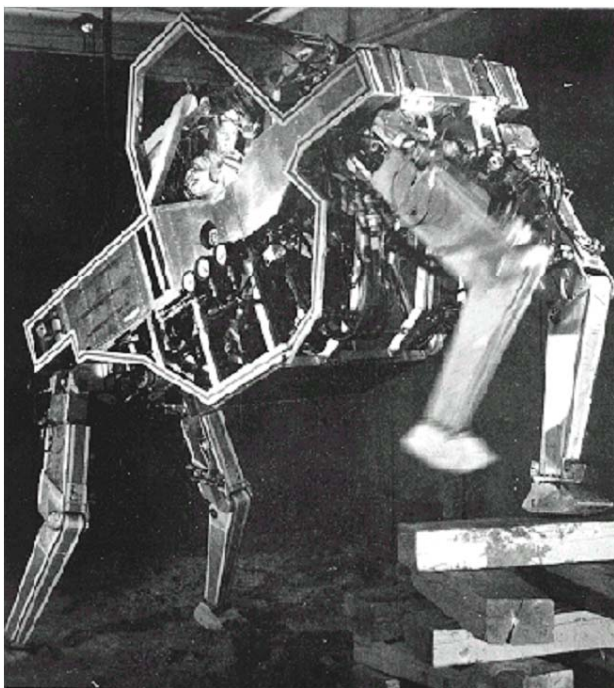


Рис.40. Шагающий грузовик фирмы General Electric (1968г.).

Что было известно о походках животных? Оказалось, что выполненные многими физиологами исследования походок многоногих живых существ (лошадей и других четвероногих в [53], насекомых в [54]) показали, что в громадном числе случаев походки животных построены с помощью простого механизма генерации латеральных ("бортовых") волновых процессов поочерёдных смен фаз опоры и переноса ног и сдвига относительных фаз запуска таких латеральных волн (особенно хорошо волна переноса ног была

видна в фильме о движении ног сороконожки, показанном в 1970г. сотрудниками ИППИ АН СССР на упомянутом семинаре Д.Е. Охоцимского, С.В. Фомина и В.С. Гурфинкеля в МГУ).

В связи с этим с самого начала работ именно волновые походки были положены в основу алгоритмов построения статически устойчивых движений машин [55–57]. Интересно отметить, что в ИПМ эти работы начались в сентябре 1970г. и уже в декабре этого же года было начато создание упомянутой выше дисплейной системы и снят с экрана дисплея первый дисплейный фильм с результатами проведенного исследования волновых походок шагающего шестиногого аппарата. Фильм был показан на симпозиуме в ЛПИ в январе 1971г. (рис.41).

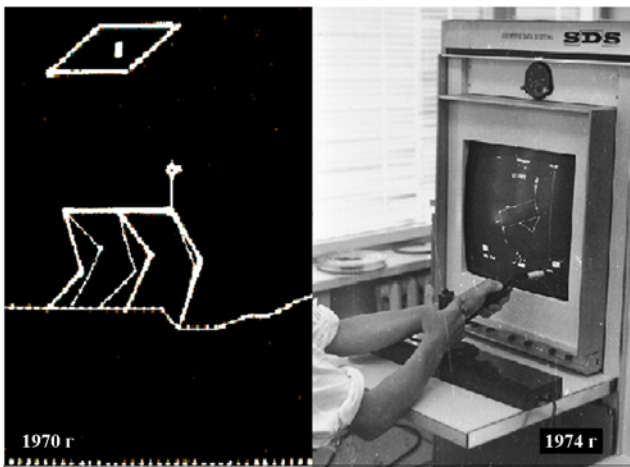


Рис.41. Дисплейный метод исследования алгоритмов построения движения шаганием. Слева – начало исследований свойств и способов организации волновых походок [55]. Справа – первая двухмашинная (БЭСМ-6 – SDS-910) дисплейная система для исследования в реальном времени алгоритмов водителя шагающей машины [36].

Дмитрий Евгеньевич сразу же принял решение: число ног – 6 , ноги – инсектоморфные (как у насекомых) с тремя степенями свободы и с пятью степенями подвижности каждая (рис.34, 37и 39). Кинематика шестиногой машины с такими ногами по сравнению с четвероногой машиной обеспечивает большее богатство возможностей адаптации к требованиям рельефа опорной поверхности, скорость и надёжность движения. Восемь ног в то

время казались избыточными, хотя теперь уже понятно, что для тяжелых машин число ног определяется ограничениями их допустимого давления на грунт. В общем случае такая нога со стопой имеет 5 степеней подвижности, показанных на рисунке. У ноги с *управляемой стопой* три из них или все эти степени подвижности должны быть активными (иметь двигатели), в то время как у *"костыльной ноги"* без стопы или с пассивной стопой достаточно только трех верхних активных степеней подвижности. Для исследований была выбрана именно костыльная нога, обеспечивающая простоту решения обратной кинематической задачи, а в макетных реализациях использовались ноги с пассивной стопой (рис.42).

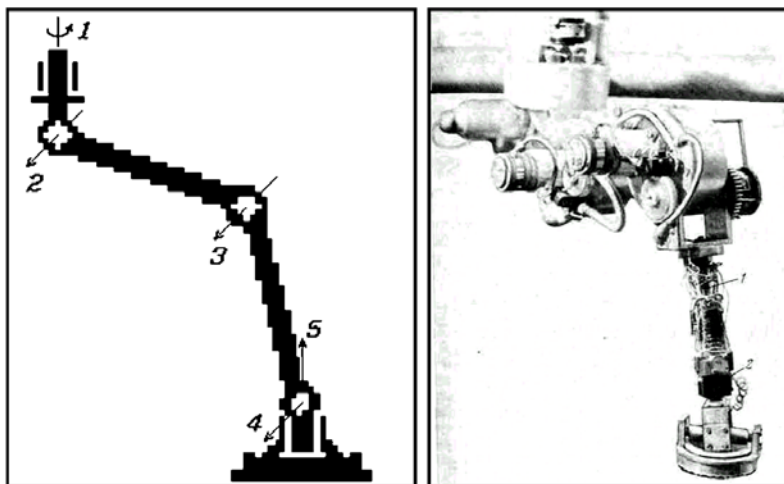


Рис.42. Кинематическая схема инсектоморфной конструкции ноги шагающих машин и реализация такой ноги в макете шагающего робота, созданного в ИМех МГУ (рис.35).

Наиболее простыми способами построения согласованного с условиями статической устойчивости движения шести ног машины оказались реализации трёх типов походок: походки *"галоп"* (с одновременным запуском латеральных волн переноса ног), *"последовательной походки"* (с поочерёдным переносом одной ноги) и походки *парами "трёшек" ног* (переносятся одновременно две крайние ноги одного борта и средняя нога другого с поочерёдной сменой устойчивых опорных следовых треугольников на местности). Это регулярное движение "трёшками ног" строится как частный случай волновых походок (рис.43).

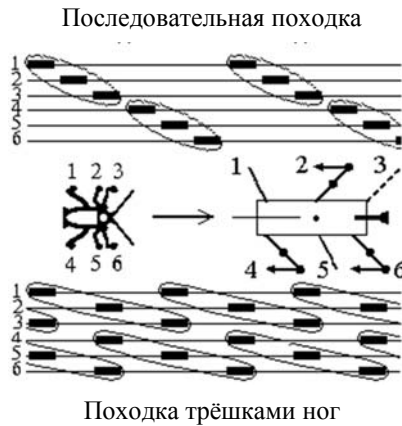
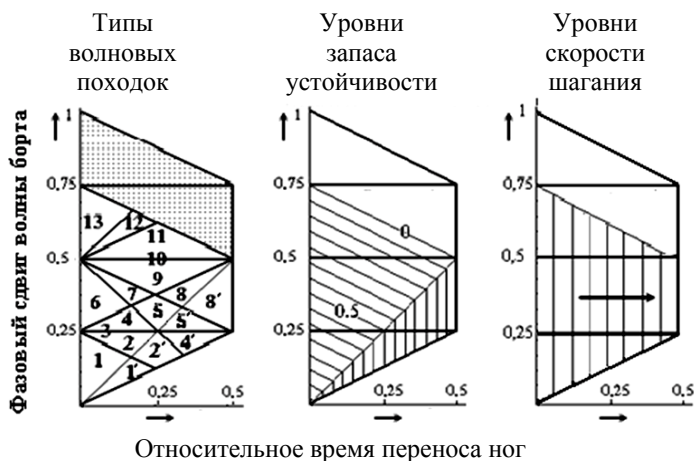


Рис.43. Волновые походки насекомых [54], используемые для построения движения ног шагающей машины (обведены латеральные волны переноса ног).

В более общем случае движение трёшками с нерегулярными рисунками следовых опорных треугольников и с переменной частотой их шагания управление движением шести ног также сводится к управлению поочерёдным согласованным переносом и опорой пары упомянутых трёшек ног. Такое движение описывается возмущённым волновым движением фиксированных трёшек ног с двухпараметрическими осциллирующими (в рамках текущего прогноза условий движения) параметрами волновой "походки трёшками".

Эти три параметра можно свести к двум, если рассматривать только симметричные походки – с одинаковыми межбортовыми сдвигами запусков латеральных волн переноса ног. В результате была построена и исследована полная двухпараметрическая модель всех регулярных симметричных волновых походок (рис.44) [56, 57]. Было обнаружено, что в этих параметрах существует 18 классов походок 13 разных типов. К каждому классу относятся все походки с одинаковой последовательностью подъёма и постановки ног. Эти классы и типы показаны на рис.44. При выполнении этого исследования мы полагали, что подсмотренная у живой природы волновая трёхпараметрическая модель построения волнового движения ног обладает необходимым и достаточным богатством возможных движений.



Классы и типы походок

- 1, 1' - последовательная; 2, 2' - околодиагональная; 3 - диагональная;
- 4, 4'-задиагональная; 5, 5' - псевдодиагональная; 6 - псевдопоследовательная;
- 7 - псевдотрещечная; 8, 8' - квазитрещечная; 9 - околотрещечная; 10 - трещечная;
- 11 - затрещечная; 12 - квазидиагональная; 13 - квазипоследовательная

Рис.44. Параметры построения волновых походок шестиногой машины.

В интересах построения алгоритмов формирования движения шестиногой шагающей машины учениками Д.Е. Охочимского В.С. Ярошевским и Е.И. Кугушевым в их кандидатских диссертациях были исследованы свойства возможных скоростей и параметров статической устойчивости волновых походок. Оказалось, что все волновые походки с одинаковыми латеральными волнами переноса ног при условии сохранения статической устойчивости движения описываются тремя параметрами:

- частотой запусков латеральных волн переноса ног,
- относительной длительностью фаз опоры-переноса каждой ноги и
- относительным сдвигом межбортовых запусков латеральных волн.

Однако в дальнейшем оказалось (как это бывало и ранее в технике), что более эффективным является иной алгоритм построения движения, отличающийся от животного волнового и лишённый (что важно) какой-либо упрощающей регулярности, сковывающей требуемую свободу выбора движения. Найденный алгоритм "*свободной походки*" [58] оказался единственным возможным при построении сложных движений (например, движений рабочих машин) в среде с крайне ограниченным множеством возможных

опорных мест постановки ног. В этом алгоритме главным фактором построения статически устойчивого движения шагающей машины является прогноз "*времени существования*" опорных ног (т.е. максимального времени возможного продолжения опорной фазы каждой из опорных ног в данный момент). Это время в прогнозе параметров движения ограничено:

- условиями пересечения центром масс машины границ статической устойчивости;
- условиями непересечения элементов конструкции ноги с препятствиями, с корпусом машины или с другими её ногами;
- условиями выпрямления опорной ноги (максимальным возможным расстоянием до текущей опорной следовой точки).

При нарушении любого из перечисленных условий следует соответствующую опорную ногу заменить какой-либо из текущих переносимых ног (рис.45).



Рис.45. В данном примере алгоритм свободной походки требует "спасения" правой задней ноги (4), но не ранее чем статическая устойчивость возникнет в границах, связанных с правой средней ногой (5) и левой задней ногой (1). Далее придётся "спасать" переднюю 3-ю ногу с помощью средней 2-й ногой и перенесённой ранее вперёд упомянутой 4-й ногой.

Таким образом, найденный оптимальный алгоритм "*свободной походки*" представляет собой:

- процедуру построения прогноза оскулирующего (т.е. при сохранении текущих обстоятельств) движения корпуса;
- последующее вычисление времён существования каждой из опорных ног
- поиск замены ноги с наименьшим временем существования такой новой

ногой и новой её опорной следовой точкой (из множества текущих переносных ног и из подмножества достижимых следовых точек текущего множества возможных опорных точек на местности), которые обеспечивают максимальное время существования новой опоры.

Заметим, что этот, основанный на оскулирующем прогнозе движения комбинаторный способ построения оптимального движения ног, с одной стороны, очень похож на способ динамического переключения процессов в системном программировании*, а с другой стороны, он полностью соответствует описанным методам построения траекторий КА в прикладной небесной механике. Общность всех этих методов диктуется общностью задач алгоритмики построения искомого оптимального решения.

Построенный алгоритм свободной походки практически завершил исследование способов координации работы ног при шагании в режиме статической устойчивости. Стало ясно, что при движении по простой местности "трёшки" являются наиболее удобной и быстрой походкой машины, а при движении по сложной местности с малыми возможностями выбора мест постановки и опоры ног или при выполнении рабочих движений в режиме "топания на месте" следует использовать свободную походку.

После этого Д.Е. Охочимский, несмотря на отсутствие в то время быстроедействующих моментных приводных систем, приложил значительные усилия к развитию исследований движения *в режимах динамической устойчивости* – на двух ярких примерах построения движения прыгающих четырёхногих механизмов (В.В. Лапшин [59]) и двуногих аппаратов с "ходульными" ногами (В.В. Белецкий [60], А.И. Формальский [61]).

Следует подчеркнуть, что знаменитые работы Д.Е. Охочимского по исследованию методов построения движений шагающих машин значительно опережали свое время. Но именно благодаря этим работам проблема шагаания из алгоритмической превратилась в техническую. И поныне "Лучше мышцы двигателя нет": двуногая ходьба японских и немецких гуманоидов и поныне ещё далека от человеческих качеств, а великолепный прыгающий американский "Big Dog" стал возможен лишь в самое последнее время и пока неповторим.

* Идея динамического распределения работ пришла в СПД шагающей машины из системного программирования. Впервые эту идею в явной форме выразили в частной беседе и позже продемонстрировали на модели плоской четырехногой ходьбы сотрудники А.П. Ершова в ВЦ СО АН СССР (А.С. Нариньяни с коллегами.[62]). Реализация этой идеи в полной модели шестиногой шагающей машины, автоматически преодолевающей поверхность со сложным рельефом, была выполнена в ИПМ в 1974г. [8].

Построение вальсирующего движения полноприводного мобильного робота

Последний пример удивительно удачного построения решения трудно формализуемой задачи Д.Е. Охоцимский, будучи уже тяжело больным, подарил своему аспиранту Н.С. Сербенюку, который, развив подаренную идею, блестяще защитился. Дело в том, что Дмитрий Евгеньевич в свое время увлекся задачей "научить" двигаться в режиме вальса полноприводной трёхколёсный движитель мобильного робота "Трикол" с его шестью степенями подвижности колёс и тремя степенями свободы движений корпуса (каждое колесо этого робота оборудовано двумя двигателями: маршевым и рулевым, рис.46). Уникальный движитель этого робота ранее был создан в ЛМИ под руководством профессора В.А. Веселова [63] (роль которого в истории создания многих роботов ИПМ трудно переоценить).

То, что вальсирующее движение принципиально было возможно, казалось очевидным: надо было только правильно построить движение рулевых и тяговых двигателей всех трёх колёс машины. Серьёзное препятствие этому было связано с, казалось бы, мелким обстоятельством: все эти двигатели имели провода датчиков и силового питания, длина которых позволяли выполнить лишь несколько оборотов рулевого вращения колёс (недаром сказано, что "Дьявол – в мелочах", и Д.Е. Охоцимский это прекрасно понимал). Таким образом, надо было построить движение с учётом этого ограничения, найдя такие параметры линейной скорости движения центра корпуса и угловой скорости его вальсирования, которые бы не требовали многократных рулевых оборотов колёс. Решение этой задачи, как раз, и нуждалось в построении модели вальсирующего движения в пространстве параметров, удобных для исследования его свойств. И тут Дмитрий Евгеньевич, уже болея, позвонил по телефону, и сказал: "*Там должно быть колесо!*", описав при этом относительные параметры, в которых сразу будут видны области накручивания и отсутствия накручивания проводов!

Идея Д.Е. Охоцимского показана на рис.47 [64]. При прямолинейном движении робота с равномерным его вращением удобной моделью для изучения такого движения является колесо мгновенных центров вращения корпуса робота, неизменно с ним связанное и катящееся по прямой. Интересно отметить, что к этой модели соответствия подвижной и неподвижной центроид движения корпуса робота Д.Е. Охоцимский пришел просто из понимания кинематических обстоятельств требуемого движения.

Дело в том, что при построении движения полноприводных машин удобными параметрами управления приводными системами их движителей

являются координаты текущей позиции мгновенного центра вращения (МЦВ). В модели Д.Е. Охоцимского МЦВ равномерно движется по прямой неподвижной центроиды (рис.48), хотя в общем случае неподвижная центроида может быть любой непрерывной (при отсутствии ударов) кривой. Разность координат текущих положений элементов робота и МЦВ определяют текущие радиусы кривизны траектории движения этих элементов и вытекающие отсюда требуемые кинематические параметры геометрии и скоростей вращения колёс. Однако заметим, что опыт программирования системы управления робота Трикол [65] показал, что с программистской точки зрения в задачах построения движения вместо величин мгновенных радиусов кривизны траекторий точек робота оказалось удобнее в качестве управляющих параметров использовать "кривизны" – значения, обратные величине мгновенного радиуса вращения и равные нулю (а не "бесконечности"!) при прямолинейном движении робота.



Рис.46. Робот "Трикол".

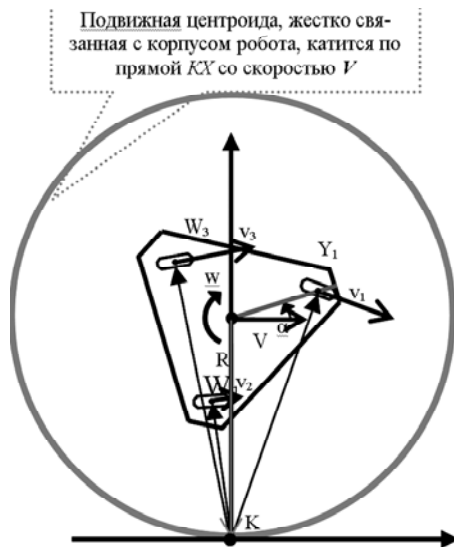


Рис.47. Модель вальсирующего движения робота.

Радиус колеса подвижной центроиды зависит от соотношения величин линейной V и угловой ω скоростей корпуса робота: $R=V/\omega$, а само колесо катится по неподвижной центроиде со скоростью вращения, равной ω . Этим соображениям для Н.С. Сербенюка оказалось достаточно, чтобы построить аналитическую модель движения колёс робота и получить условия отсутст-

вия постоянного накручивания проводов тяговых двигателей колёс на оси их рулевого вращения в процессе вальсирования. Последние, как оказалось, связаны с соотношением радиусов подвижной центроиды R и окружности рулевых осей робота ρ (рис.48). А именно, зависимость $\beta(\alpha)$ углов рулевого вращения колёс β как функция угла α вращения корпуса робота имеет вид [66]

$$\operatorname{tg}(\beta) = \frac{R \cos(\alpha)}{R \sin(\alpha) + \rho}.$$

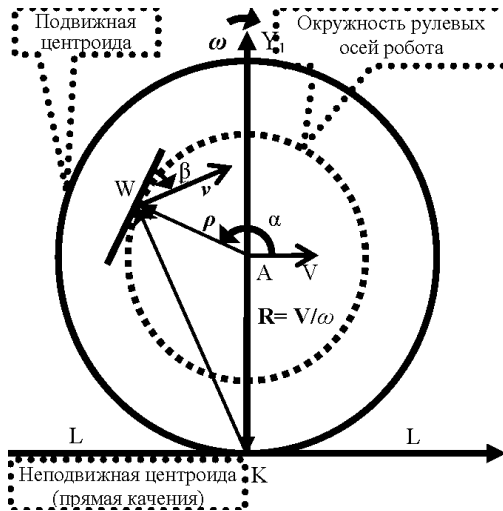


Рис.48. Угол поворота колеса вокруг рулевой оси β при вальсирующем движении.

Эта зависимость для случая $R < \rho$ имеет периодический характер, и величина углов β не превышает 90° (рис.49).

Несложный анализ рулевого движения колеса в этом случае показал, что вблизи нижнего положения требуется очень быстрое рулевое вращение в обратном направлении. Это связано с тем, что при $R < \rho$ в нижней точке рис.47 маршевая ось колеса совпадает с осью Y , но так как подвижная центроида катится по оси X без скольжения, то рулевая ось колеса движется уже в обратном направлении. В предельном случае $R = \rho$ колесо в этой точке в маршевом движении останавливается и меняет направление движения. Это можно обеспечить мгновенным обратным поворотом руля на 180° (что мог-

ло бы позволить исключить закручивание проводов вокруг оси руля) или изменением направления маршевого вращения на обратное (что продолжает закручивание проводов вокруг оси руля). Поскольку угловая скорость рулевого вращения ограничена, то существуют режимы $R < \rho$, в которых вальсирование невозможно (или возможно лишь с неравномерной скоростью и даже с полной остановкой для выполнения обратного вращения колёс). Для случая $R > \rho$ зависимость $\beta(\alpha)$ всегда носит монотонный характер, – углы β непрерывно увеличиваются (рис.50). Иными словами, вальсирование в режиме $R > \rho$ при конечной длине проводов приводов колёс возможно лишь с конечным числом оборотов корпуса робота вокруг его оси, после чего необходимы либо остановка, либо изменение направления вальсирования.

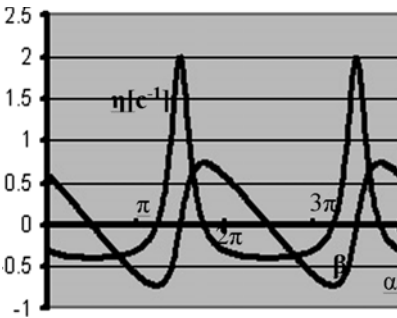


Рис.49. Угол $\beta(\alpha)$ и угловая скорость $\dot{\beta}(\alpha)$ при $R < \rho$.

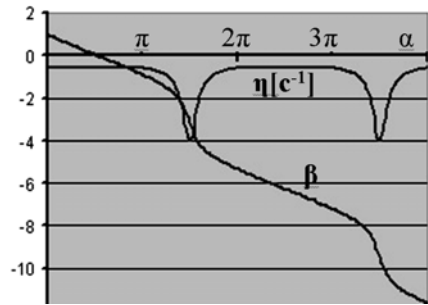


Рис.50. Угол $\beta(\alpha)$ и угловая скорость $\dot{\beta}(\alpha)$ при $R > \rho$.

Развивая этот анализ, можно предложить ряд параметров, удобных для анализа и построения вальсирующего движения полноприводного робота. Поскольку каждое колесо полноприводного робота типа робота Трикол оборудовано двумя двигателями, то кинематические параметры возможных движений робота ограничены двумя величинами: $\Omega > 0$ – максимальная угловая скорость маршевого вращения колёс и $H > 0$ – максимальная угловая скорость рулевого вращения колёс. Удобным безразмерным параметром является их константное отношение: $U = \Omega/H$ (для робота Трикол $U \approx 2.9 \div 3.25$ – в зависимости от нагрузки). Другой параметр – параметр "поворотливости" робота $u = \omega/H$ – отношение величины угловой скорости вальсирующего вращения корпуса робота к максимальной угловой скорости рулевого поворота его колёс (для робота Трикол $u_0 = \omega_0/H \approx 1.1$). Наконец, безразмерным геометрическим параметром робота, определяющим его кинематические свойства, является $P = r_k/\rho$. Поскольку максимальная линейная скорость ко-

леса v_k определяется формулой: $v_k = \Omega \cdot r_k$, то максимальная угловая скорость вращения корпуса робота вокруг его геометрического центра ($R=0$) равна $\omega_{\max} = \omega_0 = \Omega \cdot P$. Иными словами, константный геометрический параметр P равен максимальному соотношению максимальных угловых скоростей вращения вокруг своих осей корпуса и маршевого движения колёс $P = r_k / \rho = \omega_0 / \Omega = u_0 / U$.

Для анализа и построения вращательного движения с изменяемым радиусом подвижной циклоиды R в качестве безразмерного параметра режима движения полноприводного робота может быть выбрана одна из трёх величин: $\xi = R/\rho$, $\eta = \rho/(R+\rho)$ или $\zeta = R/(R+\rho)$ (или обратные им величины $\xi_1 = \xi^{-1} = \rho/R$, $\eta_1 = \eta^{-1} = (R+\rho)/\rho$ или $\zeta_1 = \zeta^{-1} = (R+\rho)/R$).

Эти параметры связаны соотношениями вида:

$$\eta = (\xi + 1)^{-1} = \xi_1 / (\xi_1 + 1), \quad \eta_1 = (\xi + 1) = \zeta_1 \xi,$$

$$\zeta = 1 - \eta = \xi / (\xi + 1) = (\xi_1 + 1)^{-1}, \quad \zeta_1 = (\xi + 1) / \xi, \quad \xi = (1 - \eta) / \eta = \zeta / (1 - \zeta).$$

Выше было отмечено неудобное обстоятельство стремления к бесконечности величины R при переходе от вращательного движения центра масс робота к прямолинейному поступательному движению. В описанных параметрах прямолинейному поступательному движению робота соответствуют значения $u = \xi_1 = \eta = 0$ и $\zeta = \zeta_1 = 1$. Другим важным крайним случаем является вращение робота вокруг центра корпуса. Ему соответствуют значения $\xi = \zeta = 0$, $\eta = \eta_1 = 1$ и $u_{\max} = U \cdot P = u_0$. Таким образом, при переходе от прямолинейного поступательного движения ($R \rightarrow \infty$) к движению вращения на месте ($R=0$), лишь два параметра: $\eta = 0 \div 1$ и $\zeta = 1 \div 0$ имеют разумный диапазон величин.

Вместе с тем для анализа вальсирующего движения удобными параметрами являются как $\xi = R/\rho$, так и $\eta_1 = (R+\rho)/\rho$. В диапазоне параметров реального вальсирования робота Трикол (без накручивания проводов при $0 \leq R < \rho$) наиболее удобен параметр ξ , меняющийся в этом случае от 0 до 1.

В общем случае вальсирующее движение трёх или четырёх колёсного полноприводного робота описываются выражениями (везде возможна замена $(\xi+1)^{-1} = \eta$): $u(\xi) = \frac{UP}{\xi+1} = \frac{u_0}{\xi+1}$ или, вводя в рассмотрение ещё одну безразмерную величину – относительное снижение угловой скорости вальсирования корпуса робота $\chi = \omega/\omega_0$, имеем $\chi(\xi) = \frac{1}{\xi+1} = \eta$, т.е. безразмерный

параметр $\eta = \rho / (R + \rho)$ отражает уменьшение относительной величины $\chi = \omega / \omega_0$ угловой скорости вальсирования.

Почему $\eta = \omega / \omega_0 < 1$, и насколько уменьшается скорость вращения робота при его движении? Рассмотрим это подробнее.

Смещение мгновенного центра вращения из геометрического центра робота в любую другую точку уменьшает угловую скорость вращения его корпуса в связи с ростом величин мгновенных радиусов вращения каждого из колёс. Иными словами, колесо, максимально удалённое от мгновенного центра вращения (рис.47), определяет текущую максимальную скорость вращения корпуса и требуемые степени уменьшения скоростей тяговых вращений других колёс в соответствии с [66]:

$$\omega_{\max} = \frac{v_k}{\max_{i=1,2,3} |\mathbf{R} + \mathbf{p}_i|} = \frac{v_k}{\max_i \sqrt{R^2 + \rho^2 + 2R\rho \sin(\alpha_i)}}.$$

Таким образом, в процессе движения с максимальной скоростью вращения Ω одного из трёх колёс угловая скорость вращения корпуса колеблется между её значениями для симметричного положения двух колёс в максимальном их удалении от мгновенного центра вращения ($\alpha = 30^\circ$):

$$\omega_{\max} = \frac{v_k}{\sqrt{R^2 + \rho^2 + R\rho}} = \frac{\omega_0}{\sqrt{\xi^2 + \xi + 1}} \quad \text{при } 0 < \xi < 1, \quad \omega_0 > \omega_{\max} > \omega_0 / \sqrt{3}$$

и при максимальном удалении от центра вращения одного из колёс ($\alpha = 90^\circ$):

$$\omega_{\min} = \frac{v_k}{R + \rho} = \frac{\omega_0}{\xi + 1} \quad \text{при } 0 < \xi < 1, \quad \omega_0 > \omega_{\min} > 0.5\omega_0.$$

Соответственно испытывают колебания и угловые скорости вращения маршевых двигателей – от максимальной скорости в верхней точке рис.46 до минимальной – в нижней точке.

Как зависит от ξ линейная скорость V центра корпуса робота? Из рис.46 легко получить выражение $\zeta = V / v_k = \omega R / \Omega r_k = \frac{\xi}{\xi + 1}$. Видно, что (аналогично величинам $\eta = \omega / \omega_0 < 1$) величина $\zeta = R / (R + \rho) = V / v_k < 1$ отражает уменьшение относительной величины скорости корпуса робота при вальсировании.

Почему и насколько $\zeta = V / v_k < 1$?

Как и следовало ожидать, при увеличении R от нуля до бесконечности линейная скорость робота растёт от нуля до максимальной скорости колёс.

Однако, как было сказано, в области допустимого движения при $\xi < 1$ скорость движения робота в режиме вальсирования заведомо ниже, а его угловая скорость выше половины максимально возможных значений (рис.51).

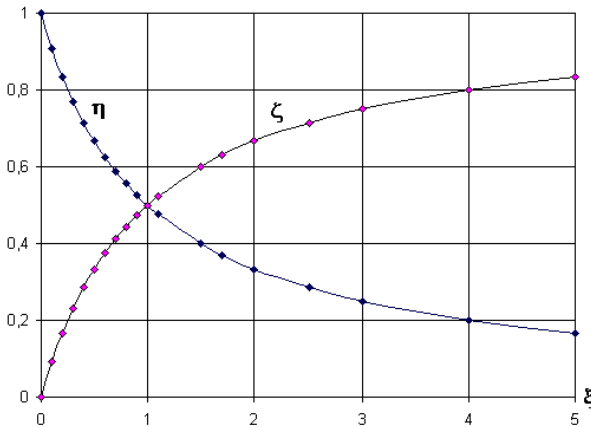


Рис.51. Зависимости угловой скорости $\eta = \omega/\omega_0$ и линейной скорости $\zeta = V/v_k$ вальса робота от радиуса подвижной циклоиды $\xi = R/\rho$.

Выше было рассмотрены ограничения угловой и линейной подвижности робота в режиме вращения вокруг некоторого центра, связанные со скоростью маршевого вращения колёс и размерами робота. Значительно более сложным случаем при вальсирующем движении является ограничения рулевых приводов колёс. Это связано с тем, что при вальсировании вектор \mathbf{v} скорости центра колеса изменяет не только свою величину, но и направление. Как именно ограниченная угловая скорость рулевого движения колёс влияет на подвижность робота в режиме вальсирования? В диссертационной работе Н.С. Сербенюка [66] было получено следующее выражение для требуемой угловой скорости рулевого вращения (оно было использовано при построении зависимостей на рис.49 и 50):

$$\dot{\beta} = -\frac{R(\rho \sin(\alpha) + R)}{R^2 + \rho^2 + 2R\rho \sin(\alpha)} \omega.$$

Обозначим через $h = \dot{\beta}/H \leq 1$ относительную угловую скорость рулевого привода колеса и перейдем к безразмерным соотношениям

$$h = -\frac{\xi(\sin(\alpha) + \xi)}{\xi^2 + 2\xi \sin(\alpha) + 1} u \quad (\xi < 1).$$

Легко видеть, что угловая скорость рулевого вращения $\dot{\beta}$ принимает экстремальные значения при углах $\alpha = \pm\pi/2 + 2\pi n$

$$h_{\max} = \left| \frac{\xi}{1-\xi} u(\xi) \right| \text{ при } \alpha = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

и

$$h_{\min} = \left| \frac{\xi}{1+\xi} u(\xi) \right| = |\zeta u| \text{ при } \alpha = \frac{\pi}{2} + 2\pi n.$$

Напомним, что $u(\xi) = u_0/(1+\xi)$. Таким образом, максимальная относительная угловая скорость рулевых вращений колёс h_{\max} связана с параметром поворотливости робота $u_0 = \omega_0/H$ условием

$$h_{\max} = \left| \frac{\xi}{1-\xi} \cdot \frac{u_0}{1+\xi} \right| = \left| \frac{u_0 \xi}{1-\xi^2} \right| \leq 1.$$

Отсюда следует, что величина $\xi > 0$ и $\xi \neq 1$ должна удовлетворять условию $u_0 - |\xi - 1/\xi| \leq 0$:

- При $\xi < 1$ этому соответствует $\xi^2 + u_0 \xi - 1 \leq 0$ и при $h_{\max} = 1$ ξ не может быть больше положительного корня квадратного уравнения $\xi^2 + u_0 \xi - 1 = 0$:

$$\xi < 1 \text{ и } \xi \leq \frac{\sqrt{(u_0)^2 + 4} - u_0}{2} = \frac{\sqrt{(\omega_0)^2 + 4H^2} - \omega_0}{2H} = \xi_H < 1.$$

- При $\xi > 1$ этому соответствует $\xi^2 - u_0 \xi - 1 \geq 0$ и при $h_{\max} = 1$ ξ не может быть меньше положительного корня квадратного уравнения $\xi^2 - u_0 \xi - 1 = 0$:

$$\xi > 1 \text{ и } \xi \geq \frac{\sqrt{(u_0)^2 + 4} + u_0}{2} = \frac{\sqrt{(\omega_0)^2 + 4H^2} + \omega_0}{2H} = \xi_H > 1.$$

Таким образом, ограничения скорости рулевого вращения определяются конструктивными значениями параметров ξ_H , зависящими от соотношения геометрических размеров кинематической схемы робота и достижимых скоростей рулевого и маршевого вращений колёс. Для робота Трикол были реализованы следующие значения параметров ξ_H :

- в рабочей области вальсирования: $\xi < 1$, $\xi_H = 0.59$;
- в области ограниченного вальсирования: $\xi > 1$, $\xi_H = 1.69$.

Иными словами, при построении вальсирующего движения робота

Трикол запрещается располагать мгновенные центры вращения робота в некоторой кольцевой окрестности радиусов подвижной центроиды R с диапазоном $0.19 \text{ м} \div 0.53 \text{ м}$. Опыты вальсирующего движения выполнялись с $R \approx 0.15 \text{ м}$.

В заключение заметим, что в общем случае полноприводного движителя упомянутая линейная связь $\zeta = 1 - \eta$ определяет универсальную линейную зависимость угловой и линейной скоростей вальсирования с пустым промежутком в середине, ширина которого зависит от поворотливости машины $u_0 = \omega_0 / H$ (рис.52).

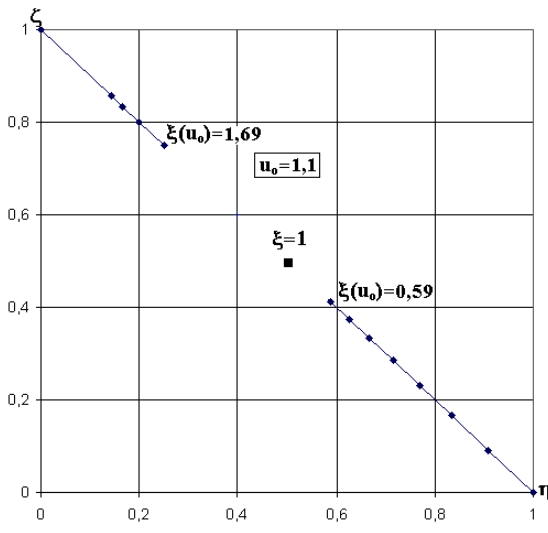


Рис.52. "Функция вальса" $V(\omega, u_0)$.

Заключение

Предметом прикладной математики является поиск и разработка *конструктивных методов решения задач*, т.е. таких методов, которые учитывают вычислительные аспекты получаемого решения, актуальную сходимость процесса решения за допустимое время, сложность алгоритма решения и другие обстоятельства, связанные с проблемой реализуемости способа поиска ответа. Важный класс задач прикладной математики представляют собой задачи, требующие *построения* их ответа - в принципе существующего, но заранее не определённого на множестве возможных решений. К этому классу относятся восходящие к Лагранжу и Эйлеру *задачи оптимизации*. Современные методы *построения логики решения* развивают в логической области линию конструктивных методов геометрии, возникшую

на самых ранних этапах математики. Успешно используемый школой Д.Е. Охочимского синтез геометрического описания задач *построения движений* объектов прикладной небесной механики и робототехники с пониманием их механического содержания позволяет эффективно формировать многоуровневые конструкции искомого алгоритма построения решения двигательной задачи. Заметим, что построение алгоритмических решений всегда неоднозначно, и часто не поддаётся оптимизации (в силу отсутствия универсального алгоритма и отсутствия непрерывности функции выбора оптимальных алгоритмов на множестве их параметров).

Выше на примерах ряда "задач построения", решённых Д.Е. Охочимским и его учениками, были продемонстрированы три общих для этих задач приёма решения:

- поиск "хороших" переменных для описания содержательных свойств задачи;
- поиск способов отображения (в частности – линейных) исходного фазового пространства данной динамической системы в пространство "хороших" переменных;
- исследование и использование особенностей содержания (механического, геометрического, ...) построенного решения.

Д.Е. Охочимский был мастером именно в таком конструктивном подходе к поиску способа наиболее эффективного решения любой задачи – и самой крупной, и самой мелкой (он никогда не отвергал мелочей) из тех, которые ставила перед ним жизнь и которые он сам активно искал. И способы, которые он находил для их решения, весьма поучительны, они, безусловно, заслуживают осмысления, применения и развития.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Охочимский Д.Е.* О вертикальном подъеме ракеты // Прикладная математика и механика, 1946, т.10, вып.2, с.251.
2. *Келдыш М.В.* Избранные труды. Ракетная техника и космонавтика. - М.: Наука, 1988, 493с.
3. *Бернштейн Н.А.* О построении движений. - М.: Медгиз, 1947, 255 с.
4. *Амосов Н.М.* Моделирование мышления и психики. - Киев. Наукова думка, 1965, 304с.
5. *Бернштейн Н.А.* Общая биомеханика. - М.: ВЦСПС, 1926.
6. *Винер Н.* Кибернетика или Управление и связь в животном и машине. - М.: Советское радио, 1968, 326с.

7. *Винер Н.* Кибернетика и общество. - М.: ИЛ, 1958, 200с.
8. *Охоцимский Д.Е., Платонов А.К., Боровин Г.К., Карпов И.И., Кугушев Е.И., Павловский В.Е., Ярошевский В.С.* Управление интегральным локомоционным роботом // Известия АН СССР, Технич. кибернетика, 1974, №6, с.56-64.
9. *Охоцимский Д.Е., Платонов А.К., Смольянов Ю.П., Гримайло С.И., Камынин С.С., Кугушев Е.И.* Исследование многооперационной сборки с помощью экспериментальной робототехнической системы / В кн. Роботизация сборочных процессов. - М.: Наука, 1985, с.61-88.
10. *Охоцимский Д.Е., Платонов А.К., Кугушев Е.И., Ярошевский В.С.* Цифровая контурная следящая система для робототехнических устройств / В кн. Микропроцессорные системы управления в робототехнике. - М.: Наука, 1984, с.135-143.
11. *Келдыш М.В., Власова З.П., Лидов М.Л., Охоцимский Д.Е., Платонов А.К.* Исследование траекторий облета Луны и анализ условий фотографирования и передачи информации / В кн. М.В.Келдыш. Избранные труды. Ракетная техника и космонавтика. - М.: Наука, 1988, с. 261-309.
12. *Энеев Т.М., Платонов А.К., Казакова Р.К.* Определение параметров искусственного спутника по данным наземных измерений // В сб. Искусственные спутники Земли. - М.: АН СССР, 1960, вып.4, с.43-55.
13. *Энеев Т.М.* Некоторые вопросы применения метода наискорейшего спуска // ИПМ АН СССР. Препринт №17, 1970, 57с.
14. *Канторович Л.В.* Функциональный анализ и прикладная математика // Успехи математических наук, т.III, 1948, №6, гл. II.
15. <http://space.rin.ru/articles/html/443.html>
16. *Казакова Р.К., Киселев В.Г., Платонов А.К.* Исследование свойств энергетически оптимальных орбит полета к Юпитеру // Космич. исслед., 1968, т.6, вып.1, с.3-12.
17. Первые фотографии обратной стороны Луны // - М.: Изд-во АН СССР, 1959, 39с.
18. *Казакова Р.К.* Охоцимский Дмитрий Евгеньевич – основатель прикладной небесной механики // ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, 2009, препринт №25, 27с.
19. *Келдыш М.В., Ершов В.Г., Охоцимский Д.Е., Энеев Т.М.* Теоретические исследования по динамике полёта к Марсу и Венере / В кн. М.В.Келдыш. Избранные труды. Ракетная техника и космонавтика. - М.: Наука, 1988, с.243-261.
20. *Дубошин Г.Н., Охоцимский Д.Е.* Некоторые проблемы астродинамики. – М.: 1963.
21. *Келдыш М.В., Платонов А.К., Казакова Р.К.* Коррекция траекторий полёта к Венере и Марсу / В кн. М.В.Келдыш. Избранные труды. Ракетная техника и космонавтика. - М.: Наука, 1988, с.385-414.
22. *Платонов А.К.* Исследование свойств коррекционных манёвров в межпланетных полётах // Космич. исслед., 1966, т.IV, вып.5, с.670.

23. Платонов А.К. // Космич. исслед., 1967, т.V, вып.1, с.694.
24. Платонов А.К., Дашков А.А., Кубасов В.Н. Оптимальное управление полетом космических аппаратов // Сборник трудов I-го Симпозиума ИФАК. Ставангер, Норвегия, 1965.
25. Гродзовский Д.Е., Охоцимский Д.Е., Белецкий В.В., Иванов Ю.Н., Курьянов А.И., Платонов А.К., Сарычев В.А., Токарев В.В., Ярошевский В.А. Механика космического полёта / В кн. Механика в СССР за 50 лет. Общая и прикладная механика. Т.1. - М.: Наука, 1968, с.266-319.
26. Lowden D.F. Optimal Programme for Correctional Maneuvers // Astronautica Acta, 1960, v.6, №4.
27. Келдыш М.В., Аким Э.Л., Энеев Т.М., Золотухина Н.И. / В кн. М.В.Келдыш. Избранные труды. Ракетная техника и космонавтика. - М.: Наука, 1988, с.339-347.
28. Аким Э.Л., Энеев Т.М. // Космич. исслед., 1963, т.1, вып.1, с.5.
29. Чарный В.И. Об изохронных производных // В сб. Искусственные спутники Земли. - М.:АН СССР, вып.16, 1963.
30. Охоцимский Д.Е., Энеев Т.М. Некоторые вариационные задачи, связанные с запуском искусственного спутника Земли // Успехи физических наук, 1957, т.LXIII, вып.1, с.5-32.
31. Охоцимский Д.Е., Голубев Ю.Ф. Механика и управление движением автоматического шагающего аппарата. - М.: Наука, 1984. 310с.
32. Месарович М., Такахара Я. Теория иерархических многоуровневых систем. - М.: Мир, 1973, 340с.
33. Охоцимский Д.Е., Платонов А.К. Проблемы создания шагающих аппаратов в биомеханике / В кн. Биомеханика. Труды Рижского научно-исследовательского института травматологии и ортопедии. Вып.XIII. Рига, 1975, с.594-599.
34. Анохин П.К. Принципы системной организации функций. - М.: Наука, 1973, с.5-61.
35. Охоцимский Д.Е., Платонов А.К. Алгоритмы управления шагающим аппаратом, способным преодолевать препятствия // Известия АН СССР, технич. кибернетика, 1973, №5, с.3-10.
36. Охоцимский Д.Е., Платонов А.К., Кузусев Е.И., Лазутин Ю.М., Ярошевский В.С. Проблемы построения и моделирования движения управляемого оператором шагающего аппарата // ИПМ АН СССР, препринт №125, 1974, 38с.
37. Боровин Г.К., Карпов И.И., Лазутин Ю.М., Платонов А.К. Система вывода информации на экран дисплея // Институт прикладной математики АН СССР, препринт №48, 1973, 32с. Депонирован в ВИНТИ - № 6752-73.
38. Платонов А.К., Боровин Г.К., Карпов И.И., Ярошевский В.С., Лазутин Ю.М. Алгоритмы построения изображений на экране дисплея // ИПМ АН СССР, Препринт №67, 1972, 52 с.
39. Платонов А.К., Лазутин Ю.М., Ярошевский В.С. Системное программное обеспечение задач робототехники // В кн. "Программное обеспечение промышленных роботов". - М.: Наука, 1986, с.110-122.

40. Гурфинкель В.С., Гурфинкель Е.В., Девянин Е.А., Ефремов Е.В., Жихарев Д.Н., Ленский А.В., Шнейдер А.Ю., Штильман Л.Г. Макет шестиногого шагающего аппарата с супервизорным управлением / В кн. Исследование робототехнических систем. - М.: Наука, 1982, с.98-147.
41. Охоцимский Д.Е., Веселов В.А., Гурфинкель В.С., Девянин Е.А., Платонов А.К. Разработка алгоритмов и средств управления движением шагающих роботов / В кн. Управление робототехническими системами и их оучувствление. - М.: Наука, 1983, с.110-116.
42. Платонов А.К., Девянин Е.А. Разработка комплекса средств шагающего робота // ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, препринт №39, 1996, 28с.
43. Кудрявцев М.В., Сологуб П.С. Особенности конструкции и результаты исследования натурального макета шагающего аппарата / I Всесоюзная конференция по механике и управлению движением шагающих машин. Волгоград, ВПИ, 1988, с.24.
44. Богомоллов Н.Е., Лазутин Ю.М., Старостин Е.Л., Ярошевский В.С. Программное обеспечение многомашинной системы управления шагающим роботом / В сб. Механика и управление движением шагающих машин. Волгоград, ВПИ, 1990.
45. Макаров И.М., Охоцимский Д.Е., Платонов А.К. Научные проблемы программного обеспечения робототехнических систем / В кн. Программное обеспечение промышленных роботов. - М.: Наука, 1986, с.5-20.
46. Охоцимский Д.Е., Платонов А.К. Перцептивный робот, перемещающийся в трёхмерной среде / В сб. Труды IV Международной объединённой конференции по искусственному интеллекту. - М.: ВИНТИ, 1975, т.9, с.117-124.
47. Белоусов И.Р., Богуславский А.А., Емельянов С.Н., Охоцимский Д.Е., Платонов А.К., Сазонов В.В., Соколов С.М. Взаимодействие робота-манипулятора с подвижными объектами // Известия РАН. Механика твёрдого тела, 2001, №1, с.194-204.
48. Богуславский А.А., Сазонов В.В., Соколов С.М., Смирнов А.И., Сайгираев Х.У. Автоматический мониторинг стыковки космического корабля с орбитальной станцией по видеоинформации // ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, препринт №74, 2005.
49. Научное наследие П.Л. Чебышева. Т.2. Теория механизмов. - М.-Л. АН СССР, 1945, 192с.
50. Mosher R.S. Proc. on Off-Road Mobility Research Symposium. Washington, 1968, p.359-379.
51. Артоболевский И.И., Умнов Н.В. Некоторые проблемы создания шагающих машин // Вестник АН СССР, 1969, №2, с.44-52.
52. Tomovich R., McGhee R.B. // IEEE Trans. Human Factors in Electronics, v.7, Iss.2, 1966, p.65-69.
53. Hildebran M. Analysis of the Simmetrical Gaits of Tetrapod // Folia Biotheoretica, v.VI, p.1-22.

54. *Wilson D.M.* Insect Walking // Annual Review of Entomology, 1966, v.11, p.103-122.
55. *Охоцимский Д.Е., Платонов А.К., Боровин Г.К., Карпов И.И.* Моделирование на ЦВМ движения шагающего аппарата // Известия АН СССР, Технич. кибернетика, 1972, №3, с.47-59.
56. *Ярошевский В.С.* Исследование динамики и устойчивости шагающего аппарата. Кандидатская диссертация. - М.: МГУ им М.В. Ломоносова, 1978, 119 с.
57. *Охоцимский Д.Е., Платонов А.К., Боровин Г.К., Карпов И.И., Кузусhev Е.И., Павловский В.Е., Ярошевский В.С.* Координация движений шагающего аппарата // В сб. Бионика-1973, т. VI. - М.: АН СССР, 1973, с.176-181.
58. *Кузусhev Е.И., Ярошевский В.С.* Исследование методов организации походки шагающего аппарата // В кн. Биомеханика. Труды Рижского научно-исследовательского института травматологии и ортопедии. Вып. XIII, Рига, 1975, с.501-594.
59. *Латишин В.В.* Алгоритм построения программного движения прыгающего аппарата для фазы полёта // ИПМ АН СССР, препринт №26, 1979, 28с.
60. *Белецкий В.В.* Динамика двуногой ходьбы // Известия АН СССР. Механика твердого тела, 1975, №3, 4.
61. *Формальский А.М.* Локомоции антропоморфных механизмов. - М.: Наука, 1982, 368с.
62. *Нариньяни А.С., Пяткин А.П., Ким П.А.* Шагающий робот: Модель управления недетерминированного типа / В сб. Труды IV Международной объединённой конференции по искусственному интеллекту. - М.: ВИНТИ, 1975, т.9.
63. *Веселов В.А., Городилов С.В., Лосев С.А., Охоцимский Д.Е., Платонов А.К., Пряничников В.Е., Мидцев Б.Ф., Тарелкин Е.Б.* Учебный модульный транспортный робот, управляемый персональным компьютером / Состояние и развитие гибких производственных систем – Труды IV Международной конференции по гибким производственным системам. Ленинград, 1987. - М.: МЦНТИ, 1989, с.289-291.
64. *Сербенюк Н.С., Платонов А.К., Ярошевский В.С., Охоцимский Д.Е.* Согласование колес робота «Трикол» при «вальсирующем» движении / Доклады научной школы-конференции «Мобильные роботы и мехатронные системы» (Москва, 21-25 марта 2005). Ч.2.: Изд-во Института механики МГУ, 2005, с.14-21.
65. *Ярошевский В.С.* Проблемы согласованного управления колесами трехколесного робота с шестью степенями подвижности / Доклады научной школы-конференции «Мобильные роботы и мехатронные системы» (Москва, 17-18 ноября 2003). - М.: Изд-во Института механики МГУ, 2003, с.17-20.
66. *Сербенюк Н.С.* Управление движением мобильного робота в стесненных условиях. Кандидатская диссертация. - М.: ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2005.

