

# ПРОГРАММА-МИНИМУМ

кандидатского экзамена по специальности

## 01.02.01 Теоретическая механика

по физико-математическим и техническим наукам

Настоящая программа содержит следующие разделы: кинематика, динамика, устойчивость движения, колебания, вариационные принципы механики, элементы теории групп Ли, гамильтонова механика, элементы небесной механики, механика управляемых движения.

### 1. Кинематика

*1.1. Кинематика точки.* Естественный трехгранник Дарбу. Криволинейные координаты и параметры Ламе.

*1.2. Кинематика системы отсчета* (кинематика абсолютно твердого тела). Свойства матрицы направляющих косинусов и кватернионов. Спиновые матрицы Паули и параметры Келли-Клейна. Угловая скорость. Кинематические уравнения для углов Эйлера, для матрицы направляющих косинусов (уравнения Пуассона) и уравнения для кватернионов. Теорема о телесном угле в кинематике вращательного движения.

*1.3. Кинематика относительного движения.*

### 2. Динамика

*2.1. Геометрия масс и основные теоремы динамики.* Теоремы об изменении количества движения и момента количества движения. Теорема о движении центра масс. Реактивное движение. Уравнение Мещерского. Теорема об изменении кинетической энергии. Основные теоремы динамики для относительного движения.

*2.2. Специальные задачи динамики точки.* Задача двух тел и ее решение. Классификация траекторий. Законы Кеплера для эллиптических траекторий. Основная задача внешней баллистики.

2.3. *Классические задачи динамики твердого тела.* Случаи Эйлера, Лагранжа, Ковалевской. Стационарные движения: перманентные вращения и регулярная прецессия. Гироскоп.

2.4 *Лагранжева механика.* Принцип Даламбера-Лагранжа. Конфигурационное многообразие системы с конечным числом степеней свободы. Обобщенные координаты. Виртуальные перемещения. Голономные и неголономные системы. Уравнения Лагранжа. Уравнения Лагранжа с множителями. Уравнения Аппеля. Уравнения Рауса для систем с циклическими координатами. Первые интегралы уравнений Лагранжа.

### 3. Устойчивость движения

3.1. *Основные понятия теории устойчивости движения.* Устойчивость по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Функции Ляпунова. Общие теоремы второго метода Ляпунова.

3.2. *Устойчивость линейных стационарных систем.* Критерий Рауса-Гурвица. Частотные критерии (критерии Михайлова, Найквиста). Теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Понятие о критических случаях. Критический случай пары чисто мнимых корней.

3.3. *Устойчивость стационарных движений механической системы.* Теорема Лагранжа об устойчивости положения равновесия и ее обобщения. Обращение теоремы Лагранжа. Коэффициенты устойчивости Пуанкаре. Влияние структуры сил на характер устойчивости положения равновесия.

### 4. Колебания

4.1. *Колебания линейных стационарных систем.* Спектральные свойства линейных систем. Нормальные координаты. Классификация линейных сил. Теоремы Релея. Вынужденные колебания. Амплитудно-частотные характеристики. Резонанс. Параметрический резонанс в линейных системах с периодическими коэффициентами.

4.2. *Колебания нелинейных систем.* Амплитудно-частотные характеристики. Бифуркации стационарных состояний. Автоколебания, как устойчивые предельные

циклы на фазовой плоскости. Понятие нормальной формы Пуанкаре. Понятие о разделении движений и методах осреднения. Метод точечных отображений.

## **5. Вариационные принципы механики**

- 5.1. Принцип наименьшего принуждения Гаусса.
- 5.2. Принцип Гамильтона-Остроградского.
- 5.3. Принцип наименьшего действия в формах Лагранжа и Якоби.

## **6. Элементы теории групп Ли**

- 6.1. Группы преобразований. Операторы группы. Теорема единственности однопараметрической группы. Ряды Ли и Хаусдорфа.
- 6.2. Группы симметрий. Канонические координаты. Продолжение группы. Дифференциальные и интегральные инварианты.

## **7. Гамильтонова механика**

- 7.1. Обобщенные импульсы. Преобразования Лежандра. Уравнения Рауса и Гамильтона. Первые интегралы. Скобки Пуассона. Теорема Лиувилля о фазовом объеме. Интегральные инварианты Пуанкаре и Пуанкаре-Картана.
- 7.2. Канонические преобразования. Локальный критерий каноничности. Производящие функции. Метод Биркгофа нормализации гамильтониана. Уравнение Гамильтона-Якоби.
- 7.3. Переменные действие-угол. Теорема Лиувилля об инвариантных торах.

## **8. Элементы небесной механики**

- 8.1. Дифференциальные уравнения возмущенного движения в оскулирующих элементах в задаче двух тел.
- 8.2. Задача трех тел и ее первые интегралы. Ограниченная круговая задача трех тел. Понятие о точках либрации и их устойчивости.
- 8.3. Задача о движении небесного тела вокруг его центра масс под действием момента гравитационных сил.

## 9. Механика управляемых движений

9.1. Структурный анализ и линейный синтез управляемых систем. Управляемость, наблюдаемость, стабилизируемость линейных систем. Критерии управляемости и наблюдаемости. Управление по принципу обратной связи. Стабилизация по первому приближению.

9.2. Оценивание состояния линейных систем. Фильтр Калмана. Совместная задача оценивания и управления.

9.3. Инерциальная навигация. Методы определения местоположения и ориентации объекта, движущегося в поле сил притягивающего центра. Уравнения ошибок инерциальной навигации и их свойства.

9.4. Принцип максимума Понтрягина. Метод динамического программирования Беллмана. Связь принципа максимума с методом Беллмана.

### Основная литература

1. Аппель П. Теоретическая механика. Т.1,2. М.: Физматгиз. 1960.
2. Журавлев В.Ф. Основы теоретической механики. М.: Наука. 1997.
3. Маркеев А.П. Теоретическая механика. М.: ЧеРо, 1999.
4. Четаев Н.Г. Устойчивость движения. М.: Наука.1965. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. М.: Физматлит. 1969.
5. Журавлев В.Ф., Климов Д.М. Прикладные методы теории колебаний. М.: Наука. 1988.
6. Суслов Г.К. Теоретическая механика. М.: Гостехиздат,1946.
7. Уиттекер Е.Т. Аналитическая динамика. Изд-во Удмуртского университета. 1999.
8. Ройтенберг Я.Н. Автоматическое управление. М.: Наука, 1992.
9. Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р. Математическая теория конструирования систем управления. М.: Высшая школа. 1998.

**Дополнительная литература**

1. Ланцош К. Вариационные принципы механики. М.: Мир. 1965.
2. Александров В.В., Болтянский В.Г., Лемак С.С., Парусников Н.А., Тихомиров В.М. Оптимизация динамики управляемых систем. Изд-во МГУ, 2000.
3. Климов Д.М. Инерциальная навигация на море. М.: Наука. 1984.
4. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Б.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука. 1967.
5. Ишлинский А.Ю. Ориентация, гироскопы и инерциальная навигация. М.: Наука. 1976.