

XLIV Академические чтения по космонавтике



28-31 января 2020

Управление поступательным и угловым движением космического аппарата при сближении с некооперирующим вращающимся объектом

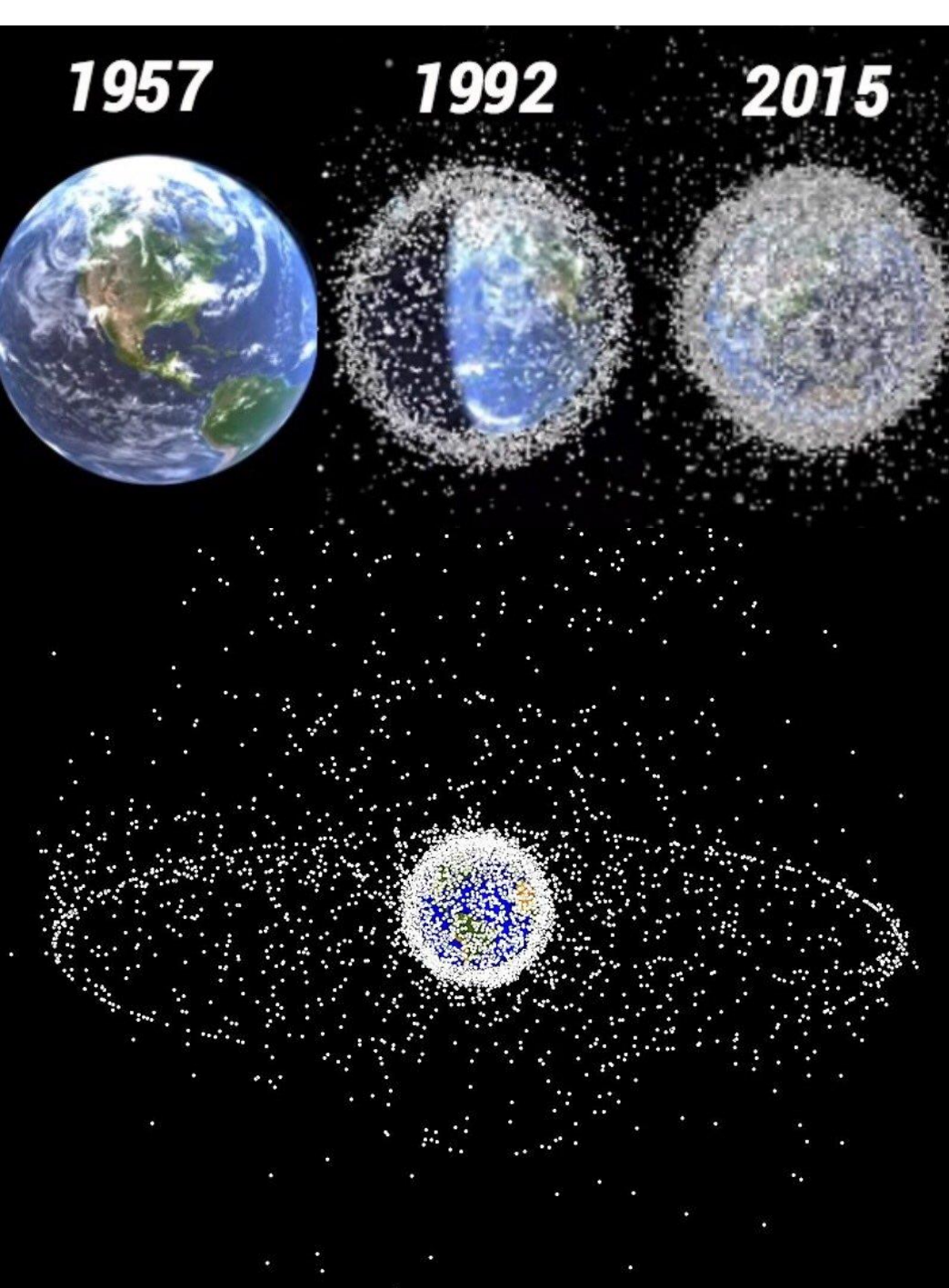
М. Р. Ахлумади, Д.С. Иванов

Московский физико-технический институт (ГУ)

Институт прикладной математики им.М.В.Келдыша РАН

Оглавление

1. Введение
2. Постановка задачи
3. Уравнения относительного движения
4. Алгоритм управления
5. Результаты численного исследования
6. Заключение

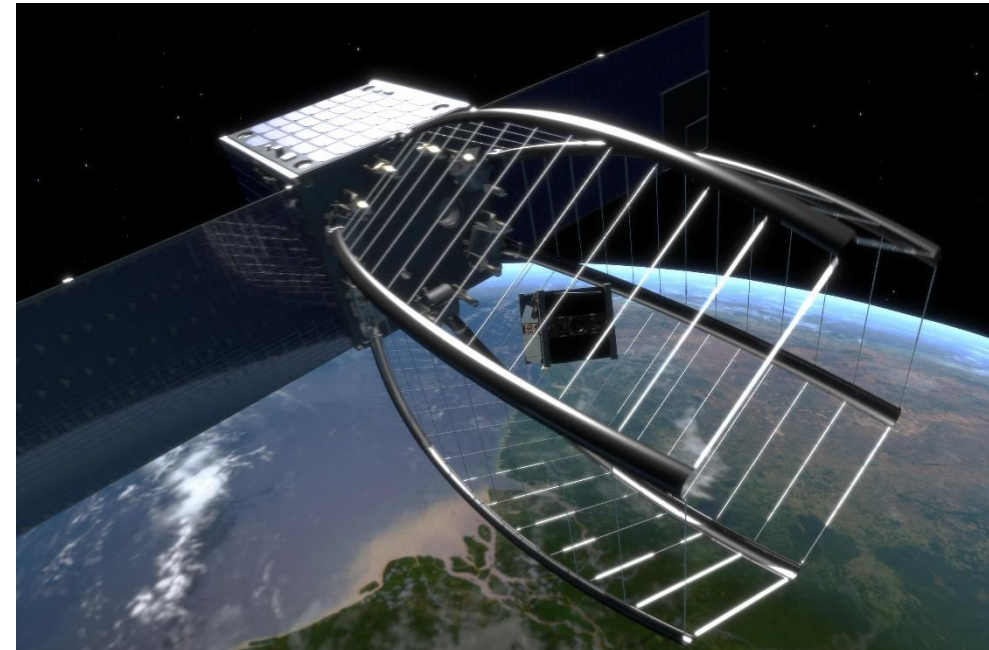


Введение

- Неактивные космические аппараты и ступени ракет являются космическим мусором
- Космический мусор стал угрозой для активных космических аппаратов и пилотируемых миссий
- Если не убирать мусор, произойдет эффект Кесслера
- Увод космического мусора является важной задачей дальнейшего освоения космического пространства

Способы решения проблемы

1. Защита космических аппаратов
2. Уничтожение мусора с помощью лазера
3. Увод космического мусора с орбиты
 - Естественный увод
 - Активный увод с помощью специальных «аппаратов-дворников»



Постановка задачи

Рассматривается:

- Произвольно вращающийся некооперирующий объект
- Начальные условия и движение объекта считаются известными
- Космический аппарат
 - с установленными двигателями для управления движением центра масс
 - маховичной системой для управления угловым движением
- Вектор тяги двигателя не проходит через центр масс, возникает возмущающий момент

Необходимо:

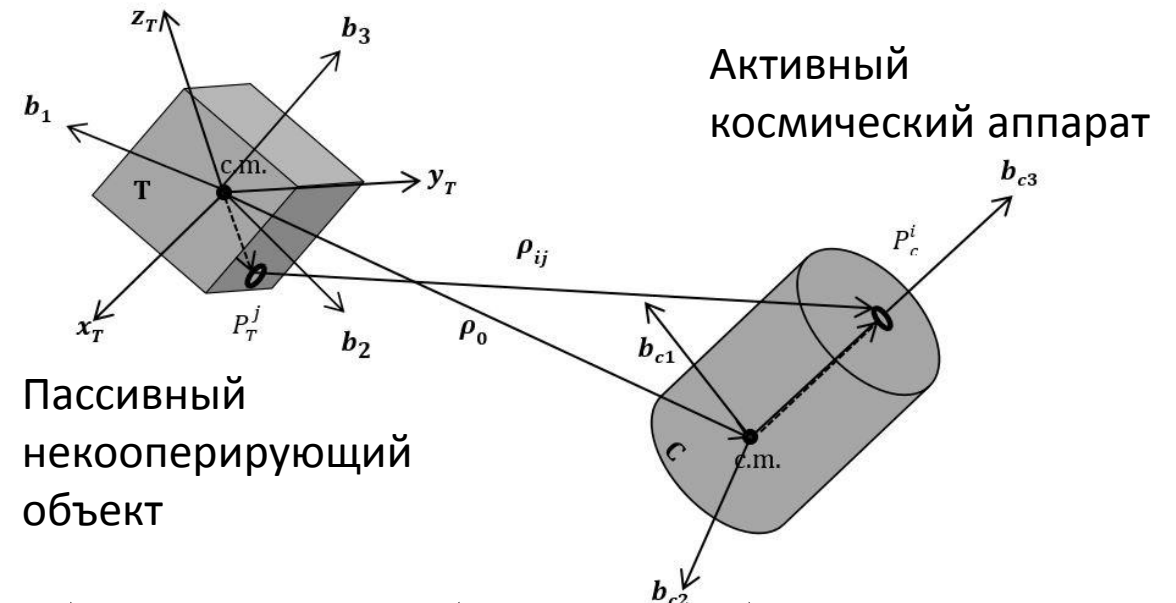
- построить управление движением для захвата объекта
- исследовать область применения алгоритма управления в зависимости от параметров системы управления и движения объекта

Моделирование относительного вращательного движения

- Уравнения относительного вращательного движения

$$\left. \frac{d\mathbf{H}_C}{dt} \right|_I = \left. \frac{d\mathbf{H}_C}{dt} \right|_C + \boldsymbol{\omega}_C \times \mathbf{H}_C = \mathbf{N}_C + \mathbf{T}_C$$

$$\left. \frac{d\mathbf{H}_T}{dt} \right|_I = \left. \frac{d\mathbf{H}_T}{dt} \right|_T + \boldsymbol{\omega}_T \times \mathbf{H}_T = \mathbf{N}_T + \mathbf{T}_T$$



$$\mathbf{I}_T \dot{\boldsymbol{\omega}}^T = \mathbf{I}_T \mathbf{D}(\mathbf{q}) \mathbf{I}_C^{-1} [-\mathbf{D}(\mathbf{q})^{-1} (\boldsymbol{\omega}^T + \boldsymbol{\omega}_T^T) \times \mathbf{I}_C \mathbf{D}(\mathbf{q})^{-1} (\boldsymbol{\omega}^T + \boldsymbol{\omega}_T^T) - \dots$$

$$-\mathbf{D}(\mathbf{q})^{-1} (\boldsymbol{\omega}^T + \boldsymbol{\omega}_T^T) \mathbf{h}_{WC} - \dot{\mathbf{h}}_{WC} + \mathbf{T}_C + \mathbf{N}_C] - \mathbf{I}_T \boldsymbol{\omega}_T^T \times \boldsymbol{\omega}^T + [\boldsymbol{\omega}_T^T \times \mathbf{I}_T \boldsymbol{\omega}_T^T]$$

Моделирование относительного поступательного движения спутников

- Уравнения относительного поступательного движения

$$\ddot{x}_{ij} - 2\omega_{OT} \dot{y}_{ij} - \dot{\omega}_{OT} y_{ij} - 3\omega_{OT}^2 x_{ij} = a_x + d_x$$

$$\ddot{y}_{ij} + 2\omega_{OT} \dot{x}_{ij} + \dot{\omega}_{OT} x_{ij} = a_y + d_y$$

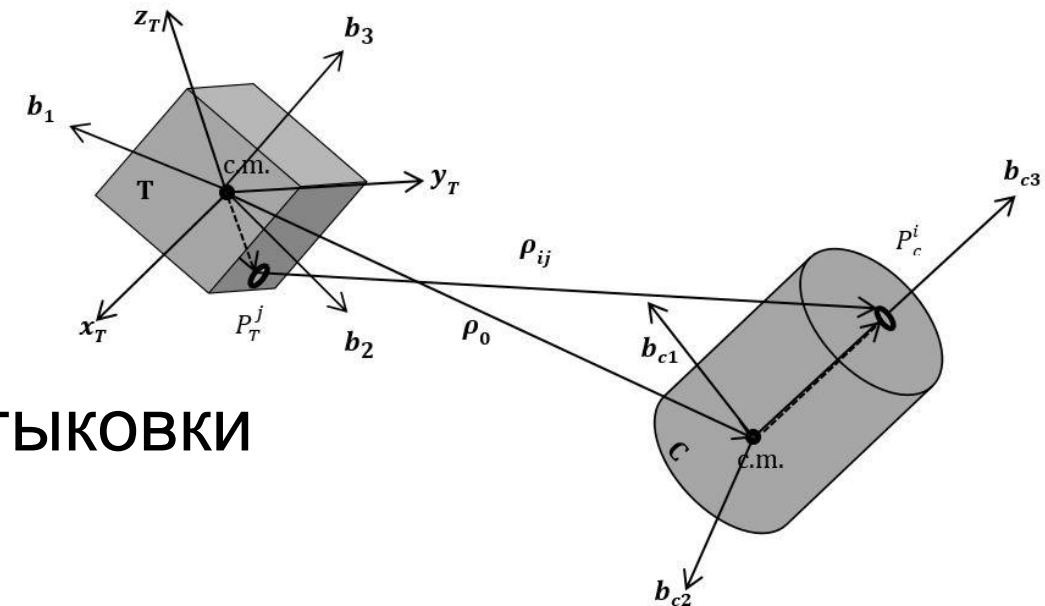
$$\ddot{z}_{ij} + \omega_{OT}^2 z_{ij} = a_z + d_z$$

- Относительное положение точек стыковки

$$\mathbf{p}_{ij} = \mathbf{p}_0 + \mathbf{p}_C^i - \mathbf{p}_T^j$$

$$\dot{\mathbf{p}}_{ij} = \dot{\mathbf{p}}_0 + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{p}_C^i$$

$$\ddot{\mathbf{p}}_{ij} = \ddot{\mathbf{p}}_0 + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{p}_C^i + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{p}_C^i)$$



Алгоритм управления на основе State-Dependent Riccati Equation (SDRE)



Динамическая система имеет вид

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{g}(\mathbf{x}(t), u(t))$$

$$\mathbf{x}(0) = x_0$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}(0)) = 0$$

Минимизируемый функционал

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} [\mathbf{x}(t)^T \mathbf{Q} \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}(t)^T \mathbf{R} \mathbf{u}(t)] dt$$

$$\mathbf{f}(x) = \mathbf{A}(x) \mathbf{x}$$

$$\mathbf{g}(x, u) = \mathbf{B}(x, u) \mathbf{u}$$

Принцип максимума Понтрягина, функция Гамильтона:

$$H = \frac{1}{2} \mathbf{x}(t)^T \mathbf{Q} \mathbf{x}(t) + \frac{1}{2} \mathbf{u}(t)^T \mathbf{R} \mathbf{u}(t) + \boldsymbol{\lambda}^T(t) \mathbf{A}(t) \mathbf{x}(t) + \boldsymbol{\lambda}^T(t) \mathbf{B}(t) \mathbf{u}(t)$$

Необходимые условия

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 = \mathbf{R} \mathbf{u} + \frac{\partial \mathbf{g}^T}{\partial u}(x, u) \boldsymbol{\lambda}$$

$$\frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(x) + \mathbf{g}(x, u)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -\dot{\boldsymbol{\lambda}}^T = \mathbf{Q} \mathbf{x} - \frac{\partial \mathbf{f}^T}{\partial x}(x) \boldsymbol{\lambda} + \frac{\partial \mathbf{g}^T}{\partial u}(x, u) \boldsymbol{\lambda}$$

$$\mathbf{u}(x) = -\mathbf{R}^{-1} \left(\mathbf{B}^T(x, t) \mathbf{P}(x, t) \right) \mathbf{x}$$

Пример моделирования



Характеристики космического аппарата и начальные условия

$$I_T = I_C = 2I_{3 \times 3}$$

$$m = 50 \text{ kg}$$

$$q_0 = [0, 0, 0, 1]^T$$

$$\omega_T^T = [10, -10, 20]^T \text{ град/с}$$

$$\rho_0 = r_0 = [x_0, y_0, z_0]^T = [50, 27, 100]^T$$

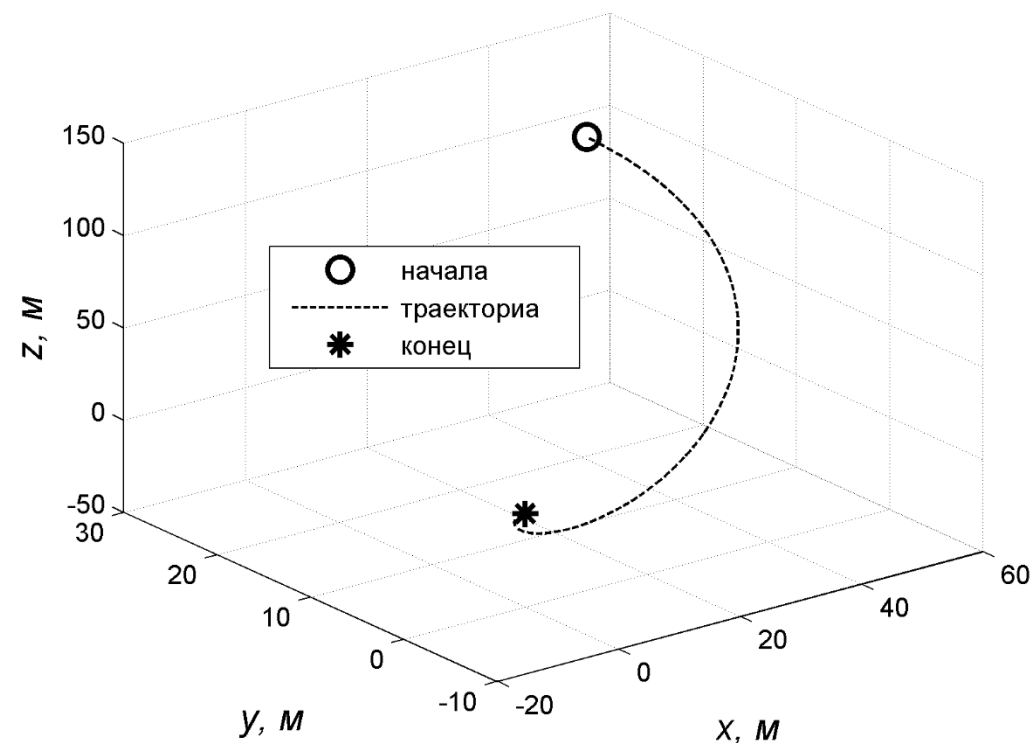
$$\dot{\rho}_0 = \dot{r}_0 = [0, -2, 0]^T$$

$$\rho_{i1} = [1, 1, 0]^T$$

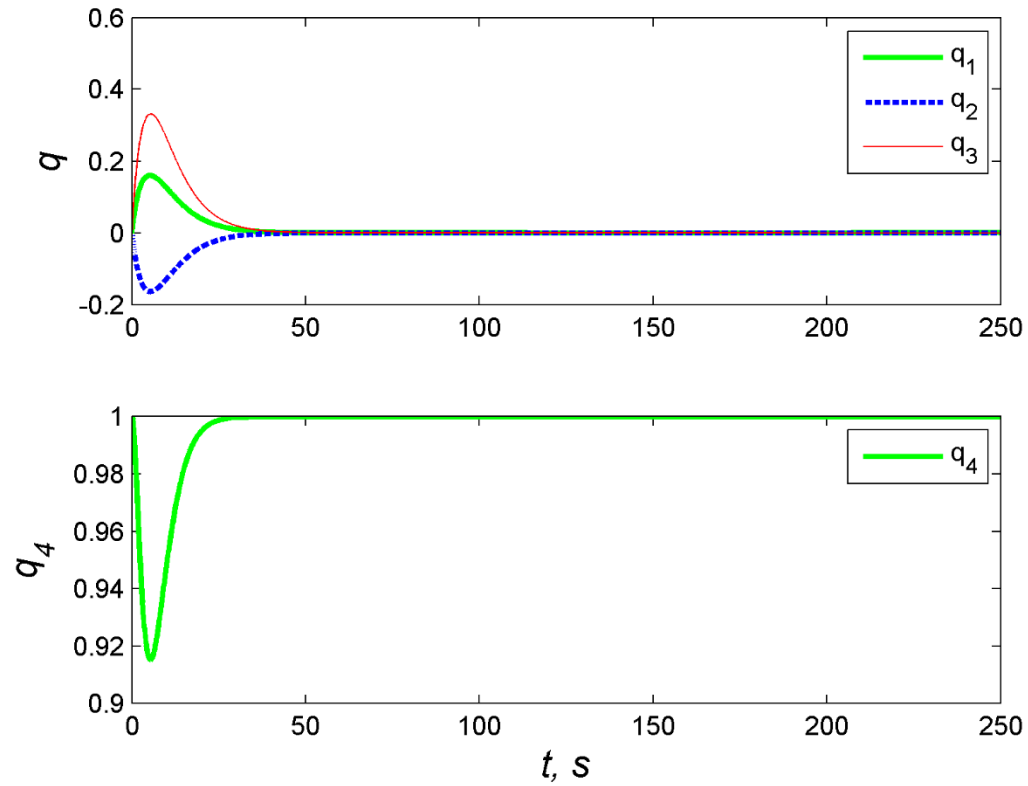
$$\rho_{j0} = [1, 0, 1]^T$$

Орбитальные элементы объекта

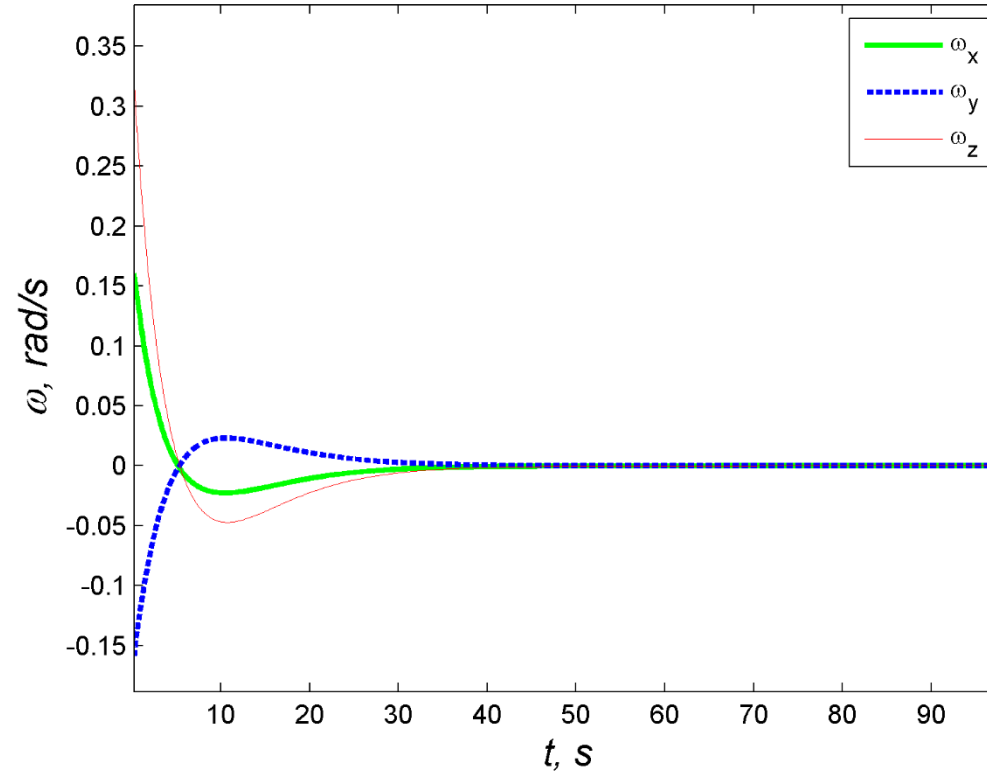
$$a = 7128 \text{ км}; e = 0.03; i = 70^\circ; \Omega = 50^\circ; \omega = 80^\circ$$



Отклонение положения и ориентации

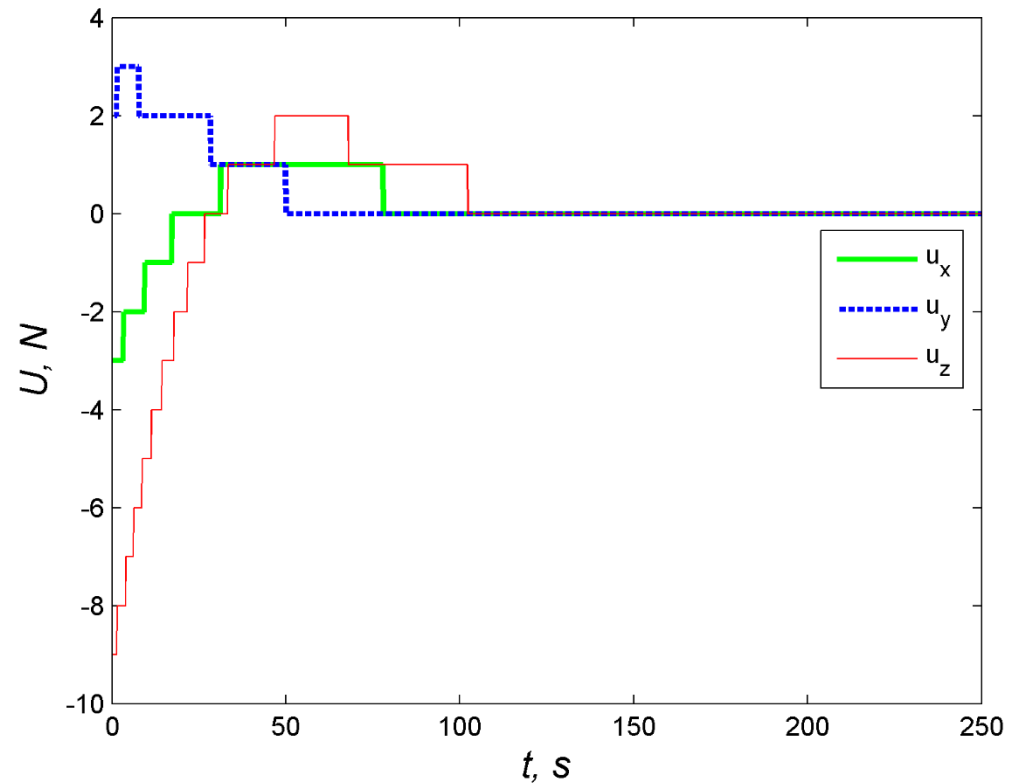


Компоненты кватерниона

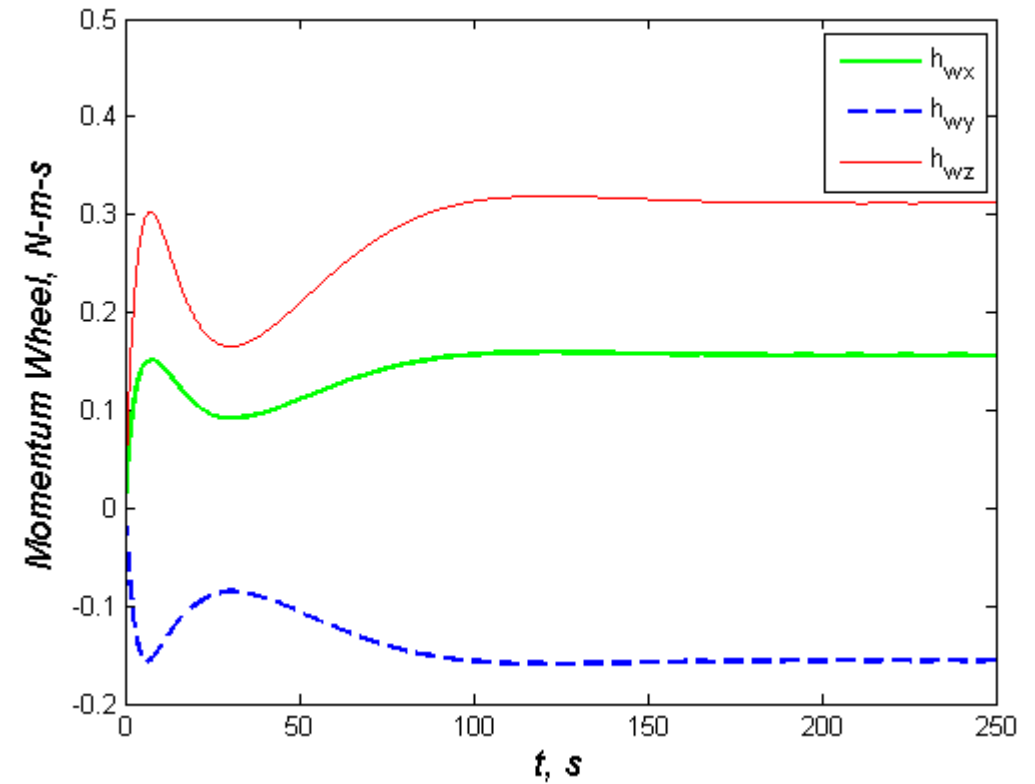


Угловая скорость

Управление во время движения



Тяга двигателей



Кинетический момент маховиков

Изучение области применимости алгоритма

- Маховики имеют предел углового вращения и управляющего момента, маховики могут прийти в насыщение
- Параметры, от которых зависит насыщение маховиков:
 - плечо вектора тяги двигателей
 - большая угловая скорость вращения объекта
 - величина весовой матрицы R
 - прецессионное движение объекта
- Возникает задача определения максимальных значений этих параметров, чтобы маховики не приходили в насыщение в процессе движения
- Допустимый диапазон параметров:

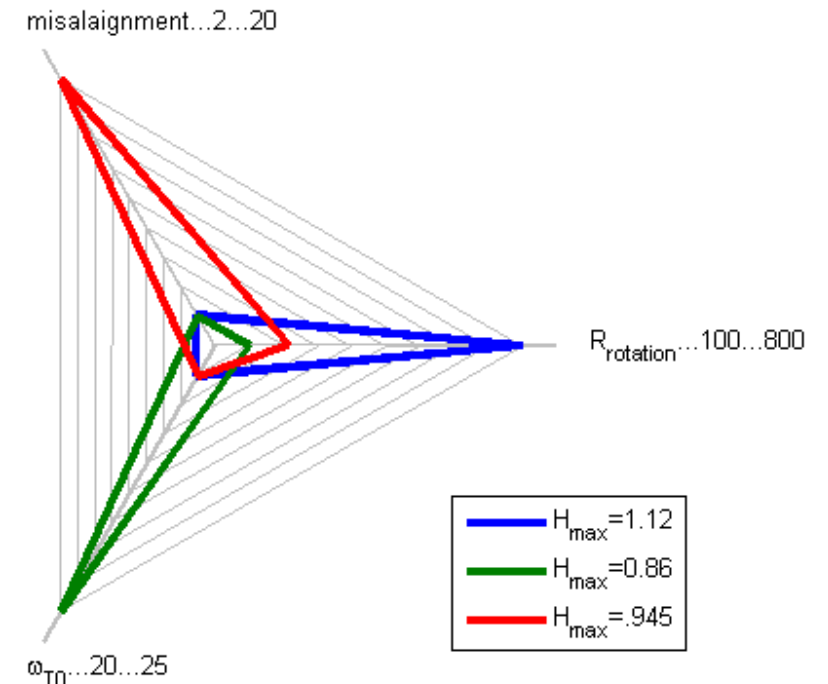
$\omega_T^T < 23.9 \text{ deg/sec}$ угловая скорость объекта

$D \leq 15\text{mm}$ плечо вектора тяги

$120 \leq R \leq 200$ диагональный элемент матрицы R

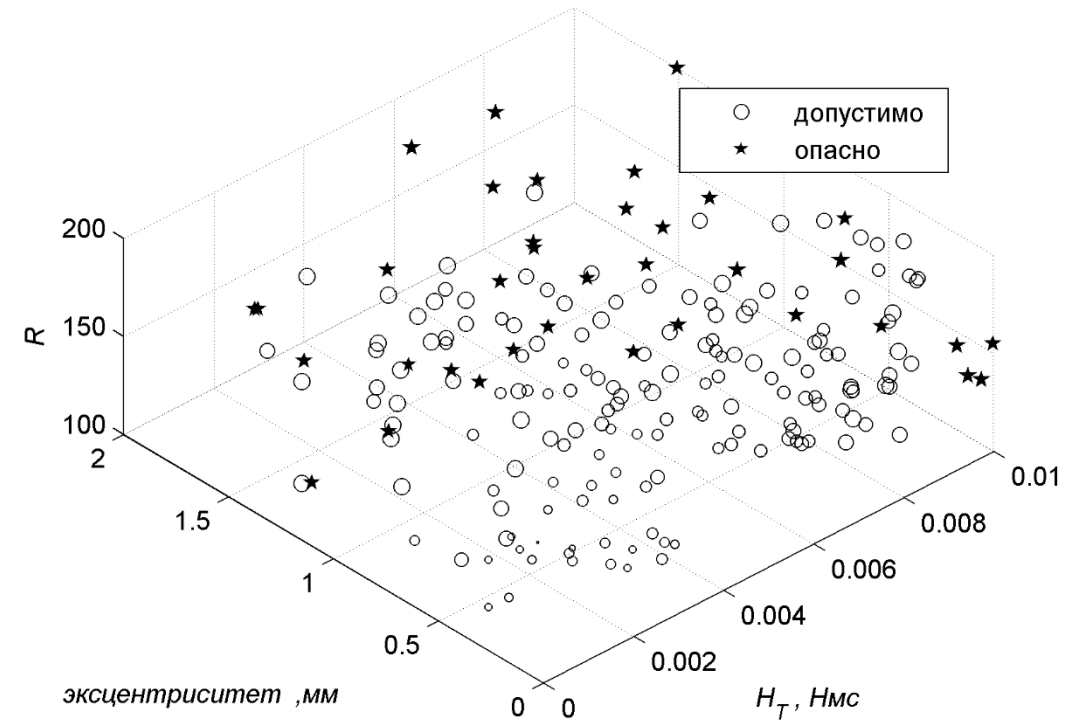
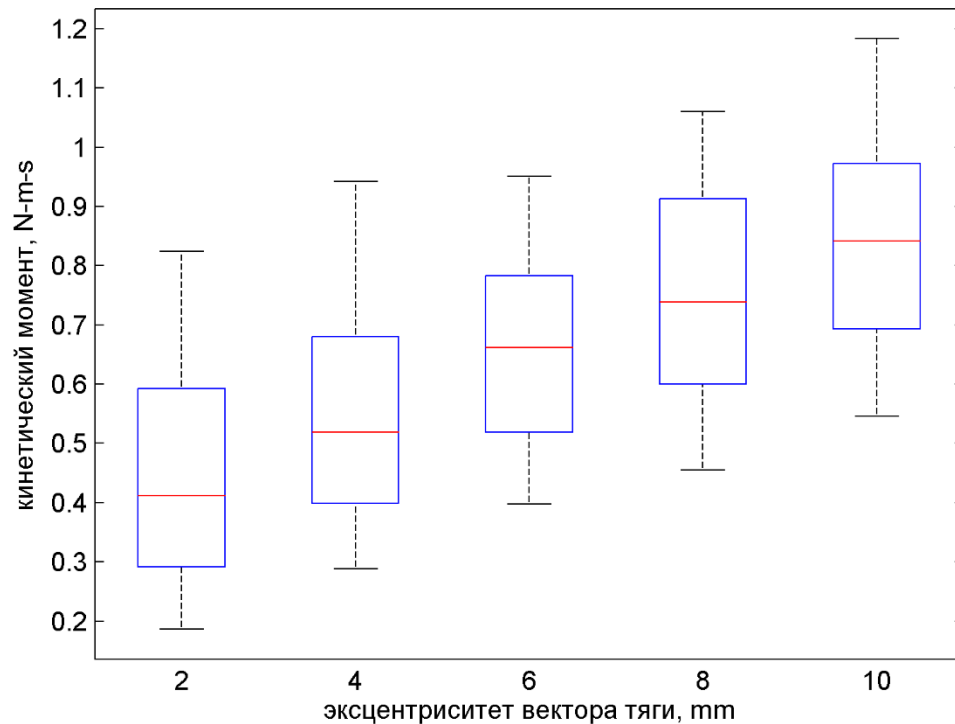
$0.5 \leq I_C / I_A \leq 3$ отношение моментов инерции

Область ненасыщения при различных значениях максимального кинетического момента маховиков



Численная верификация полученных областей ненасыщения маховиков

- В области ненасыщения маховиков выбираются случайные точки и проводится моделирование



Область ненасыщения маховиков и случайные точки

Случай цилиндрического объекта

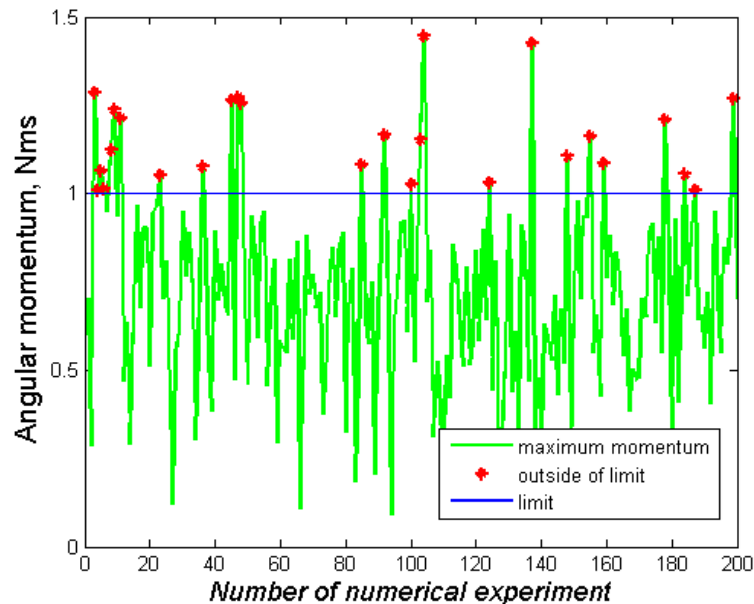
Момент инерции объекта:

$$\begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ratio * I & 0 & 0 \\ 0 & ratio * I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}$$

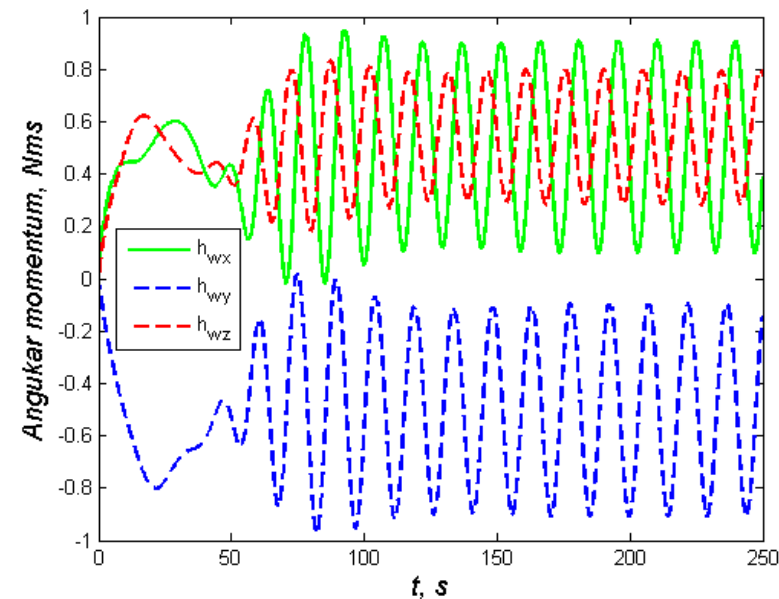
$$[\boldsymbol{\omega}_T^T \times \mathbf{I}_T \boldsymbol{\omega}_T^T] \neq 0$$

- маховики обеспечивают отслеживание углового движения объекта
- при увеличении длины тела или уменьшении до плоского тела требуется большой кинетический момент маховиков при остальных зафиксированных параметрах

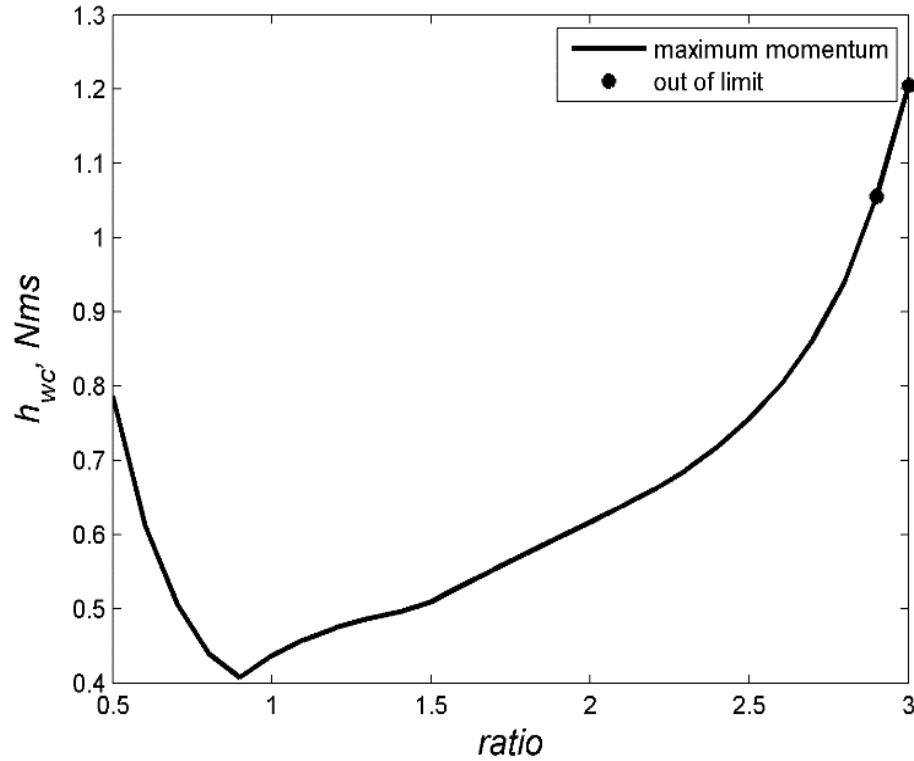
Максимальный кинетический момент



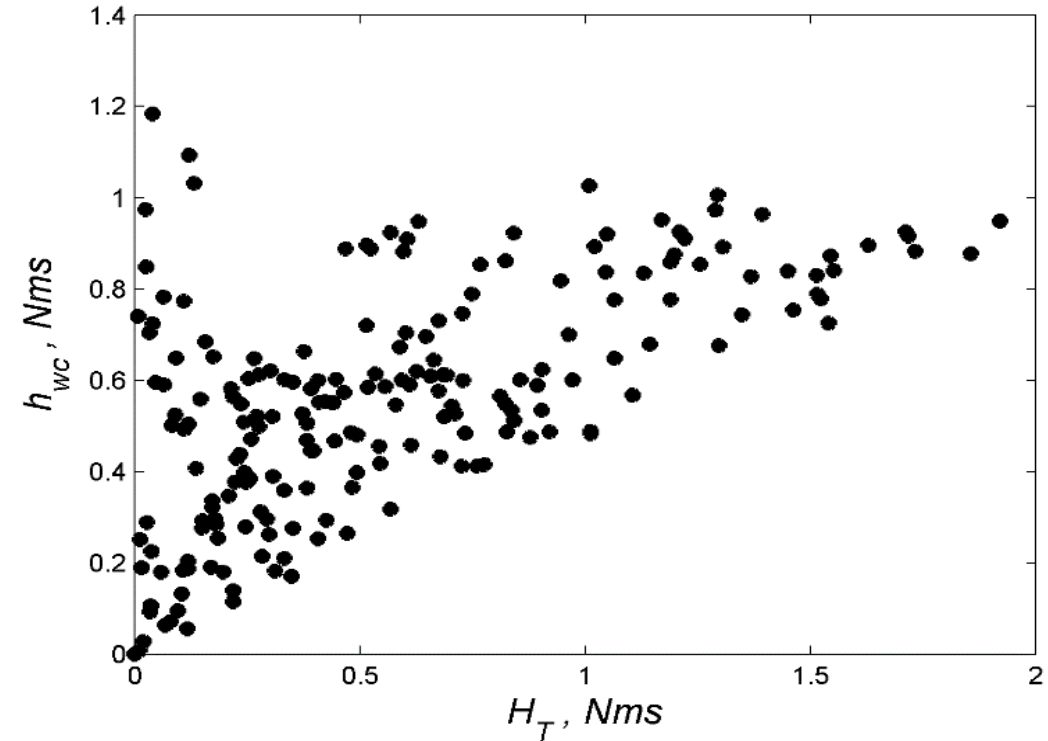
Кинетический момент маховиков



Влияние прецессионного движения объекта



Максимальный кинетический момент маховиков в зависимости от момента инерции объекта



Максимальный кинетический момент маховиков в зависимости от кинетического момента объекта

Заключение

- Предложен алгоритм для сближения и стыковки с некооперирующим объектом на околоземной орбите
- Разработана методика исследования для определения границ применимости алгоритма, обеспечивающего ненасыщение маховиков
- Эта методика позволяет при заданных характеристиках системы управления определить возможно ли с помощью рассматриваемого алгоритма управления сблизиться с объектом с заданной угловой скоростью

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 18-31-20014

Спасибо за внимание!

Слагаемые в уравнениях движения

$$\begin{aligned}d_x &= \left[\omega_y \left(\omega_x P_{yC}^i - \omega_y P_{xC}^i \right) - \omega_z \left(\omega_z P_{xC}^i - \omega_x P_{zC}^i \right) \right] + \dot{\omega}_y P_{zC}^i - \dot{\omega}_z P_{yC}^i \\ &+ 2\omega_{OT} \left(-\omega_z P_{xC}^i + \omega_x P_{zC}^i \right) + \dot{\omega}_{OT} \left(-P_{yC}^i + P_{yT}^j \right) + 3\omega_{OT}^2 \left(-P_{xC}^i + P_{xT}^j \right) + \frac{\mu}{r_T^2} - \frac{\mu(r_T)}{r_C^3} \\ d_y &= \left[\omega_z \left(\omega_y P_{zC}^i - \omega_z P_{yC}^i \right) - \omega_x \left(\omega_x P_{yC}^i - \omega_y P_{xC}^i \right) \right] + \dot{\omega}_z P_{xC}^i - \dot{\omega}_x P_{zC}^i \\ &+ 2\omega_{OT} \left(\omega_y P_{zC}^i + \omega_z P_{yC}^i \right) + \dot{\omega}_{OT} \left(-P_{xC}^i + P_{xT}^j \right) + \omega_{OT}^2 \left(-P_{yC}^i + P_{yT}^j \right) \\ d_z &= \left[\omega_x \left(\omega_z P_{xC}^i - \omega_x P_{zC}^i \right) + \omega_y \left(\omega_y P_{zC}^i - \omega_z P_{yC}^i \right) \right] + \dot{\omega}_x P_{yC}^i - \dot{\omega}_y P_{xC}^i + \omega_{OT} \left(P_{zC}^i - P_{zT}^j \right)\end{aligned}$$

Уравнения относительного движения

$$\begin{aligned}
 & x_{ij} - \left[\omega_y (\omega_x P_{yC}^i - \omega_y P_{xC}^i) - \omega_z (\omega_z P_{xC}^i - \omega_x P_{zC}^i) \right] - \dot{\omega}_y P_{zC}^i + \dot{\omega}_z P_{yC}^i \\
 & - 2\omega_{OT} \left[\dot{y}_{ij} - (\omega_z P_{xC}^i - \omega_x P_{zC}^i) \right] - \dot{\omega}_{OT} (y_{ij} - P_{yC}^i + P_{yT}^j) - \omega_{OT}^2 (x_{ij} - P_{xC}^i + P_{xT}^j) \\
 & = \frac{-\mu (r_T + x_{ij} - P_{xC}^i + P_{xT}^j)}{\left[(r_T + x_{ij} - P_{xC}^i + P_{xT}^j)^2 + (y_{ij} - P_{yC}^i + P_{yT}^j)^2 + (z_{ij} - P_{zC}^i + P_{zT}^j)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} + \frac{\mu}{r_T^2} \\
 & y_{ij} - \left[\omega_z (\omega_y P_{zC}^i - \omega_z P_{yC}^i) - \omega_x (\omega_x P_{yC}^i - \omega_y P_{xC}^i) \right] - \dot{\omega}_z P_{xC}^i + \dot{\omega}_x P_{zC}^i \\
 & + 2\omega_{OT} \left[\dot{x}_{ij} - (\omega_y P_{zC}^i + \omega_z P_{yC}^i) \right] - \dot{\omega}_{OT} (x_{ij} - P_{xC}^i + P_{xT}^j) - \omega_{OT}^2 (y_{ij} - P_{yC}^i + P_{yT}^j) \\
 & = \frac{-\mu (y_{ij} - P_{yC}^i + P_{yT}^j)}{\left[(r_T + x_{ij} - P_{xC}^i + P_{xT}^j)^2 + (y_{ij} - P_{yC}^i + P_{yT}^j)^2 + (z_{ij} - P_{zC}^i + P_{zT}^j)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \\
 & z_{ij} - \left[\omega_x (\omega_z P_{xC}^i - \omega_x P_{zC}^i) + \omega_y (\omega_y P_{zC}^i - \omega_z P_{yC}^i) \right] - \dot{\omega}_x P_{yC}^i + \dot{\omega}_y P_{xC}^i \\
 & = \frac{-\mu (z_{ij} - P_{zC}^i + P_{zT}^j)}{\left[(r_T + x_{ij} - P_{xC}^i + P_{xT}^j)^2 + (y_{ij} - P_{yC}^i + P_{yT}^j)^2 + (z_{ij} - P_{zC}^i + P_{zT}^j)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}
 \end{aligned}$$