



62-я научная конференция МФТИ
18 ноября 2019



Точность определения ориентации спутника для различных наборов датчиков на основе фильтрации Калмана

Ульяна Монахова, Данил Иванов, Ярослав Маштаков

Датчики и их особенности

Солнечный датчик



- Не работает в тени
- SB-проблема

Магнитометр



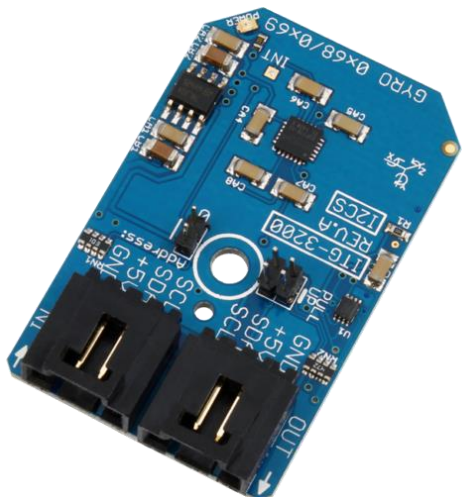
- Низкая орбита
- Магнитное поле от спутника
- Сдвиг нуля

Звездный датчик



- Высокая точность
- Засветка Солнцем или другими объектами
- Быстрое вращение КА

Датчик угловой скорости



- Постоянная калибровка
- Сдвиг нуля



Постановка задачи

Дано:

Магнитометр, солнечный датчик, датчик угловой скорости

Постановка:

Для различных наборов датчиков вычислить максимально достижимую точность определения ориентации аппарата с помощью фильтра Калмана.



Принцип работы фильтра Калмана

Модель движения спутника

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{q}_k,$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}_k) = 0, \mathbf{M}(\mathbf{q}_k \mathbf{q}_k^T) = \mathbf{Q}_k,$$

Модель измерений

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k, t) + \mathbf{r}_k.$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}_k) = 0, \mathbf{M}(\mathbf{r}_k \mathbf{r}_k^T) = \mathbf{R}_k.$$

Линеаризация

$$\mathbf{F}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^-}, \mathbf{H}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^-},$$

$$\Phi_k = \mathbf{E} + \mathbf{F}_k (t_k - t_{k-1}).$$

Этап прогноза

1. Прогноз вектора состояния

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^+, t) dt,$$

2. Прогноз ковариационной матрицы ошибок

$$\mathbf{P}_k^- = \Phi_k \mathbf{P}_{k-1}^+ \Phi_k^T + \mathbf{Q}_k,$$

Этап коррекции

1. Вычисление весовой матрицы

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1},$$

2. Коррекция оценки via \mathbf{z}_k

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k [\mathbf{z}_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^-, t)],$$

3. Коррекция матрицы ошибок

$$\mathbf{P}_k^+ = [\mathbf{E} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k] \mathbf{P}_k^-.$$

Начальный вектор состояния \mathbf{x}_0 ,

Начальные ковариационные ошибки $\mathbf{P}_0, \mathbf{Q}, \mathbf{R}$



Задание матриц для работы фильтра

Вектор состояния: $\mathbf{x} = [\mathbf{q}_{is} \quad \boldsymbol{\omega}_s^s]^T$

Модель движения: $\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_s^s = \mathbf{N}_{ctrl}^s + \mathbf{N}_{grav}^s - \boldsymbol{\omega}_s^s \times (\mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_s^s + \mathbf{h}^s)$

Линеаризация уравнений движения: $\frac{d}{dt}\delta\mathbf{x}(t) = \mathbf{F}(t)\delta\mathbf{x}(t) \Rightarrow$ матрица динамики: $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -[\boldsymbol{\omega}]_{\times 3 \times 3} & \frac{1}{2}\mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \left(\mathbf{J}^{-1} \frac{6\mu}{R^3} \mathbf{F}_g\right)_{3 \times 3} & \left(-\mathbf{J}^{-1} \mathbf{F}_x\right)_{3 \times 3} \end{bmatrix}$

Модель измерений: $\mathbf{z} = [\mathbf{b}^s \quad \mathbf{s}^s]^T$

Линеаризация модели измерений: $\delta\mathbf{z}(t) = \mathbf{H}(t)\delta\mathbf{x}(t) \Rightarrow$ матрица измерений: $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 2[\mathbf{b}^s]_{\times 3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ 2[\mathbf{s}^s]_{\times 3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix}$



Параметры фильтра Калмана



Матрица шума измерений: $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \sigma_b^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & \sigma_s^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \sigma_\omega^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{9 \times 9}$, где $\sigma_b = 10$ нТл, $\sigma_s = 0.05$ град, $\sigma_\omega = 0.05$ град/с

Начальное значение матрицы ошибок: $\mathbf{P}(0) = \begin{bmatrix} \sigma_{erq}^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & \sigma_{er\omega}^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \sigma_{er\mu}^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \sigma_{er\beta}^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{12 \times 12}$

σ_{eri}^2 — это дисперсия ошибки задания начального значения соответствующей компоненты вектора состояния

Матрица ошибок мат. модели движения: $\mathbf{Q} = \mathbf{\Phi} \mathbf{G} \mathbf{D} \mathbf{G}^T \mathbf{\Phi}^T \Delta t$

Матрица шумов модели:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \sigma_d^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & \sigma_m^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \sigma_\beta^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{9 \times 9},$$

Матрица влияния шумов системы:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ \mathbf{J}^{-1}_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{12 \times 9},$$

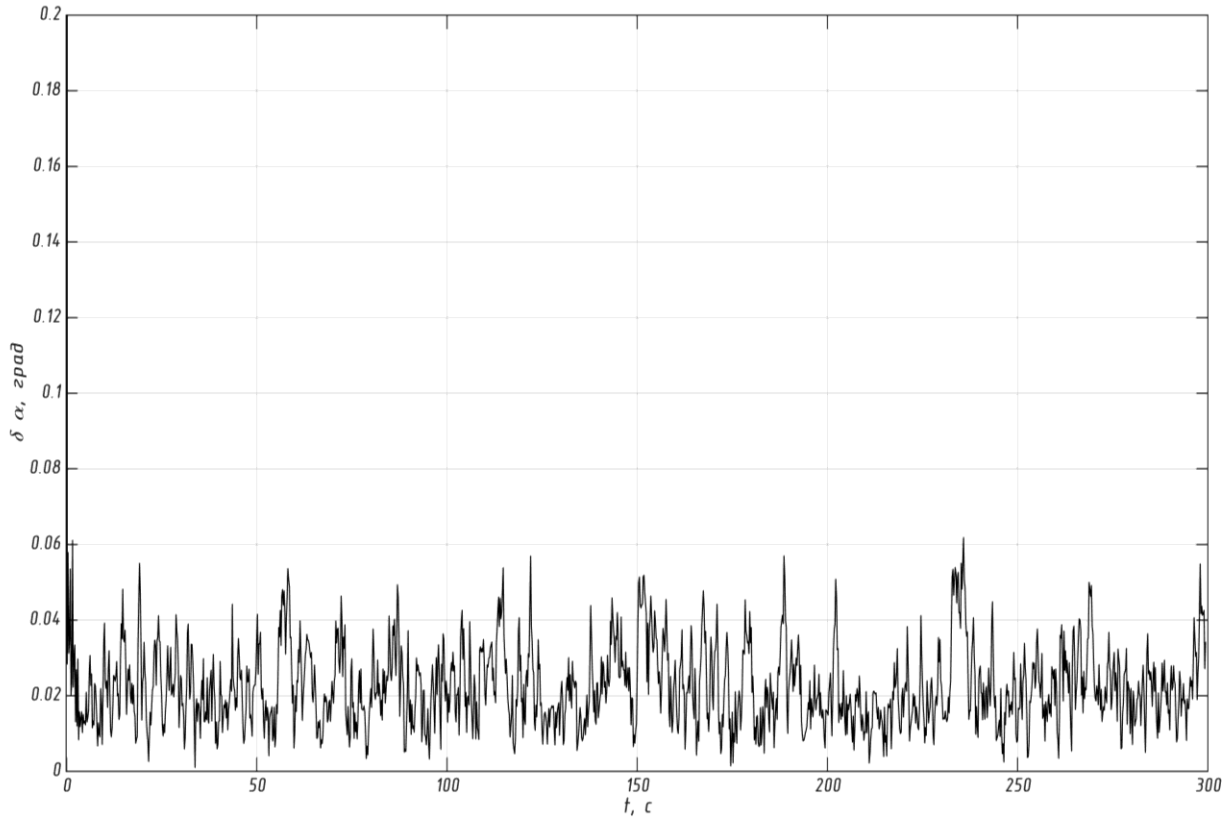
Матрица перехода:

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{3 \times 3} & \frac{1}{2} \mathbf{E}_{3 \times 3} \Delta t \\ 0_{3 \times 3} & \mathbf{E}_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{6 \times 6}$$

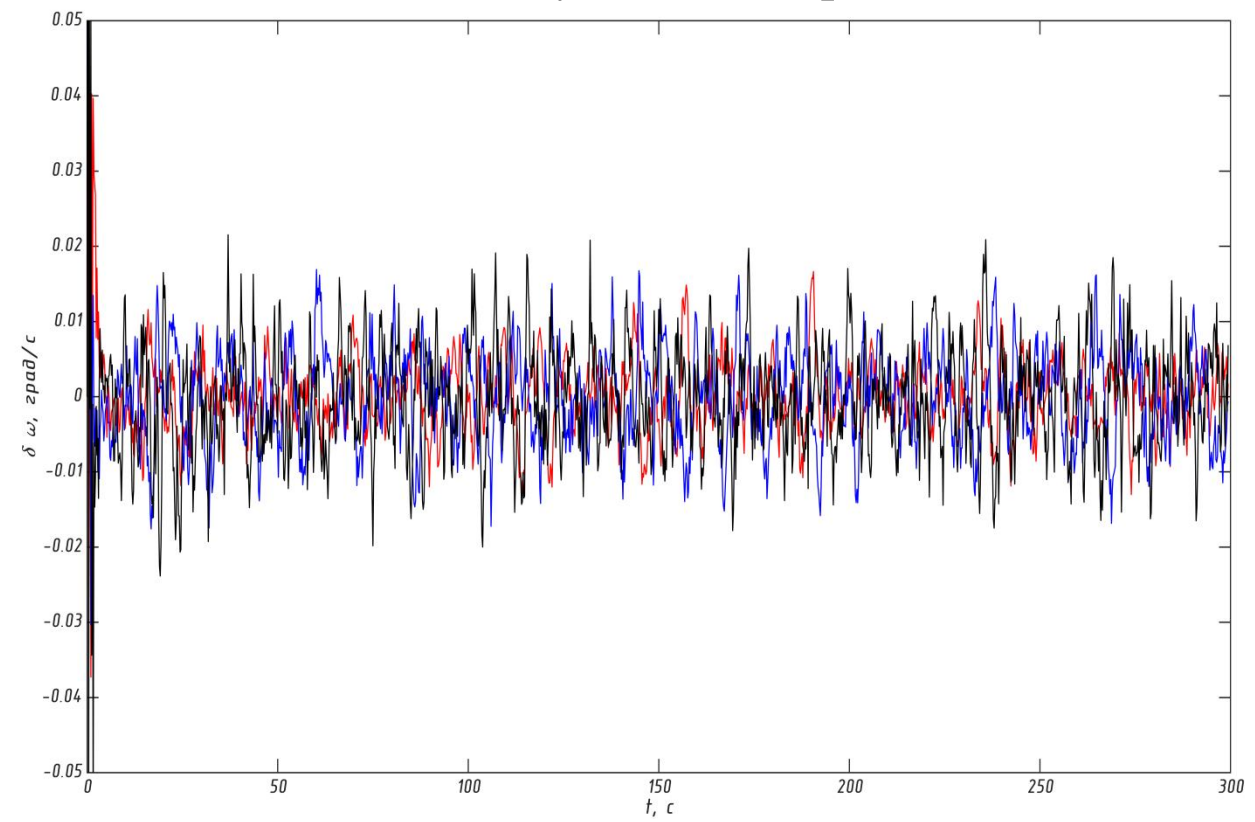


Моделирование работы алгоритма

Ошибки угла конечного поворота

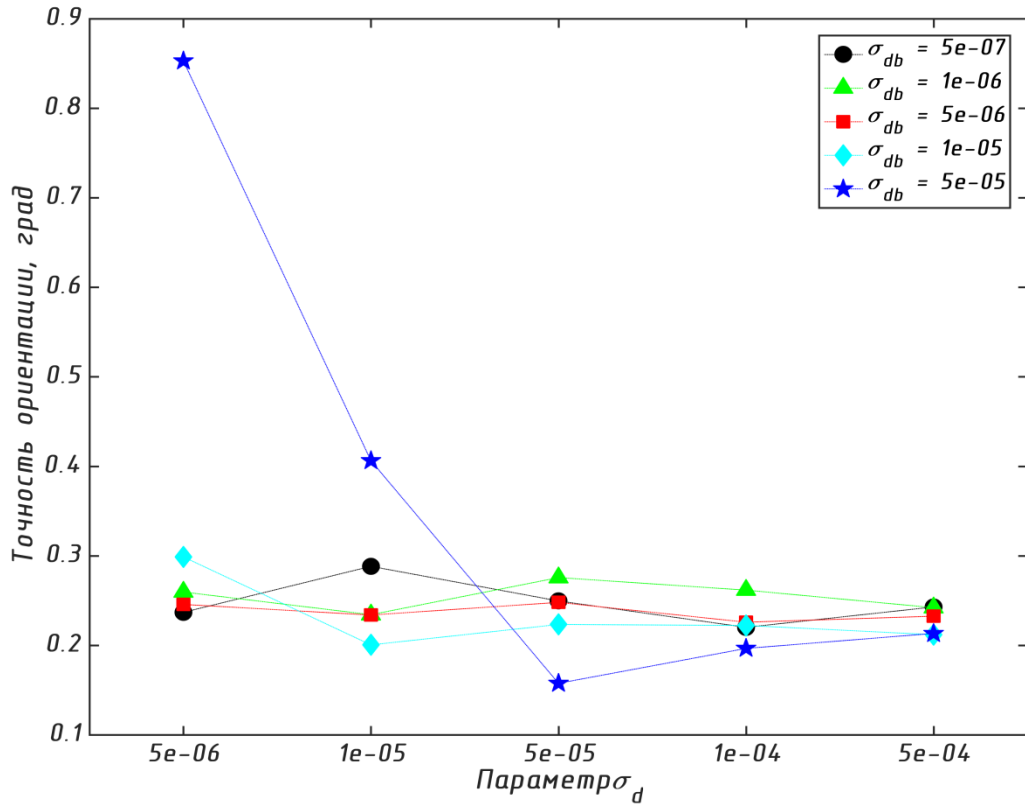


Ошибки угловой скорости

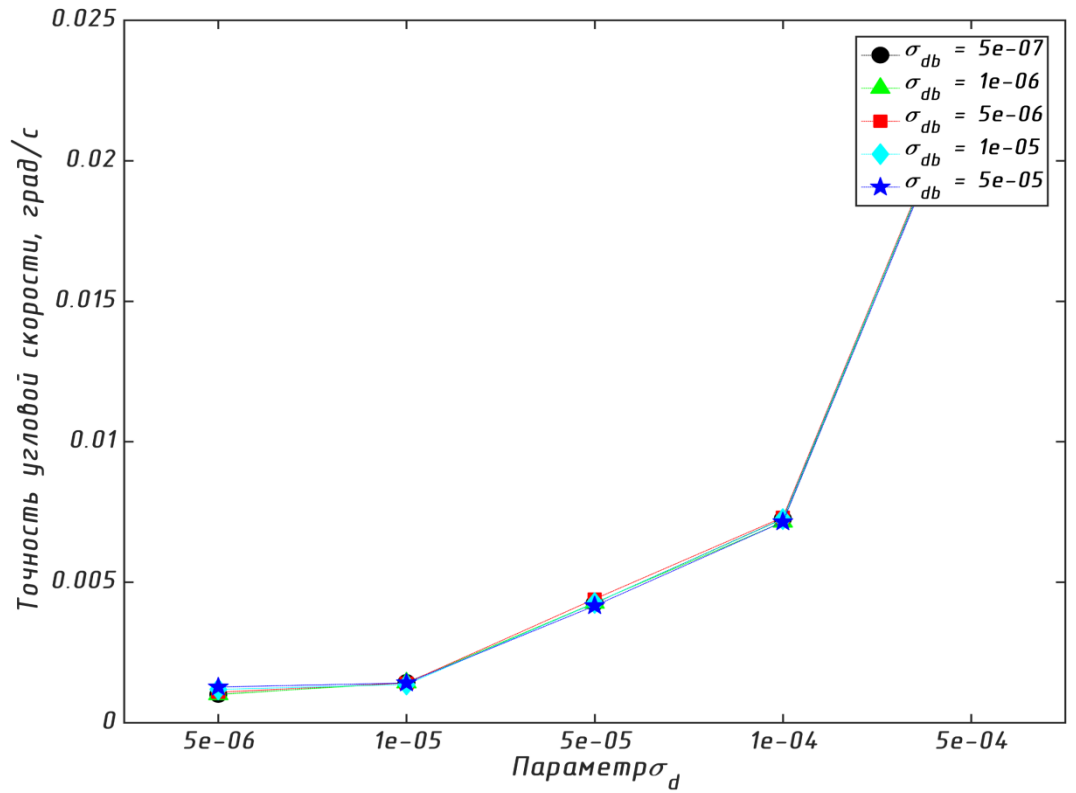




Поиск параметров алгоритмов



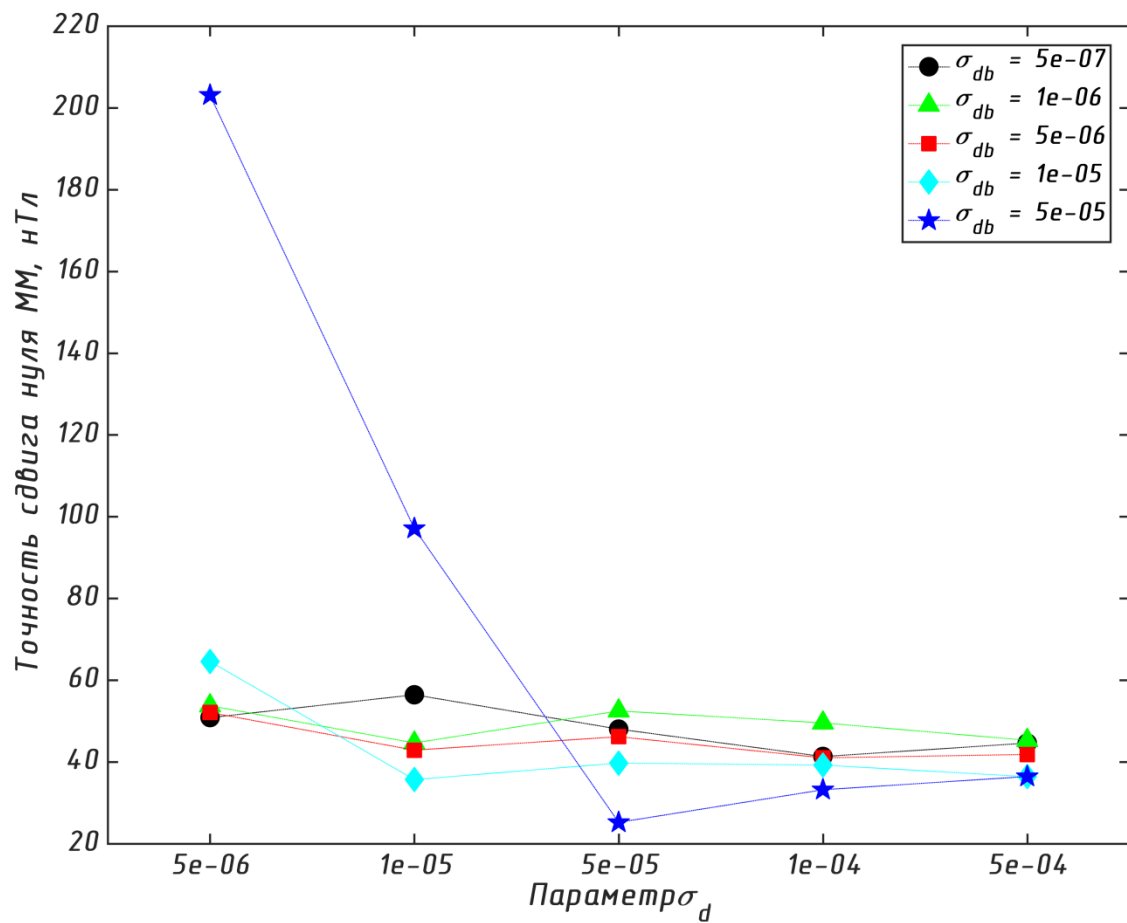
Ошибки определения ориентации (среднеквадратичная ошибка) в случае неточности знания параметров аппарата, неучтенных ошибок модели магнитного поля и смещения нулей датчика угловой скорости и магнитометра



Ошибки определения угловой скорости (среднеквадратичная ошибка) в случае неточности знания параметров аппарата, неучтенных ошибок модели магнитного поля и смещения нулей датчика угловой скорости и магнитометра



Оценка смещения нуля магнитометра



Ошибки определения сдвига нуля магнитометра в случае неточности знания параметров аппарата, неучтенных ошибок модели магнитного поля и смещения нулей датчика угловой скорости и магнитометра

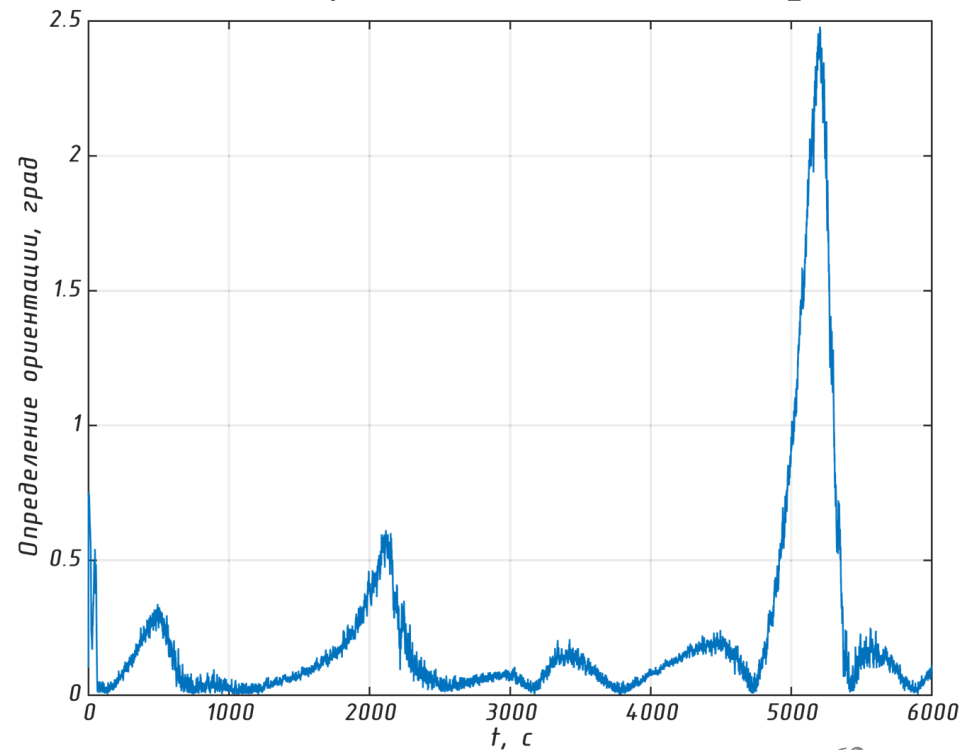


Изменение точности при различных углах между векторами SB

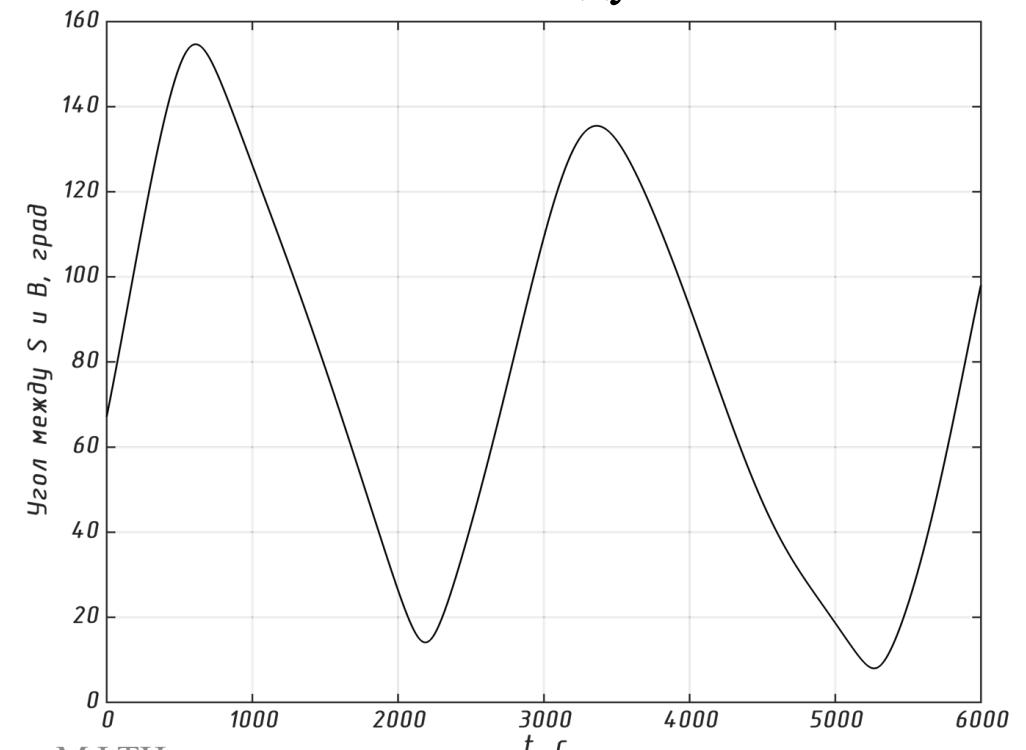


- Точность оценки углового движения зависит от угла между SB
- В качестве примера рассматривается фильтр Калмана с измерениями магнитометра и солнечного датчика и оценкой смещения поля магнитометра

Ошибки угла конечного поворота



Угол между SB





Исследование СВ-проблемы



$$\sigma_d = \sigma_{d_0} - k \cdot \sigma_{d_0} \cos(\mathbf{s} \cdot \mathbf{b}), \text{ где } 0 < k \leq 1$$

Ошибка определения ориентации в зависимости от смещения нуля магнитометра и угла между направлениями на солнце и магнитным полем (град)

	0, нТл		50, нТл		100, нТл		250, нТл		500, нТл	
	СКО	Макс. ошибка	СКО	Макс. ошибка	СКО	Макс. ошибка	СКО	Макс. ошибка	СКО	Макс. ошибка
90°	0,07	0,14	0,07	0,13	0,08	0,16	0,08	0,15	0,09	0,20
45°	0,06	0,24	0,07	0,20	0,07	0,18	0,08	0,22	0,09	0,18
20°	0,08	0,37	0,10	0,57	0,10	0,50	0,12	0,61	0,14	0,50
5°	0,19	0,83	0,18	0,86	0,18	0,86	0,21	1,03	0,20	0,67
0°	0,34	2,39	0,27	2,55	0,20	0,89	0,24	2,76	0,21	1,04

Ошибка определения угловой скорости в зависимости от смещения нуля магнитометра и угла между направлениями на солнце и магнитным полем

	0, нТл		50, нТл		100, нТл		250, нТл		500, нТл	
	СКО	Макс. ошибка	СКО	Макс. ошибка	СКО	Макс. ошибка	СКО	Макс. ошибка	СКО	Макс. ошибка
90°	0,003	0,016	0,003	0,015	0,003	0,014	0,003	0,014	0,003	0,017
45°	0,001	0,006	0,001	0,006	0,001	0,006	0,001	0,006	0,002	0,006
20°	0,001	0,005	0,001	0,004	0,001	0,005	0,001	0,006	0,001	0,005
5°	0,003	0,013	0,002	0,009	0,003	0,011	0,002	0,009	0,002	0,015
0°	0,003	0,014	0,003	0,011	0,002	0,012	0,003	0,011	0,003	0,012

Результаты

Магнитометр, солнечный датчик, ДУС				Магнитометр, солнечный датчик	
$[\mathbf{q}_{is} \ \omega_s^s]^T$	$[\mathbf{q}_{is} \ \omega_{si}^s \ \mathbf{m}^s]^T$	$[\mathbf{q}_{is} \ \omega_{si}^s \ \beta^s]^T$	$[\mathbf{q}_{is} \ \omega_{si}^s \ \beta^s \ \mathbf{m}^s]^T$	$[\mathbf{q}_{is} \ \omega_s^s]^T$	$[\mathbf{q}_{is} \ \omega_{si}^s \ \mathbf{m}^s]^T$
$\alpha = 1.1374^\circ$ $\omega = 1.3 \cdot 10^{-3} / c$ $\alpha_{\max} = 1.1729^\circ$ $\omega_{\max} = 3.9 \cdot 10^{-3} / c$	$\alpha = 0.1797^\circ$ $\omega = 4.2 \cdot 10^{-3} / c$ $\alpha_{\max} = 0.3578^\circ$ $\omega_{\max} = 16.8 \cdot 10^{-3} / c$	$\alpha = 1.0916^\circ$ $\omega = 1.4 \cdot 10^{-3} / c$ $\alpha_{\max} = 1.1642^\circ$ $\omega_{\max} = 4.9 \cdot 10^{-3} / c$	$\alpha = 0.1554^\circ$ $\omega = 1.4 \cdot 10^{-3} / c$ $\alpha_{\max} = 0.3206^\circ$ $\omega_{\max} = 6.2 \cdot 10^{-3} / c$	$\alpha = 1.0922^\circ$ $\omega = 1.4 \cdot 10^{-3} / c$ $\alpha_{\max} = 1.1660^\circ$ $\omega_{\max} = 5.2 \cdot 10^{-3} / c$	$\alpha = 0.1576^\circ$ $\omega = 4.2 \cdot 10^{-3} / c$ $\alpha_{\max} = 0.2973^\circ$ $\omega_{\max} = 17.7 \cdot 10^{-3} / c$

Магнитометр, ДУС				Солнечный датчик, ДУС
$[\mathbf{q}_{is} \ \omega_s^s]^T$	$[\mathbf{q}_{is} \ \omega_{si}^s \ \mathbf{m}^s]^T$	$[\mathbf{q}_{is} \ \omega_{si}^s \ \beta^s]^T$	$[\mathbf{q}_{is} \ \omega_{si}^s \ \beta^s \ \mathbf{m}^s]^T$	$[\mathbf{q}_{is} \ \omega_s^s]^T$
$\alpha = 2.2243^\circ$ $\omega = 12.6 \cdot 10^{-3} / c$ $\alpha_{\max} = 4.2648^\circ$ $\omega_{\max} = 35.2 \cdot 10^{-3} / c$	$\alpha = 1.5819^\circ$ $\omega = 6.2 \cdot 10^{-3} / c$ $\alpha_{\max} = 3.8933^\circ$ $\omega_{\max} = 22.5 \cdot 10^{-3} / c$	$\alpha = 2.3209^\circ$ $\omega = 20.2 \cdot 10^{-3} / c$ $\alpha_{\max} = 6.3352^\circ$ $\omega_{\max} = 77.7 \cdot 10^{-3} / c$	$\alpha = 0.5695^\circ$ $\omega = 27.5 \cdot 10^{-3} / c$ $\alpha_{\max} = 1.3751^\circ$ $\omega_{\max} = 108.1 \cdot 10^{-3} / c$	$\alpha = 9.1899^\circ$ $\omega = 23.9 \cdot 10^{-3} / c$ $\alpha_{\max} = 22.7189^\circ$ $\omega_{\max} = 61.4 \cdot 10^{-3} / c$

Заключение

- Проведено исследование работы ряда алгоритмов оценки вектора состояния спутника
- Выявлены несколько вариантов фильтра Калмана, которые дают наилучшую точность определения ориентации, достигающую 0.1 градуса, при неучтенных возмущениях, ошибках в параметрах моделей и неизвестных смещениях нулей датчиков
- Для алгоритмов, использующих измерения солнечного датчика и магнитометра, оценено влияние угла между направлениями векторов S и B на точность оценок вектора состояния



Спасибо за внимание!