



САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
SAMARA UNIVERSITY

Развёртывание и стабилизация движения космической тросовой системы на круговой окололунной орбите

Профессор Заболотнов
Ю.М.

Аспирант Ледкова Т.А.

Самара, 2020



Постановка задачи

Цели работы:

Поиск закона управления силой натяжения троса, обеспечивающего развёртывание троса на требуемую длину и его стабилизацию в вертикальном положении.

Рисунок 1



Тросовая система состоит из космической станции D и спутников A и B , соединённых со станцией тросами длиной l_a и l_b , соответственно.

φ_a, φ_b - углы отклонения тросов, соединяющих станцию и соответствующий спутник, от локальной вертикали;

r - радиус круговой невозмущённой окололунной орбиты, по которой движется станция D .

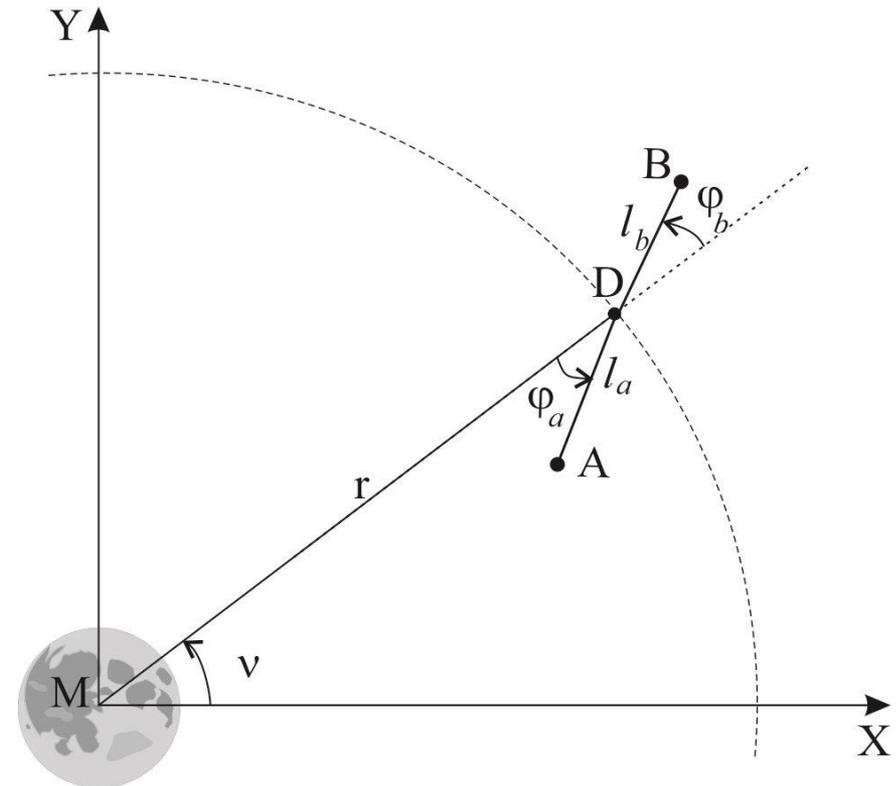


Рисунок 2



Математическая модель

Обобщённые координаты $q = (l_a, l_b, \varphi_a, \varphi_b)$

Координаты точек A, B, D

$$x_a = r \cos \nu - l_a \cos(\nu + \varphi_a), \quad y_a = r \sin \nu - l_a \sin(\nu + \varphi_a);$$

$$x_b = r \cos \nu + l_b \cos(\nu + \varphi_b), \quad y_b = r \sin \nu + l_b \sin(\nu + \varphi_b);$$

$$x_d = r \cos \nu, \quad y_d = r \sin \nu.$$

Кинетическая и потенциальная энергия механической системы

$$T = \frac{m_a}{2} \left(-2l_a r \Omega (\Omega + \dot{\varphi}_a) \cos \varphi_a - 2\Omega \dot{l}_a r \sin \varphi_a + (l_a^2 + r^2) \Omega^2 + 2\Omega \dot{\varphi}_a l_a^2 + \dot{\varphi}_a^2 l_a^2 + \dot{l}_a^2 \right) + \\ + \frac{m_b}{2} \left(2l_b r \Omega (\Omega + \dot{\varphi}_b) \cos \varphi_b + 2\Omega \dot{l}_b r \sin \varphi_b + (l_b^2 + r^2) \Omega^2 + 2\Omega \dot{\varphi}_b l_b^2 + \dot{\varphi}_b^2 l_b^2 + \dot{l}_b^2 \right) + \frac{m_d}{2} \Omega^2 r^2,$$

$$P = -\mu_M \left(\frac{m_d}{r} + \frac{m_a}{\sqrt{l_a^2 - 2l_a r \cos \varphi_a + r^2}} + \frac{m_b}{\sqrt{l_b^2 + 2l_b r \cos \varphi_b + r^2}} \right).$$



Математическая модель

Уравнение Лагранжа второго рода

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial T}{\partial q} = - \frac{\partial P}{\partial q} + Q,$$

где Q – вектор обобщённых непотенциальных сил:

$$Q = \begin{pmatrix} 0 \\ T_a \end{pmatrix}.$$

Уравнения движения механической системы:

$$-m_a l_a \left(r \Omega^2 \sin \varphi_a - 2\Omega \dot{l}_a - 2\dot{\varphi}_a \dot{l}_a - \ddot{\varphi}_a l_a \right) = - \frac{\mu_M m_a l_a r \sin \varphi_a}{\left(l_a^2 - 2l_a r \cos \varphi_a + r^2 \right)^{(3/2)},} \quad (1)$$

$$m_a \left(r \Omega^2 \cos \varphi_a - l_a \Omega^2 - 2\Omega \dot{\varphi}_a l_a - \dot{\varphi}_a^2 l_a + \ddot{l}_a \right) = - \frac{\mu_M m_a (l_a - r \cos \varphi_a)}{\left(l_a^2 - 2l_a r \cos \varphi_a + r^2 \right)^{(3/2)}} + T_a.$$

Линеаризуем систему (1) и выразим вторые производные:

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi}_a &= -3\Omega^2 \sin \varphi_a \cos \varphi_a - 2 \frac{\dot{l}_a}{l_a} (\Omega + \dot{\varphi}_a), \\ \ddot{l}_a &= l_a \left(3\Omega^2 \cos^2 \varphi_a + 2\Omega \dot{\varphi}_a + \dot{\varphi}_a^2 \right) + T_a. \end{aligned} \quad (2)$$



Введём замену $u = \frac{\dot{l}_a}{l_a}$, где закон управления предлагается в виде:

$$u = \frac{(l_{\max} - l_a)}{l_{\max}} \left(\frac{1}{2} \Omega - \dot{\varphi}_a \frac{l_a}{l_{\max}} \right) \quad (3)$$

Запишем силу натяжения троса T с учётом (3):

$$T_a = \frac{l_a m_a}{l_{\max}^4} \left((l_{\max}^4 + l_a^3 l_{\max} - l_a^4) \dot{\varphi}_a^2 + 2\Omega \left(l_{\max}^4 + \frac{l_a l_{\max}^4}{4} - \frac{5l_a^3 l_{\max}}{4} + l_a^4 \right) \dot{\varphi}_a + \right. \\ \left. + 3\Omega^2 l_{\max} \left(l_{\max}^3 \cos^2 \varphi_a - l_{\max} l_a (l_{\max} - l_a) \sin \varphi_a \cos \varphi_a - \frac{1}{12} (l_{\max} - l_a) (l_{\max}^2 + 2l_{\max} l_a - 4l_a^2) \right) \right)$$



Численные результаты

Массово-геометрические параметры

| | | |
|--|--------|-------|
| m_d | 12 | кг |
| m_a | 2 | кг |
| φ_{a0} | 0.8465 | рад |
| $\dot{\varphi}_{a0}, \dot{\varphi}_{b0}$ | 0 | рад/с |
| l_{a0} | 0.01 | м |
| \dot{l}_a, \dot{l}_b | 0.25 | м/с |
| r | 2237.1 | км |



Численные результаты

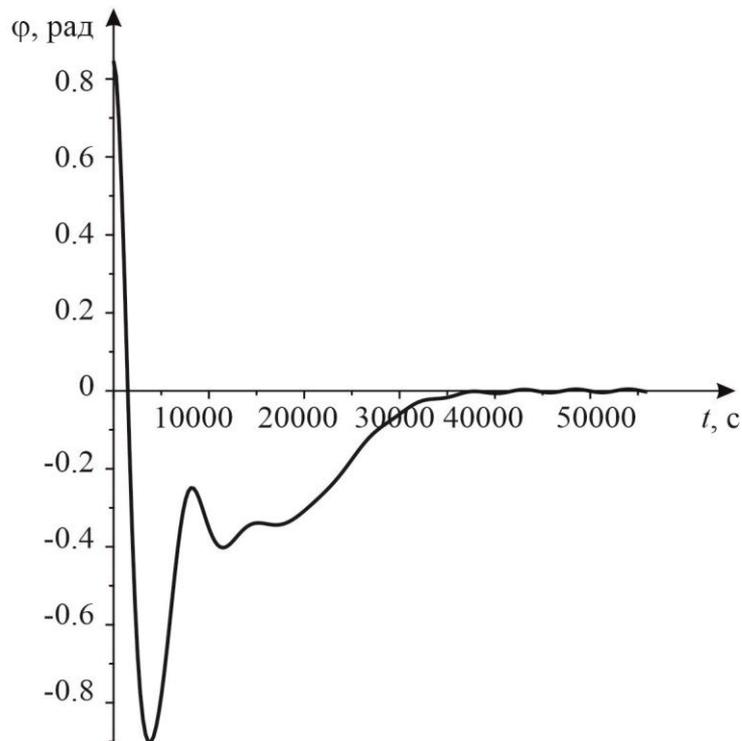


Рисунок 1 –Изменение угла $\varphi_a(t)$ при развёртывании КТС

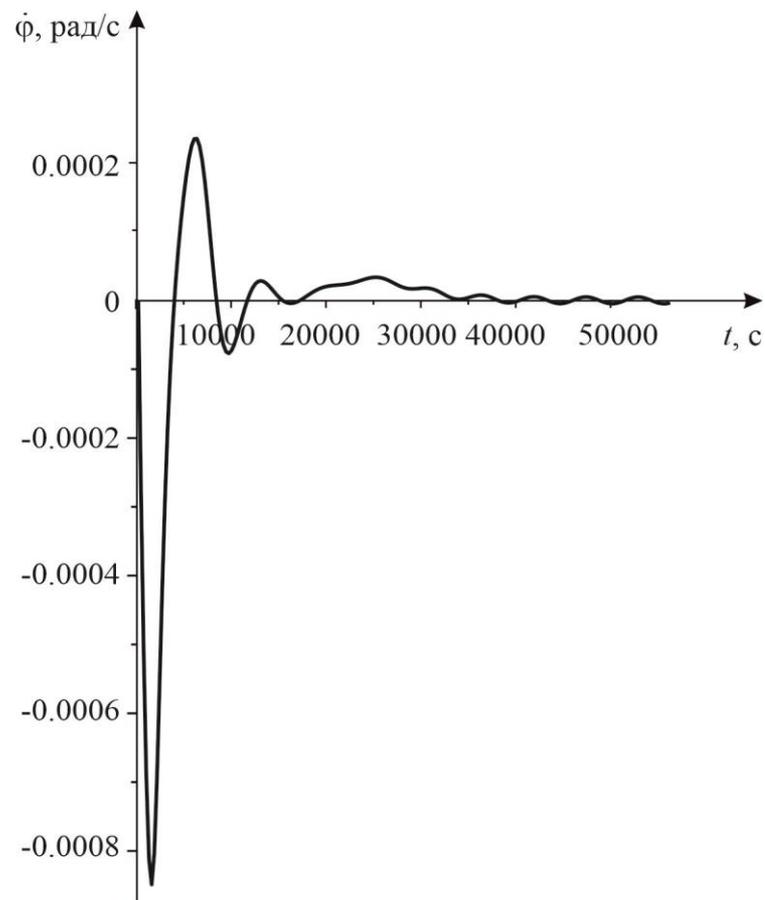


Рисунок 2 – Изменение угловой скорости $\dot{\varphi}_a(t)$, при развёртывании КТС



Численные результаты

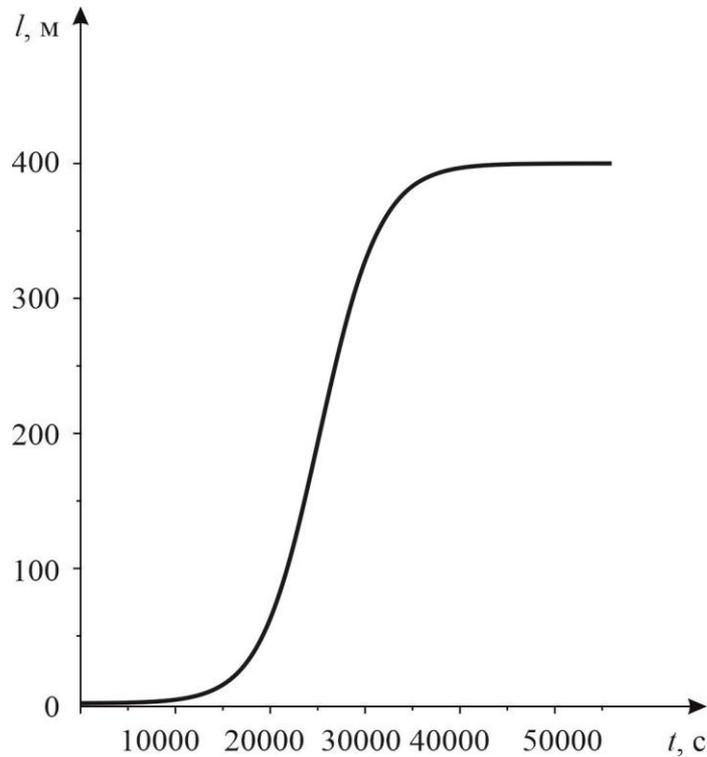


Рисунок 3 – Изменение длины троса $l_a(t)$ при развёртывании КТС

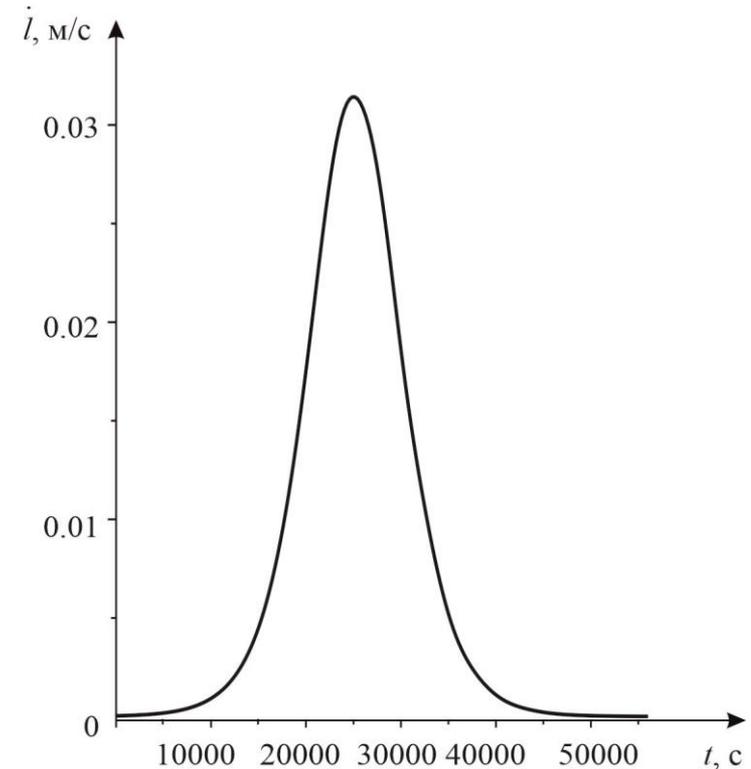


Рисунок 4 – Графики скоростей изменения длины троса $\dot{l}_a(t)$ при развёртывании КТС



Результаты и выводы

- Разработана математическая модель движения тросовой системы;
- Предложен закон управления развёртыванием троса;
- Закон управления позволяет осуществлять развёртывание на требуемую длину, обеспечивая положение троса близкое к местной вертикали.



САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
SAMARA UNIVERSITY

Спасибо за внимание!

34 Moskovskoye shosse, Samara, 443086,
tel.: +7(846) 335-18-26, fax: +7 (846) 335-18-36,
www.ssau.ru, e-mail: ssau@ssau.ru