63-я Всероссийская научная конференция МФТИ
Россия, Москва, 23 - 29 ноября 2020 г.

Применение метода роя в задаче орбитальной стабилизации КА и стабилизации «в среднем»

А.С. Охитина, Д.С. Ролдугин, С.С. Ткачев
ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия
okhitina@phystech.edu

Москва, 2020

Содержание

- Введение
- Постановка задачи
- Уравнение движения
- Классический метод
- Метод роя
- Численное моделирование
- Сравнение результатов
- Заключение

Введение

- Управление спутником (КА) при помощи магнитных катушек

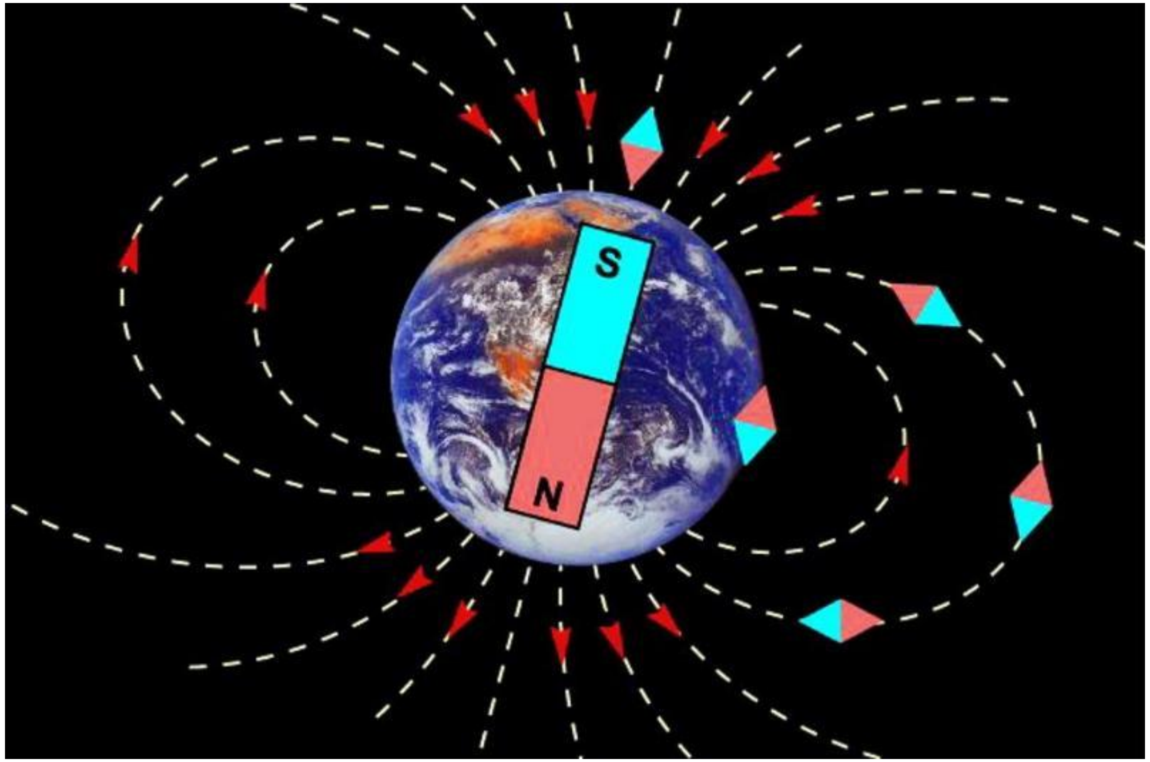
- Проблема локальной неуправляемости
  $\mathbf{M}_{магн} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$

  $\mathbf{m}$ – магнитный момент спутника

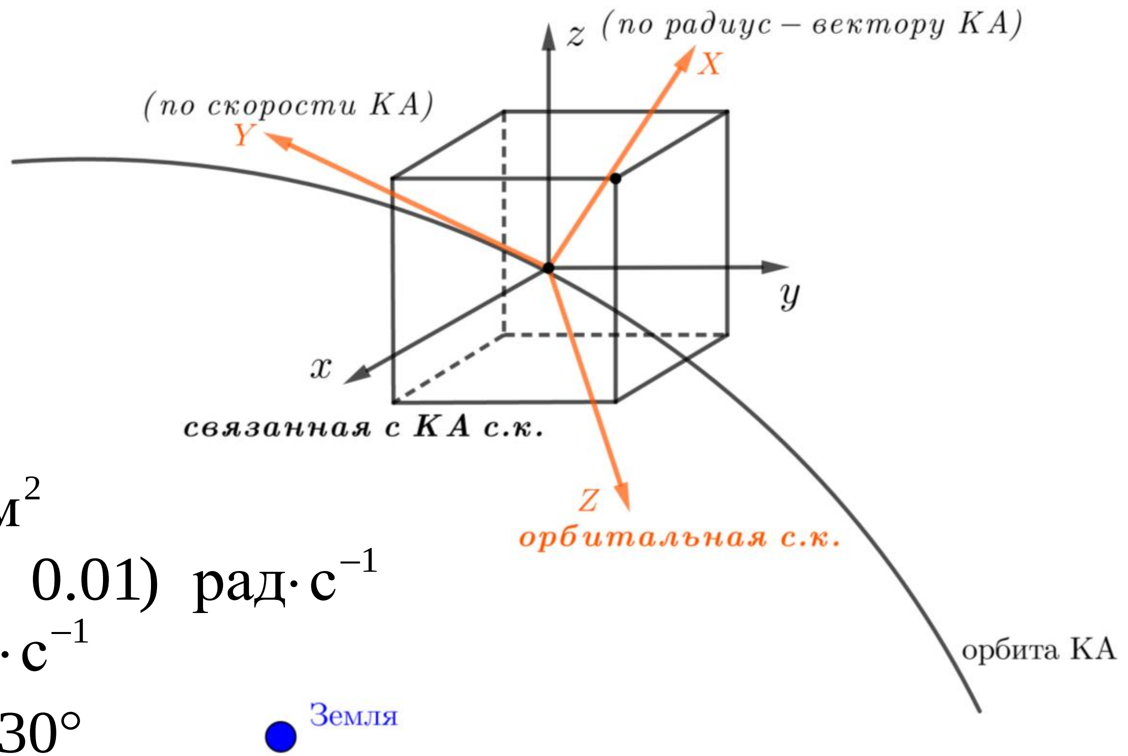
  $\mathbf{B}$ – индукция магнитного поля Земли

(компонента вдоль силовой линии

магнитного поля Земли всегда равна нулю)



Постановка задачи



Орбита:

- круговая
- наклонение $i = 97°$
- высота орбиты $h = 550$ км

Космический аппарат:

- тензор инерции $\mathbf{J} = diag(0.15,\ 0.13,\ 0.11)$ кг·м^2
- начальная угл. скорость $\boldsymbol{\omega}_{нач} = (0.001,\ 0.001,\ 0.01)$ рад·с$^{-1}$
- конечная угл. скорость $\boldsymbol{\omega}_{кон} = (0,\ 0,\ 0)$ рад·с$^{-1}$
- начальная ориентация $\alpha = 30°,\ \beta = 30°,\ \gamma = 30°$
- конечная ориентация $\alpha = 0°,\ \beta = 0°,\ \gamma = 0°$

Время полета $T = 20000$ с ≈ 5.5 ч

<u>Магнитная система управления должна обеспечить орбитальную ориентацию аппарата</u>

Уравнение движения

$$\mathbf{J}\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}+\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{J}\boldsymbol{\omega}=\mathbf{M}_{упр}+\mathbf{M}_{внеш}$$

$\mathbf{J}=diag(A,B,C)$ – тензор инерции аппарата

$\boldsymbol{\omega}$ – абсолютная угловая скорость КА

$\mathbf{M}_{упр}=\mathbf{m}\times\mathbf{B}$ – управляющий момент

$\mathbf{m}$ – дипольный момент КА

$\mathbf{B}=B_0\begin{pmatrix}\cos u\sin i\\ \cos i\\ -2\sin u\sin i\end{pmatrix}$ – вектор геомагнитной индукции (модель прямого диполя)

$B_0=\frac{\mu_e}{r^3}$, i – наклонение орбиты, u – аргумент широты

$\mathbf{M}_{внеш}=\mathbf{M}_{грав}+\mathbf{M}_{возм}$ – внешний момент

$\mathbf{M}_{грав}=3\omega_0^2(\mathbf{Ae}_3)\times\mathbf{J}(\mathbf{Ae}_3)$ – гравитационный момент

$\omega_0=\sqrt{\frac{\mu}{r^3}}$, $\mathbf{A}=\|a_{kl}\|$ – матрица направляющих косинусов

$\mathbf{M}_{возм}$ – внешний возмущающий момент

Управляющий момент

$\mathbf{M}_{упр} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$ – управляющий момент

Закон управления дипольным моментом аппарата:

$$\mathbf{m} = -\frac{k_\omega}{\omega_0}\mathbf{B} \times \boldsymbol{\omega} - k_a \mathbf{B} \times \mathbf{S},$$

где $\mathbf{S} = \begin{pmatrix} a_{23} - a_{32} \\ a_{31} - a_{13} \\ a_{12} - a_{21} \end{pmatrix}$, а k_ω и k_a – коэффициенты управления

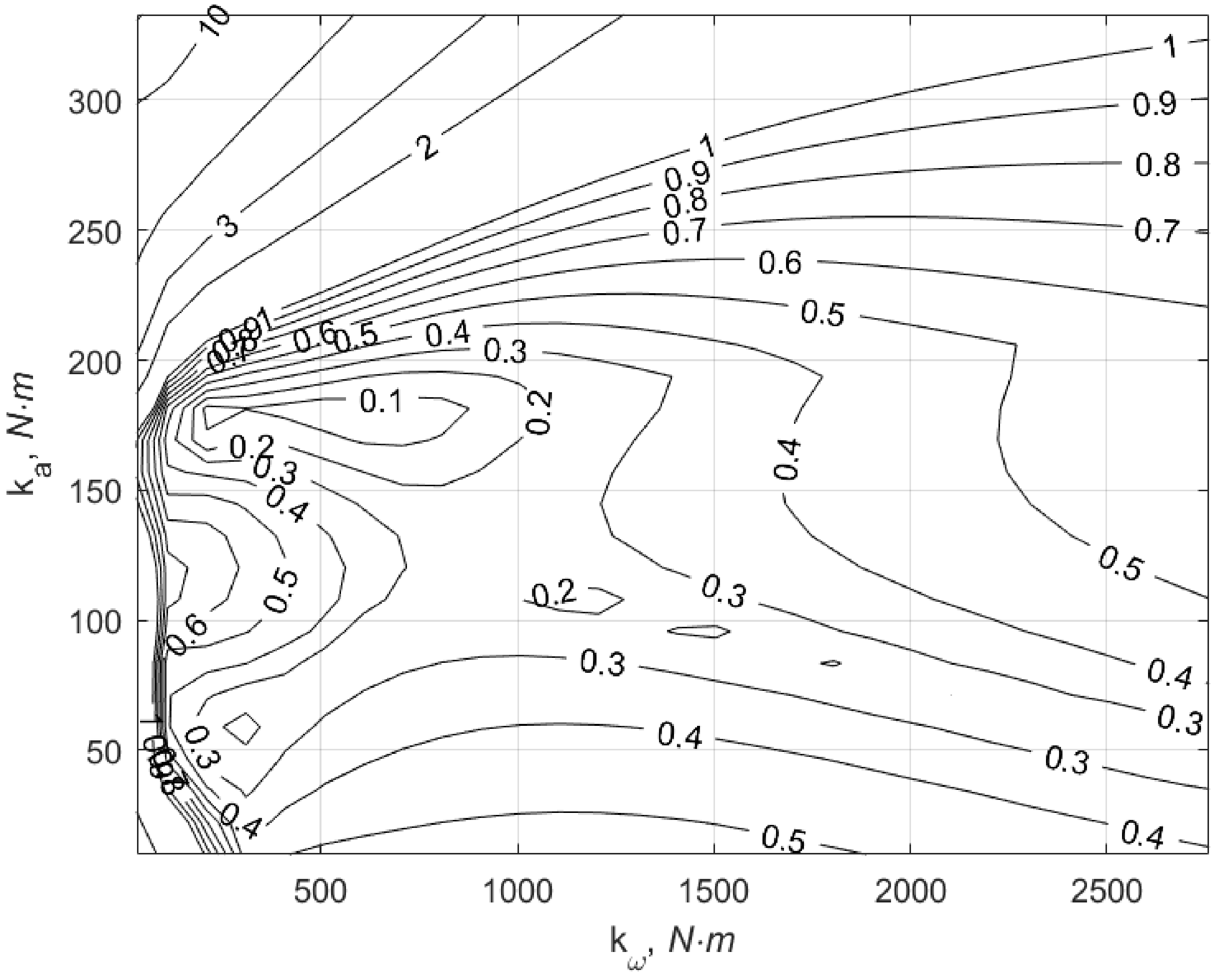
Классический метод

- Невозмущенные уравнения движения

$$\mathbf{J}\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}+\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{J}\boldsymbol{\omega}=\mathbf{m}\times\mathbf{B}$$

- Линеаризация уравнений движения
- Теория Флоке
- Построение области устойчивости*
- Выбор коэффициентов управления k_ω и k_a (приближенно)

$$k_\omega=600\ \text{Н}\cdot\text{м},\ k_a=170\ \text{Н}\cdot\text{м}$$



Область устойчивости

*1) M.Y. Ovchinnikov, D.S. Roldugin, V.I. Penkov, “Three-axis active magnetic attitude control asymptotical study”, Acta Astronaut. 2015. Vol. 110. pp. 279–286.
2) M.Y. Ovchinnikov, D.S. Roldugin, D.S. Ivanov, V.I. Penkov, “Choosing control parameters for three axis magnetic stabilization in orbital frame”, Acta Astronaut. 2015. Vol. 116. pp. 74–77

Метод роя. Описание

- Главная идея метода роя – решение принимает каждая частица p
- Положение $\mathbf{x}$ каждой частицы в рое задает возможное решение оптимизационной задачи
- Решение о перемещении частица принимает на основе трех факторов: ее текущей скорости $\mathbf{v}_p$, знания о собственном лучшем состоянии $\mathbf{x}_{p,best}$ и о лучшем состоянии всего роя $\mathbf{x}_{best}$
- Оптимизационная задача для роя: $\min\limits_{\mathbf{x}\in\mathbb{U}} \Phi(\mathbf{x})$

$\Phi(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^D \to \mathbb{R}$ – функционал задачи

D – количество параметров

$\mathbb{U} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^D \mid b_{low}^j \le x^j \le b_{up}^j,\ j = 1, \dots, D \right\}$ – пространство поиска, определяющее ограничения на величины параметров

$\mathbf{x}$ – вектор параметров, который задает положение частицы в $\mathbb{U}$

Метод роя. Скорость

$\mathbf{x}_p(k+1) = \mathbf{x}_p(k) + \mathbf{v}_p(k+1)$ – положение, которое примет частица в следующий момент зависит от положения в предыдущий момент времени и текущей скорости

Выражение для определения текущей скорости:

$$\mathbf{v}_p(k+1) = c_{in}\mathbf{v}_p(k) + c_{cog}\left[\mathbf{x}_{p,best}(k) - \mathbf{x}_p(k)\right] + c_{soc}\left[\mathbf{x}_{best}(k) - \mathbf{x}_p(k)\right]$$

Метод роя. Скорость

$\mathbf{x}_p(k+1) = \mathbf{x}_p(k) + \mathbf{v}_p(k+1)$ – положение, которое примет частица в следующий момент зависит от положения в предыдущий момент времени и текущей скорости

Выражение для определения текущей скорости:

$$\mathbf{v}_p(k+1) = \boxed{c_{in}\mathbf{v}_p(k)} + c_{cog}\left[\mathbf{x}_{p,best}(k) - \mathbf{x}_p(k)\right] + c_{soc}\left[\mathbf{x}_{best}(k) - \mathbf{x}_p(k)\right]$$

Инерционная компонента скорости отвечает за то, что частица стремится продолжить движение в том же направлении

Метод роя. Скорость

$\mathbf{x}_p(k+1) = \mathbf{x}_p(k) + \mathbf{v}_p(k+1)$ – положение, которое примет частица в следующий момент зависит от положения в предыдущий момент времени и текущей скорости

Выражение для определения текущей скорости:

$$\mathbf{v}_p(k+1) = c_{in}\mathbf{v}_p(k) + \boxed{c_{cog}\left[\mathbf{x}_{p,best}(k) - \mathbf{x}_p(k)\right]} + c_{soc}\left[\mathbf{x}_{best}(k) - \mathbf{x}_p(k)\right]$$

Когнитивная компонента скорости отвечает за стремление к собственному лучшему положению

Метод роя. Скорость

$\mathbf{x}_p(k+1) = \mathbf{x}_p(k) + \mathbf{v}_p(k+1)$ – положение, которое примет частица в следующий момент зависит от положения в предыдущий момент времени и текущей скорости

Выражение для определения текущей скорости:

$$\mathbf{v}_p(k+1) = c_{in}\mathbf{v}_p(k) + c_{cog}\left[\mathbf{x}_{p,best}(k) - \mathbf{x}_p(k)\right] + \boxed{c_{soc}\left[\mathbf{x}_{best}(k) - \mathbf{x}_p(k)\right]}$$

Социальная компонента скорости отвечает за стремление к лучшему положению, найденному всеми частицами роя

Метод роя. Скорость

$\mathbf{x}_p(k+1) = \mathbf{x}_p(k) + \mathbf{v}_p(k+1)$ – положение, которое примет частица в следующий момент зависит от положения в предыдущий момент времени и текущей скорости

Выражение для определения текущей скорости:

$$\mathbf{v}_p(k+1) = \boxed{c_{in}}\,\mathbf{v}_p(k) + \boxed{c_{cog}}\left[\mathbf{x}_{p,best}(k) - \mathbf{x}_p(k)\right] + \boxed{c_{soc}}\left[\mathbf{x}_{best}(k) - \mathbf{x}_p(k)\right]$$

Вклад каждой компоненты варьируется с помощью соответствующих весовых коэффициентов, выбираемых специальным образом

Метод роя. Скорость

$\mathbf{x}_p(k+1)=\mathbf{x}_p(k)+\mathbf{v}_p(k+1)$ – положение, которое примет частица в следующий момент зависит от положения в предыдущий момент времени и текущей скорости

Выражение для определения текущей скорости:

$$\mathbf{v}_p(k+1)=\boxed{c_{in}}\mathbf{v}_p(k)+\boxed{c_{cog}}\left[\mathbf{x}_{p,best}(k)-\mathbf{x}_p(k)\right]+\boxed{c_{soc}}\left[\mathbf{x}_{best}(k)-\mathbf{x}_p(k)\right]$$

Выбор коэффициентов

1 способ: константы

<u>2 способ: линейное изменение</u>

3 способ: случайно

<u>4 способ: комбинация 2 и 3</u>

$$c_{in}=\frac{\left(c_{in,\min}-c_{in,\max}\right)k}{N}+c_{in,\max}$$

$$c_{cog}=\left(\frac{\left(c_{cog,\min}-c_{cog,\max}\right)k}{N}+c_{cog,\max}\right)\cdot U(0,1)$$

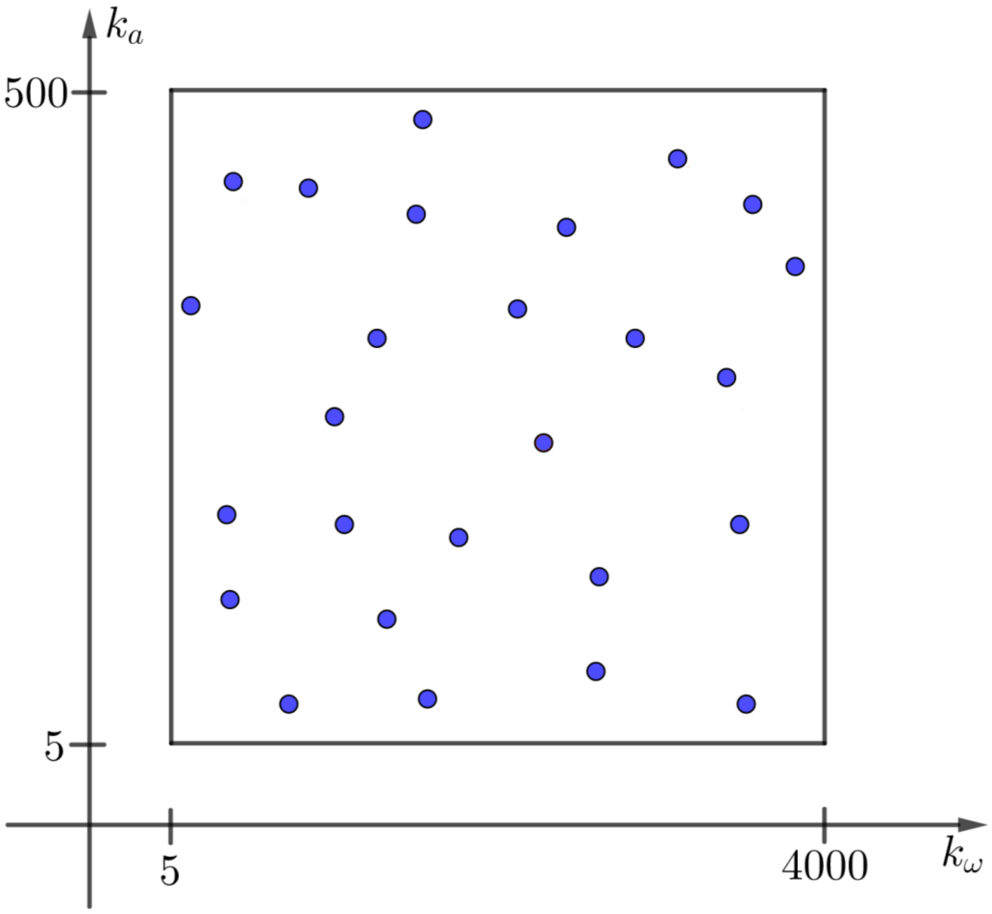
$$c_{soc}=\left(\frac{\left(c_{soc,\max}-c_{soc,\min}\right)k}{N}+c_{soc,\min}\right)\cdot U(0,1)$$

Метод роя. Критерии останова

При моделировании использовались следующие критерии остановки поиска:

1. Попадание всех частиц в некоторую окрестность найденного лучшего положения (стагнация роя)
2. Неулучшение глобального лучшего значения n итераций подряд (меняется на незначительную величину)
3. По истечении заданного времени (заданного кол-ва итераций) N

Модификации метода роя

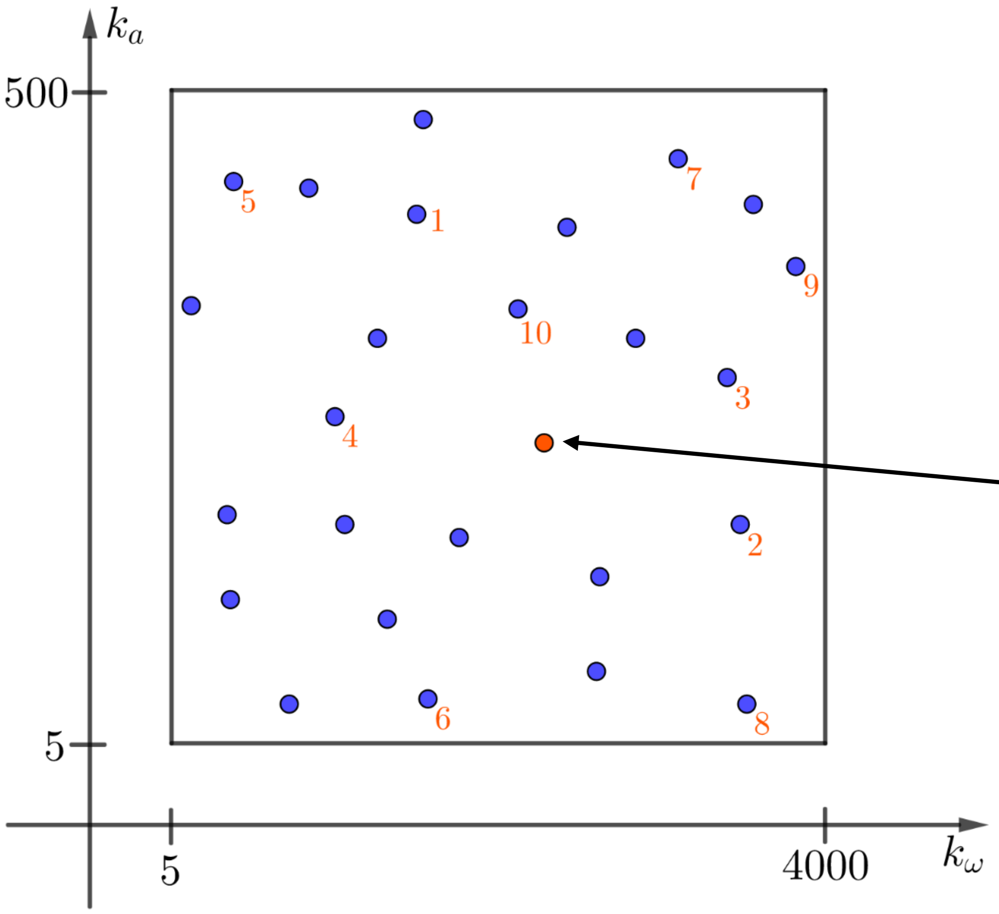


$$\mathbb{U} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \mid \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \le \mathbf{x} \le \begin{pmatrix} 4000 \\ 500 \end{pmatrix} \right\}$$

P = 29 – популяция (количество частиц в рое)

c_{in}, c_{cog}, c_{soc} – случайно (по формулам)

Модификации метода роя



$$\mathbb{U} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \mid \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \le \mathbf{x} \le \begin{pmatrix} 4000 \\ 500 \end{pmatrix} \right\}$$

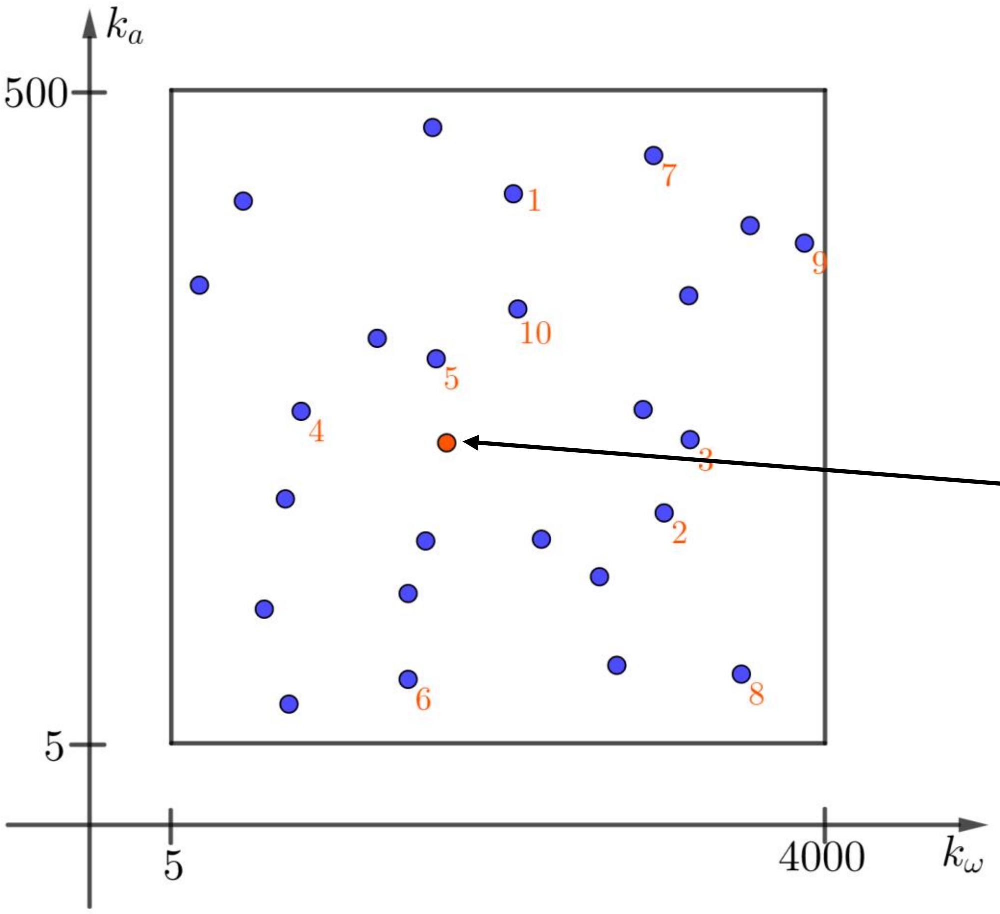
P = 29 – популяция (количество частиц в рое)

c_{in}, c_{cog}, c_{soc} – случайно (по формулам)

<u>Модификация метода роя №1</u>:
каждая частица обладает информацией только о 10 других

$$\mathbf{x}_{p,\,best} \rightarrow \mathbf{x}_{p,\,local\ best}$$

Модификации метода роя



$$\mathbb{U} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \mid \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \le \mathbf{x} \le \begin{pmatrix} 4000 \\ 500 \end{pmatrix} \right\}$$

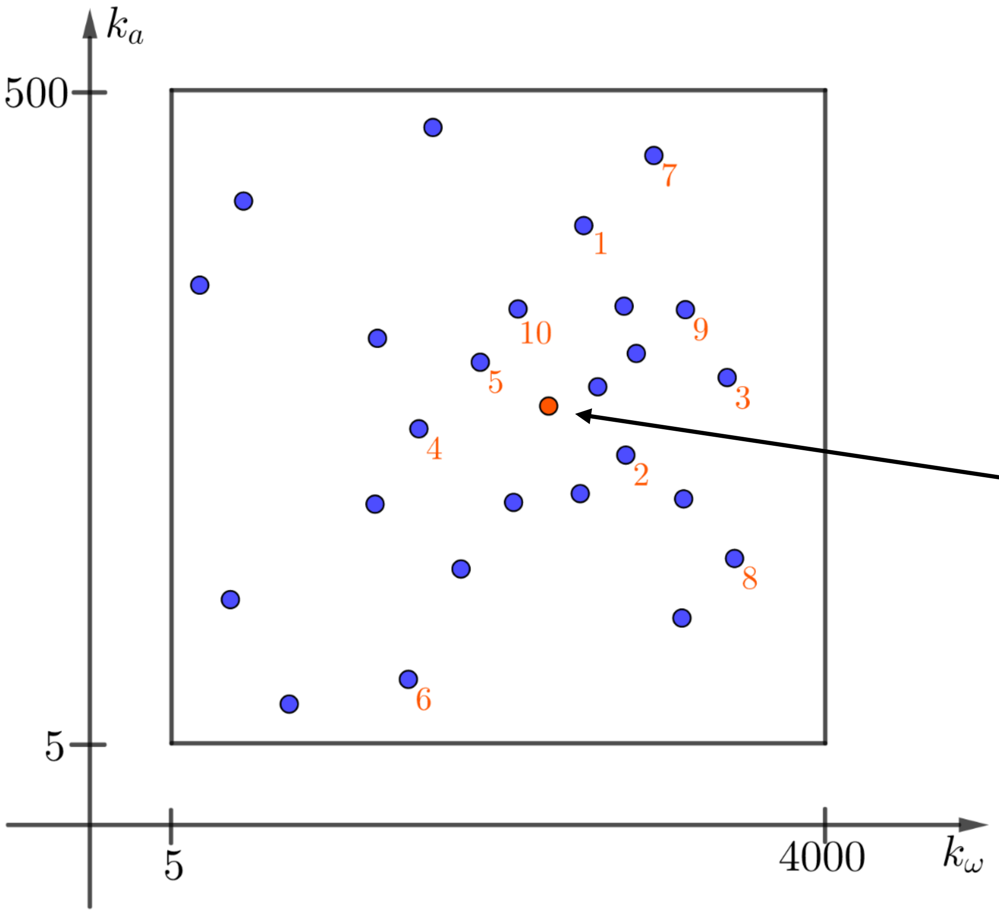
P = 29 – популяция (количество частиц в рое)

c_{in}, c_{cog}, c_{soc} – случайно (по формулам)

Модификация метода роя №1:
каждая частица обладает информацией только о 10 других

$$\mathbf{x}_{p,\,best} \to \mathbf{x}_{p,\,local\ best}$$

Модификации метода роя



$$\mathbb{U} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \mid \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \leq \mathbf{x} \leq \begin{pmatrix} 4000 \\ 500 \end{pmatrix} \right\}$$

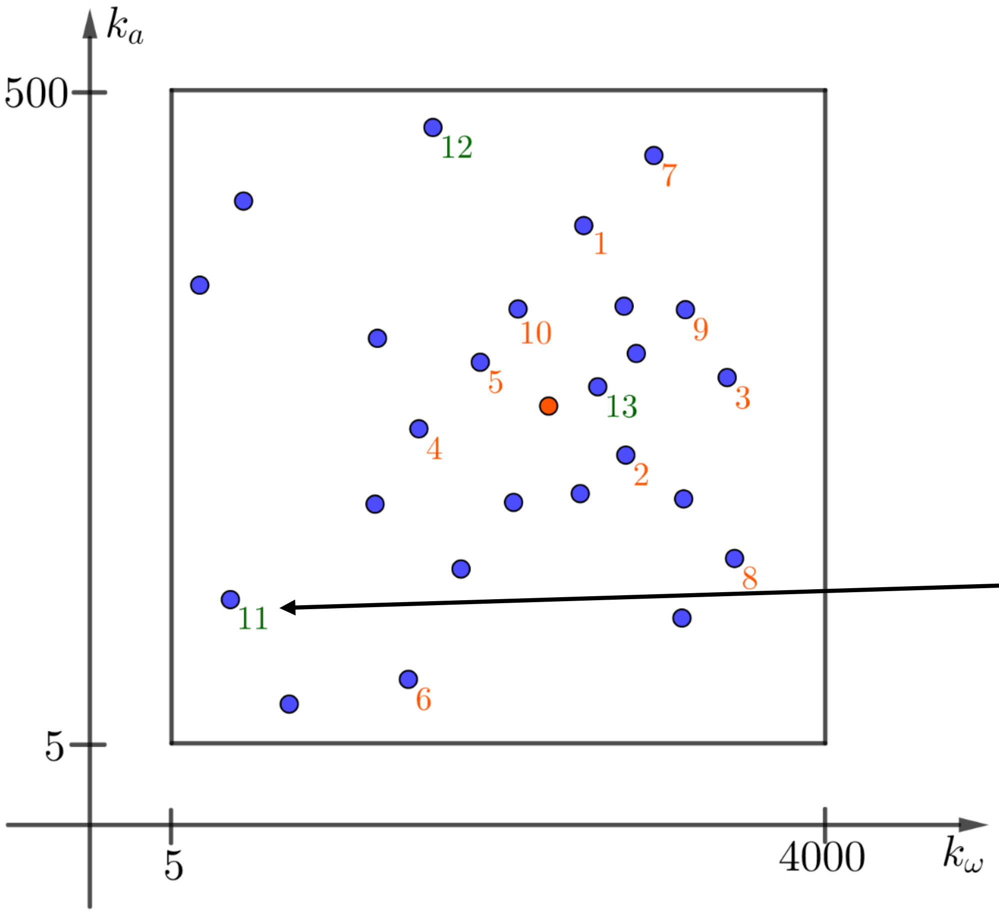
P = 29 – популяция (количество частиц в рое)

c_{in}, c_{cog}, c_{soc} – случайно (по формулам)

<u>Модификация метода роя №1</u>:
каждая частица обладает информацией только о 10 других

$$\mathbf{x}_{p,\,best} \rightarrow \mathbf{x}_{p,\,local\ best}$$

Модификации метода роя



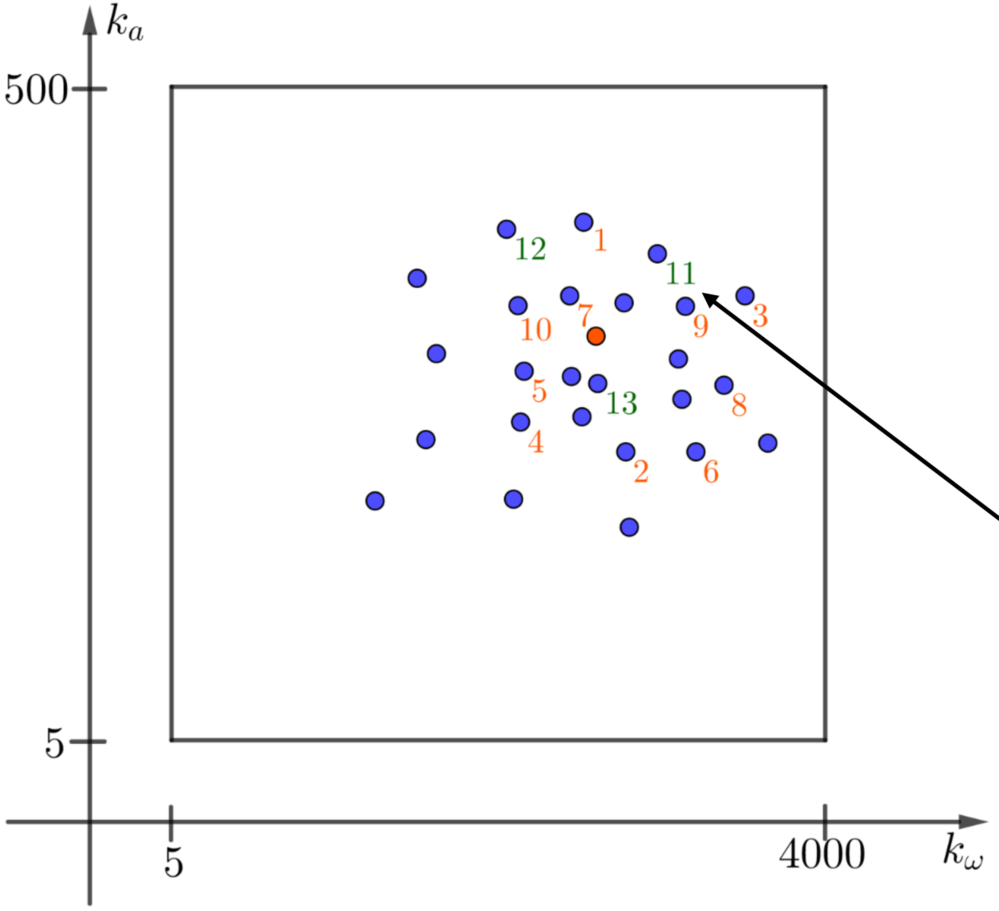
$$\mathbb{U} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \mid \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \le \mathbf{x} \le \begin{pmatrix} 4000 \\ 500 \end{pmatrix} \right\}$$

P = 29 – популяция (количество частиц в рое)

c_{in}, c_{cog}, c_{soc} – случайно (по формулам)

Модификация метода роя №2:
Через каждые m итераций окрестность частицы увеличивается на заданное число. У каждой частицы появляется дополнительная информация

Модификации метода роя



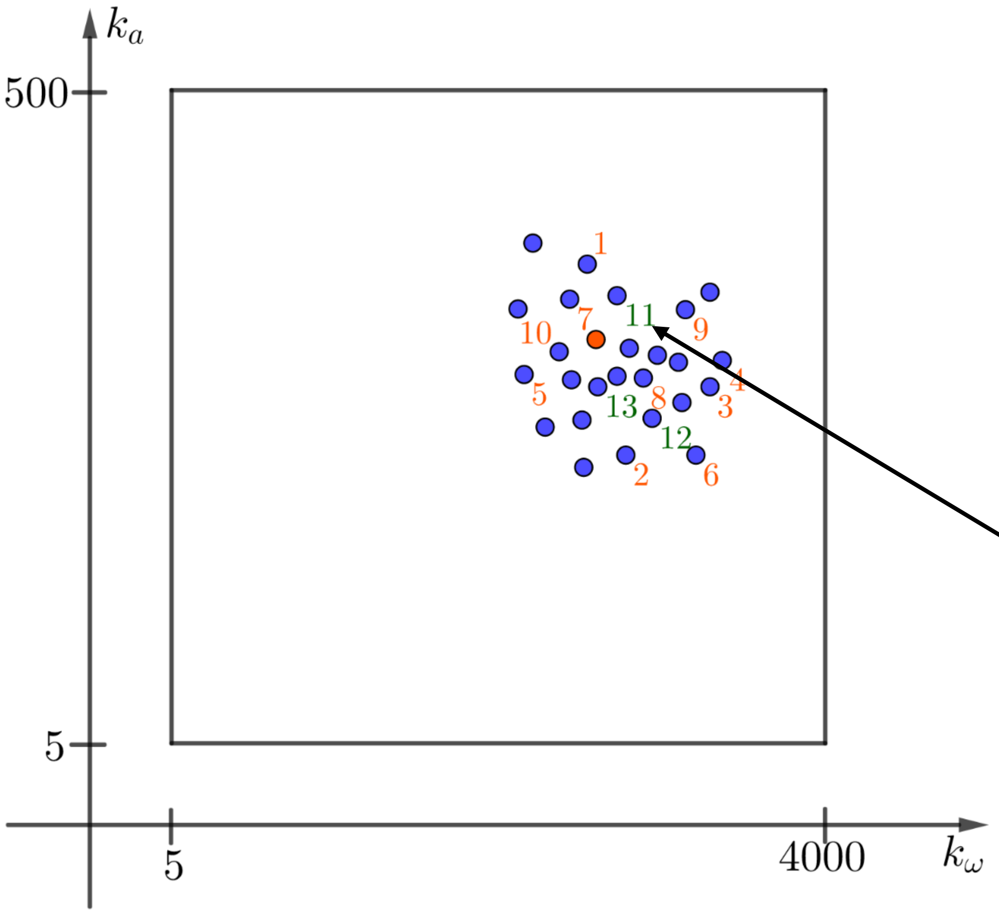
$$\mathbb{U} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \mid \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \le \mathbf{x} \le \begin{pmatrix} 4000 \\ 500 \end{pmatrix} \right\}$$

P = 29 – популяция (количество частиц в рое)

c_{in}, c_{cog}, c_{soc} – случайно (по формулам)

Модификация метода роя №2:
Через каждые m итераций окрестность частицы увеличивается на заданное число. У каждой частицы появляется дополнительная информация

Модификации метода роя



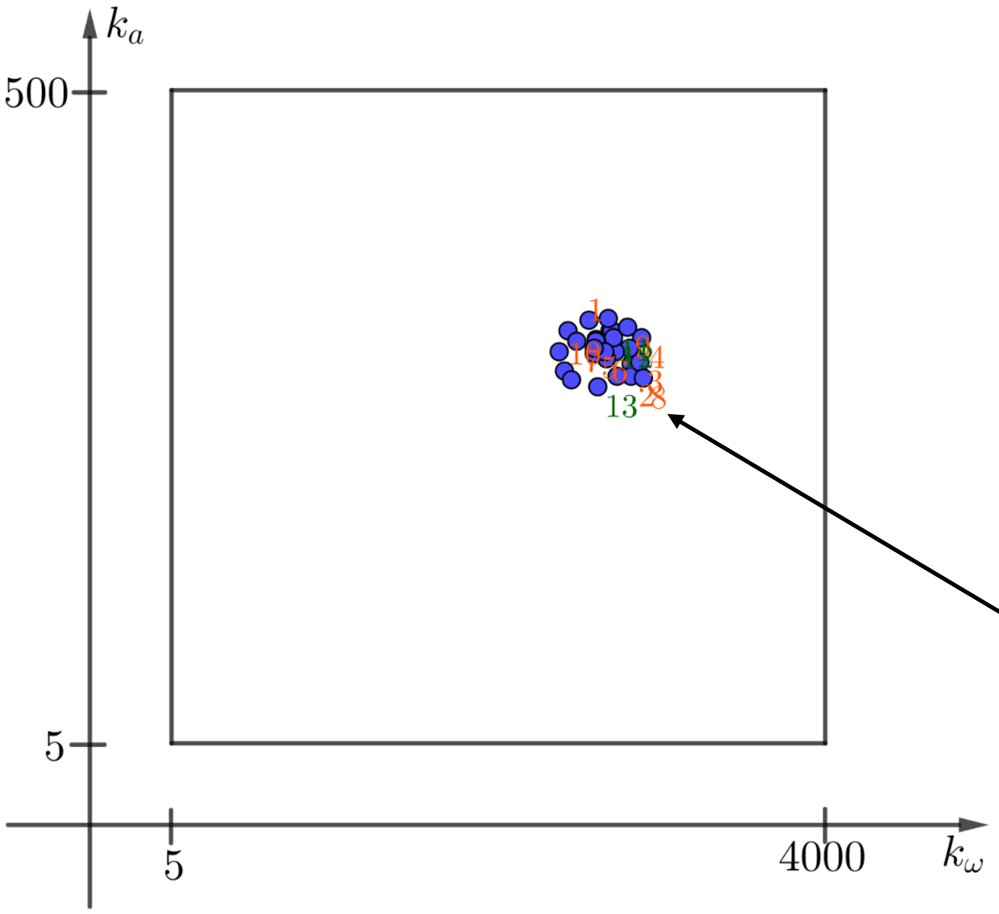
$$\mathbb{U} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \mid \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \le \mathbf{x} \le \begin{pmatrix} 4000 \\ 500 \end{pmatrix} \right\}$$

P = 29 – популяция (количество частиц в рое)

c_{in}, c_{cog}, c_{soc} – случайно (по формулам)

Модификация метода роя №2:
Через каждые m итераций окрестность частицы увеличивается на заданное число. У каждой частицы появляется дополнительная информация

Модификации метода роя



$$\mathbb{U} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \mid \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} \le \mathbf{x} \le \begin{pmatrix} 4000 \\ 500 \end{pmatrix} \right\}$$

P = 29 – популяция (количество частиц в рое)

c_{in}, c_{cog}, c_{soc} – ~~случайно (по формулам)~~

$$c_{in} = -0.4349$$

$$c_{cog} = -0.6504, \ c_{soc} = 2.2073^*$$

Модификация метода роя №3:
В тот момент, когда все частицы начинают собираться в окрестности лучшего из найденных положений, весовые коэффициенты в скорости меняются на **константные** значения для более быстрого схождения

*D. Simon, Evolutionary optimization algorithms. Biologically-inspired and Population-Based Approaches to Computer Intelligence, WILEY, 2013.

Функционал

$$\Phi = \int\limits_{T/2}^{T} \left| \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2} - \delta\omega_{абс} \right| dt + \int\limits_{T/2}^{T} \left| 1 - |q_0| - \delta q_{абс} \right| dt +$$

$$c_{1,\omega} \int\limits_{9T/10}^{T} \left| \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2} - \delta\omega_{абс} \right| dt + c_{1,q} \int\limits_{9T/10}^{T} \left| 1 - |q_0| - \delta q_{абс} \right| dt +$$

$$c_{2,\omega} \max\left(0, \left| \sqrt{\omega_{1,T}^2 + \omega_{2,T}^2 + \omega_{3,T}^2} - \delta\omega_{абс} \right| \right) + c_{2,q} \max\left(0, \left| 1 - |q_{0,T}| - \delta q_{абс} \right| \right)$$

Функционал

$$\Phi = \int_{T/2}^{T} \left| \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2} - \delta\omega_{абс} \right| dt + \int_{T/2}^{T} \left| 1 - |q_0| - \delta q_{абс} \right| dt +$$

$$c_{1,\omega} \int_{9T/10}^{T} \left| \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2} - \delta\omega_{абс} \right| dt + c_{1,q} \int_{9T/10}^{T} \left| 1 - |q_0| - \delta q_{абс} \right| dt +$$

$$c_{2,\omega} \max\left(0, \left| \sqrt{\omega_{1,T}^2 + \omega_{2,T}^2 + \omega_{3,T}^2} - \delta\omega_{абс} \right| \right) + c_{2,q} \max\left(0, \left| 1 - |q_{0,T}| - \delta q_{абс} \right| \right)$$

Интегральная часть функционала отвечает за скорость сходимости

Функционал

$$
\begin{aligned}
\Phi = &\int\limits_{T/2}^{T} \left| \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2} - \delta\omega_{абс} \right| dt + \int\limits_{T/2}^{T} \left| 1 - |q_0| - \delta q_{абс} \right| dt + \\
&c_{1,\omega} \int\limits_{9T/10}^{T} \left| \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2} - \delta\omega_{абс} \right| dt + c_{1,q} \int\limits_{9T/10}^{T} \left| 1 - |q_0| - \delta q_{абс} \right| dt + \\
&\boxed{c_{2,\omega} \max\left(0, \left| \sqrt{\omega_{1,T}^2 + \omega_{2,T}^2 + \omega_{3,T}^2} - \delta\omega_{абс} \right| \right) + c_{2,q} \max\left(0, \left| 1 - |q_{0,T}| - \delta q_{абс} \right| \right)}
\end{aligned}
$$

Отвечает за точность
в конечный момент времени
(обеспечивает выполнение заданных условий
на конечный кватернион и угловую скорость)

Функционал

$$\Phi = \int\limits_{T/2}^{T} \left| \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2} - \delta\omega_{абс} \right| dt + \int\limits_{T/2}^{T} \left| 1 - |q_0| - \delta q_{абс} \right| dt +$$

$$\boxed{c_{1,\omega}} \int\limits_{9T/10}^{T} \left| \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2} - \delta\omega_{абс} \right| dt + \boxed{c_{1,q}} \int\limits_{9T/10}^{T} \left| 1 - |q_0| - \delta q_{абс} \right| dt +$$

$$\boxed{c_{2,\omega}} \max\left(0, \left| \sqrt{\omega_{1,T}^2 + \omega_{2,T}^2 + \omega_{3,T}^2} - \delta\omega_{абс} \right| \right) + \boxed{c_{2,q}} \max\left(0, \left| 1 - |q_{0,T}| - \delta q_{абс} \right| \right)$$

Весовые коэффициенты подбираются так, чтобы порядок слагаемых был одинаковый

Численное моделирование

$$\hat{\mathbf{J}}\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}+\boldsymbol{\omega}\times\hat{\mathbf{J}}\boldsymbol{\omega}=\mathbf{m}\times\mathbf{B}+3\omega_0^2(\mathbf{Ae}_3)\times\hat{\mathbf{J}}(\mathbf{Ae}_3)+\mathbf{M}_{возм}$$

Реальное значение тензора инерции известно с ошибкой. Для моделирования:

$\mathbf{J}=diag(0.15,\ 0.13,\ 0.11)$ кг·м^2 $\rightarrow \hat{\mathbf{J}}=diag(0.17,\ 0.11,\ 0.09)$ кг·м^2

Возмущающий момент моделируется как случайная величина, $\left|\mathbf{M}_{возм}\right|=5\cdot10^{-9}$ Н·м

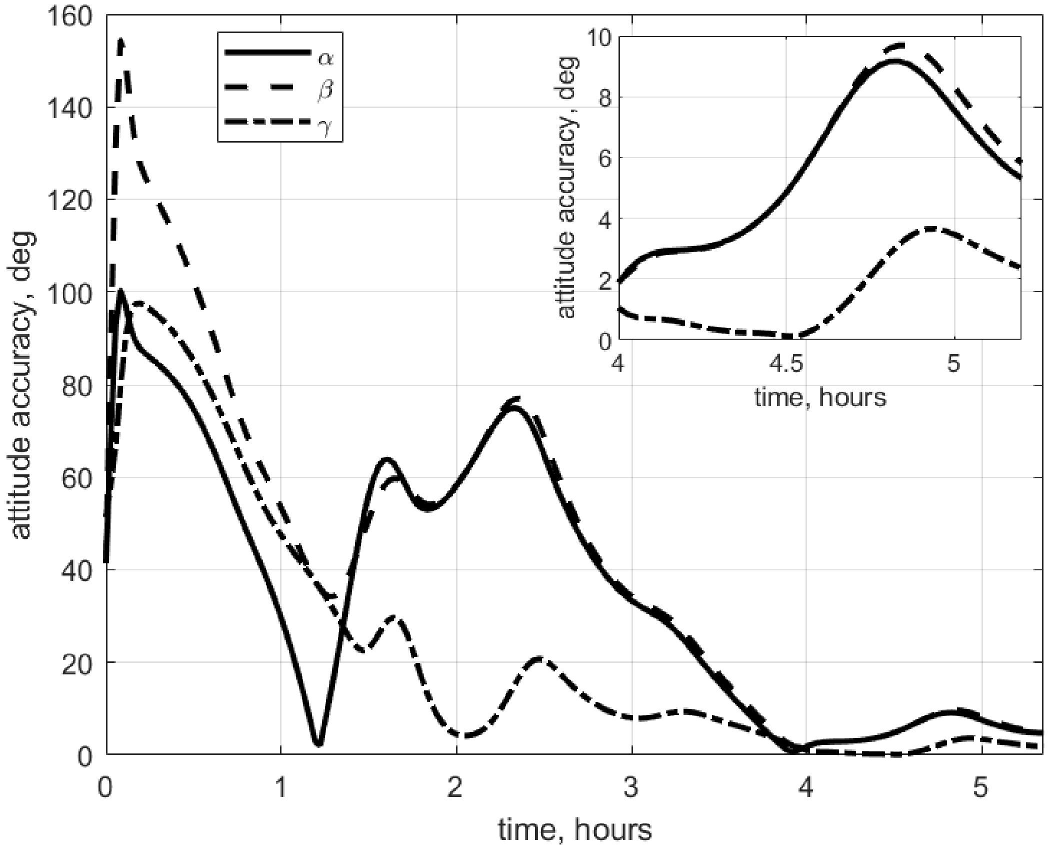
MATLAB

Численное интегрирование – метод Рунге-Кутты 4 порядка с постоянным шагом

Найденные методом роя коэффициенты управления:

$k_\omega=700.14$ Н·м, $k_a=239.37$ Н·м

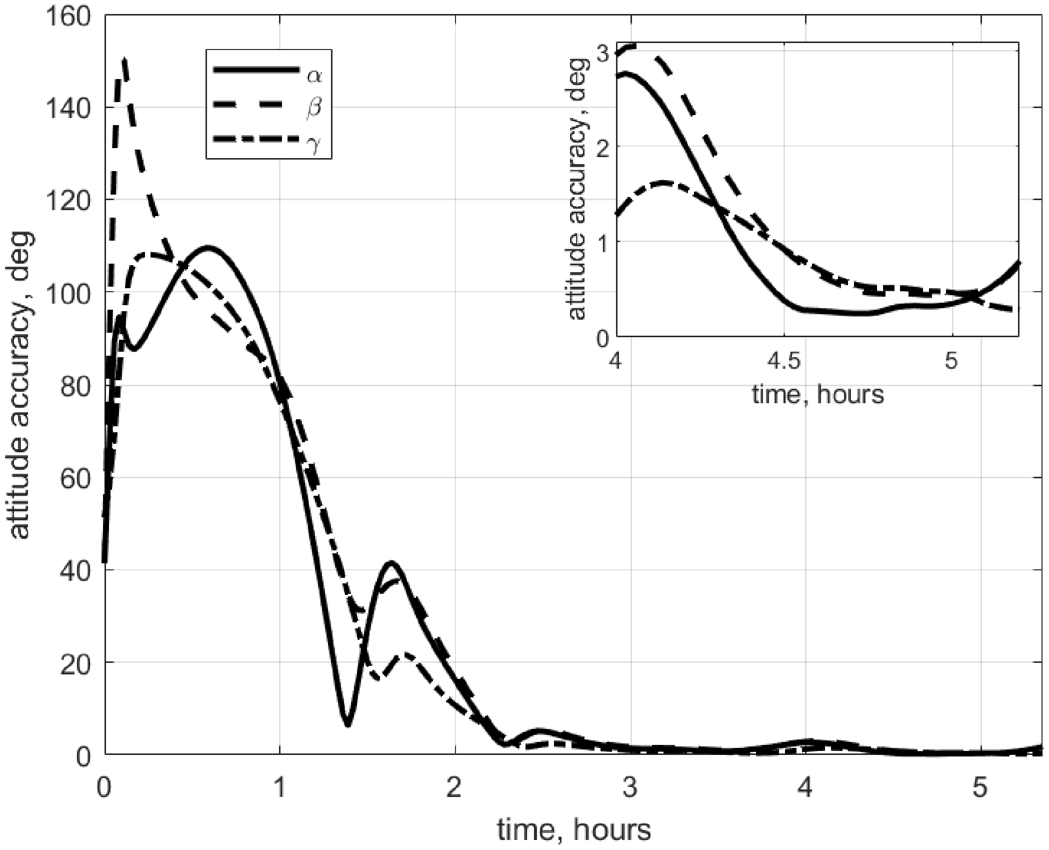
Сравнение результатов



Численное моделирование с коэффициентами управления, полученными приближенно

$k_{\omega} = 600$ Н $\cdot$ м, $k_a = 170$ Н $\cdot$ м

Точность ориентации – 7 градусов



Численное моделирование с коэффициентами управления, полученными методом роя частиц

$k_{\omega} = 700.14$ Н $\cdot$ м, $k_a = 239.37$ Н $\cdot$ м

Точность ориентации – 2.5 градуса

Дальнейшая работа

- Рассматривается задача **стабилизации «в среднем»**:

  обеспечить хорошую точность (около 10-15 градусов) в среднем за один виток, после того как аппарат был приведен в орбитальную стабилизацию

- Аппроксимация управления – **линейный сплайн**
- Функционал должен учитывать ограничения на величину кватерниона

$$\begin{cases} \text{если больше } 15\% \text{ времени } \mathbf{q} > \mathbf{q}_{15}, \text{ то штраф } \infty, \\ \mathbf{q}_{10} < \mathbf{q} < \mathbf{q}_{15}, \text{ подбираются весовые коэффициенты} \\ \mathbf{q} < \mathbf{q}_{10}, \quad \Phi = 0 \end{cases}$$

- Модификация метода роя для увеличения быстродействия

Заключение

- Рассмотрена проблема построения **трехосного магнитного управления КА** для обеспечения орбитальной ориентации с учетом локальной неуправляемости аппарата
- Описан классический подход, а также вдохновленный природой алгоритм оптимизации (**метод роя частиц**)
- **Модифицирован** метод роя частиц для решения рассматриваемой задачи
- Предложен **особый вид функционала**, который обеспечивает как быструю сходимость, так и высокую точность
- Получены **коэффициенты управления** с помощью метода роя частиц в возмущенной модели движения
- Проведено **сравнение** с результатами, полученными с помощью классического метода

Спасибо за внимание!