



САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
SAMARA UNIVERSITY



КОСМИЧЕСКИЙ ГРАДИЕНТ  
SPACE GRADIENT

# Построение алгоритма определения ориентации спутника с помощью расширенного фильтра Калмана

Селезнева Л.А., студентка 2го курса  
Научный руководитель: асп. Кумарин А.А.

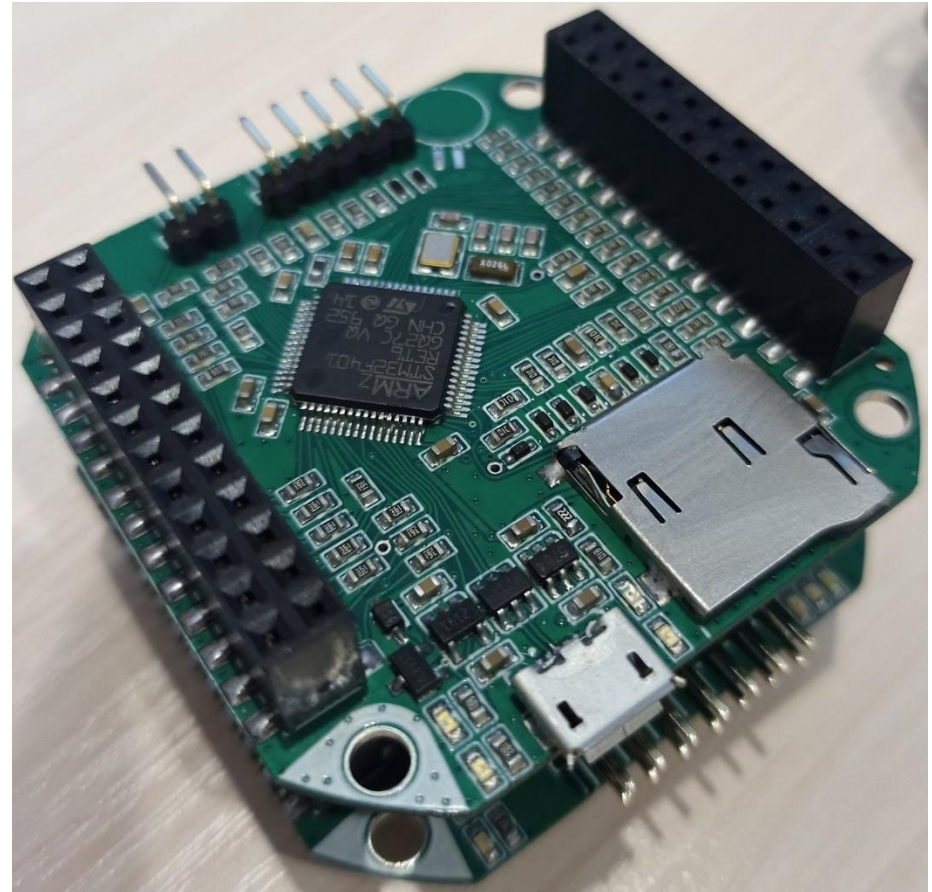
Самара, 2020г.



**Цель работы:** построение алгоритма определения ориентации космического аппарата на основе показаний одного инерциального датчика.

## **Задачи:**

- определение доступных инерциальных датчиков;
- изучение и сравнение существующих алгоритмов определения ориентации;
- выбор наиболее подходящего метода построения алгоритма ориентации;
- построение математической модели на основе выбранного метода;
- численный анализ полученных результатов.





Первые 2 члена ряда разложения гравитационного потенциала в ряд с учетом вращения Земли:

$$U = -\frac{\mu}{r} + \frac{\mu R_e^2 J_2}{r^3} \left( \frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \sin^2 \theta$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu}{(R_e + h)^3}}$$

$\mu$  - гравитационная постоянная,

$R_e$  – экваториальный радиус Земли,

$J_2 = 1,082626 \times 10^{-3}$  - зональный коэффициент, отвечающий за близость формы поверхности потенциала к геоиду,

$\theta$  – широта,

$\lambda$  – долгота,

$h$  = высота над уровнем моря.



$$\vec{g} = -\nabla U$$

$$\vec{g} = \left[ -\frac{\mu}{r^2} + \frac{\mu R_e^2 J_2}{r^4} \left( \frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right) \right] \hat{r} - \left[ \frac{3}{2} \frac{\mu R_e^2 J_2}{r^3} \cos 2\theta \right] \frac{\hat{r}}{r} - \omega^2 \hat{r} \sin^2 \theta$$

$$\frac{d\vec{g}}{dt} = \begin{bmatrix} \frac{dg_x}{dt} \\ \frac{dg_y}{dt} \\ \frac{dg_z}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4\mu r^2 + 5\mu R_e^2 J_2 - 2r^4 \omega^2 + (9\mu R_e^2 J_2 - 6r^4 \omega^2) \cos 2\theta \\ 4\mu r^2 + 5\mu R_e^2 J_2 - 2r^4 \omega^2 + (9\mu R_e^2 J_2 - 6r^4 \omega^2) \cos 2\theta \\ -4\mu r^2 + 7\mu R_e^2 J_2 - 6r^4 \omega^2 - (9\mu R_e^2 J_2 - 6r^4 \omega^2) \cos 2\theta \end{bmatrix} \frac{\omega \tilde{r}}{r^4}$$

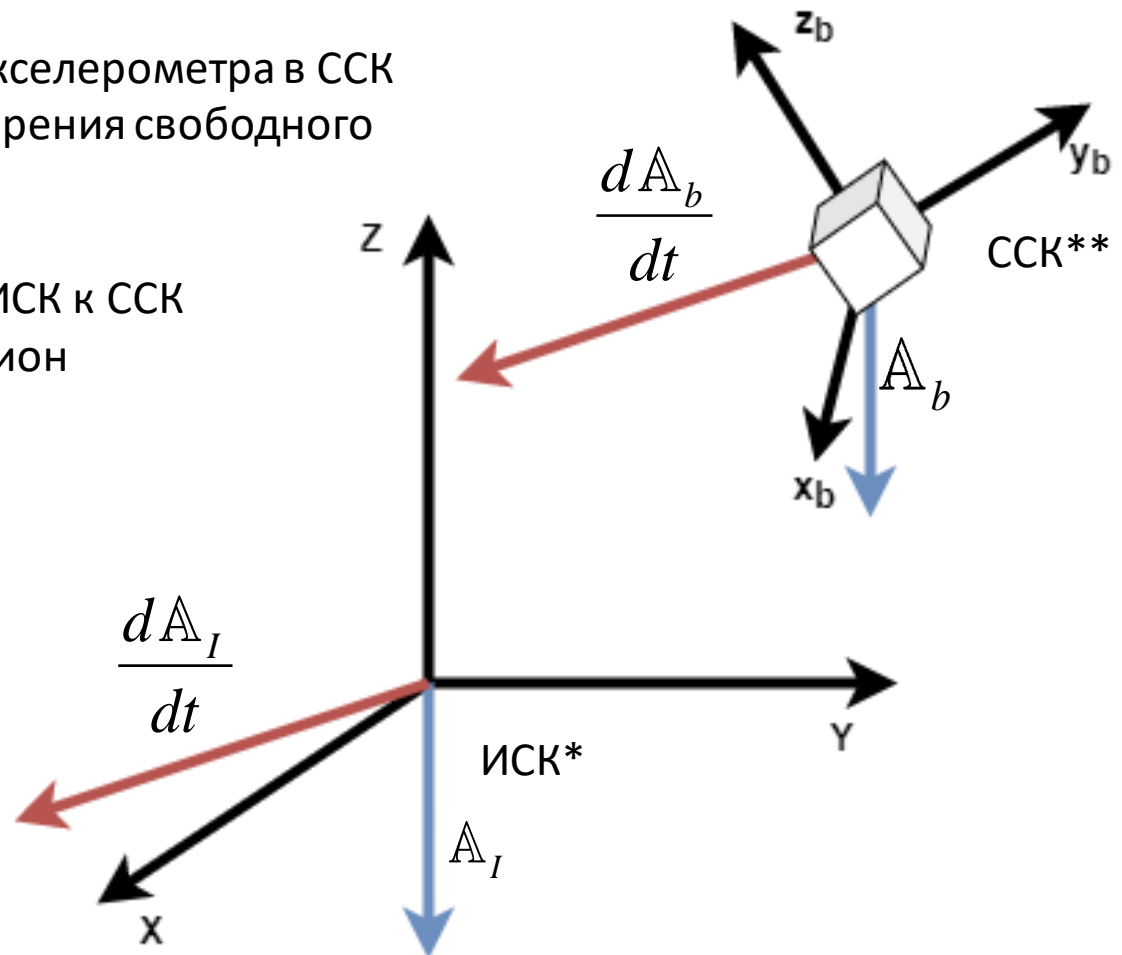
$$\hat{r} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \lambda \\ \cos \theta \sin \lambda \\ \sin \theta \end{bmatrix} \quad \tilde{r} = \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \lambda \\ \sin \theta \sin \lambda \\ \cos \theta \end{bmatrix} \quad \theta = \theta_0 + \omega t$$





$\mathbb{A}_b$  - кватернион показаний акселерометра в ССК  
 $\mathbb{A}_I$  - кватернион вектора ускорения свободного падения Земли в ИСК

$\mathbb{Q}$  - кватернион поворота от ИСК к ССК  
 $\mathbb{Q}^{-1}$  – сопряженный кватернион



\*Инерциальная система координат(ИСК) – связана с центром земли;

\*\*Связанная система координат(ССК) – связана с осями аппарата.



Динамические уравнения Эйлера:

$$\frac{d\vec{\omega}}{dt} = I^{-1} (\vec{M}^{ext} - [\vec{\omega}, \vec{\omega}I])$$

$\vec{\omega}$  – вектор угловой скорости аппарата в ССК,  $I$  – тензор инерции,  $\vec{M}^{ext}$  – результирующий вектор моментов внешних сил.

Уравнения Пуассона:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{2} QW$$

$W$  – кватернион угловой скорости.

Связь  $A_b$  и  $A_I$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_b = Q^{-1} A_I Q \\ \dot{A}_b = \frac{dQ^{-1}}{dt} A_I Q + Q^{-1} \frac{dA_I}{dt} Q + Q^{-1} A_I \frac{dQ}{dt} \end{array} \right.$$



Предсказание состояния системы:

$$\begin{cases} \hat{x}_{t,t} = f(\hat{x}_{t,t-1}) \\ P_{t,t} = J_f(\hat{x}_{t,t-1})P_{t,t-1}J_f^T(\hat{x}_{t,t-1}) + Q_{t-1} \end{cases}$$

$$\hat{x}_{t,t} = \begin{bmatrix} Q \\ W \end{bmatrix}$$

$$f = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}QW \\ 0 \\ \dot{\vec{\omega}} = I^{-1}(\vec{M}^{ext} - [\vec{\omega}, \vec{\omega}I]) \end{bmatrix}$$

$$Q = [q_0, q_1, q_2, q_3]$$

$$W = [0, \omega_x, \omega_y, \omega_z]$$

$\hat{x}_{t,t}$  - вектор состояния системы

$J_f$  - якобиан функции  $f$ , определенной динамическими уравнениями системы,

$P_{t,t}$  - ковариационная матрица ошибок,

$Q_{t-1}$  - ковариация шума процесса,

$W$  - кватернион угловой скорости аппарата.



Корректировка состояния системы:

$$\left\{ \begin{array}{l} K_t = P_{t,t} J_h^T(\hat{x}_{t,t}) \left( J_h(\hat{x}_{t,t}) P_{t,t} J_h^T(\hat{x}_{t,t}) + R_t \right)^{-1} \\ \hat{x}_{t,t+1} = \hat{x}_{t,t} + K_t \left( z_t - h(\hat{x}_{t,t}) \right) \\ P_{t,t+1} = \left( E - K_t J_h(\hat{x}_{t,t}) \right) P_{t,t} \end{array} \right. \quad h = \begin{bmatrix} \mathbb{A}_b \\ \frac{d\mathbb{A}_b}{dt} \end{bmatrix}$$

$J_h$  – якобиан функции, определенной моделью измерений  $h$ ,

$P_{t,t}$  – ковариационная матрица ошибок,

$Q_{t-1}$  – ковариация шума процесса,

$K_t$  – коэффициент усиления Калмана,

$z_t$  – измерения акселерометра,

$E$  - единичная матрица,

$h$  - модель измерений,

$\mathbb{A}_b$  - кватернион показаний акселерометра в ССК.





Входные данные для фильтра:

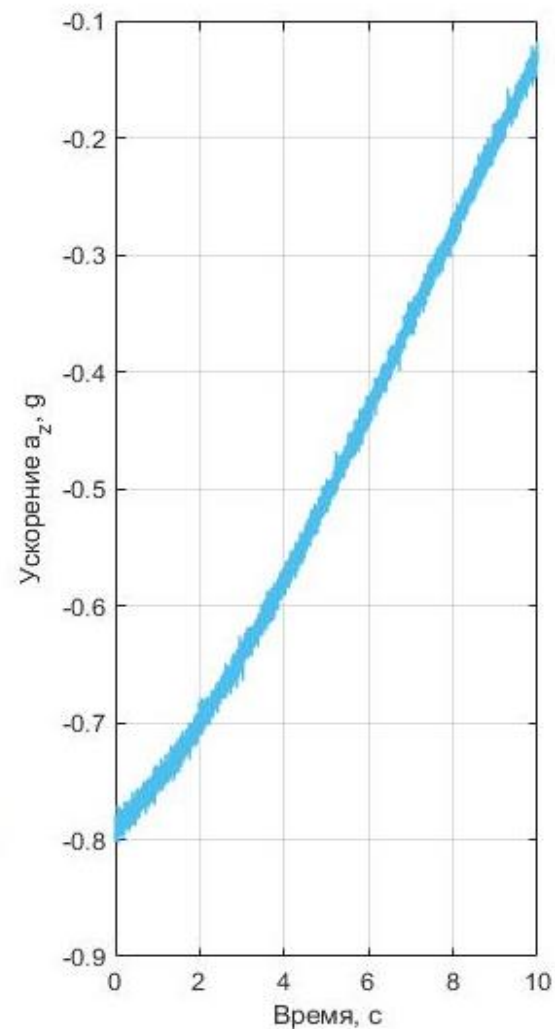
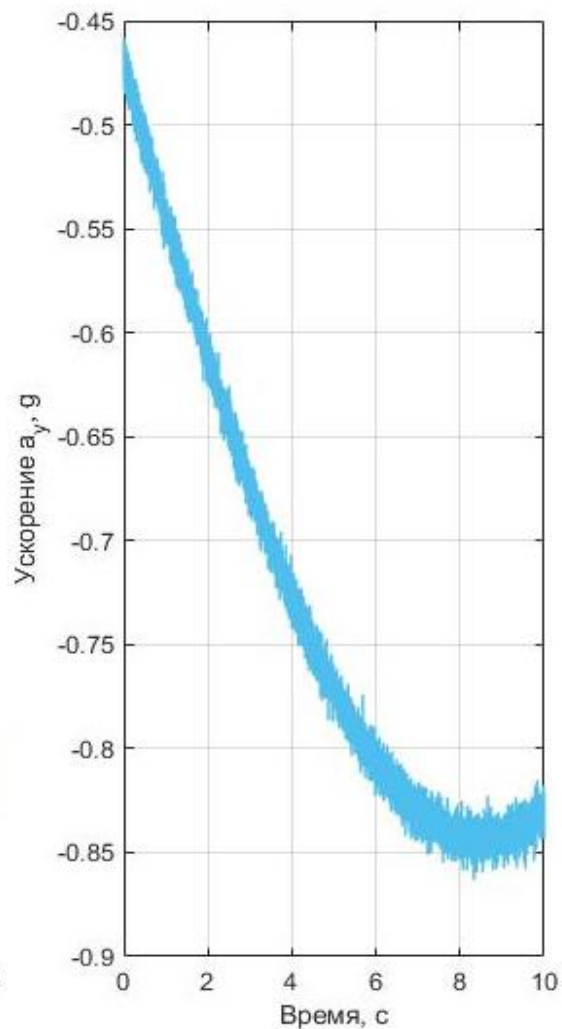
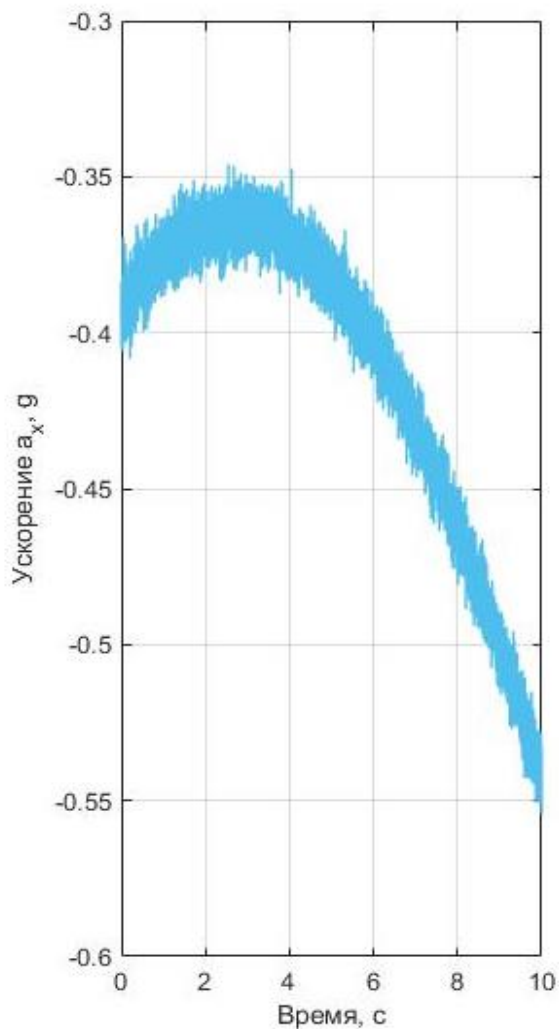
Величина	Значение
Вектор начального положения системы $\hat{x}_0$	[1,0,0,0, 0,0,0,0]
Момент инерции по оси X, кг м <sup>2</sup>	0,1
Момент инерции по оси Y, кг м <sup>2</sup>	0,1
Момент инерции по оси Z, кг м <sup>2</sup>	0,05

Информация о внешних условиях:

Величина	Значение
Вектор начальной угловая скорости, рад/с	[0, 0, 0.2π]
Относительная зашумленность входных данных	0-5%
Широта	0°
Долгота	90° в.д.
Высота над уровнем моря, км	400

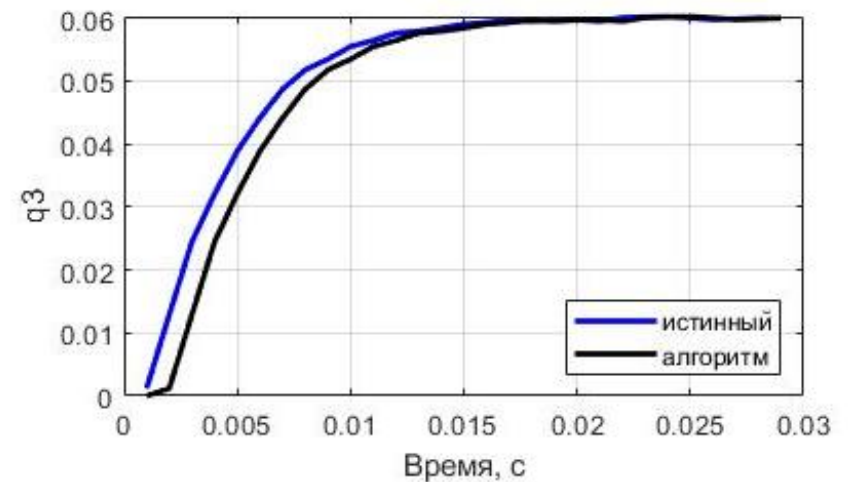
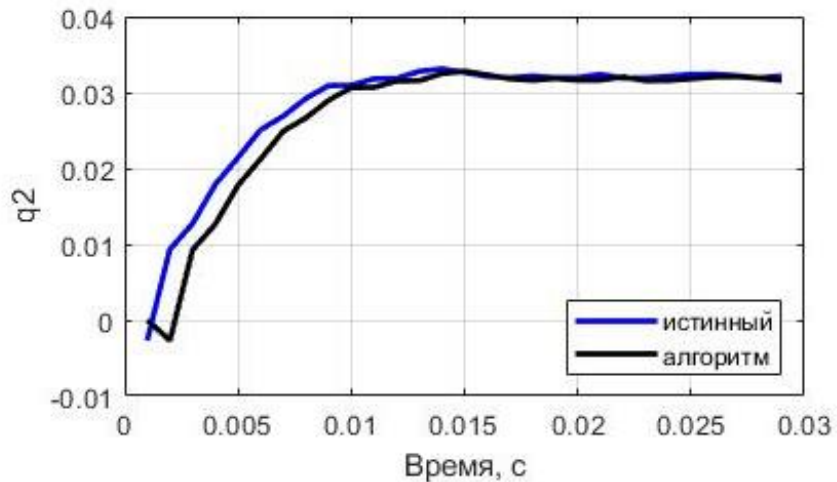
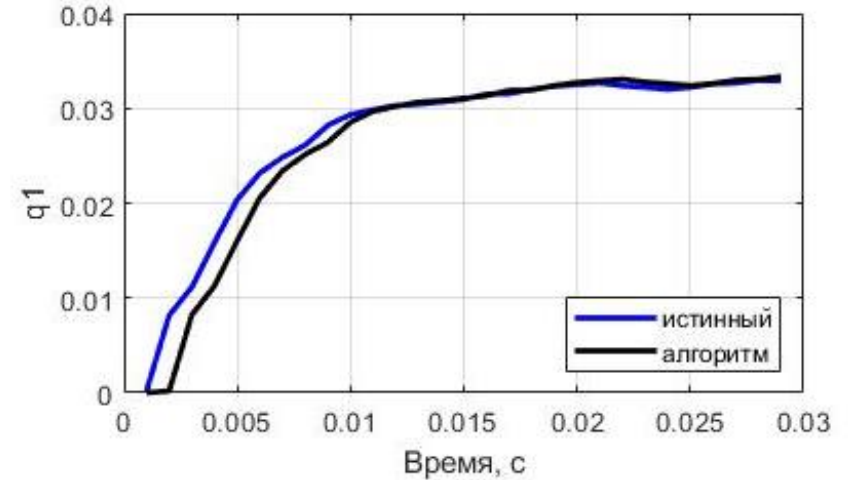
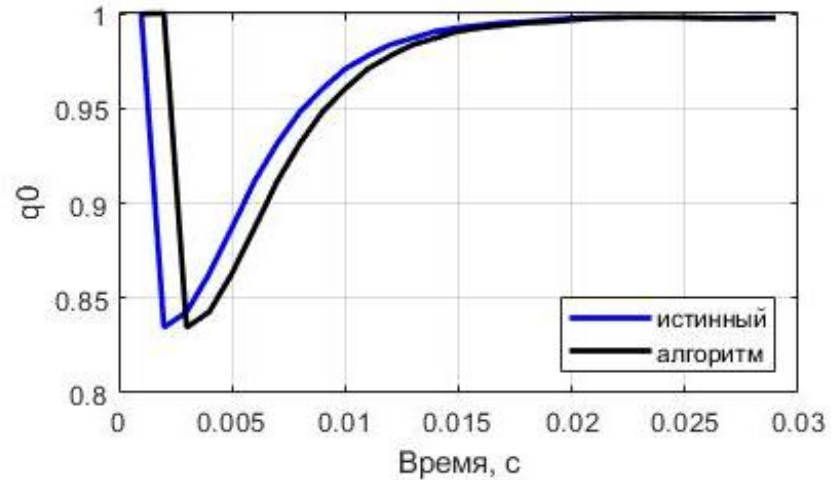


Зашумленные показания с акселерометра:



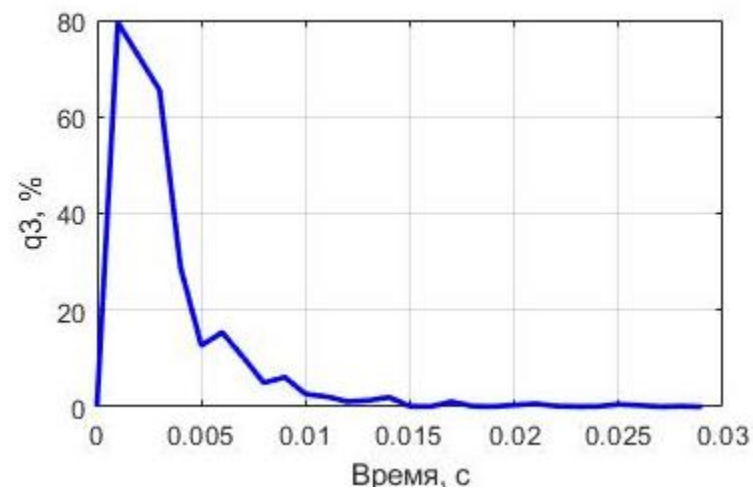
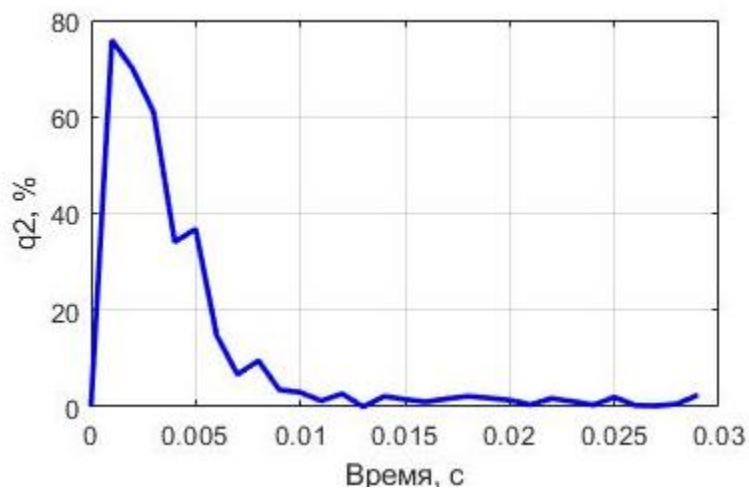
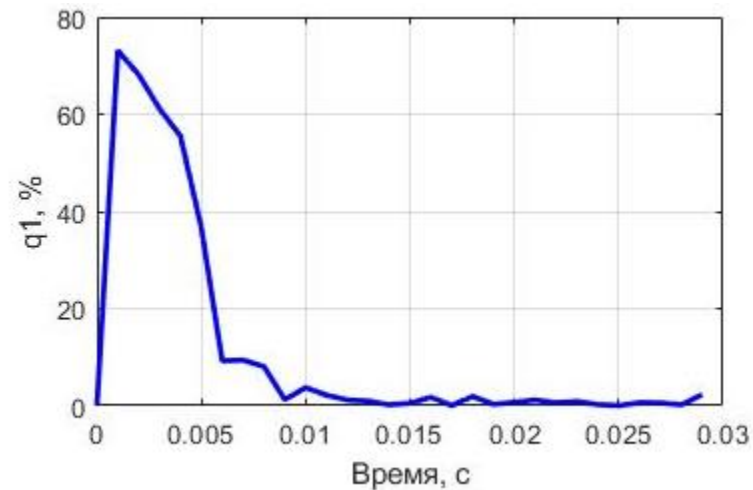
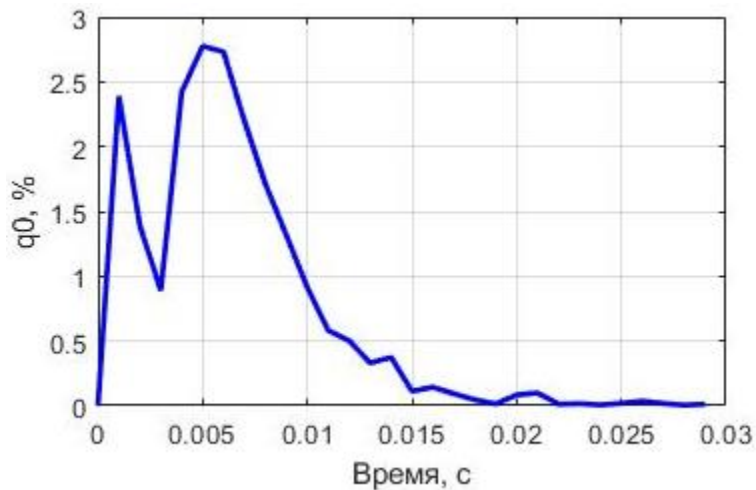


Кватернион истинного положения тела и вычисленный алгоритмом:



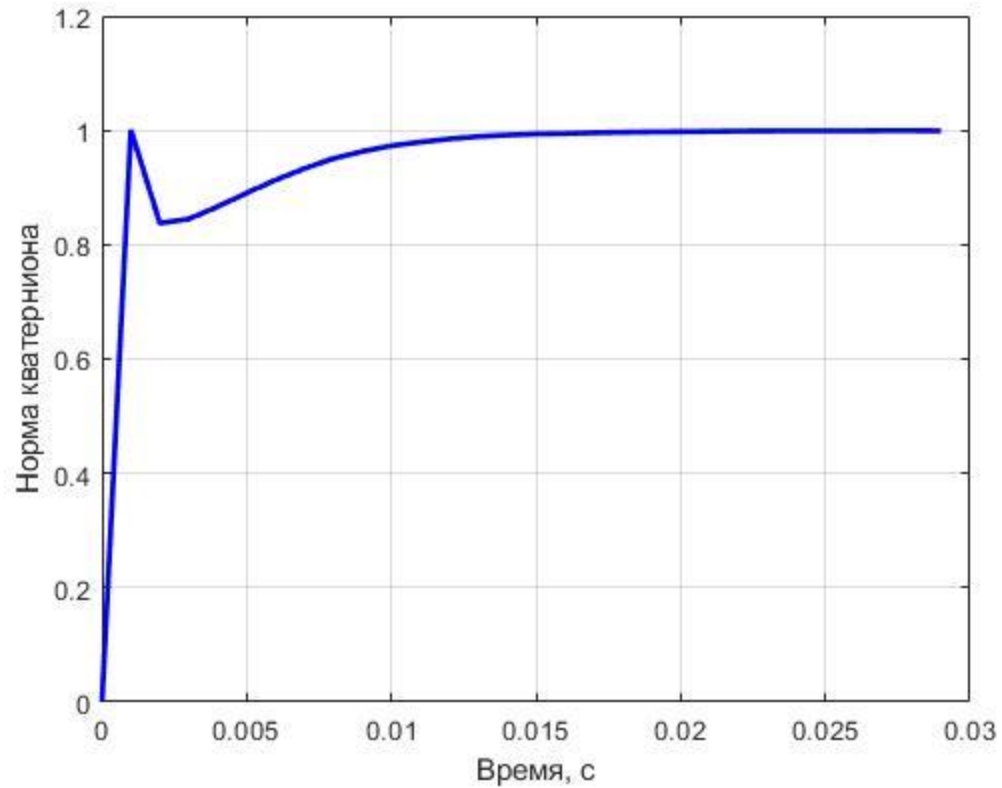


Относительная ошибка вычисления положения(%):





Нормировка кватерниона:





Что уже сделано?

- построена математическая модель изучаемого процесса;
- выбран и реализован метод построения алгоритма ориентации;
- произведено численное моделирование работы алгоритма в пакете программ MATLAB

Что планируется сделать?

- уточнить ковариации шума модели измерения и шума модели процесса;
- протестировать алгоритм в работе над выборками данных с реального акселерометра;
- уточнить модель гравитационного поля Земли.



САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
SAMARA UNIVERSITY



КОСМИЧЕСКИЙ ГРАДИЕНТ  
SPACE GRADIENT

**THANK YOU**

email: [selezneva.l.a.mail@gmail.com](mailto:selezneva.l.a.mail@gmail.com)

Youth Aerospace Engineering  
Society "Space Gradient"  
Samara University  
[vk.com/cansat\\_samara](https://vk.com/cansat_samara)