

64-я научная конференция МФТИ

3 декабря 2021 года, Москва



Определение параметров гравитационного поля с использованием метода детерминированного обучения

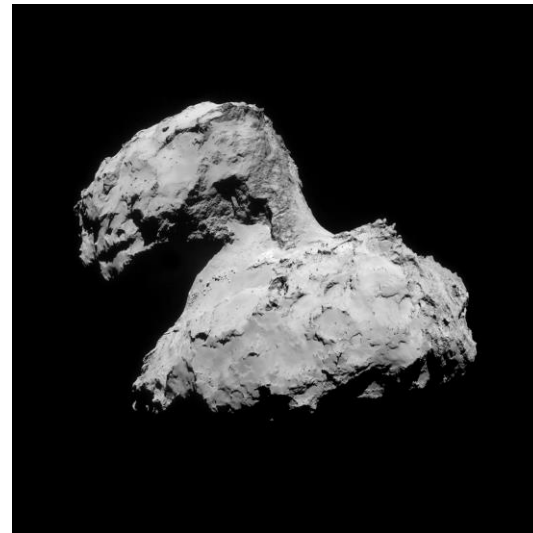
С.М.Базов¹, М.Г. Широбоков²

¹Московский физико-технический институт

²Институт прикладной математики им М.В. Келдыша РАН

Актуальность

- Изучение гравитационных полей небесных тел
- Планирование миссий к удаленным телам Солнечной системы со сложным полем



Особенности подхода

- Возможность уточнять характеристики гравитационного поля по мере движения вдоль траектории (обучаться online)
- Способность аппроксимировать любые силы действующие на аппарат, если его траектория периодическая
- Относительная простота реализации и работы метода, по сравнению с другими способами определения полей

Цели и Задачи

Цель:

-Оценка применимости метода детерминированного обучения для определения параметров гравитационного поля

Задачи:

-Реализация метода детерминированного обучения

-Применение метода в задаче определения гравитационного поля

Аппроксимация неизвестной динамики

$$\dot{x} = F(x, p), \quad x(t_0) = x_0$$

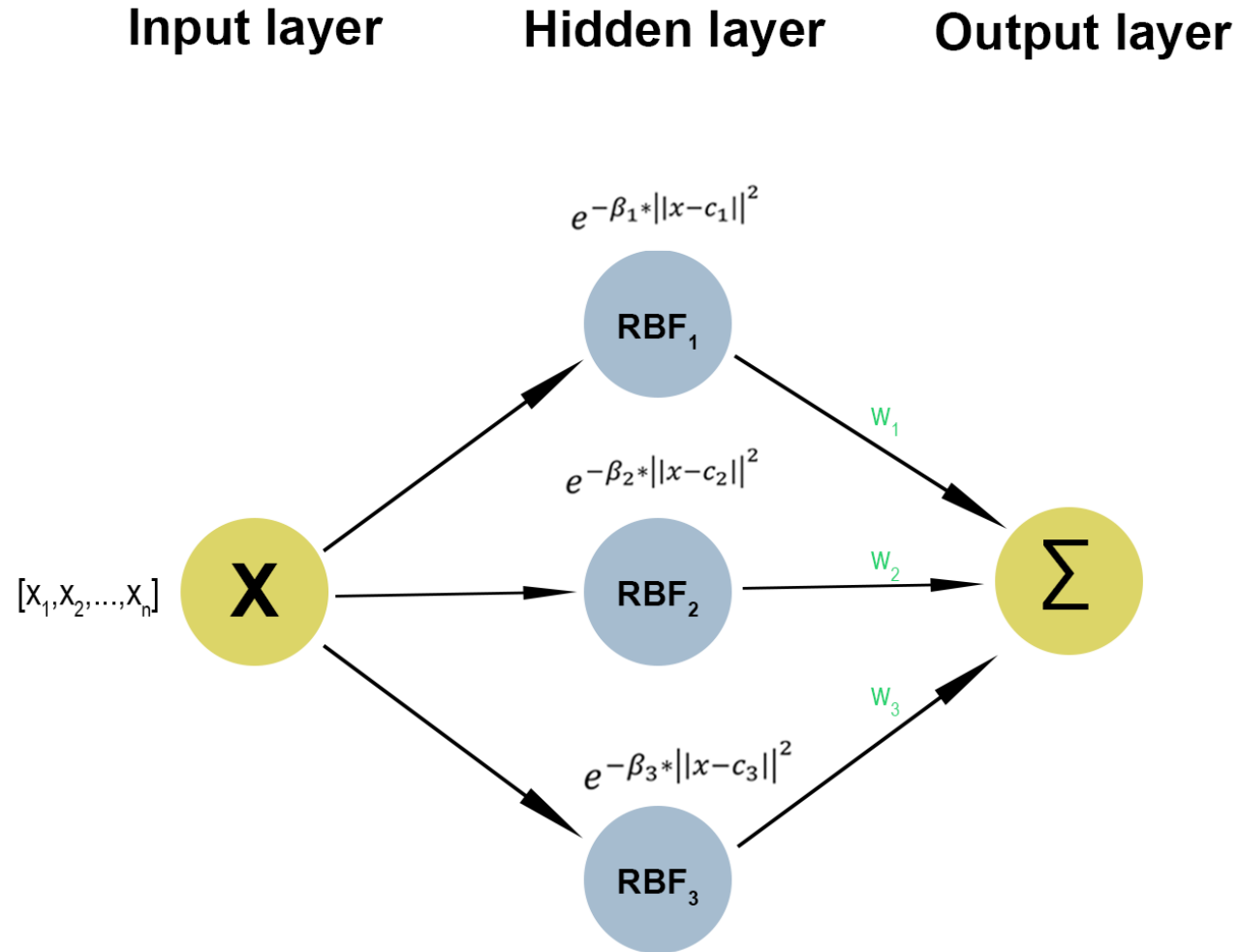
x – фазовый вектор системы

$F(x, p)$ - непрерывная нелинейная неизвестная функция

\forall непрерывной, ограниченной и нелинейной $F(z)$, \exists оптимальные веса нейросети W^* , такие что $\forall \varepsilon(z) > 0$:

$$\left| F(z) - W^{*T} s(z) \right| < \varepsilon(z)$$

RBF - нейросеть



$$f_{nn}(x) = W^T S(x) = \sum_{i=1}^N \omega_i \cdot s_i(x)$$

Радиально базисная функция(гауссисан):

$$s_i(x) = \exp[-\beta \cdot \|x - c_i\|^2]$$

c_i - Гауссовские центры радиально-базисных функций

ω_i - веса нейросети

Детерминированное обучение

Для любой конечной периодической или квазипериодической траектории динамической системы с правой частью $F(x)$ и начальным условием $x(t_0) = x_0$, веса \hat{W}^T RBF сети, обновляемые на траектории системы с помощью уравнений:

$$\dot{\hat{x}} = -A(\hat{x} - x) + \hat{W}^T S(x)$$

$$\dot{\hat{W}} = -BS(x)(\hat{x} - x) - \sigma \hat{W}, \text{ где}$$

A, B, σ – положительные константы

Сходятся в малой окрестности от оптимальных весов W^* , при условии конечного, но достаточно большого числа узлов нейросети, и гауссовских центров расположенных близко к траектории

Определение уравнения движения в простейшей задаче двух тел

Постановка задачи:

Двумерный случай

Нейросеть обучается на круговой орбите

Уравнение движения и н.у. в безразмерных единицах:

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\vec{r}}{r^3}$$

$$r(0) = (1,0)$$

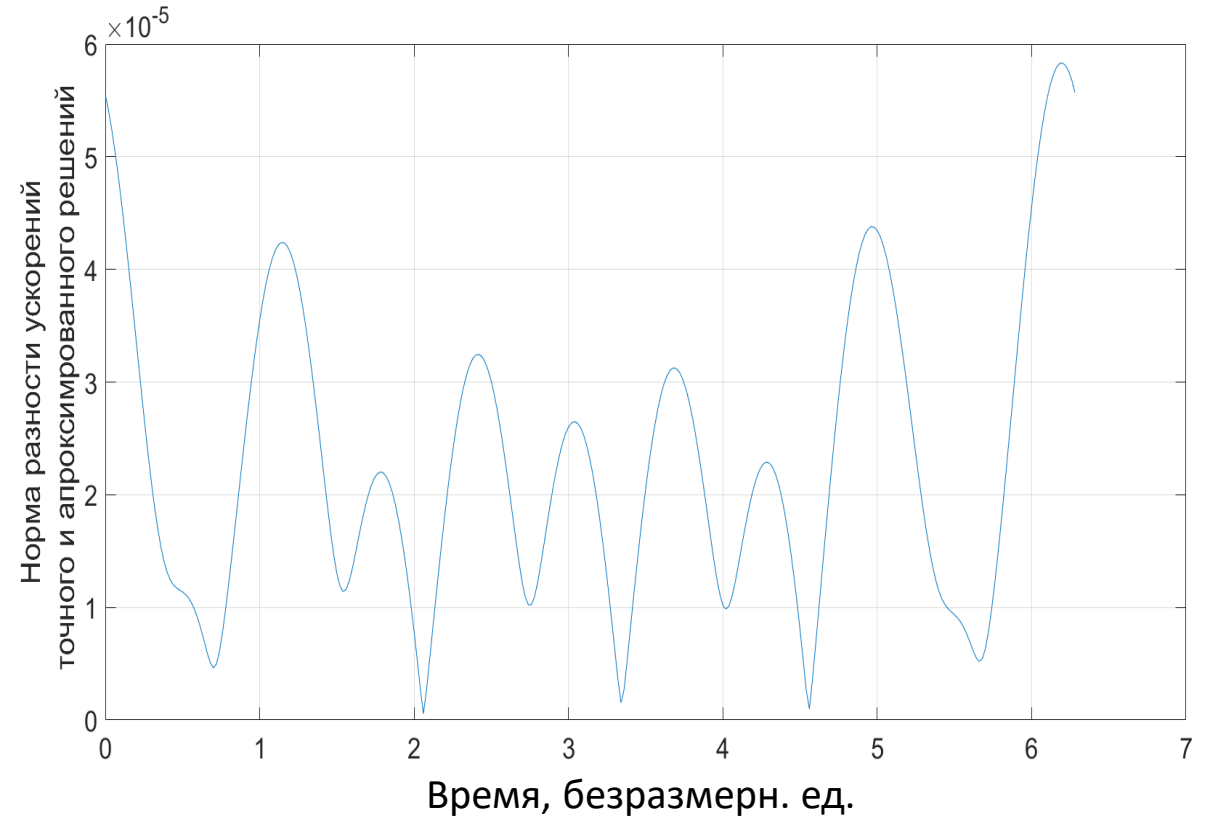
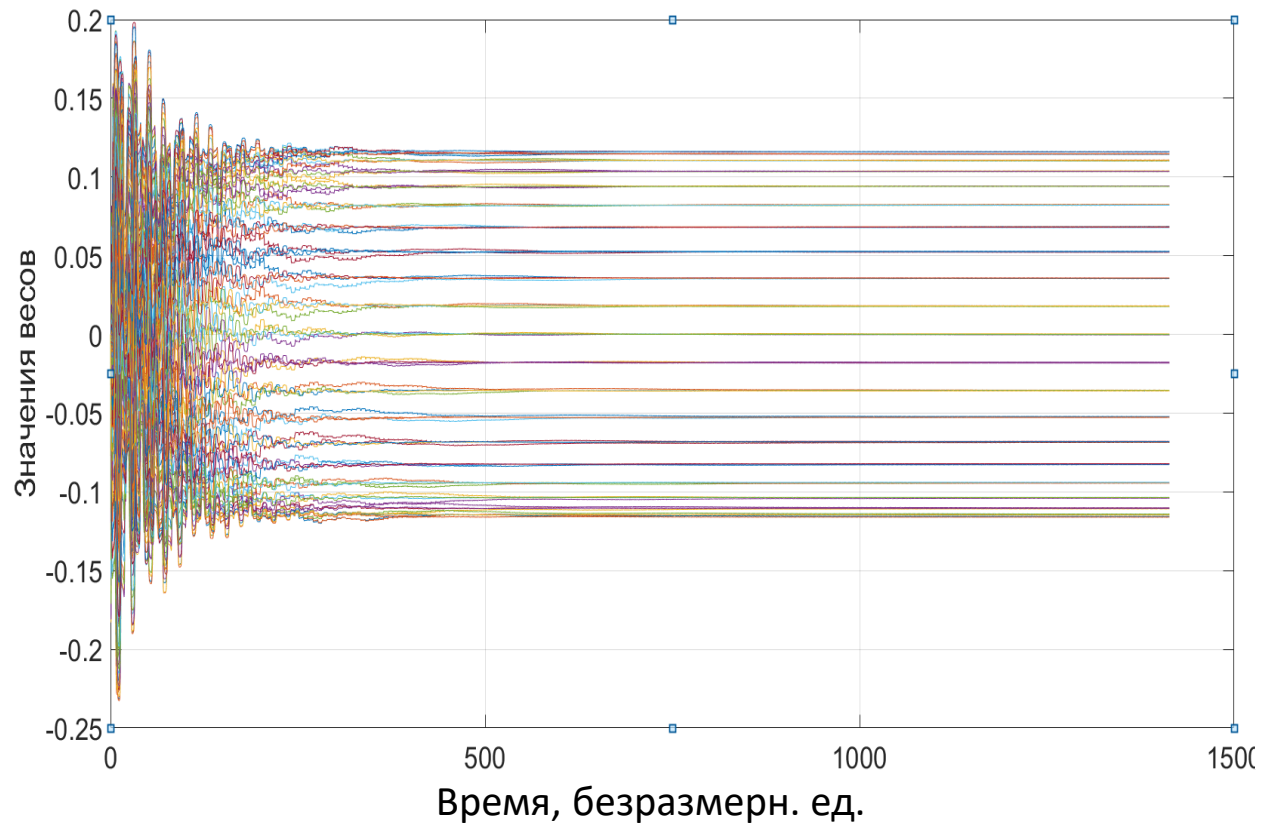
$$v(0) = (0,1)$$

$N = 40$ центров нейросети равномерно расположены на траектории

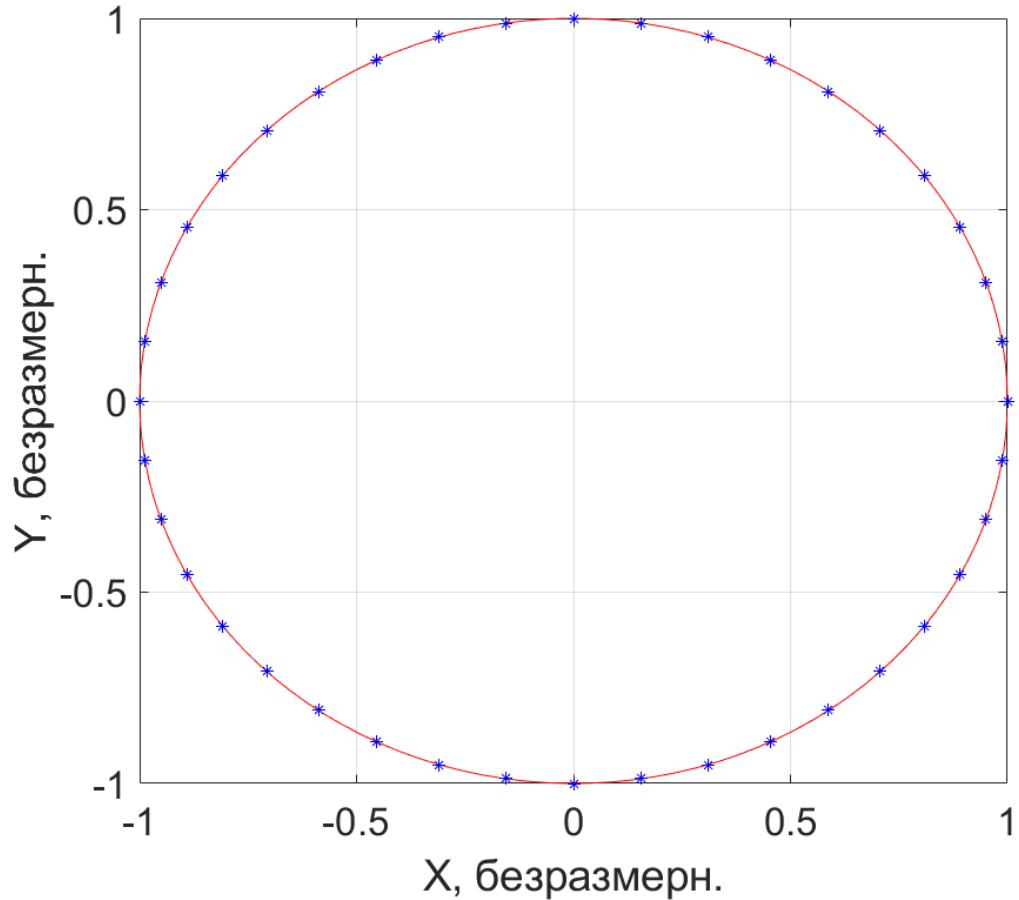
В нейросеть подается точный фазовый вектор

Задача нейросети точно аппроксимировать правую часть уравнения движения

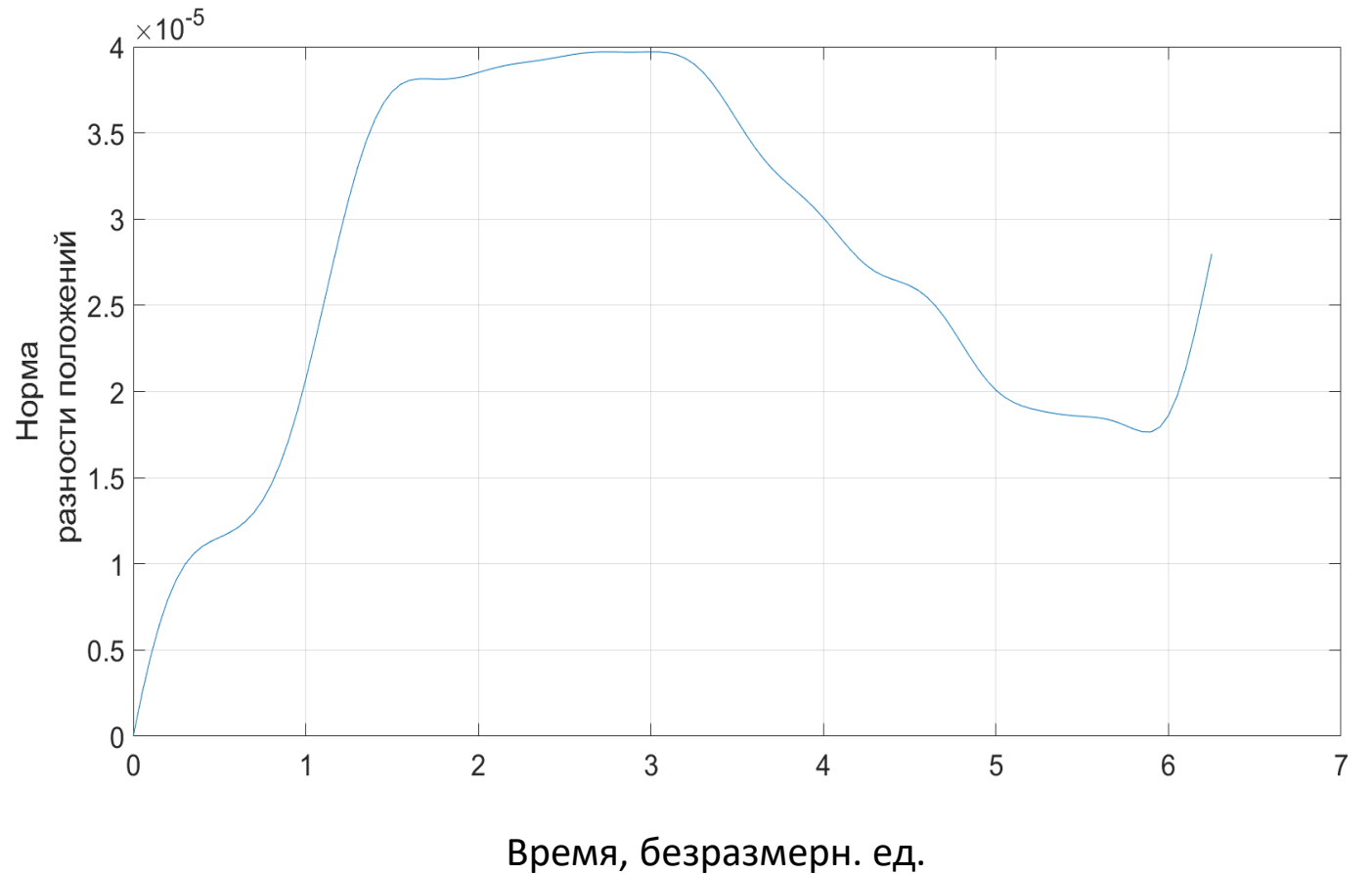
Определение уравнения движения в простейшей задаче двух тел



Определение уравнения движения в простейшей задаче двух тел



* - местоположение центров



Определение уравнения движения в поле Луны

Постановка задачи:

Трёхмерный случай

Нейросеть обучается на круговой орбите

Используются безразмерные единицы

Используется модель сложного поля Луны в разложении 5 гармоник потенциала

$$r(0) = (1, 0, 0)$$

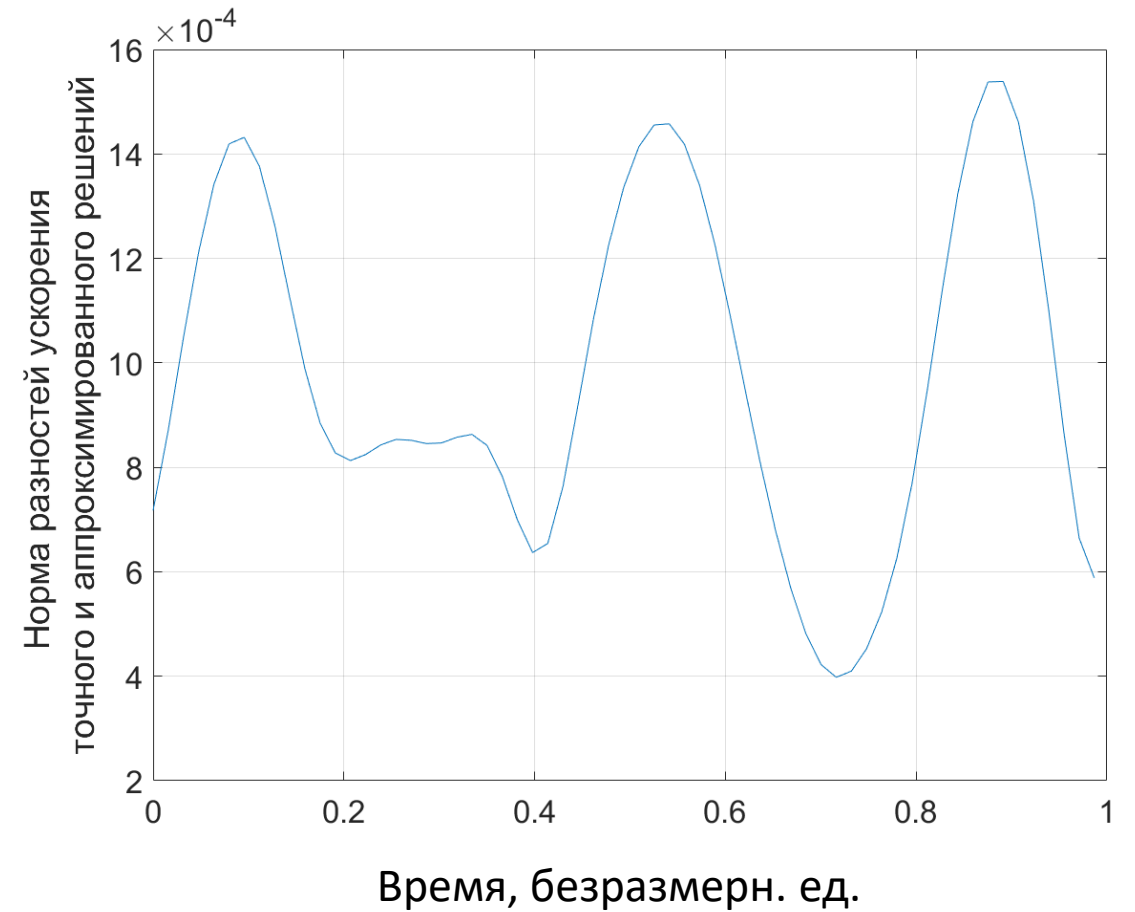
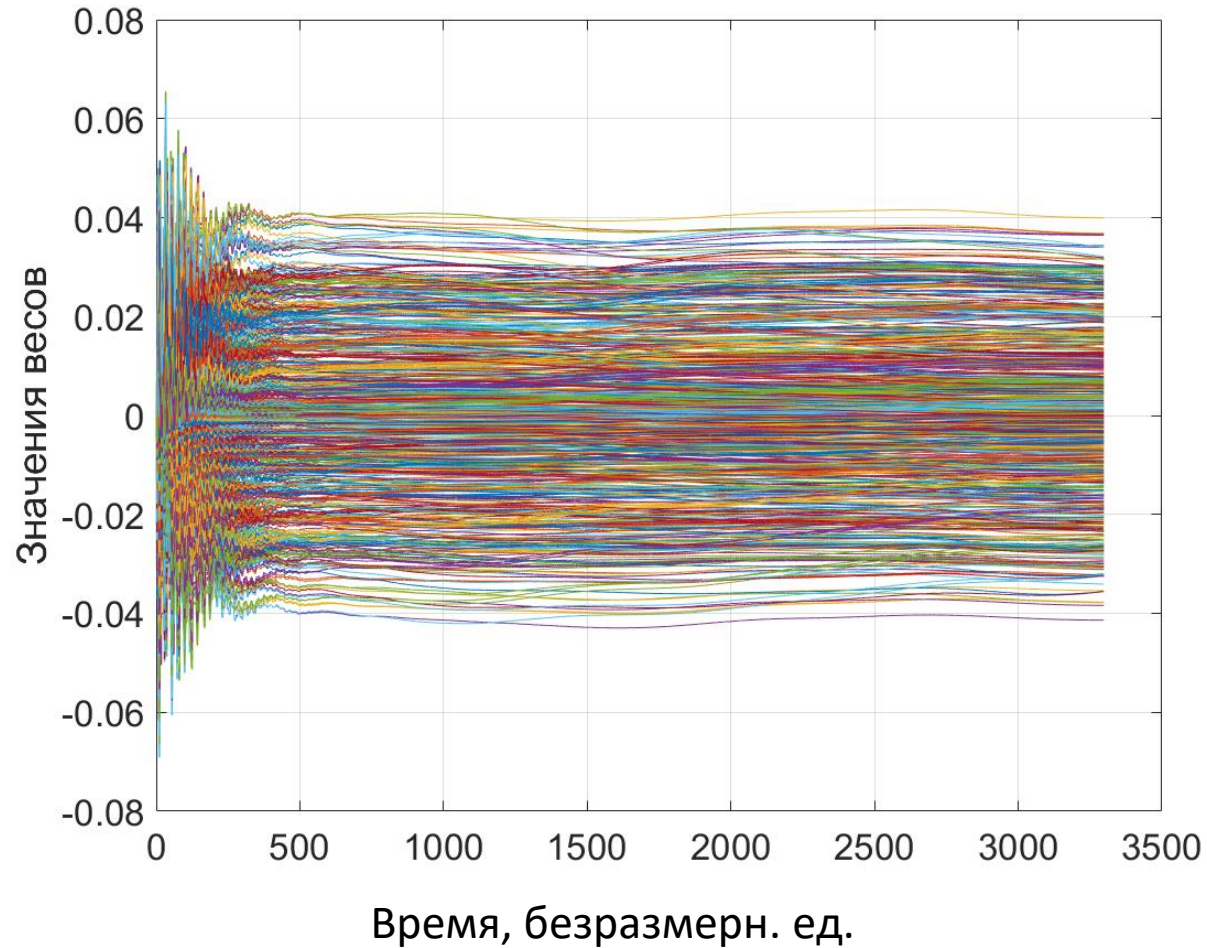
$$v(0) = \left(0, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$N = 282$ центра распределены вдоль траектории

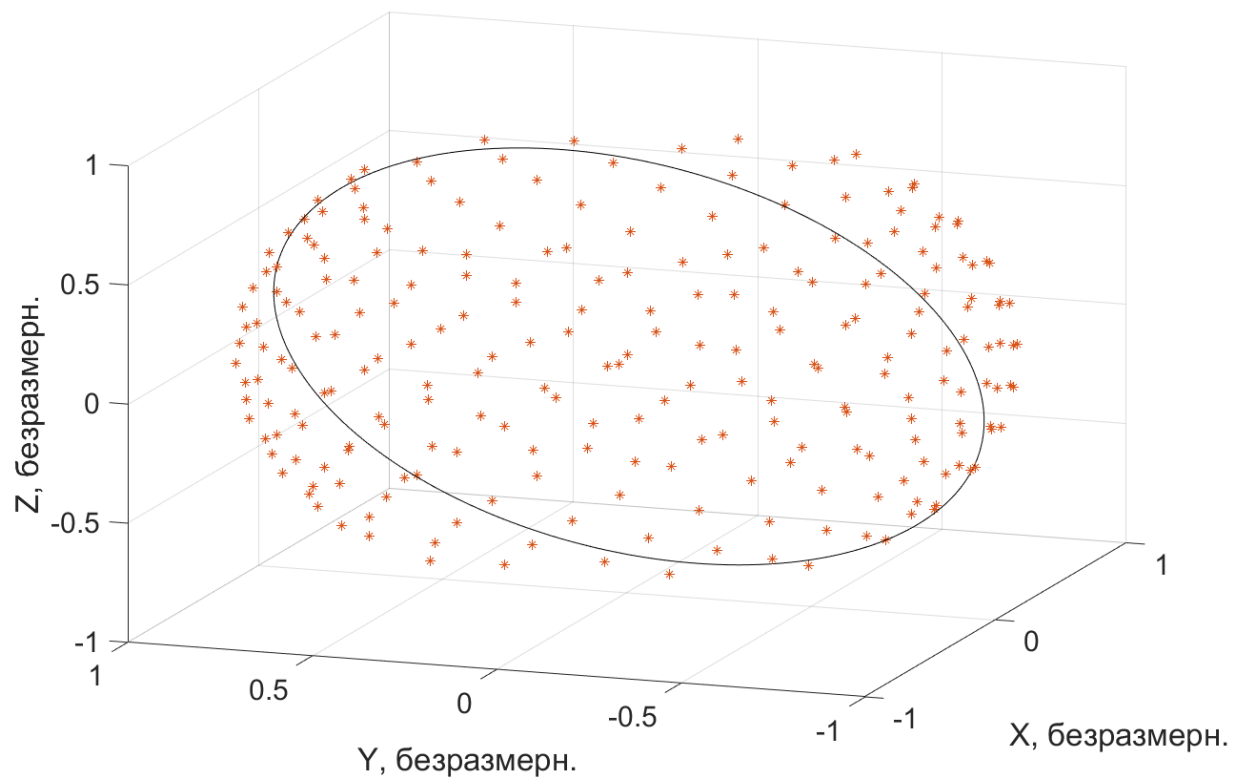
В нейросеть подается точный фазовый вектор

Задача нейросети точно аппроксимировать правую часть

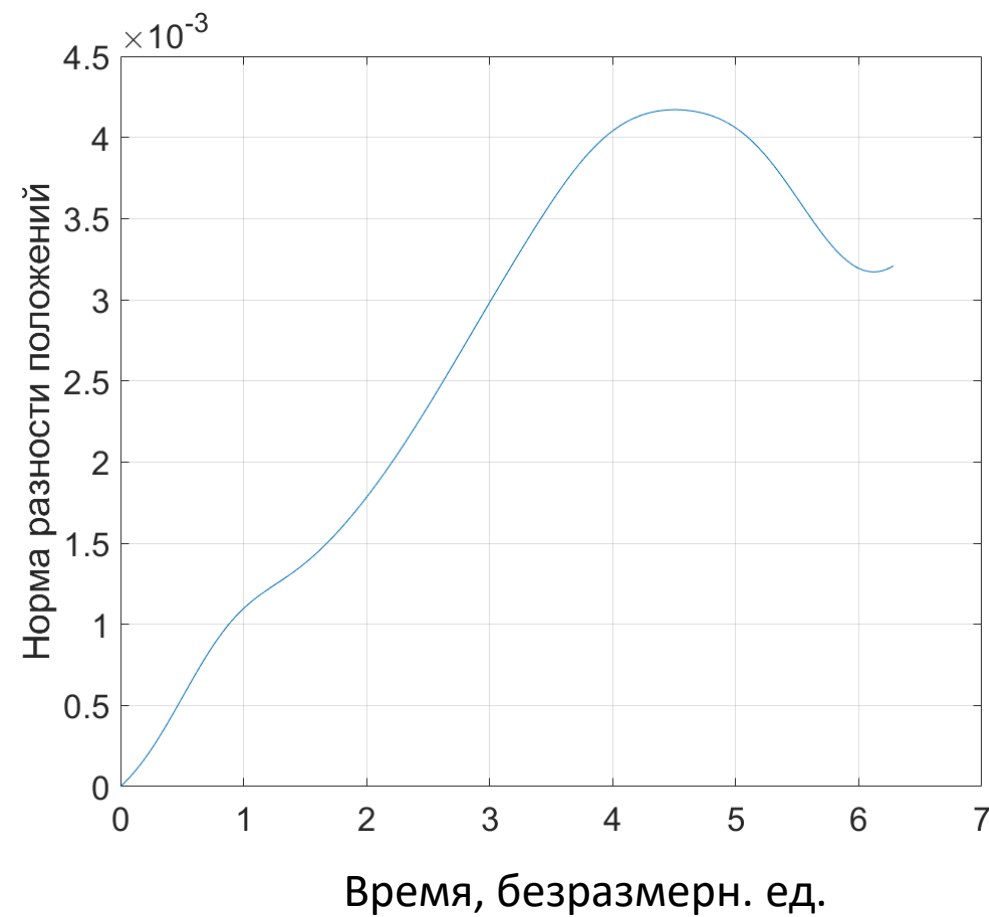
Определение уравнения движения в поле Луны



Определение уравнения движения в поле Луны



* - местоположение центров



Выводы

- Поставлена и решена задача определения параметров гравитационного поля с помощью метода детерминированного обучения
- На примере простейшей задачи двух тел и задачи движения в гравитационном поле Луны показан принцип применения метода детерминированного обучения для определения параметров гравитационного поля

Спасибо за внимание!

Дальнейшие исследования

- Оценка влияния ошибок измерений положения и скорости КА на точность определения гравитационного поля
- Оптимизация и улучшение точности работы метода