

64-я научная конференция МФТИ

3 декабря 2021 года, Москва



Аппроксимация функции оптимального управления космическим аппаратом методом детерминированного обучения

А.О.Осипов¹, М.Г. Широбоков²

¹Московский физико-технический институт

²Институт прикладной математики им М.В. Келдыша РАН

План

- Актуальность
- Преимущества метода
- Описание метода
- Постановка задачи
- Результаты
- Выводы
- План дальнейшей работы

Актуальность

- Существует много методов, позволяющих получить программное оптимальное управление
- Однако, программное управление чувствительно к возмущениям.
- Управление с обратной связью лучше подходит

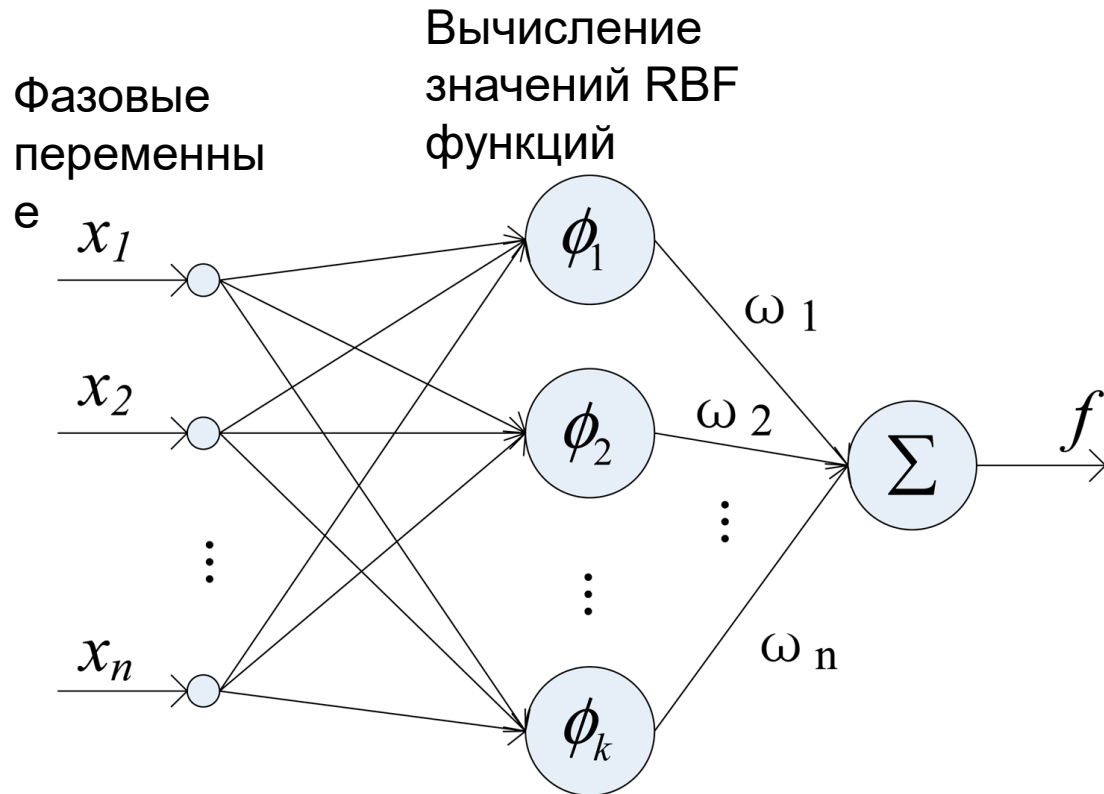
Преимущества метода

- Возможность использовать различные подходы:
 - Идентификация оптимального управления
 - Построение оптимального управления
- «Легкость» преобученной сети

Цели и Задачи

- **Цель:**
- Оценка применимости метода детерминированного обучения для получения управления с обратной связью
- **Задачи:**
- Реализация метода детерминированного обучения
- Применение метода в задаче управления

Архитектура нейросети



Радиально базисная функция:

$$s_i(x) = \exp[-\beta \cdot \|x - c_i\|^2]$$

c - Гауссовские центры радиально-базисных функций

$\beta > 0$ — коэффициент RBF

Аппроксимирующая функция:

$$f_{nn}(x) = W^T S(x) = \sum_{i=1}^N \omega_i \cdot s_i(x)$$

$W = [\omega_1, \omega_2, \dots]$ — веса нейросети

Постановка общей задачи

- $$\dot{x} = F(x, p), \quad x(t_0) = x_0$$

x — фазовый вектор системы

$F(x, p)$ — неизвестная непрерывная нелинейная функция

p — параметр системы, в нашей модельной задаче не используется

Для непрерывной, ограниченной и нелинейной $F(z)$, существуют оптимальные веса нейросети — такие, что результат аппроксимации отличается не больше чем на заданную наперед функцию фазового вектора

$$\left| F(z) - W^{*T} s(z) \right| < \varepsilon(z)$$

Детерминированное обучение

Существует теорема, что для любой квазипериодической или периодической траектории веса RBF нейросети W , которые удовлетворяют следующим выражениям:

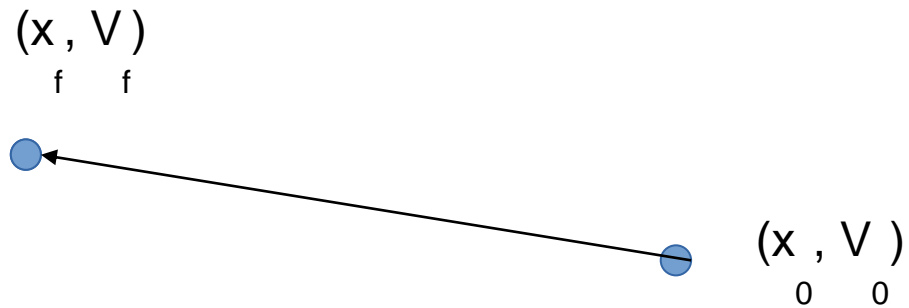
$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= -A(\hat{x} - x) + \hat{W}^T S(x) \\ \dot{\hat{W}} &= -BS(x)(\hat{x} - x) - \sigma \hat{W}, \text{ где}\end{aligned}$$

A, B — положительно-определенные матрицы

σ — положительная константа

Сходятся в малой окрестности от оптимальных весов W^* , при условии конечного, но достаточно большого числа узлов нейросети, и гауссовских центров расположенных близко к траектории

Простейшая задача управления



○ Центр притяжения

$$\begin{aligned}\dot{\vec{x}} &= \vec{V} \\ \dot{\vec{V}} &= \frac{\mu}{|\vec{x}|} + \vec{U} \\ \vec{U} &= \frac{\vec{V}}{|\vec{V}|} c \\ \min J &= t_f\end{aligned}$$

Простейшая задача управления

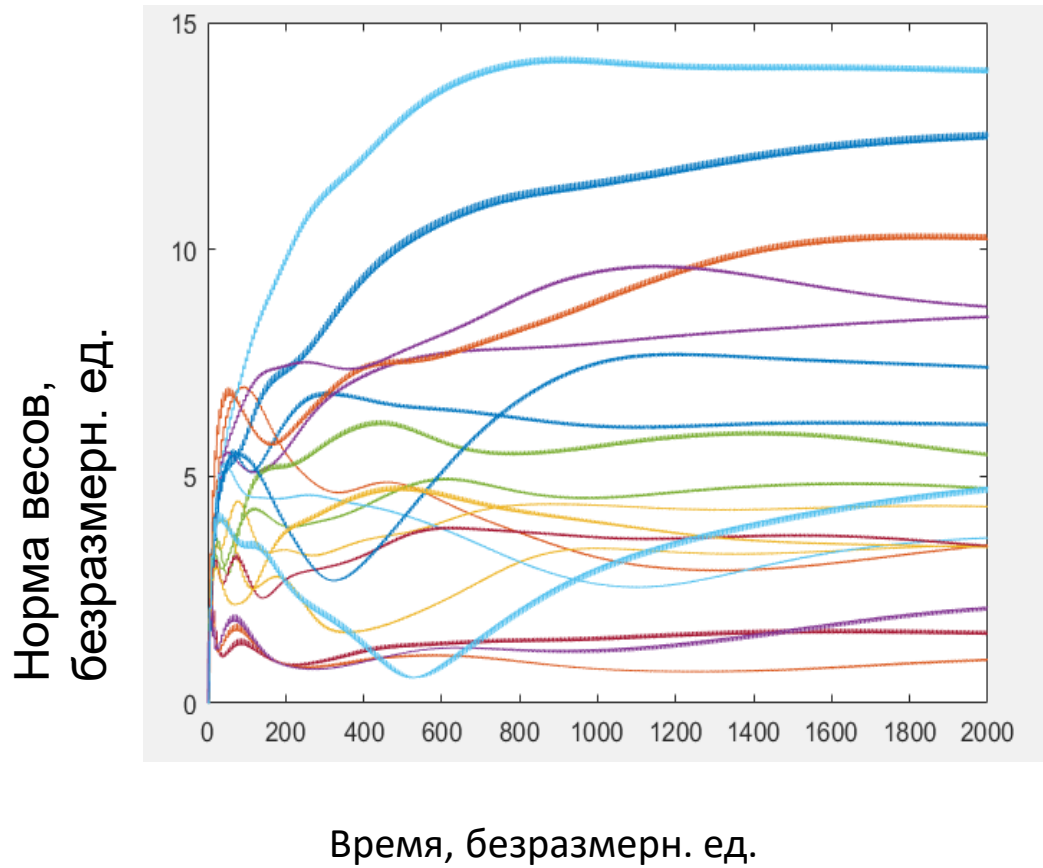
Количество центров — 20

Они расположены равномерно на предполагаемой траектории

Для того, чтобы траектория удовлетворяла условиям применения методов

детерминированного обучения, дополним ее до квазипериодической обратным перелетом.

Результаты



Полученная точность аппроксимации достигает 10

Выводы

- Детерминированное обучение применимо к рассматриваемому классу задач
- С помощью этого метода получено управление с обратной связью для простейшей задачи управления

Направление дальнейшей работы

- Измерение радиуса сходимости метода
- Применение его к более сложным задачам
- Рассмотрение других подходов детерминированного обучения в рамках этой задачи

Спасибо за внимание!