Поиск зависимостей между параметрами орбитального движения для замороженных окололунных орбит методами безградиентной оптимизации

Студент: Базов Сергей

Научный руководитель: Широбоков Максим

Актуальность

1)Сложное поле луны

2)Дополнительные возмущения от Земли и Солнца

3)Возможность использования низких орбит

4)Необходимость дистанционного зондирования

Цель

Найти зависимости между параметрами орбитального движения для замороженных окололунных орбит

Замороженные орбиты

Замороженные орбиты – семейство орбит, чьи аргумент перицентра и экцентриситет не претерпевают значительных изменений в течение времени.

Подбором параметров можно найти замороженную орбиту в которой внешние возмущения могут быть сведены к минимуму, тем самым нивелируя возникающий естественный дрейф

Анализ и поиск замороженных орбит:
1)Аналитические методы
2)Численные методы

Аналитические модели замороженных орбит

1)Учет только Луны и Земли

2)Анализ общей картины

3)Низкая точность результатов

4)Невозможность использования результатов на практике

Lara M. Design of long-lifetime lunar orbits: a hybrid approach //Acta Astronautica. – 2011. – Т. 69. – №. 3-4. – С. 186-199.

Abad A., Elipe A., Tresaco E. Analytical model to find frozen orbits for a lunar orbiter //Journal of guidance, control, and dynamics. – 2009. – Т. 32. – №. 3. – С. 888-898.

Численные подходы

1)Точные и убедительные результаты
2)Учет многих внешних сил(гравитация Солнца, SRP, и т.д.)
3)Получение только частных результатов
4)Вычислительная сложность
5)Необходимость в точном и быстром интеграторе

Постановка Задачи:
Оптимизация невязки начальных и конечных (e,ω) за счет подбора начальных параметров орбиты(поиска замороженной)

Folta D., Galal K., Lozier D. Lunar Prospector Frozen Orbit Mission Design //AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit. – 1998. – С. 4288.

Trofimov S., Shirobokov M., Ovchinnikov M. IAC-22 DESIGN AND STUDY OF SATELLITE CONSTELLATIONS IN FROZEN LOW LUNAR ORBITS. // 73rd International Astronautical Congress 2022.

Численные подходы

Градиентные

1)Сложность расчета градиента

2)Использование предоптимизированных начальных параметров(определенных аналитически)

3)Большое число обращений к интегратору

4)Невозможность длительных расчетов

Безградиентные

1)Отсутствие необходимости поиска градиента
2)Меньшее количество обращений к интегратору
3)Отсутствие необходимости в предоптимизированных начальных параметрах
4)Отсутствие необходимости в локальной информации поведения функции

Постановка задачи

Оптимизация невязки начальных и конечных (e,ω) за счет подбора начальных параметров орбиты

$$\sqrt{(\Delta e_x)^2 + (\Delta e_y)^2} \to \min$$

$$e_x = e\cos\omega \qquad \Delta e_x = e_{x,f} - e_{x,0}$$

$$e_y = e\sin\omega \qquad \Delta e_y = e_{y,f} - e_{y,0}$$

1)Выбираются начальные параметры и границы оптимизации
2)Оптимизатор в пределах обозначенных границ обращаясь к интегратору(который проводит расчет на год) осуществляет поиск минимума оптимизационного функционала.
3)Изначально используется Байесовская оптимизация, затем результат уточняется методом Нельдера-Мида

$\boldsymbol{\xi} = (a_0, e_{x,0}, e_{y,0})$- вектор оптимизации

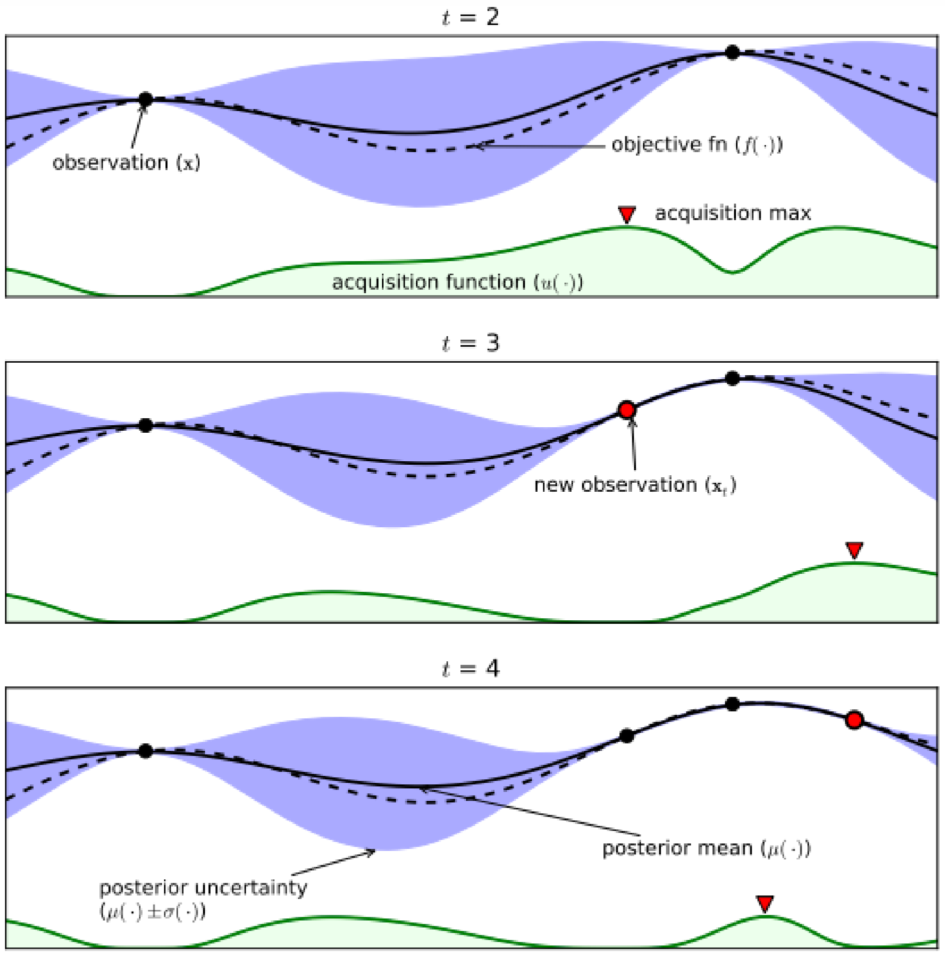
$$a_0 \in [a_{\min}, a_{\max}]$$

$$e_{x,0} \in [-e_{\max}, e_{\max}] \qquad a_{\min} = R_M + h_{\text{ref}} \cdot 0.95$$

$$e_{y,0} \in [-e_{\max}, e_{\max}] \qquad a_{\max} = R_M + h_{\text{ref}} \cdot 1.05$$

Интегратор: Многошаговый метод Адамса переменного порядка с адаптивным шагом(Ode 113)

Байесовская оптимизация



Достоинства:

1)Метод эффективен когда расчет оптимизированной функции сложен

2)Метод допускает шумность и неточность оптимизированной функции

3)Метод одновременно ищет экстремумы в наиболее подходящих областях и собирает информацию о функции(exploration & exploitation)

$\mathbf{x}_i$ - i-ая выборка $f(\mathbf{x}_i)$ - i-ое наблюдение функции

$\mathcal{D}_{1:t} = \{\mathbf{x}_{1:t}, f(\mathbf{x}_{1:t})\}$ - набор наблюдений

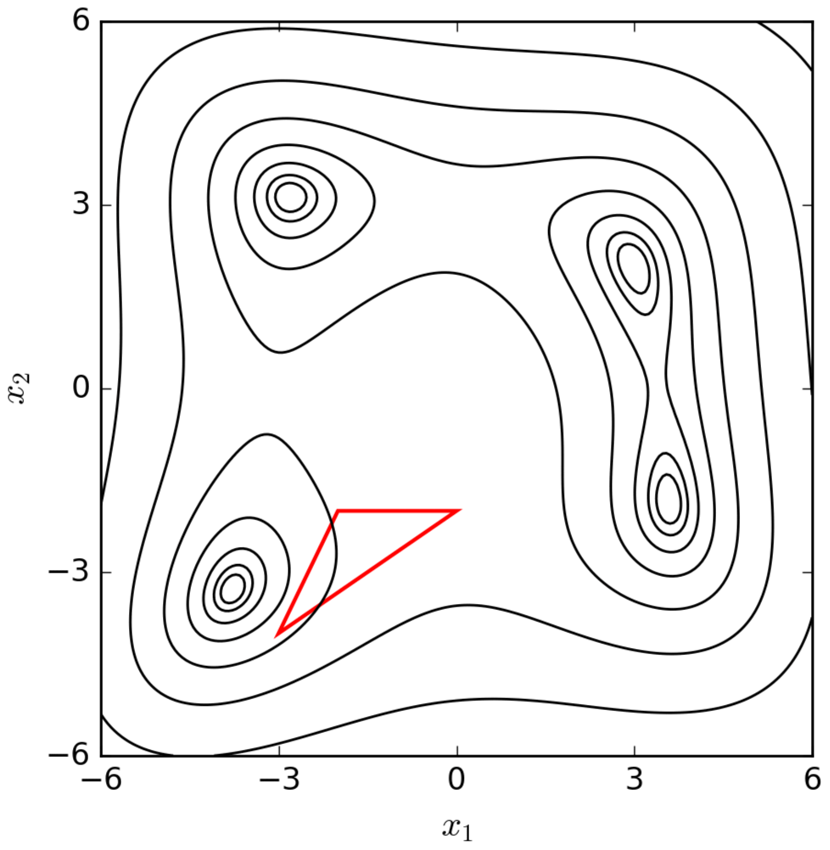
$P(f|\mathcal{D}_{1:t}) \propto P(\mathcal{D}_{1:t}|f)P(f)$ -апостериорная вероятность

Апостериорная вероятность -> Функция приобретения(Acqusition function) -> максимум функции приобретения -> новое наблюдение } Гауссовский процесс

Brochu E., Cora V. M., De Freitas N. A tutorial on Bayesian optimization of expensive cost functions, with application to active user modeling and hierarchical reinforcement learning //arXiv preprint arXiv:1012.2599. – 2010.

Оптимизация Нельдера-Мида

1)Метод показывает хорошие результаты в зашумленных функциях
2)Отсутствует теория сходимости, может выдавать неверные результаты
3)При нахождении далеко от оптимальной точки сходится очень медленно



Алгоритм заключается в формировании симплекса и последующего его деформирования в направлении минимума, посредством трех операций:
1) Отражение;
2) Растяжение
3) Сжатие

Пример

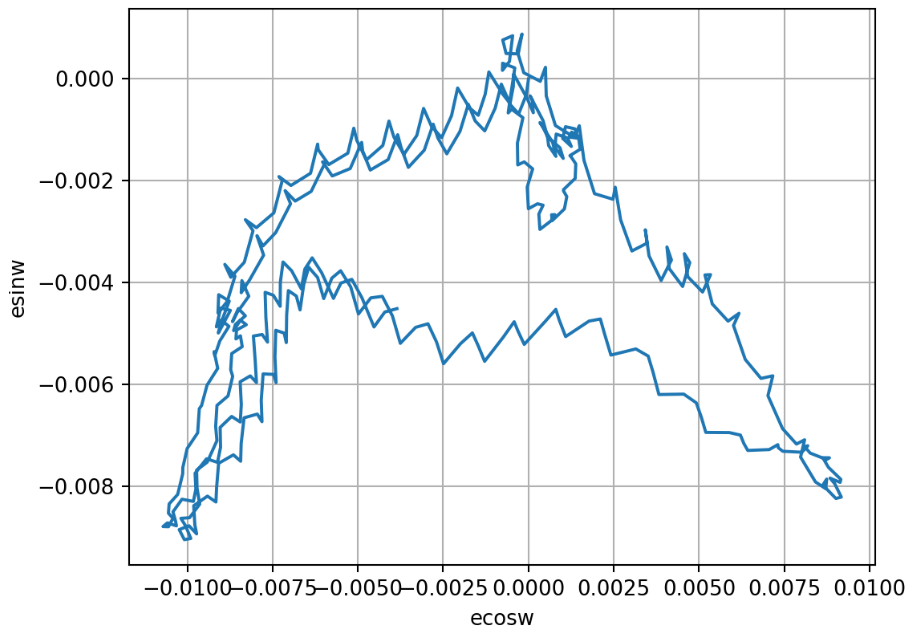
Пример результатов оптимизационного расчета на 1 год

Невязка: 2,862591673190974e-04
Аргумент перицентра: 104,41 градусов
ДВУ: 47,15 градусов
Экцентриситет: 1.884019341952037e-10
Наклонение: 83,36 градусов
Большая полуось: 1,071 радиусов Луны
Истинная Аномалия: 95,22 градусов

Число итераций Байесовской оптимизации:120
Затраченное время на оптимизацию ~ 20 мин

Границы оптимизации в орбитальных параметрах:

Большая полуось: (1.05, 1.15)
Эксцентриситет: (0, 1e-8)
Наклонение: (82,84)
Аргумент перицентра: (0,2pi)
ДВУ: фиксировано 47,15 градусов
Истинная Аномалия: фиксировано 95,22 градусов



Численное исследование

- Оптимизация орбит при варьировании:

-ДВУ

-Истинной долготы

-Парусности КА(площадь/массу)

-Даты старта орбиты

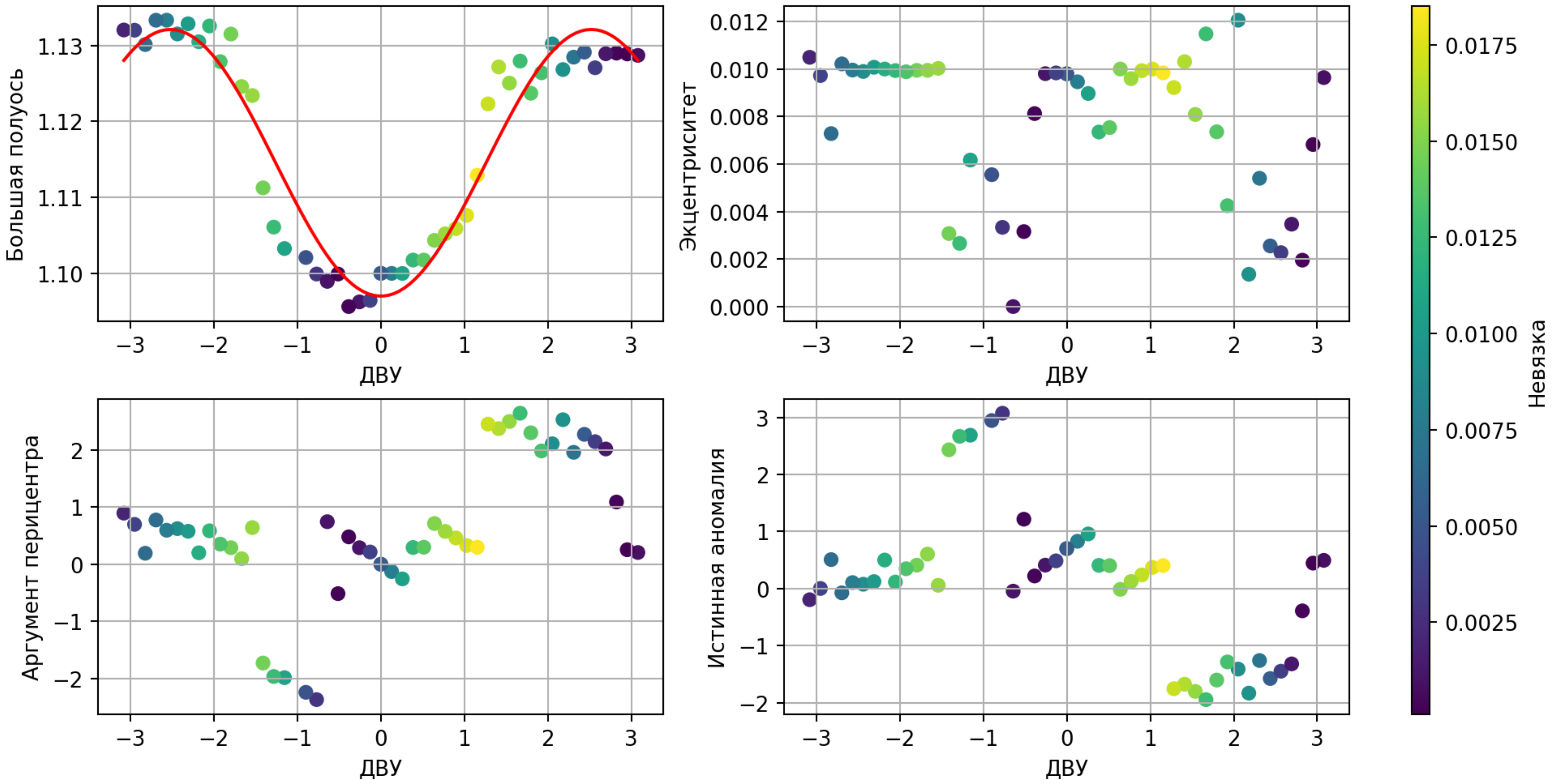
- Распараллеливание расчетов

-Использование библиотеки concurrent для python

- Поиск зависимостей

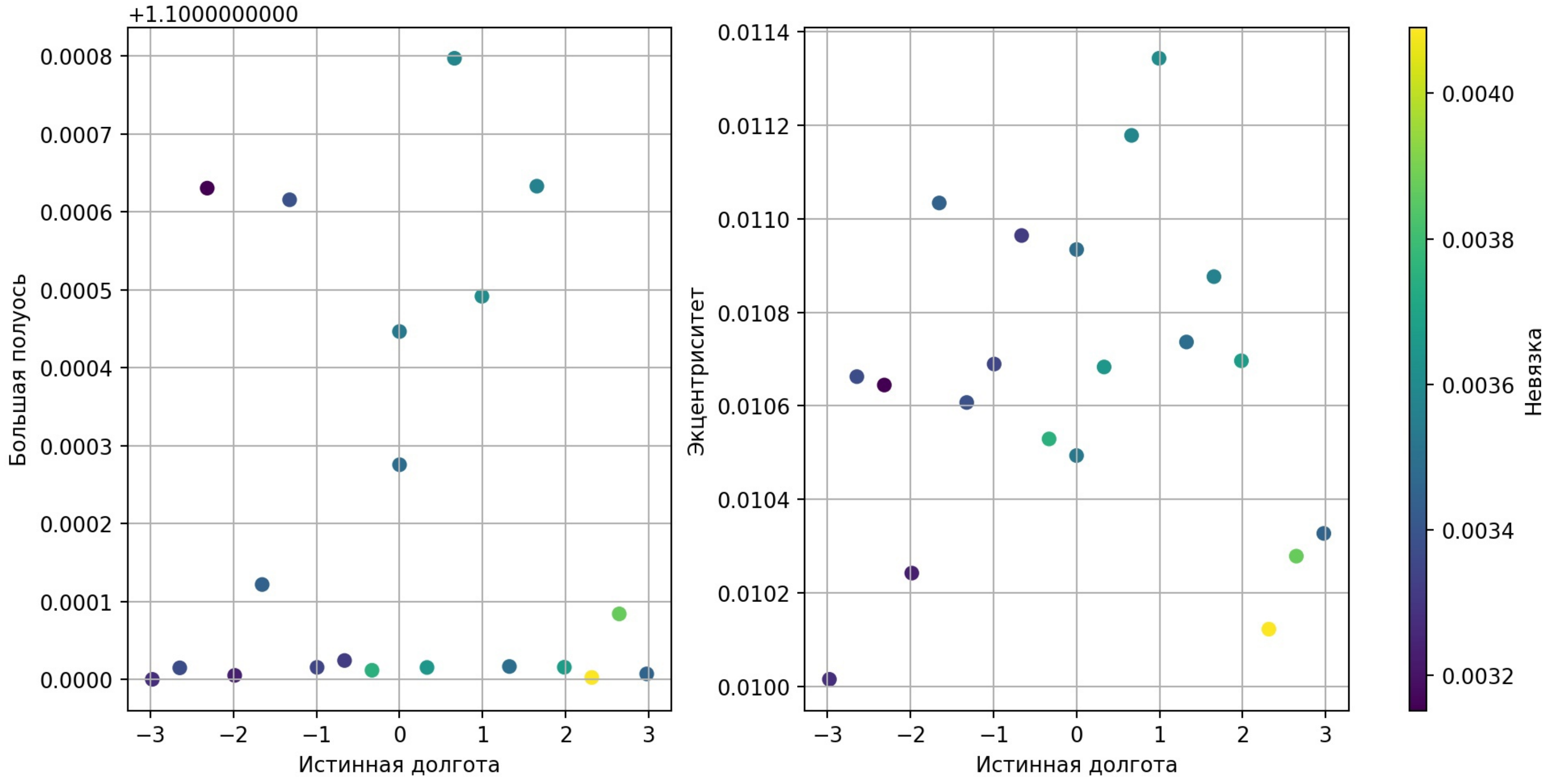
-Использование моделей регрессии

Варьирование ДВУ

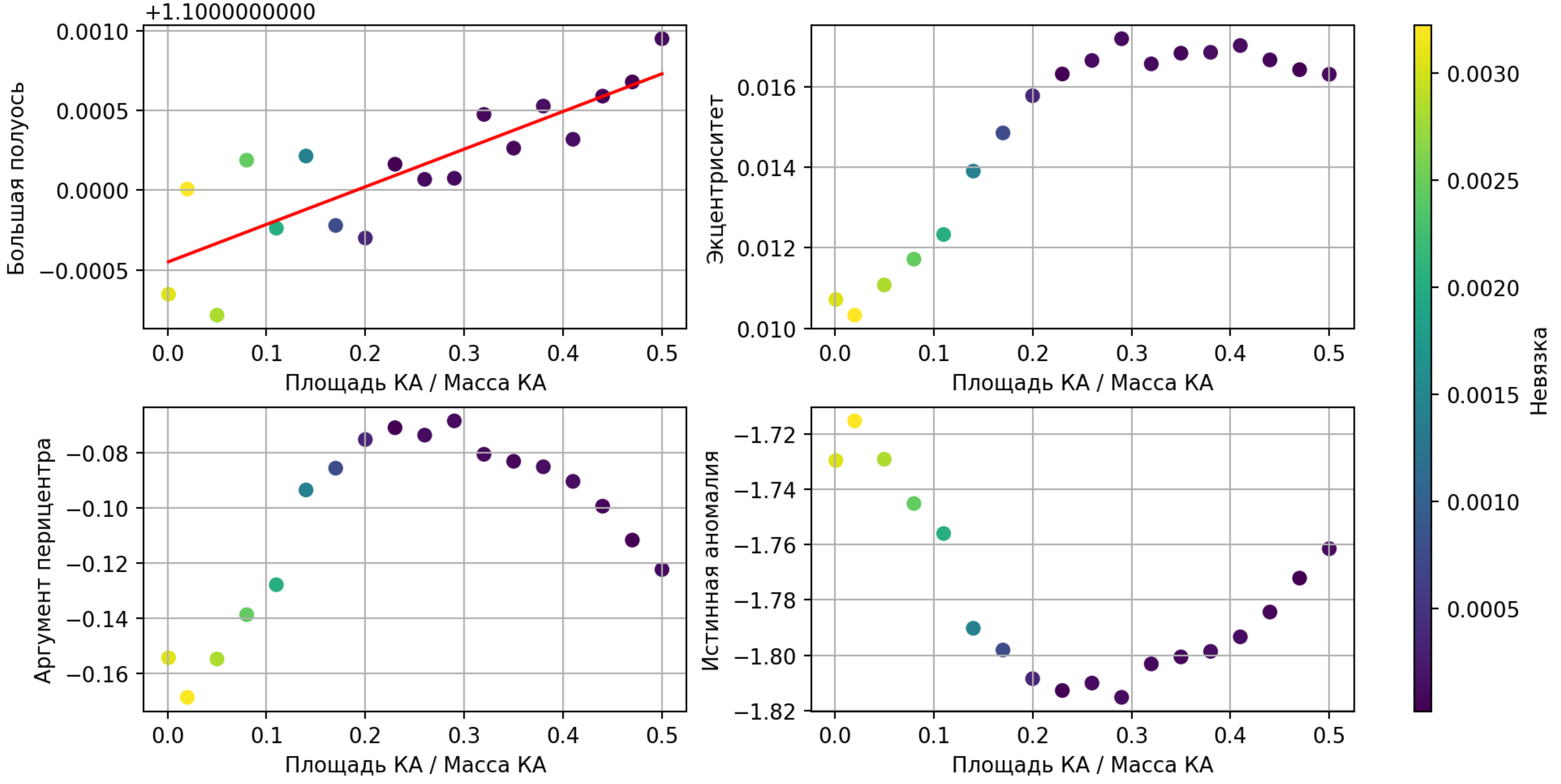


smj = -0.01755*cos(1.246838*x) + 1.1145

Варьирование истинной долготы

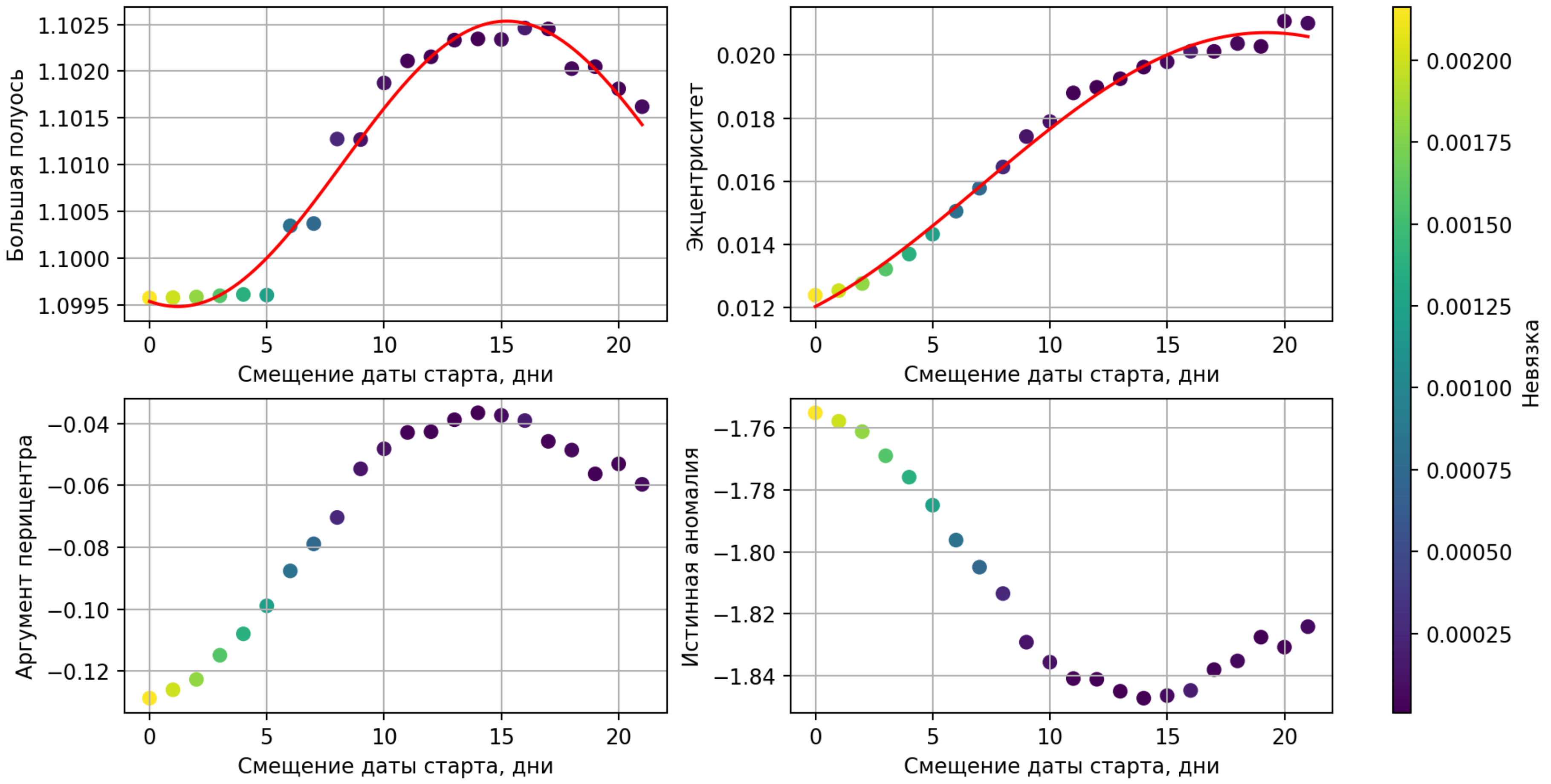


Варьирование парусности аппарата



smj = 0.00235821*x + 1.0995496868459478

Варьирование даты старта



smj = -0.0015*cos(0.22*x+2.871) + 1.1

ecc = -0.004841*cos(0.129*x+3.8) + 0.015

Выводы

1) Разработаны глобальный метод поиска замороженных орбит с использованием байесовской оптимизации
2) Разработан оптимизационный метод уточнения параметров замороженных орбит, использующий оптимизацию Нельдера-Мида

3)Проведено численное исследование зависимостей параметров замороженных орбит, найдены некоторые из них