



65-я научная конференция МФТИ
*Секция динамики управляемого движения
космическими аппаратами*



**Метод искусственных потенциалов для обхода
запрещенных зон в задачах переориентации
космических аппаратов**

В. В. Леонов ¹

Я. В. Маштаков ²

¹ Московский физико-технический институт (МФТИ)

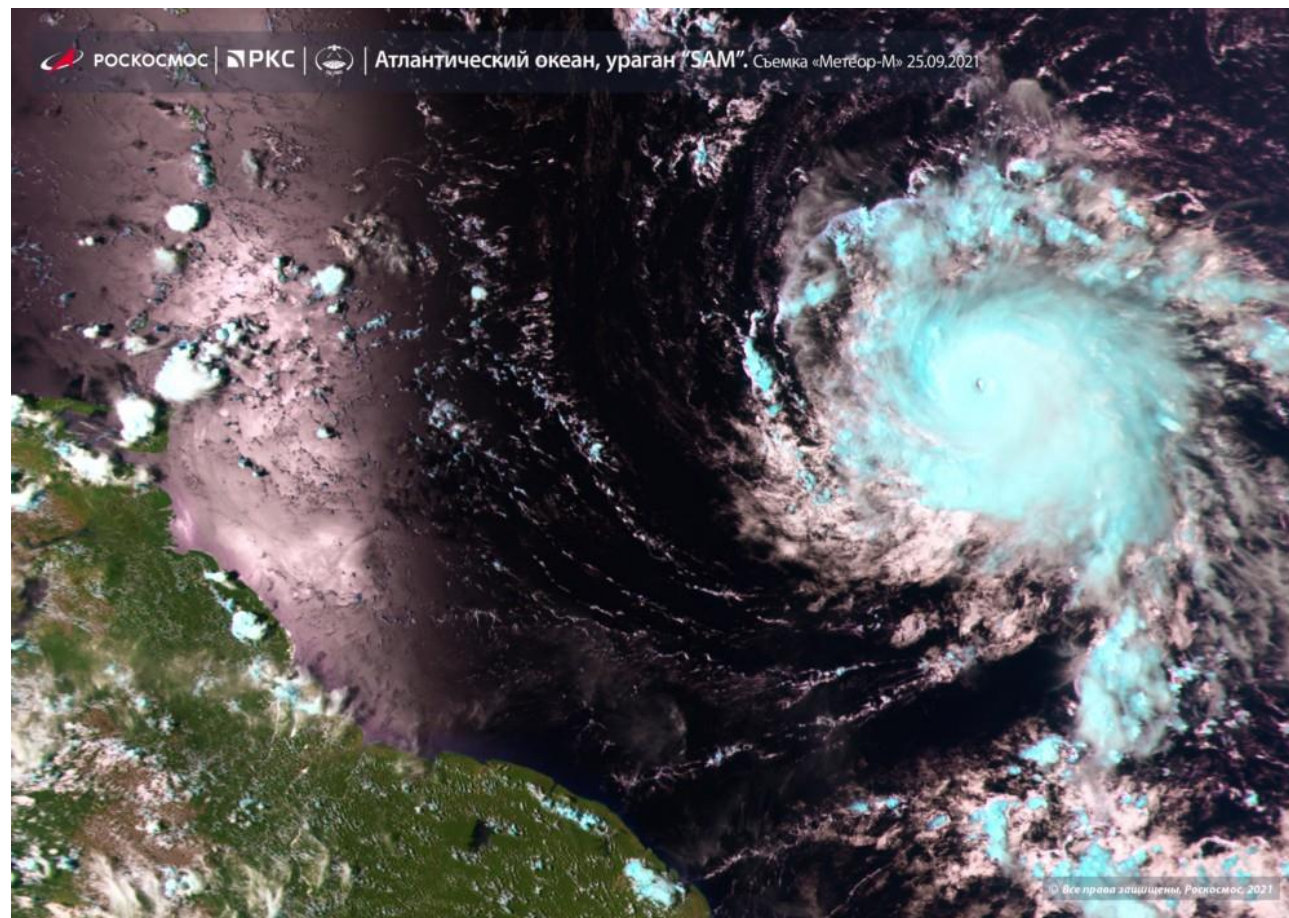
² Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

Москва, 2023

Введение

Область применения:

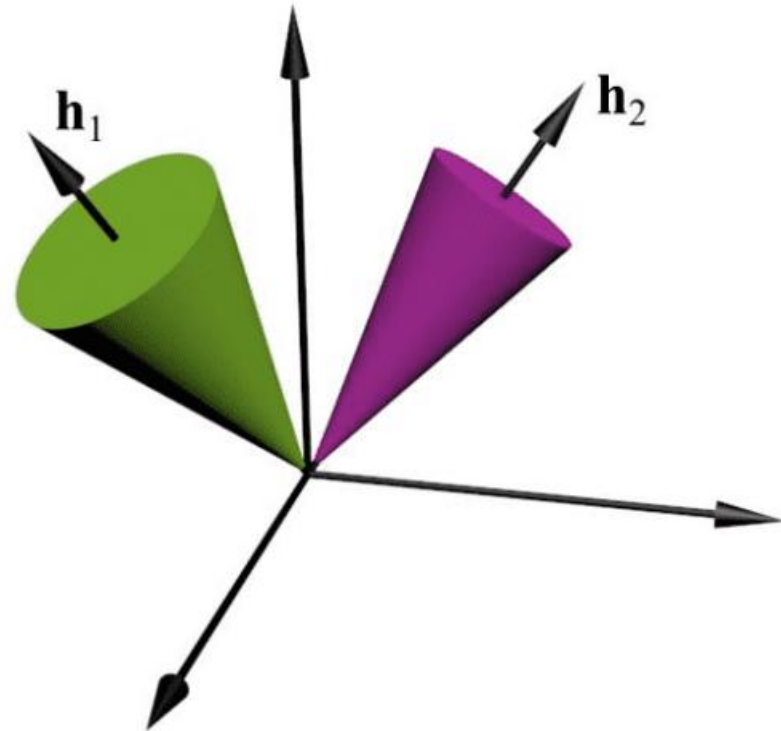
- *Космические телескопы*
- *ДЗЗ*
- *Обеспечение энергией*



Постановка задачи

Ограничения при переориентации:

- *Ограничение по угловой скорости аппарата*
- *Запрещенные зоны*



Начальные условия:

- *Параметры спутника*
- *Максимальная угловая скорость*
- *Запрещенные зоны*
- *Начальная и конечная ориентации*
- *Начальная и конечная угловая скорость*

Прямой метод Ляпунова

- *Используется для построения алгоритмов управления ориентацией*
- *Обеспечивает асимптотическую устойчивость (по т. Барбашина-Красовского)*

Основная идея – с помощью управления обеспечить отрицательность полной производной по времени подобранной функции Ляпунова

Пример

Функция Ляпунова:

$$V_0 = \frac{1}{2} (\boldsymbol{\omega}_{rel}, \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}_{rel}) + k_q (1 - q_0)$$

Уравнение относительного движения:

$$\mathbf{J} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{rel} + k_\omega \boldsymbol{\omega}_{rel} + k_q \mathbf{q} = 0$$

Закон управления:

$$\mathbf{M}_{ctrl} = -\mathbf{M}_{ext} + \boldsymbol{\omega}_{abs} \times \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}_{abs} + \mathbf{J} \mathbf{A} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{ref} - \mathbf{J} [\boldsymbol{\omega}_{rel}]_{\times} \mathbf{A} \boldsymbol{\omega}_{ref} - k_q \mathbf{q} - k_\omega \boldsymbol{\omega}_{rel}$$

Здесь:

(q_0, \mathbf{q}) , \mathbf{A} – кватернион и матрица перехода из опорной в связанную СК

$\boldsymbol{\omega}_{rel}$ – относительная угловая скорость

\mathbf{J} – тензор инерции

k_ω, k_q – положительные константы

Модификации функции Ляпунова

- Стандартная функция V_0 не подходит
- $V = V_0 \cdot f$
- f - некоторая функция, принимающая достаточно большие значения в запрещенной зоне, подбираемая для удовлетворения необходимых требований
- Управление обеспечивает убывание V , следовательно ограничение на угловую скорость и\или обход запрещенных зон (аналогия с потенциальным барьером)

Модификация функции Ляпунова для ограничения максимальной угловой скорости I

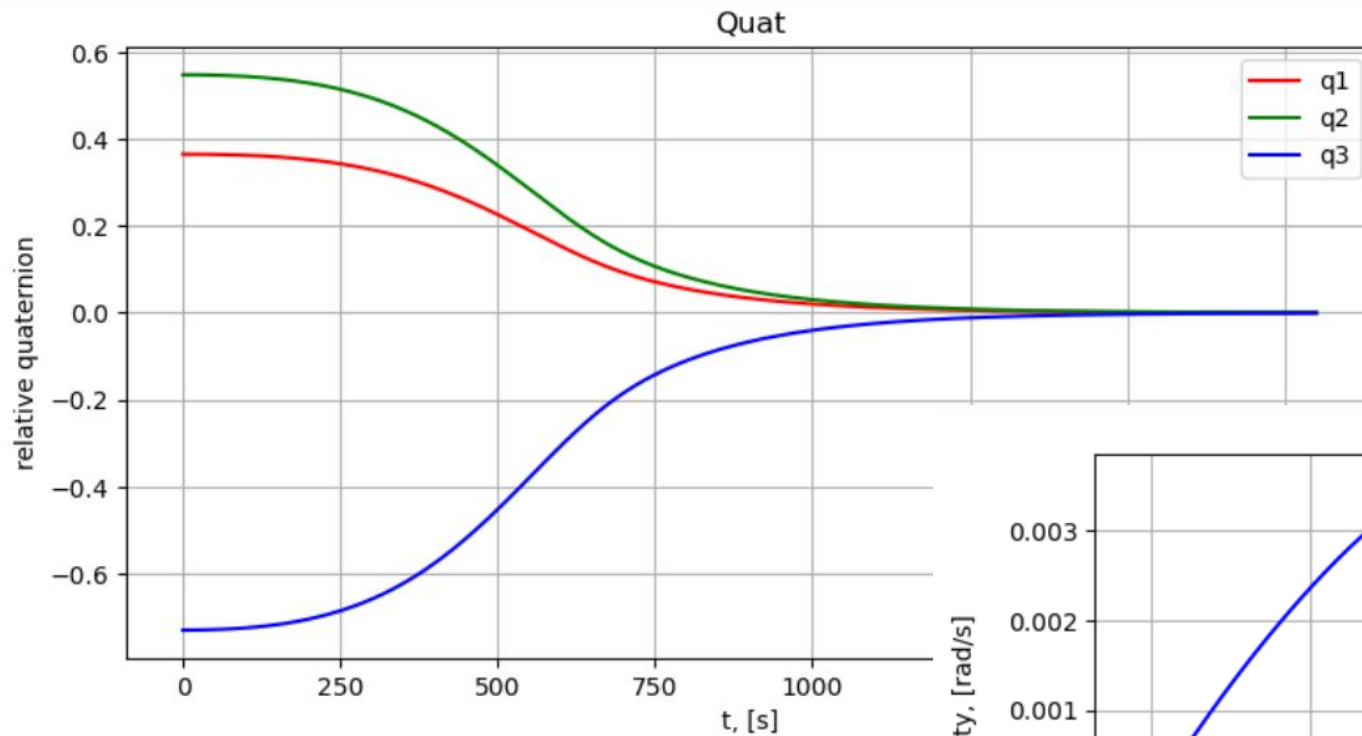
Функция Ляпунова:

$$V_1 = V_0 \frac{1}{(\omega_{max}^2 - \omega^2)^2}$$

Закон управления:

$$\mathbf{M} = \boldsymbol{\omega} \times J\boldsymbol{\omega} + J(J(\omega_{max}^2 - \omega^2) + 4V_0 E_3)^{-1} \left[-k_\omega \boldsymbol{\omega} - \frac{1}{2} k_q \mathbf{q} (\omega_{max}^2 - \omega^2) \right]$$

Результаты моделирования

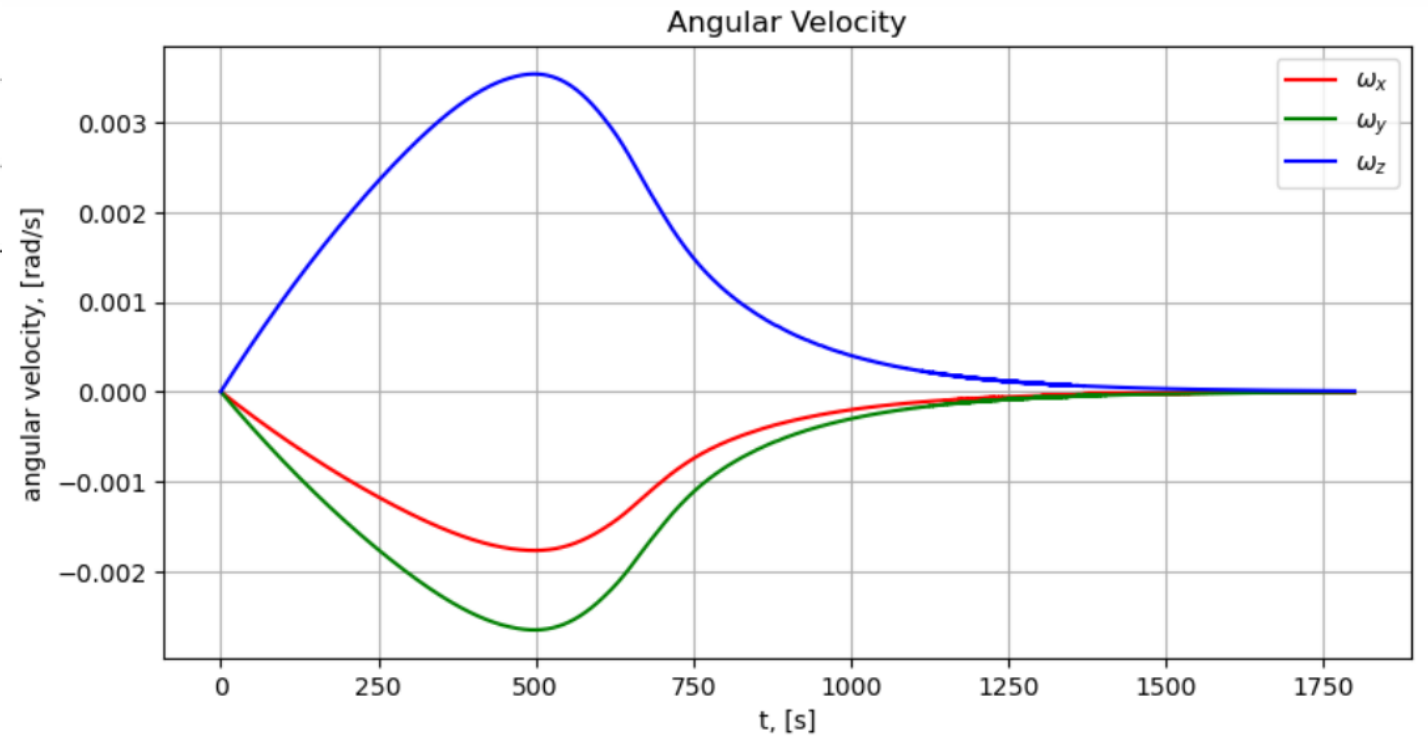


$$\omega_{max} = 0.01$$

$$k_{\omega} = 3$$

$$k_q = 0.2$$

$$\mathbf{J} = \text{diag}(2, 3, 4)$$



Модификация функции Ляпунова для ограничения максимальной угловой скорости II

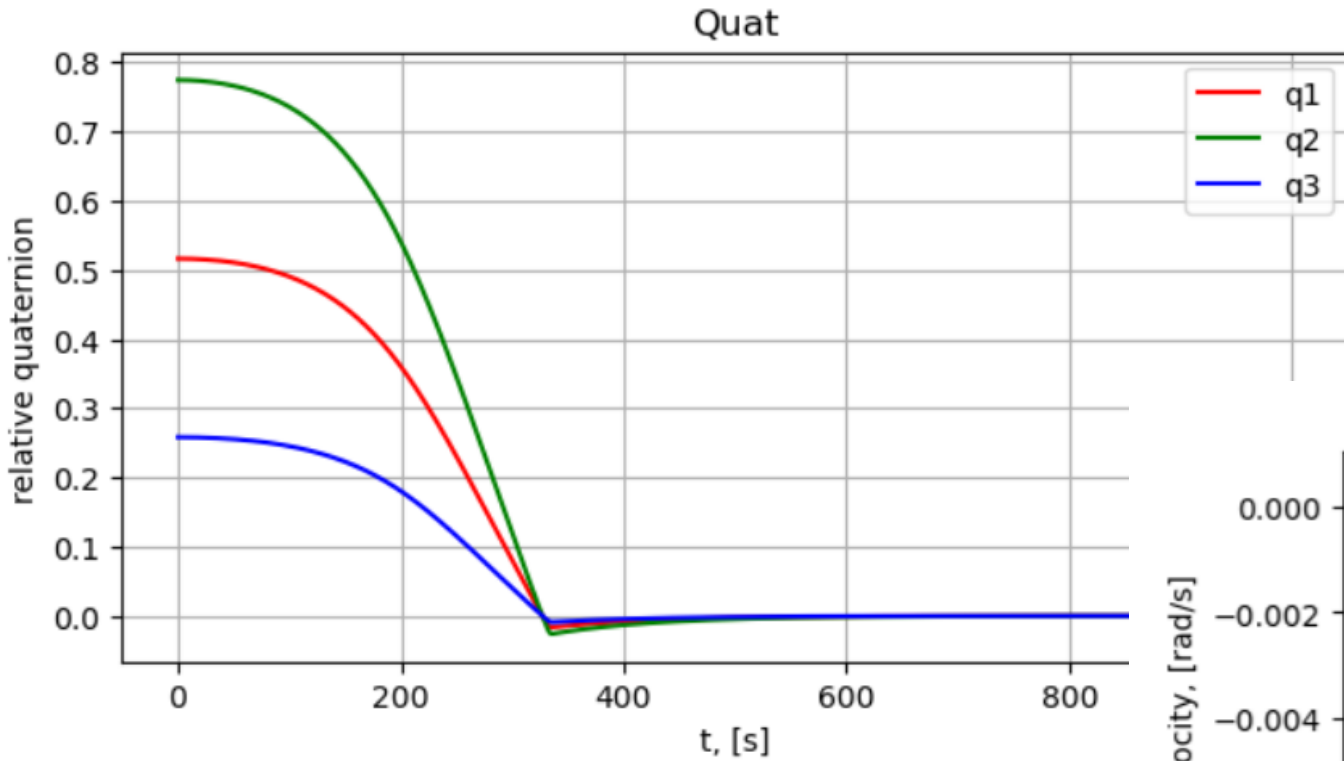
Функция Ляпунова:

$$V_2 = V_0 \frac{1}{\ln \left(2 - \frac{\omega^2}{\omega_{max}^2} \right)}$$

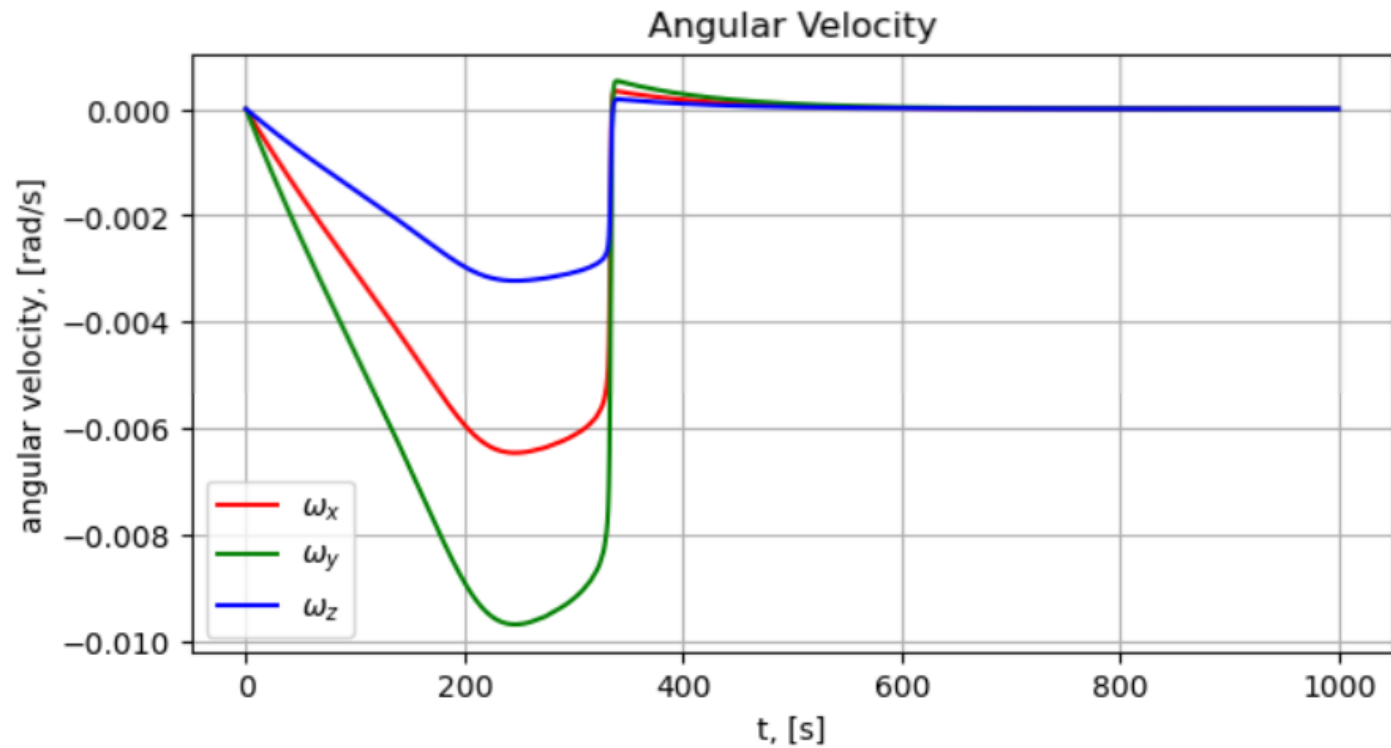
Закон управления:

$$\mathbf{M} = \boldsymbol{\omega} \times J \boldsymbol{\omega} + J \left(J \frac{1}{\ln^2 \left(2 - \frac{\omega^2}{\omega_{max}^2} \right)} + \frac{2V_0 E_3}{\omega_{max}^2 \ln^2 \left(2 - \frac{\omega^2}{\omega_{max}^2} \right) \left(2 - \frac{\omega^2}{\omega_{max}^2} \right)} \right)^{-1} \left[-k_\omega \boldsymbol{\omega} - \frac{1}{2} k_q \mathbf{q} \frac{1}{\ln^2 \left(2 - \frac{\omega^2}{\omega_{max}^2} \right)} \right]$$

Результаты моделирования



$$\omega_{max} = 0.01$$
$$k_{\omega} = 3$$
$$k_q = 0.2$$
$$\mathbf{J} = \text{diag}(2, 3, 4)$$



Модификация функции Ляпунова для ограничения максимальной угловой скорости III

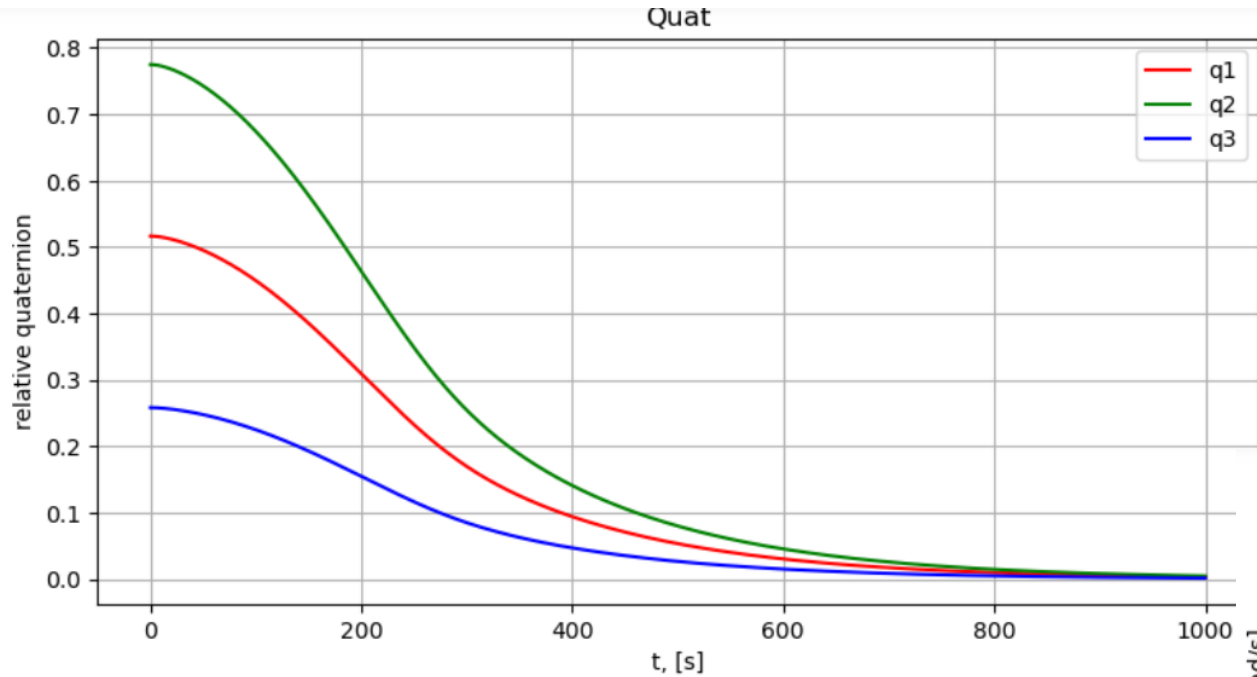
Функция Ляпунова:

$$V_3 = V_0 + \frac{2k}{\omega_{max}^2 - \omega^2}$$

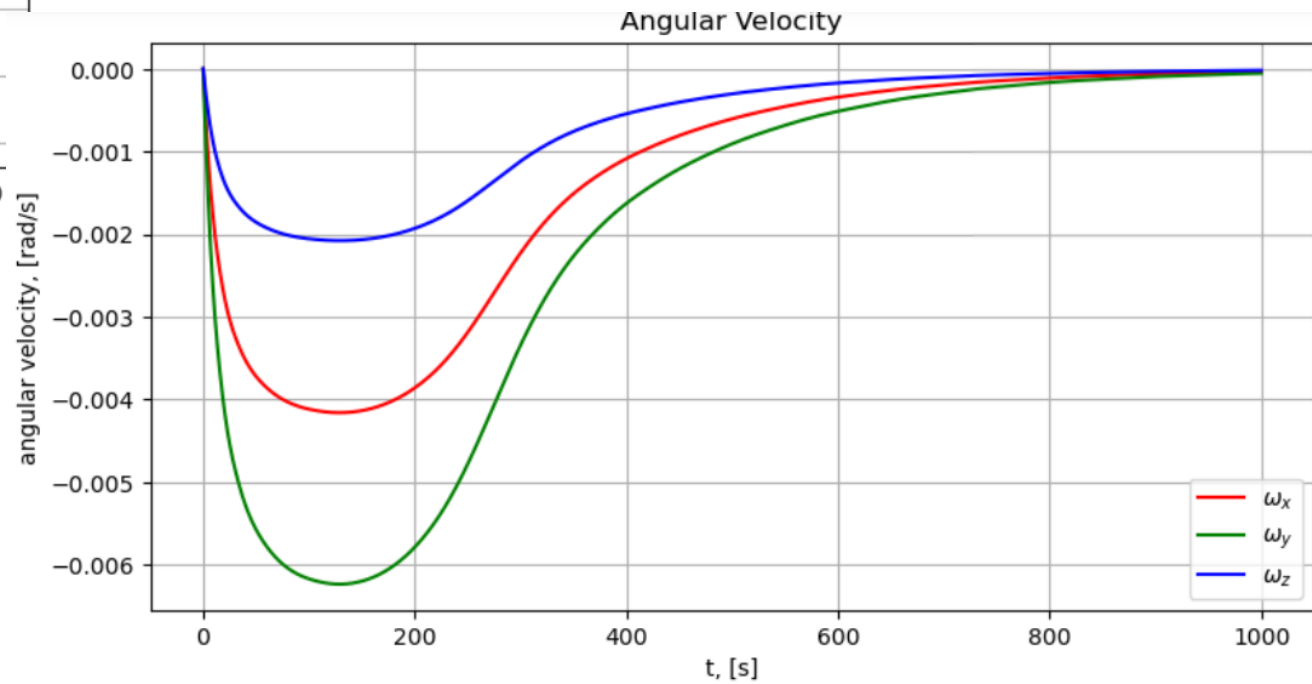
Закон управления:

$$\mathbf{M} = \boldsymbol{\omega} \times J\boldsymbol{\omega} + J\left(J + \frac{2kE_3}{(\omega_{max}^2 - \omega^2)^2}\right)^{-1} \left[-k_\omega \boldsymbol{\omega} - \frac{1}{2}k_q \mathbf{q}\right]$$

Результаты моделирования



$\omega_{max} = 0.01$
 $k_{\omega} = 3$
 $k_q = 0.2$
 $k = 0.0001$
 $\mathbf{J} = \text{diag}(2, 3, 4)$



Модификация функции Ляпунова для обхода запрещенных зон

Функция Ляпунова:

$$V = \left(\frac{1}{2} (\boldsymbol{\omega}, \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}) + k_q(1 - q_0) \right) \frac{l}{\cos\alpha - (\mathbf{e}, \mathbf{h})}$$

Закон управления:

$$\mathbf{M} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} - k_q \mathbf{q} - k_\omega \frac{\cos\alpha - (\mathbf{e}, \mathbf{h})}{l} \boldsymbol{\omega} - \mathbf{e} \times \mathbf{h} \frac{(\boldsymbol{\omega}, \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}) + 2k_q(1 - q_0)}{\cos\alpha - (\mathbf{e}, \mathbf{h})}$$

Модификация функции Ляпунова для обхода запрещенных зон и ограничения угловой скорости

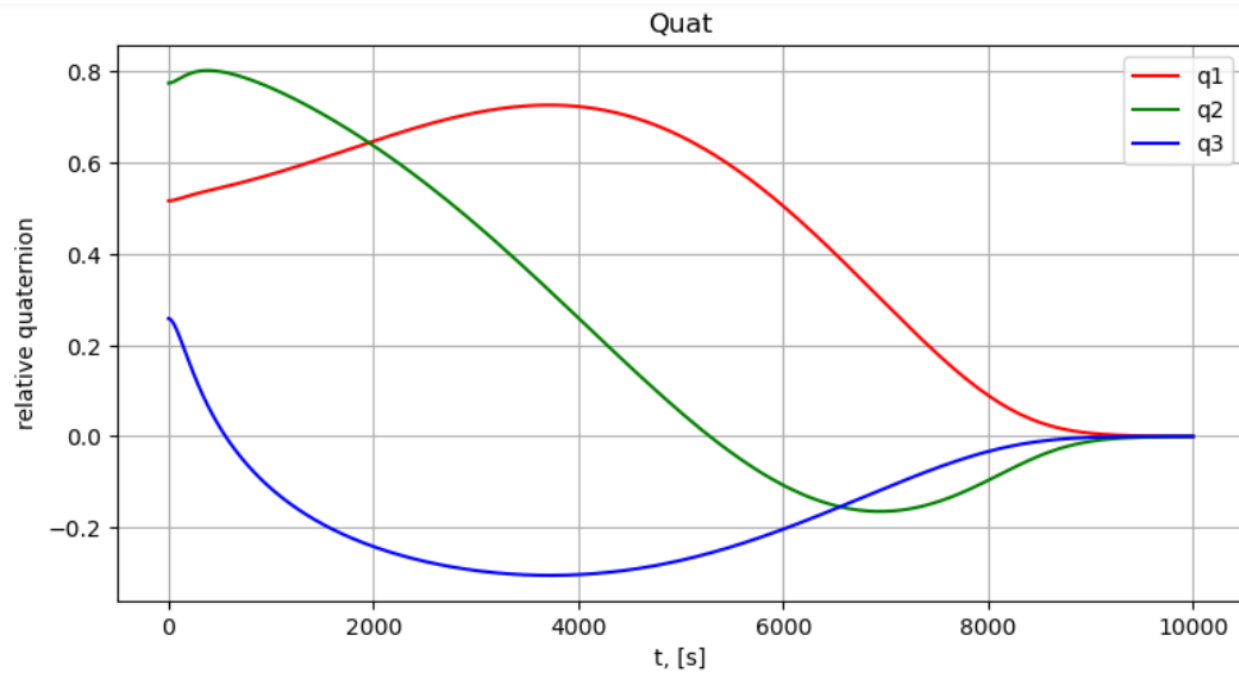
Функция Ляпунова:

$$V = \left(\frac{1}{2} (\boldsymbol{\omega}, \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}) + k_q(1 - q_0) \right) \frac{l}{\cos\alpha - (\mathbf{e}, \mathbf{h})} + \frac{2k}{\omega_{max}^2 - \omega^2}$$

Закон управления:

$$\mathbf{M} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{J} \left(\mathbf{J} \frac{l}{\cos\alpha - (\mathbf{e}, \mathbf{h})} + \frac{2kE_3}{(\omega_{max}^2 - \omega^2)^2} \right)^{-1} \left[-k_\omega \boldsymbol{\omega} - \right. \\ \left. V_0 \frac{l \mathbf{e} \times \mathbf{h}}{(\cos\alpha - (\mathbf{e}, \mathbf{h}))^2} - \frac{1}{2} k_q \mathbf{q} \frac{l}{\cos\alpha - (\mathbf{e}, \mathbf{h})} \right]$$

Результаты моделирования



$$\omega_{max} = 0.01$$

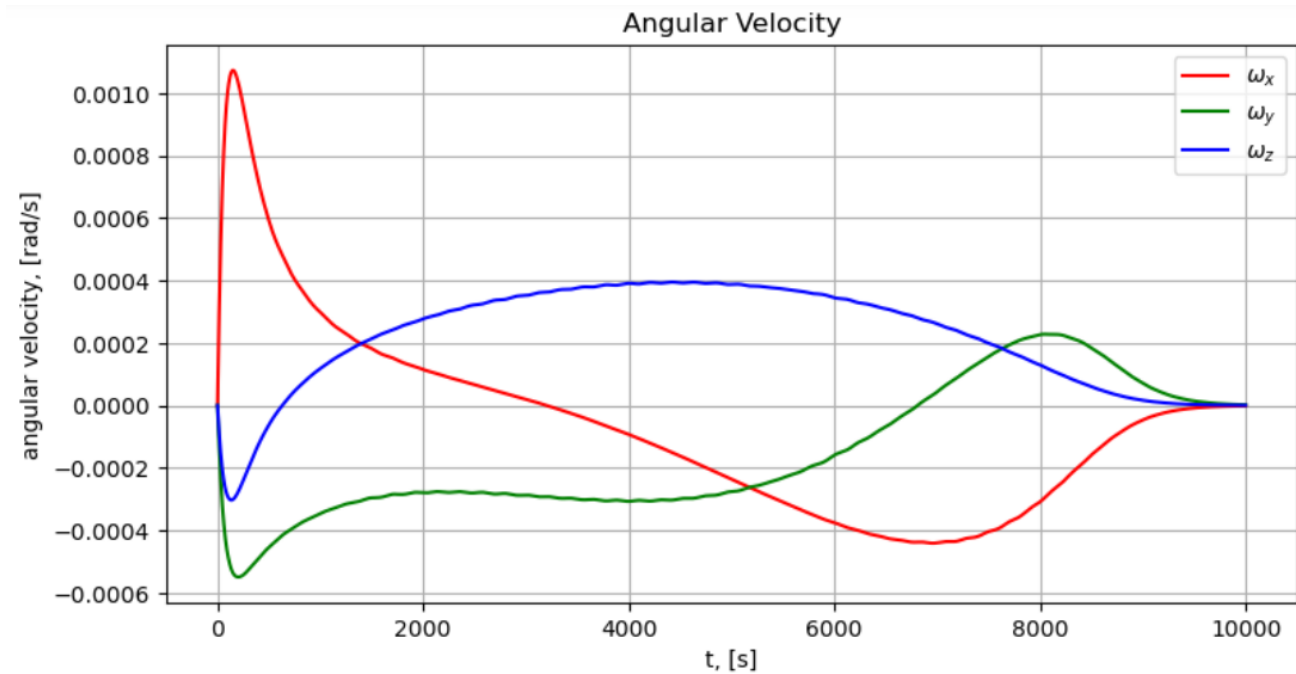
$$k_{\omega} = 3$$

$$k_q = 0.2$$

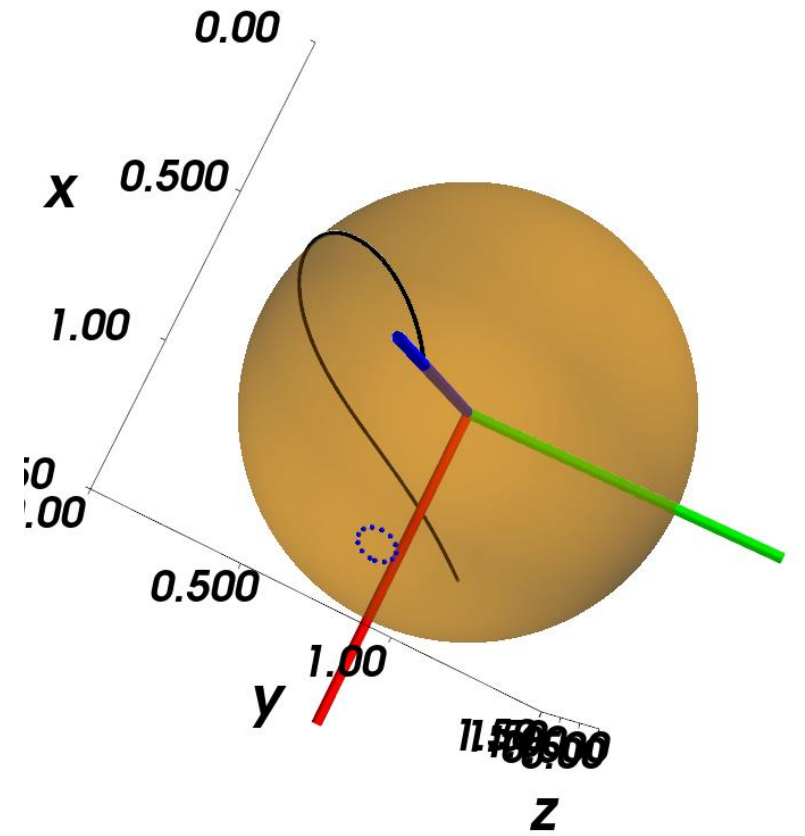
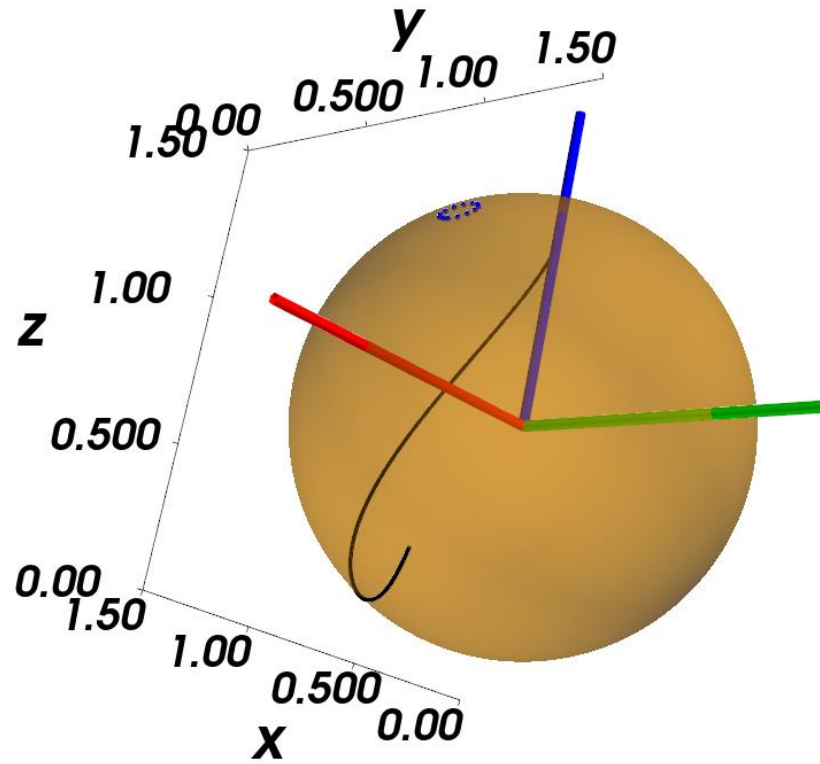
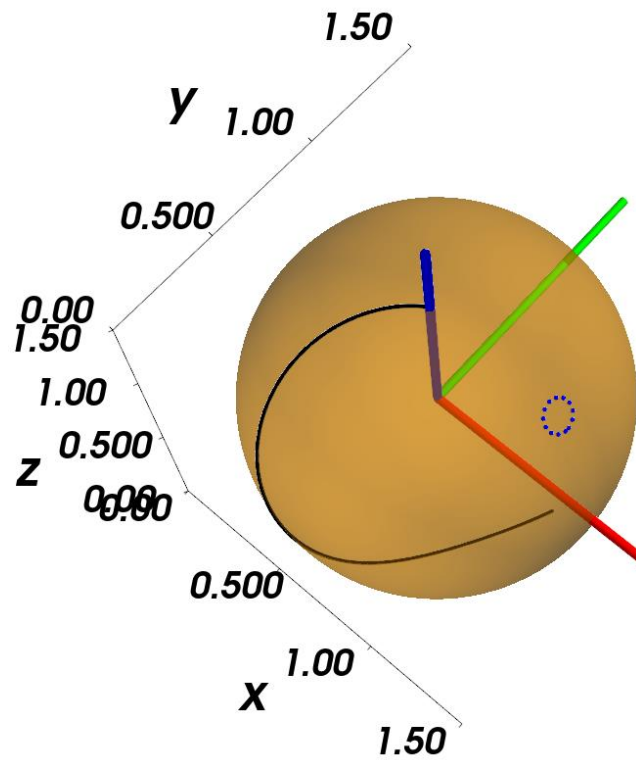
$$k = 0.0001$$

$$\alpha = \frac{\pi}{12}$$

$$\mathbf{J} = \text{diag}(2, 3, 4)$$



Результаты моделирования



Заключение

- Рассмотрен подход к решению задачи переориентации спутника с использованием прямого метода Ляпунова
- Предложено пять модификаций функции Ляпунова: три для ограничения максимальной угловой скорости, одна для обхода запрещенных зон и одна учета всех ограничений
- Необходим дальнейший анализ влияния констант в управлении и вида функции Ляпунова на скорость сходимости

Спасибо за внимание!