

Скользящее управление для трехосной магнитной ориентации спутника

Миронова Н. С.¹, Ролдугин Д. С.²



65

ВСЕРОССИЙСКАЯ
НАУЧНАЯ
КОНФЕРЕНЦИЯ
МФТИ

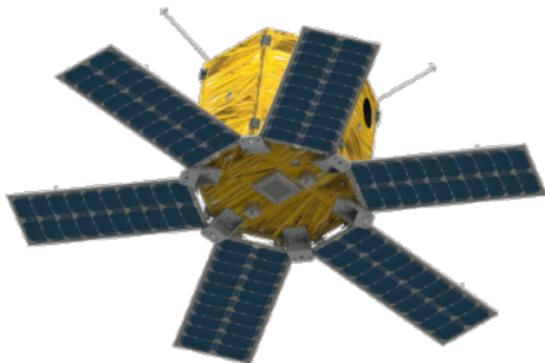
¹ Московский физико-технический институт

² Институт прикладной математики имени М.В. Келдыша

- 1 Постановка задачи
- 2 Ограничения, накладываемые на механический момент
- 3 Скользящее управление
- 4 Основные уравнения
- 5 Итерационное построение управления
- 6 Моделирование

Постановка задачи

Управление строится для малых спутников с магнитной системой ориентации. Для них вычисляется управляющий момент на основе скользящего режима. В этой работе все примеры приведены для наноспутника «ТаблетСат-Аврора».



Ограничения, накладываемые задачей

Механический момент, задаваемый при помощи магнитных катушек должен быть перпендикулярен вектору геомагнитной индукции \mathbf{B} :

$$\mathbf{M} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}.$$

Нужно построить траекторию, удовлетворяющую этим требованиям. Так как вектор геомагнитной индукции вращается в пространстве, то подобную поверхность можно³ построить.

³ В.М. Морозов, В.И. Каленова // Управление спутником при помощи магнитных моментов: управляемость и алгоритмы стабилизации. 2020 Т. 58, №3. с. 199-207.

Строится поверхность в фазовом пространстве $\mathbf{x}(\boldsymbol{\omega}, \mathbf{Q}, t) = 0$, по которой движется точка:

$$\mathbf{x} = \lambda \boldsymbol{\omega} + \mathbf{\Lambda}(\boldsymbol{\omega}, \mathbf{S}, t) \mathbf{S},$$

где $\mathbf{S} = 4q_0 \mathbf{q}$, матрица $\mathbf{\Lambda}$ положительно определена, а λ – положительное число, характеризующее вклад демпфирующей части. Система приводится к ориентации $\boldsymbol{\omega} = 0$, $\mathbf{q} = (1, 0, 0, 0)^T$.

При движении по такой поверхности ориентация спутника асимптотически устойчива.

Основные уравнения

Уравнения движения космического аппарата:

$$\begin{cases} \mathbf{Q} = \frac{1}{2} \mathbf{Q} \circ \boldsymbol{\omega} \\ \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} = \mathbf{M}_{grav} + \mathbf{M}_{cnt} + \mathbf{M}_{dist} \end{cases}$$

В качестве управляющего момента рассматривается

$$\mathbf{M}_{cnt} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$$

В качестве модели геомагнитного поля используется модель наклонного диполя:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_e}{r^5} (\mathbf{k}r^2 - 3(\mathbf{k}, \mathbf{r})\mathbf{r}),$$

где \mathbf{k} – единичный вектор в направлении диполя

Построение управления

Рассматриваем управление: $\dot{x} = -J^{-1}Px$.

Основное уравнение:

$$\lambda m \times B = \lambda(\omega \times J\omega - M) - \dot{\Lambda}JS - \Lambda(JS + PS) - \lambda P\omega$$

Построение управления

Рассматриваем управление: $\dot{x} = -J^{-1}Px$.

Основное уравнение:

$$\lambda m \times B = \lambda(\omega \times J\omega - M) - \dot{\Lambda}JS - \Lambda(JS + PS) - \lambda P\omega$$

Численное приближение производной:

$$\dot{\Lambda} = \frac{\Lambda(k+1) - \Lambda(k)}{\Delta t}$$

Построение управления

Рассматриваем управление: $\dot{x} = -J^{-1}Px$.

Основное уравнение:

$$\lambda m \times B = \lambda(\omega \times J\omega - M) - \dot{\Lambda}JS - \Lambda(JS + PS) - \lambda P\omega$$

Численное приближение производной:

$$\dot{\Lambda} = \frac{\Lambda(k+1) - \Lambda(k)}{\Delta t}$$

$$(\lambda(\omega \times J\omega - M) - \Lambda(JS + PS) - \lambda P\omega)\Delta t + \Lambda JS - \\ - \Lambda(k+1)JS = m \times \lambda \Delta t B$$

Построение управления

Рассматриваем управление: $\dot{x} = -J^{-1}Px$.

Основное уравнение:

$$\lambda m \times B = \lambda(\omega \times J\omega - M) - \dot{\Lambda}JS - \Lambda(JS + PS) - \lambda P\omega$$

Численное приближение производной:

$$\dot{\Lambda} = \frac{\Lambda(k+1) - \Lambda(k)}{\Delta t}$$

$$\overbrace{(\lambda(\omega \times J\omega - M) - \Lambda(JS + PS) - \lambda P\omega)\Delta t + \Lambda JS - \Lambda(k+1)}^a \underbrace{JS}_{-b} = m \times \underbrace{\lambda \Delta t B}_d$$

Итерационная процедура

$$\mathbf{a} + \Lambda(k+1)\mathbf{b} = m \times \mathbf{d}$$
$$(\mathbf{a}, \mathbf{d}) + (\Lambda(k+1)\mathbf{b}, \mathbf{d}) = 0$$

Перейдём в другую систему координат, задаваемую базисом:

$$\mathbf{e}_1 = \frac{\mathbf{d}}{|\mathbf{d}|}, \quad \mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_1, \quad \mathbf{e}_3 = \frac{\mathbf{d} \times \mathbf{b}}{|\mathbf{d} \times \mathbf{b}|}$$

В этой системе координат скалярное произведение можно расписать покомпонентно и получить связь элементов $\Lambda_{11}(k+1)$ и $\Lambda_{12}(k+1)$.

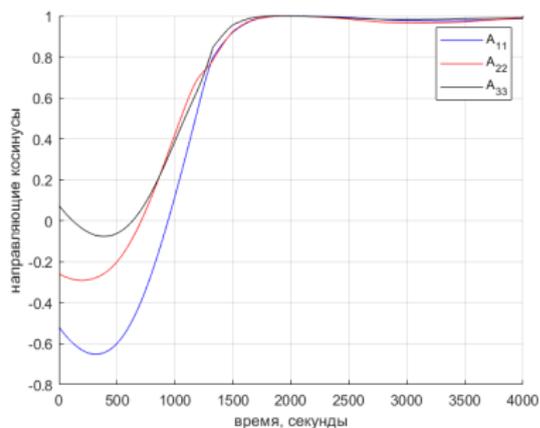
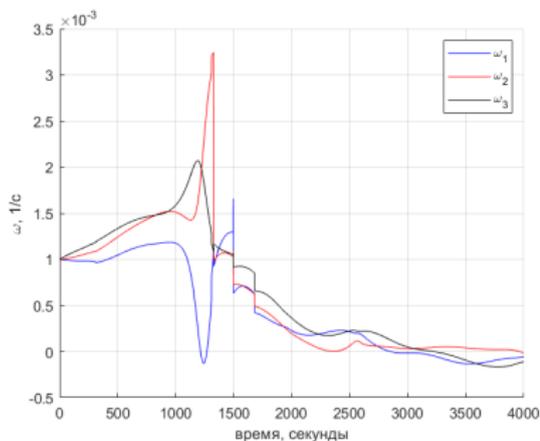
Итерационная процедура

Матрица $\Lambda(k + 1)$ должна оставаться положительно определенной и меняться не слишком быстро. Поэтому будем в качестве $\Lambda_{11}(k + 1)$ и $\Lambda_{33}(k + 1)$ использовать значения с предыдущего шага. За счет изменения базиса новой системы на каждом шаге будет изменяться и матрица.

$$\Lambda_{12}(k + 1) = \Lambda_{21}(k + 1) = -\frac{a_1 - \Lambda_{11}(k + 1)b_1}{b_2}$$

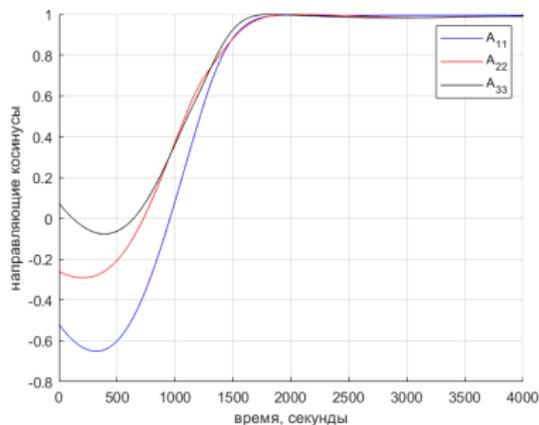
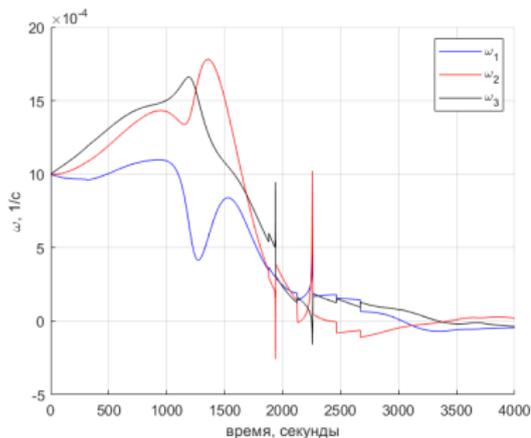
$$\Lambda_{22}(k+1) = \begin{cases} \Lambda_{22}(k), & \text{если } \Lambda_{11}(k + 1)\Lambda_{22}(k) - \Lambda_{12}^2(k + 1) > 0 \\ \Lambda_0 + \frac{\Lambda_{12}^2(k + 1)}{\Lambda_{11}(k + 1)}, & \text{иначе} \end{cases}$$

Итерационный алгоритм для наноспутника «ТаблетСат-Аврора»



Алгоритм для наноспутника «ТаблетСат-Аврора» - с усреднением матрицы

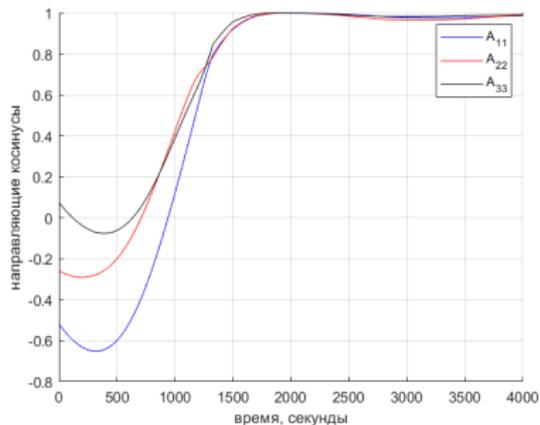
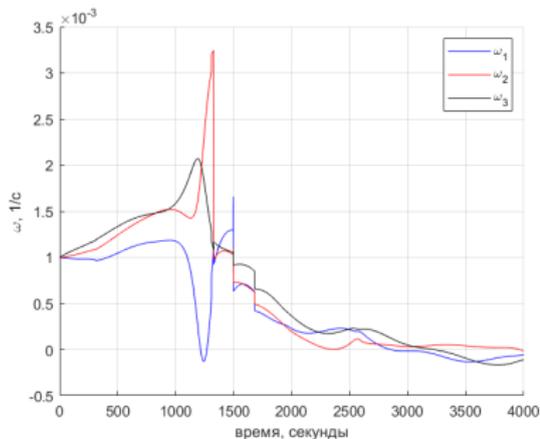
Λ



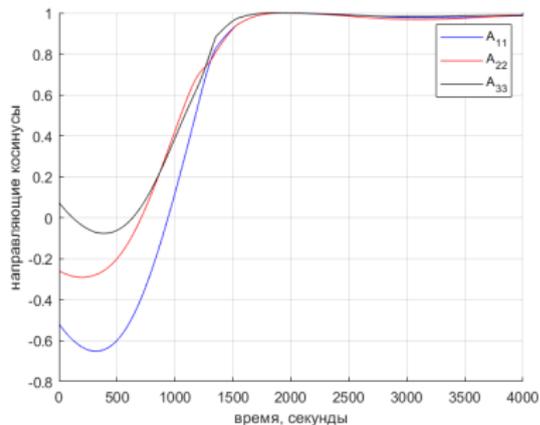
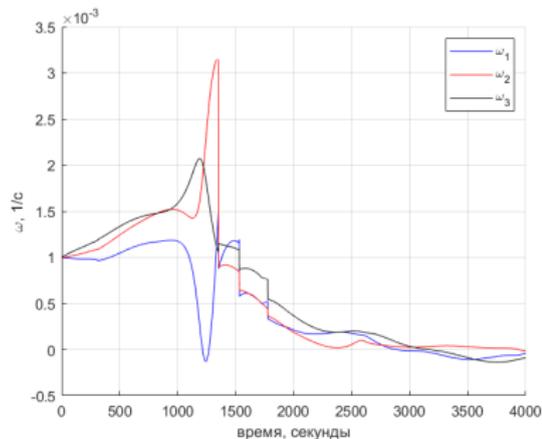
Модификации алгоритма

- при усреднении $\Lambda_{ctr}(k + 1) = \frac{\Lambda(k) + \Lambda(k + 1)}{2}$ уменьшается максимальное значение угловой скорости, но увеличивается время стабилизации. Можно использовать, если текущее значение угловой скорости превышает некоторое заданное значение.

Итерационный алгоритм для наноспутника «ТаблетСат-Аврора»



Алгоритм для наноспутника «ТаблетСат-Аврора» - учет порядка Λ_{22}



Модификации алгоритма

- при усреднении $\Lambda_{ctr}(k+1) = \frac{\Lambda(k) + \Lambda(k+1)}{2}$ уменьшается максимальное значение угловой скорости, но увеличивается время стабилизации. Можно использовать, если текущее значение угловой скорости превышает некоторое заданное значение;
- при замене Λ_0 на

$$\left| \Lambda_{22}(k) - \frac{\Lambda_{12}^2(k+1)}{\Lambda_{11}(k+1)} \right|$$

уменьшается число скачков угловой скорости.

Рассмотрено применение скользящего управления для обеспечения трехосной ориентации спутника с помощью токовых катушек. Алгоритм переводит спутник из любого положения в требуемую ориентацию. Для наноспутников алгоритм позволяет добиться точности ориентации в несколько градусов.