

65-я научная конференция МФТИ
3–8 апреля 2023 года, Москва



Оптимизация траекторий перелета малого космического аппарата в перспективных миссиях к Марсу и Венере

Н.В. Моргунов¹, М.Г. Ширококов²

¹Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)

²Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

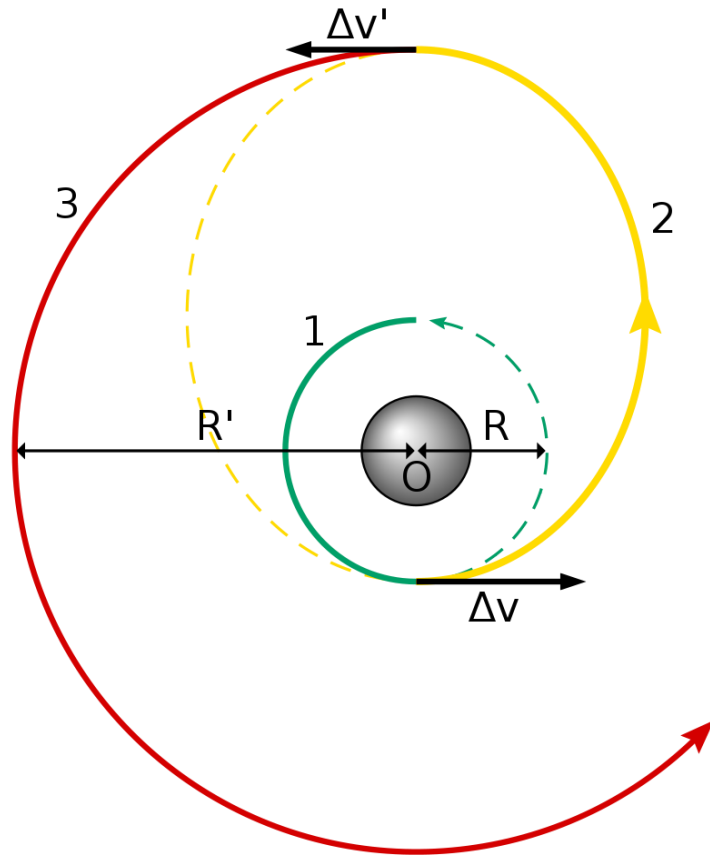
Содержание

1. Мотивация
2. Постановка задачи
3. Метод решения
4. Результаты
5. Заключение

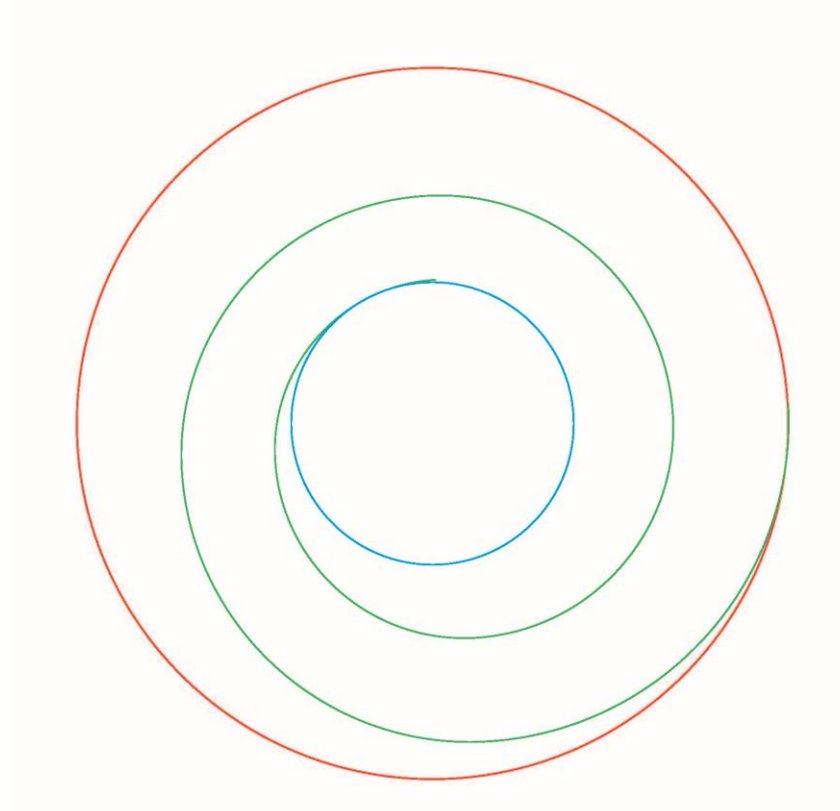
Мотивация

- Малые аппараты удешевляют миссию;
- Для экономии используются двигатели с высоким удельным импульсом (~ 1000 с) и малой тягой (~ 10 мН);
- Управление непрерывное.

Мотивация



Гомановская траектория

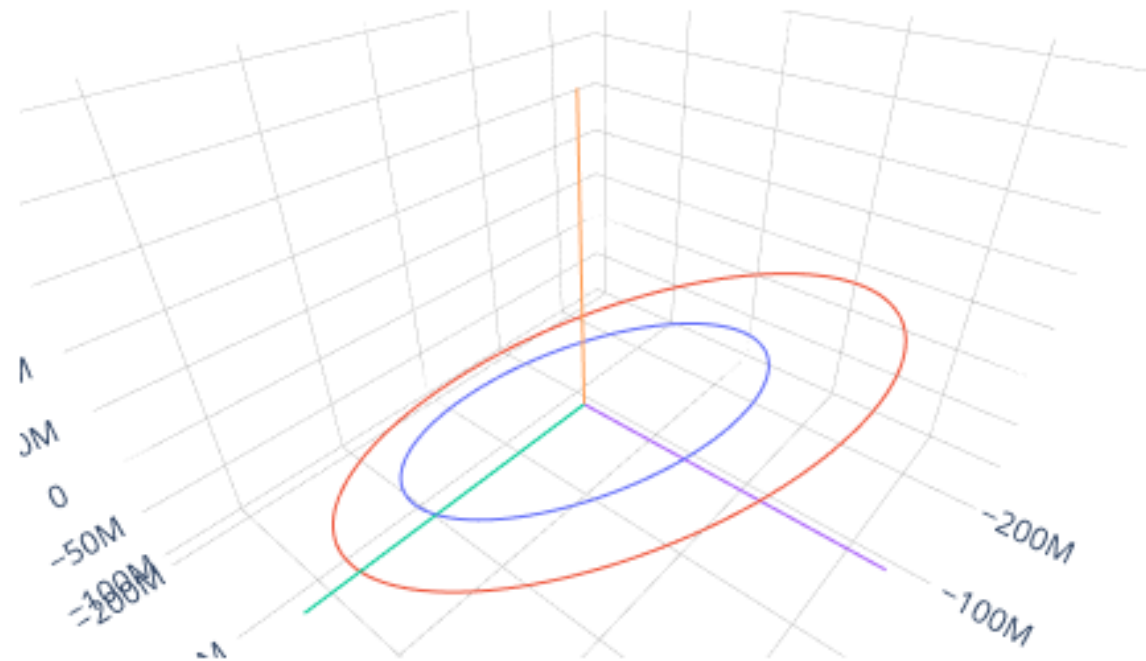


Траектория малого аппарата

Математическая модель

$$\begin{cases} \dot{\vec{r}} = \vec{v}, \\ \dot{\vec{v}} = -\mu \frac{\vec{r}}{r^3} + \frac{\vec{F}}{m}. \end{cases}$$

Задача двух тел



Система координат

Задача оптимального управления

- Дано: $T_0, T_f, \mathbf{r}_0 = \mathbf{R}_z, \mathbf{v}_0 = \mathbf{V}_z, M_0$;
- Найти $\mathbf{F}(t)$, т. ч. :
 $\mathbf{r}_f = \mathbf{R}_m, \mathbf{v}_f = \mathbf{V}_m$;
 $(M_0 - M_f)$ — минимально.

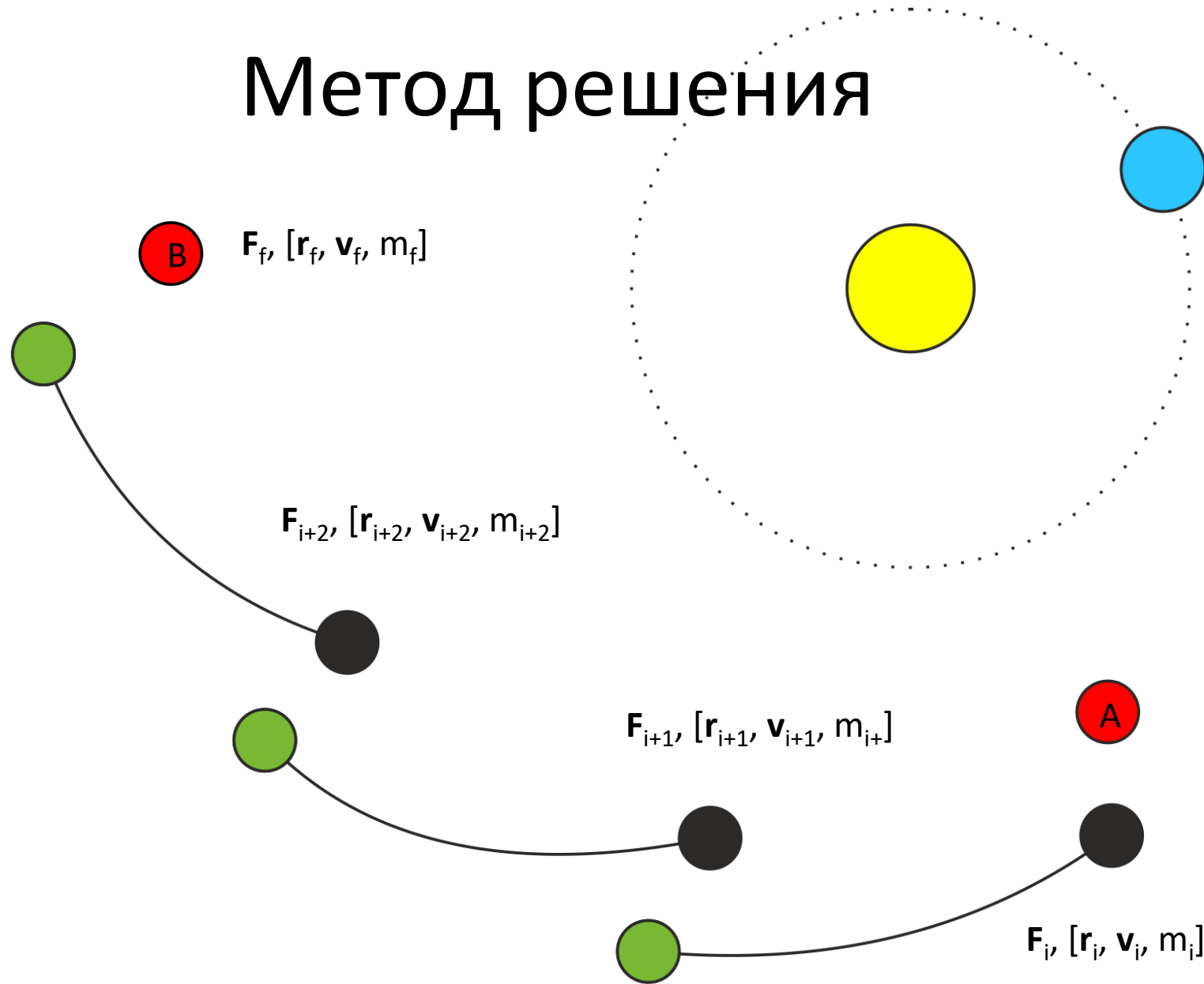
Частный случай

- Функция управления $\mathbf{F}(t) = [F_x(t), F_y(t), F_z(t)]^T$ — кусочно-постоянная или кусочно-линейная;
- Начальная масса аппарата $M_0 = 85$ кг;
- Двигатель СПД-50М:
 - $J = 1250$ с;
 - $F_{\max} = 18$ мН.

Методы оптимизации

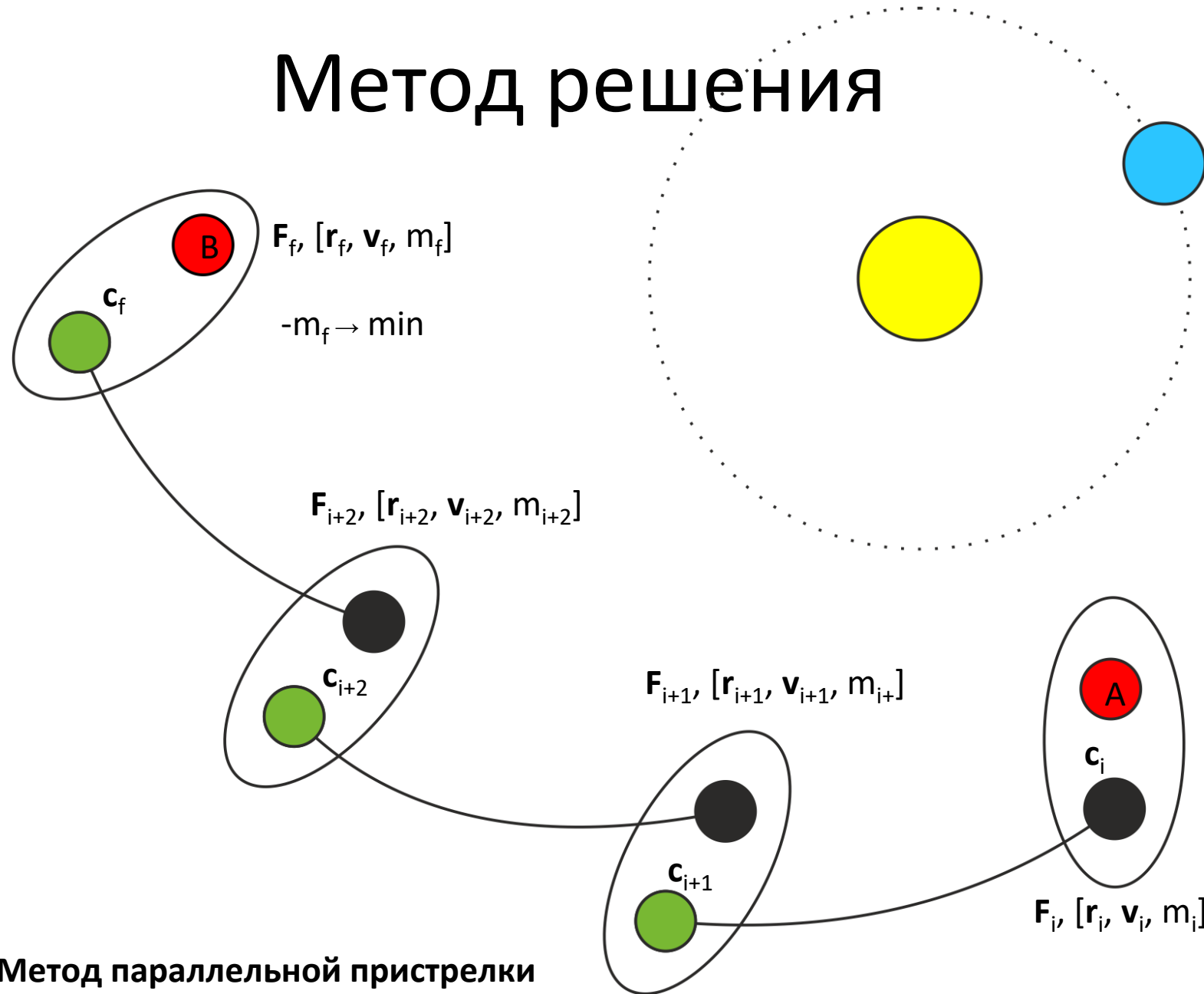
- Непрямой — принцип максимума Понтрягина;
- Прямой — параметризация функции управления и сведение исходной задачи к задаче нелинейного программирования.

Метод решения



Метод параллельной пристрелки

Метод решения



Метод параллельной пристрелки

Задача нелинейного программирования

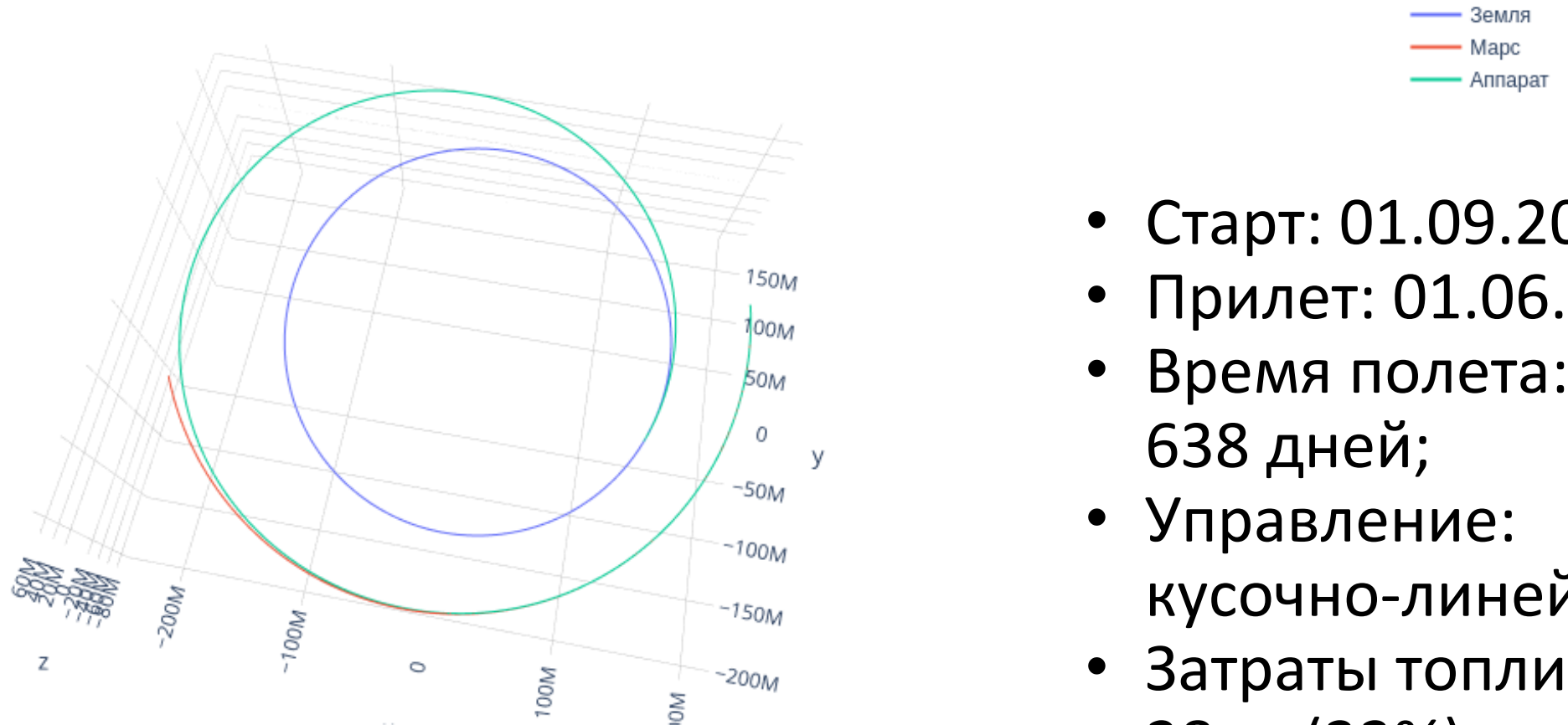
- Переменные: $\vec{F}_i, (\vec{r}_i, \vec{v}_i, m_i)$

- Ограничения:

$$c_i = (\vec{r}_i^{pr}(t_{i+1}), \vec{v}_i^{pr}(t_{i+1}), m_i^{pr}(t_{i+1})) - (\vec{r}_{i+1}, \vec{v}_{i+1}, m_{i+1}) = 0$$
$$\|\vec{F}_i\| \leq F_{max}$$

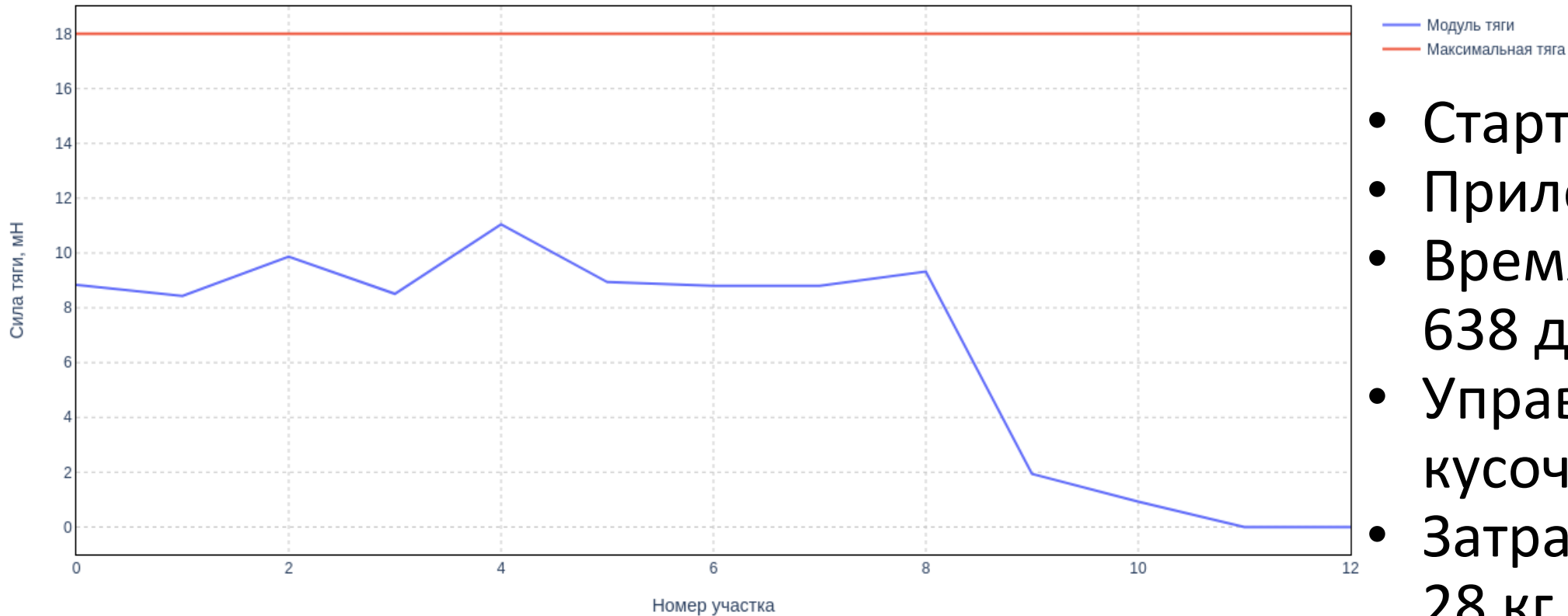
- Функционал: $-m_f \rightarrow \min$

Пример оптимальной траектории



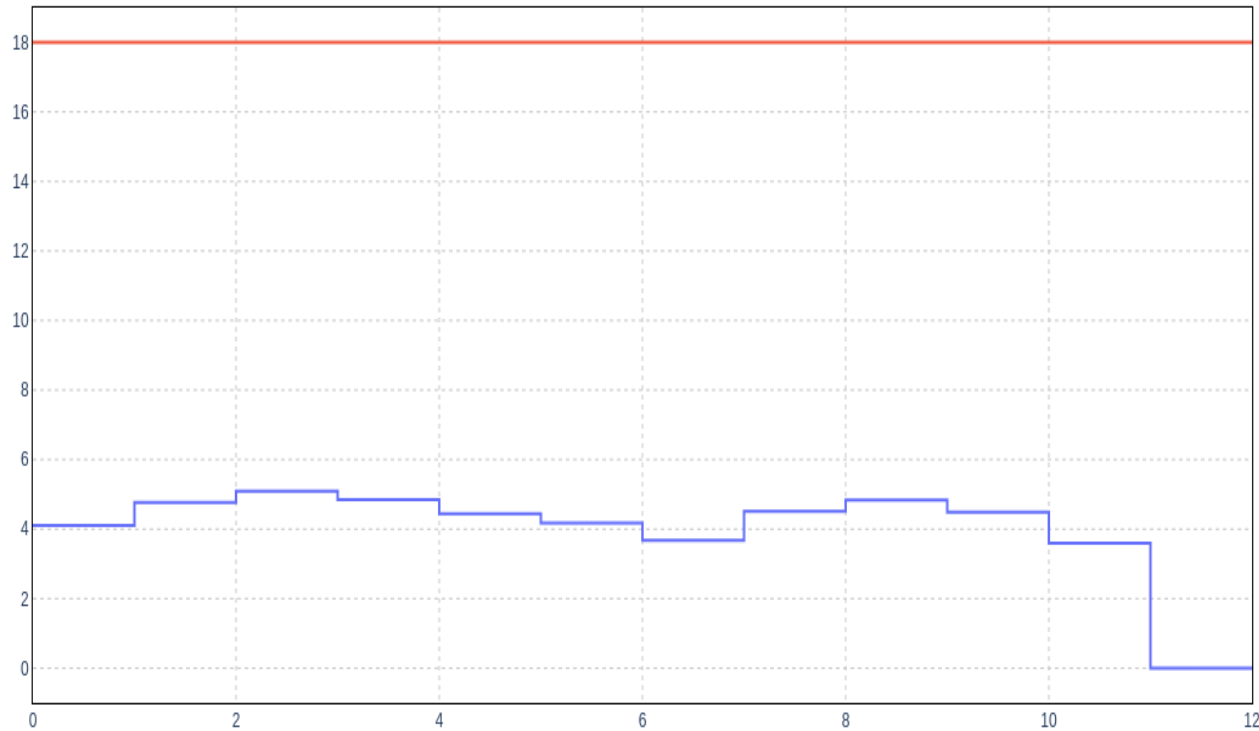
- Старт: 01.09.2024;
- Прилет: 01.06.2026;
- Время полета:
638 дней;
- Управление:
кусочно-линейное;
- Затраты топлива:
28 кг (33%).

Пример профиля оптимального управления

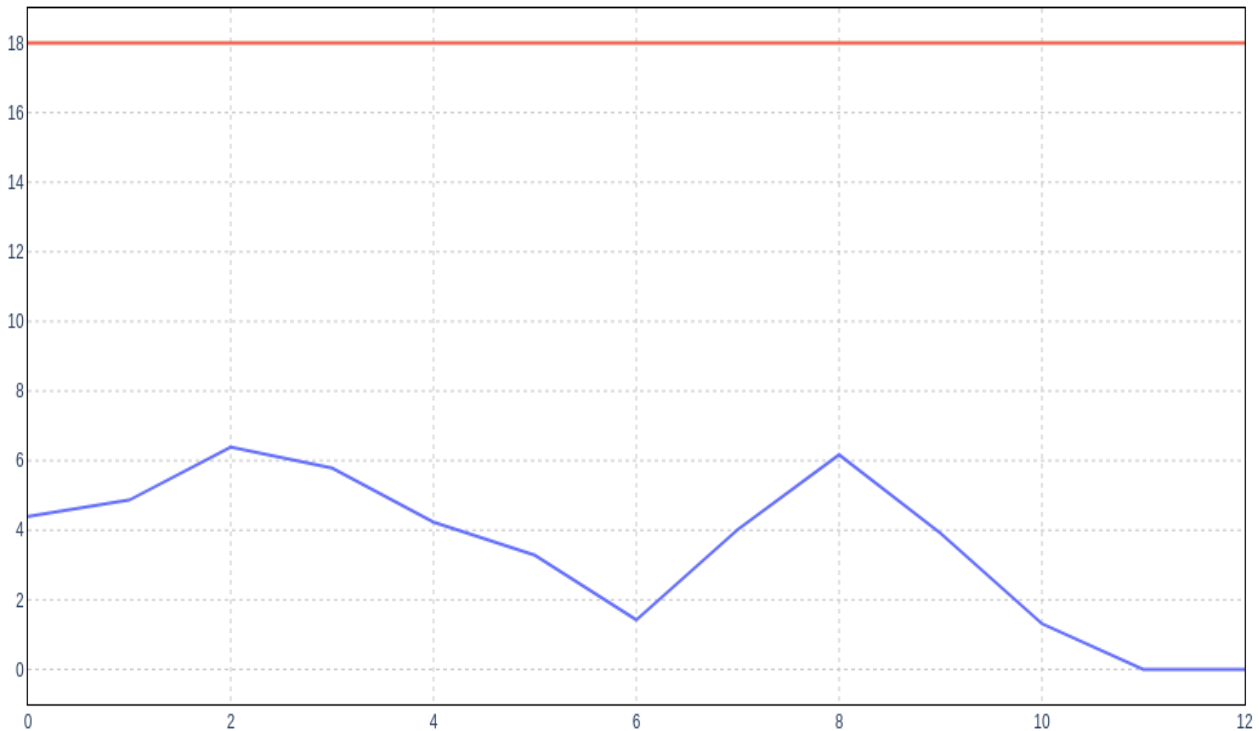


- Старт: 01.09.2024;
- Прилет: 01.06.2026;
- Время полета: 638 дней;
- Управление: кусочно-линейное;
- Затраты топлива: 28 кг (33%).

Сравнение функций управления (T=1095 дней)



- Управление: кусочно-постоянное;
- Затраты топлива: 31 кг (36%);
- Итерации: 171;
- Время оптимизации: 201 с.



- Управление: кусочно-линейное;
- Затраты топлива: 26 кг (31%);
- Итерации: 620;
- Время оптимизации: 1302 с.

Зависимость затрат топлива от времени перелета

$T, \text{сут}$	$m_T, \text{кг}$
638.00	28.293
671.78	27.501
685.50	27.289

Заключение

- Разработан алгоритм решения оптимизационной задачи перелета методом параллельной пристрелки;
- Метод позволяет найти решение задачи для классов кусочно–постоянных и кусочно линейных функций для заданных ограничений;
- Наименьшее найденное количество топлива: 28 кг (33%): управление кусочно–линейное, $T = 638$ дней.