



САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
SAMARA UNIVERSITY

Реализация и исследование алгоритма определения ориентации наноспутника на основе фильтра Калмана

Выполнила студентка
группы 6406-030301D
Селезнева Людмила Александровна

Научный руководитель
Крамлик Андрей Васильевич,
к.т.н, доцент Межвузовской кафедры
космических исследований

г. Самара, 2023



Цели и задачи

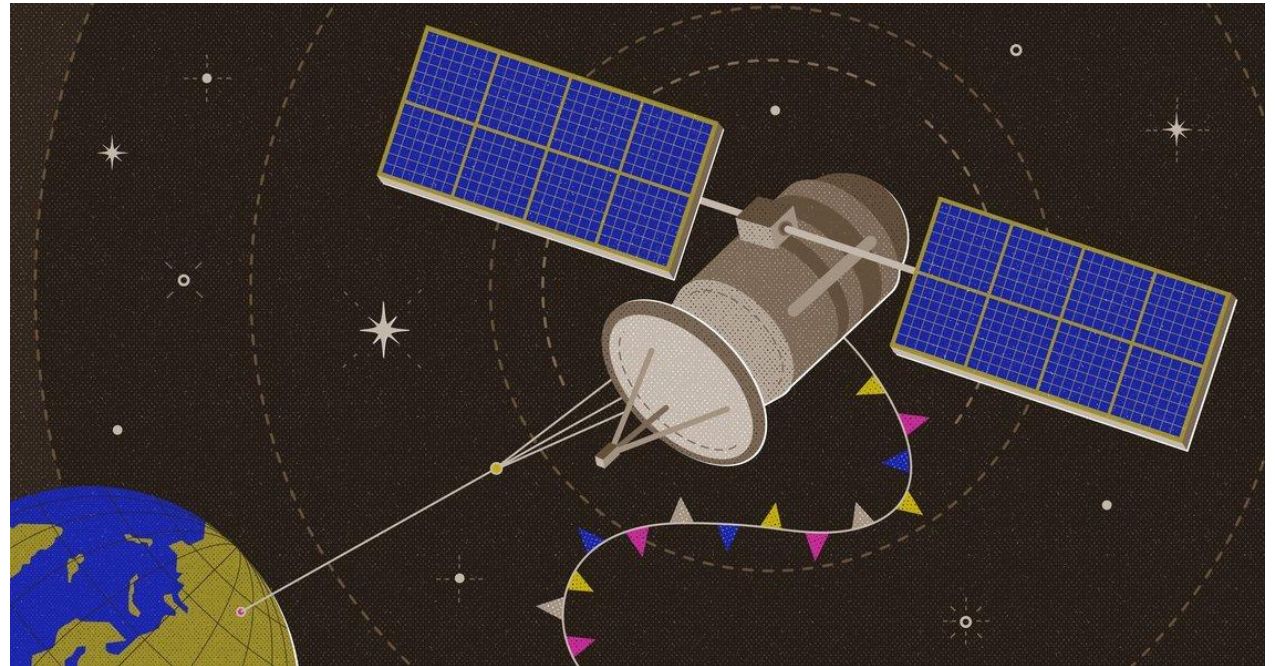
Актуальность:

1. Использование информации об ориентации в качестве обратной связи в алгоритмах управления движением;
2. Использование информации об ориентации для пространственно-временной привязки измерений целевой аппаратуры.

Цель: разработка алгоритма определения ориентации наноспутника на основе фильтра Калмана.

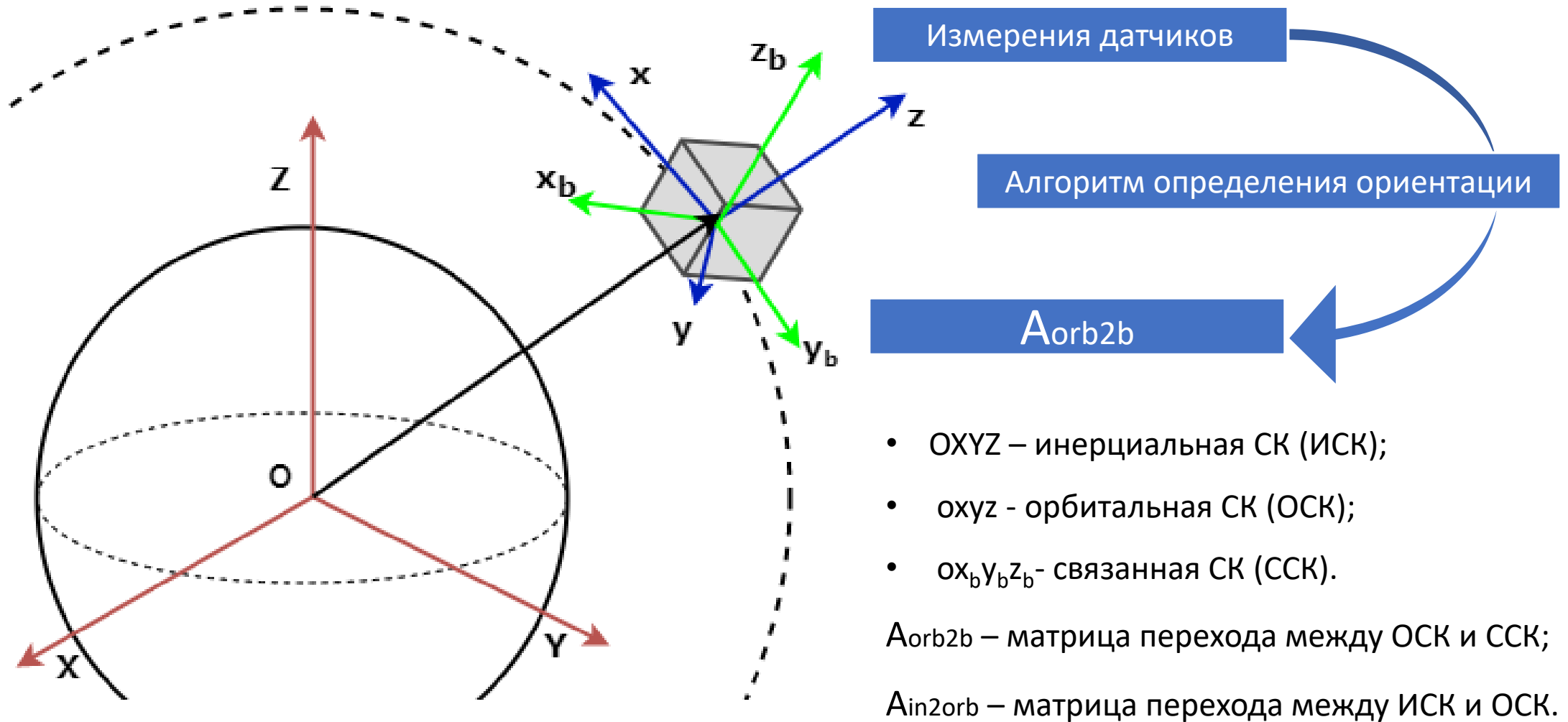
Задачи:

1. Построение алгоритма определения ориентации наноспутника;
2. Реализация алгоритма в пакете программ MATLAB;
3. Построение и реализация метода начальной настройки фильтра Калмана;
4. Численное моделирование работы алгоритма.





Постановка задачи определения ориентации





Динамические уравнения Эйлера

$$\frac{d\vec{\omega}_b}{dt} = I^{-1} (\vec{M}^{ext} - [\vec{\omega}_b, I\vec{\omega}_b])$$

Аэродинамический момент

$$\vec{M}_{aero} = -\frac{1}{2} \rho C_D S v^2 [\vec{r}_a, \vec{e}_v]$$

$$\vec{e}_v = A_{orb2b} \frac{\vec{v}}{v}$$

Гравитационный момент

$$\vec{M}_{grav} = 3\omega_0^2 [\vec{e}_b, I\vec{e}_b]$$

$$\vec{e}_b = A_{orb2b} \vec{e}_o$$

$$\vec{e}_o = [0, 0, 1]^T$$

Кинематические соотношения (уравнения Пуассона)

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{2} \mathbb{W}^{orb} \circ Q$$

$$\vec{\omega}^{orb} = \vec{\omega}_b - A_{orb2b} \vec{\omega}_0$$

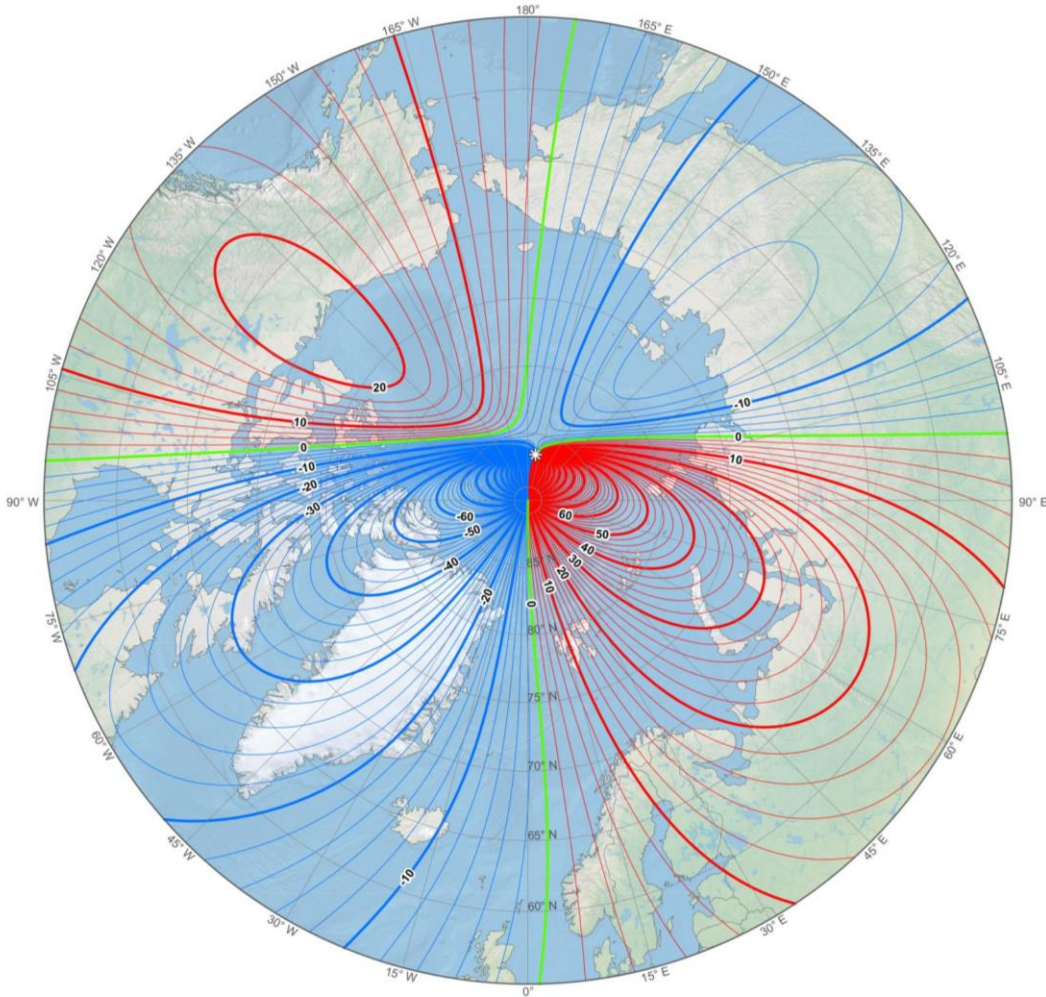
$$\vec{\omega}_0 = [0, \omega_0, 0]^T$$

$$Q = [q_0, q_1, q_2, q_3]$$

$$\mathbb{W}^{orb} = [0, \omega_x^{orb}, \omega_y^{orb}, \omega_z^{orb}]$$

A_{orb2b} - матрица перехода между ОСК и ССК,

A_{in2orb} - матрица перехода между ИСК и ОСК.



Модель измерений гироскопа:

$$\vec{\omega}_{gyro} = A^{-1}\vec{\omega}_b + \vec{\alpha}(T) + \mathcal{G}$$

- A – матрица неортогональности измерительных осей
- $\vec{\alpha}(T)$ – температурный дрейф нуля
- \mathcal{G} – шум измерений

Модель измерений магнитометра:

$$\vec{m} = M^{-1}\vec{B}_b + \vec{x}_0 + \xi$$

- M – калибровочная матрица
- \vec{x}_0 – смещение нуля
- ξ – шум измерений

Модель МПЗ – прямой диполь:

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0\mu_m}{4\pi r^5}(\vec{k}r^2 - 3(\vec{k}, \vec{r})\vec{r})$$



Фильтр Калмана

Прогноз

$$\begin{cases} \hat{x}_k^- = \int_{t_{k-1}}^{t_k} f(\hat{x}_{k-1}^+, t) dt, \\ P_k^- = F_k P_{k-1}^+ F_k^T + Q_k, \end{cases}$$

Коррекция

$$\begin{cases} K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1}, \\ \hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - h(\hat{x}_k^-, t_k)), \\ P_k^+ = (E - K_k H_k) P_k^-, \end{cases}$$

Инициализация

$$\hat{x}_0, P_0, R_0, Q_0$$

Модель движения:

$$f = \begin{cases} \frac{1}{2} q_0 \vec{\omega}^{orb} + \frac{1}{2} [\vec{\omega}^{orb}, \vec{q}], \\ I^{-1} (\vec{M}^{ext} - [\vec{\omega}^b, I \vec{\omega}^b]). \end{cases}$$

Модель измерений:

$$h = \begin{cases} M^{-1} \vec{B}_b + \vec{x}_0, \\ A^{-1} \vec{\omega}^b + \vec{\alpha}(T). \end{cases}$$



Фильтр Калмана(обозначения)

Фильтр Калмана — эффективный рекурсивный фильтр, оценивающий вектор состояния динамической системы, используя ряд неполных и зашумленных измерений.

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{x}_k^- = \int_{t_{k-1}}^{t_k} f(\hat{x}_{k-1}^+, t) dt, \\ P_k^- = F_k P_{k-1}^+ F_k^T + Q_k, \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1}, \\ \hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - h(\hat{x}_k^-, t_k)), \\ P_k^+ = (E - K_k H_k) P_k^-, \end{array} \right.$$

\hat{x}	вектор оценки состояния системы
z_k	вектор измерений
P_k	<u>ковариационная матрица ошибок</u>
F_k	матрица эволюции системы
H_k	матрица модели измерений
Q_k	<u>ковариационная матрица шума процесса</u>
R_k	<u>ковариационная матрица шума модели измерений</u>
K_k	коэффициент усиления Калмана



Ковариационные матрицы

Для матриц P , R , Q сделаем предположение об отсутствии корреляции в шумах измерений, в ошибках начального приближения вектора состояния, а также в шумах процесса, тогда ковариационные матрицы примут диагональный вид:

$$R_0 = \text{diag}(\sigma_{Bx}^2, \sigma_{By}^2, \sigma_{Bz}^2, \sigma_{\omega x}^2, \sigma_{\omega y}^2, \sigma_{\omega z}^2), \quad P_{0,0} = \text{diag}(\sigma_{q1}^2, \sigma_{q2}^2, \sigma_{q3}^2, \sigma_{\omega x}^2, \sigma_{\omega y}^2, \sigma_{\omega z}^2), \quad Q_0 = \text{diag}(Q_q, Q_q, Q_q, Q_\omega, Q_\omega, Q_\omega).$$

Будем искать коэффициенты матрицы Q , поставив оптимизационную задачу:

$$\begin{cases} ARMSE(Q_q, Q_\omega) \rightarrow \min \\ Q_q, Q_\omega > 0 \end{cases}$$

где $ARMSE^*$ - накопленная средняя квадратичная ошибка на выходе фильтра.

$$ARMSE = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^n \sum_{t=0}^T (x_{t,t}^i - \hat{x}_{t,t}^i)^2}$$

где i – i -я компонента вектора состояния, t – дискретный момент времени, $n = 6$ размерность вектора оцениваемых параметров.

*Куликова, М. В. Численные методы нелинейной фильтрации для обработки сигналов и измерений // Вычислительные технологии. 2016. Т. 21. № 4



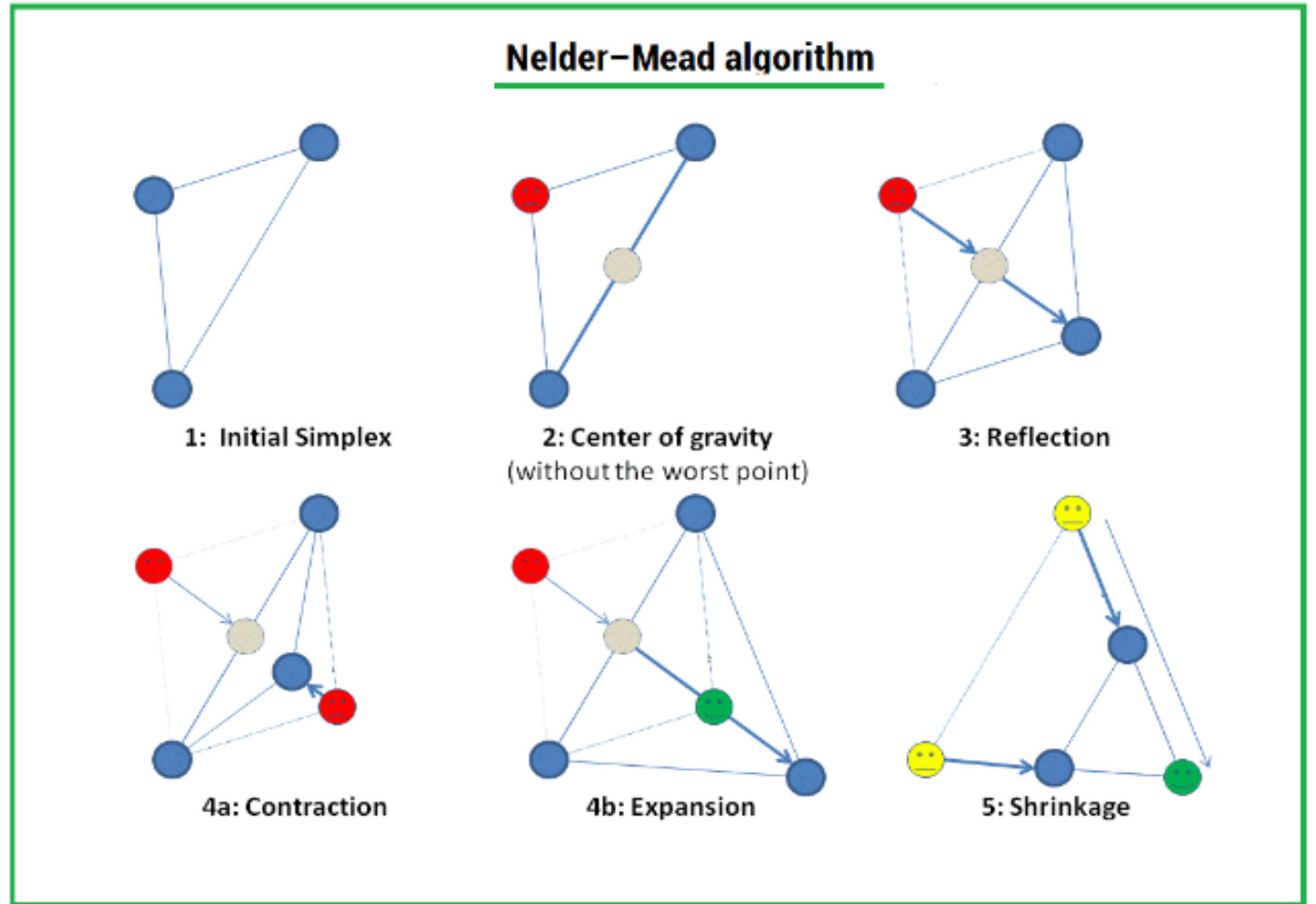
Алгоритм Нелдера-Мида

Основная идея: создание многогранника(симплекса) размерности $n+1$ и его деформация.

Виды деформации:

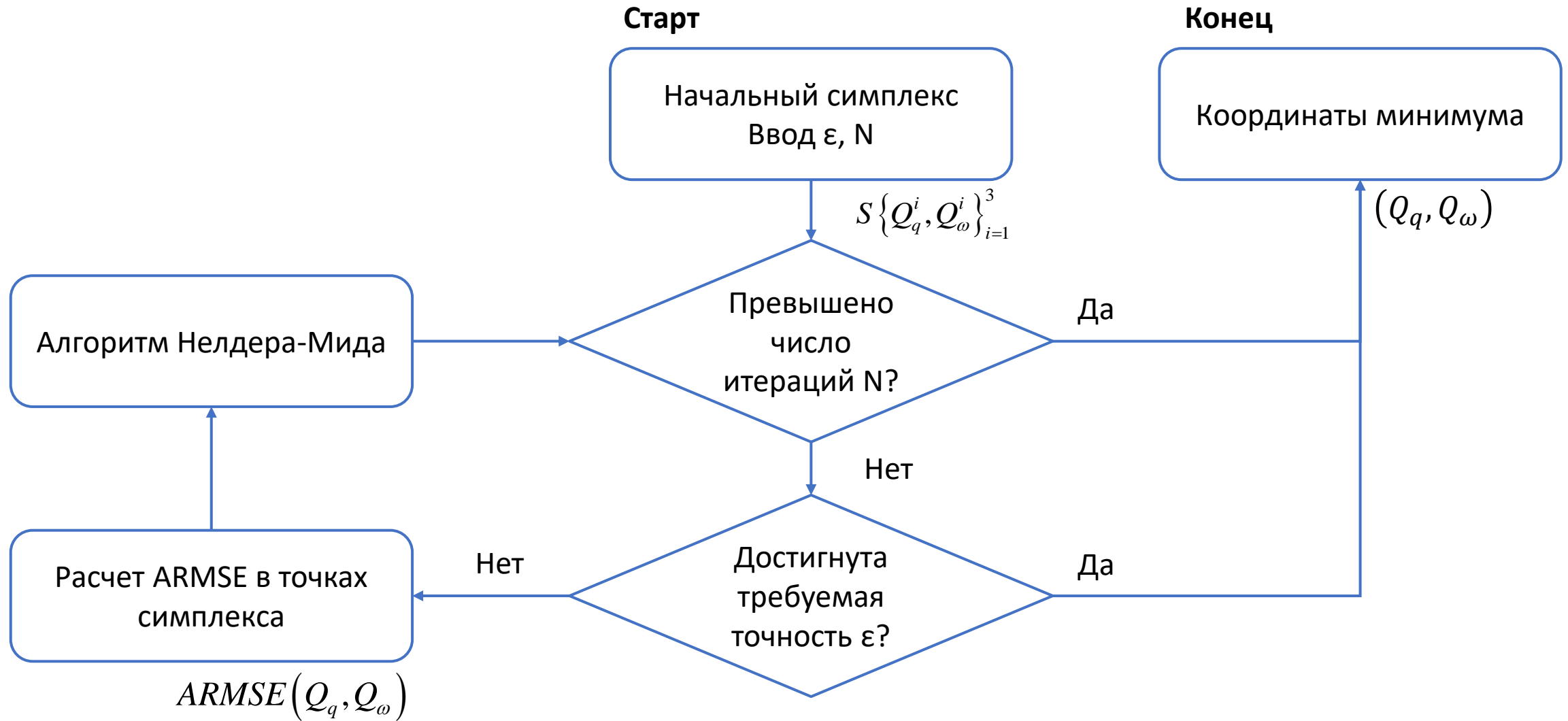
- расширение;
- сжатие;
- отражение;
- сокращение.

Начальный симплекс $S\{Q_q^i, Q_\omega^i\}_{i=1}^3$ задается тремя точками с различными значениями Q_q, Q_ω .





Алгоритм поиска коэффициентов



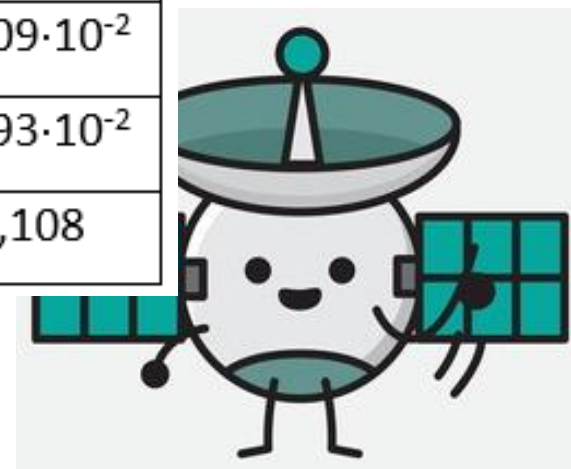


Моделирование работы метода настройки фильтра Калмана

В рамках работы использованы следующие методы подбора начальных приближений ковариационных матриц:

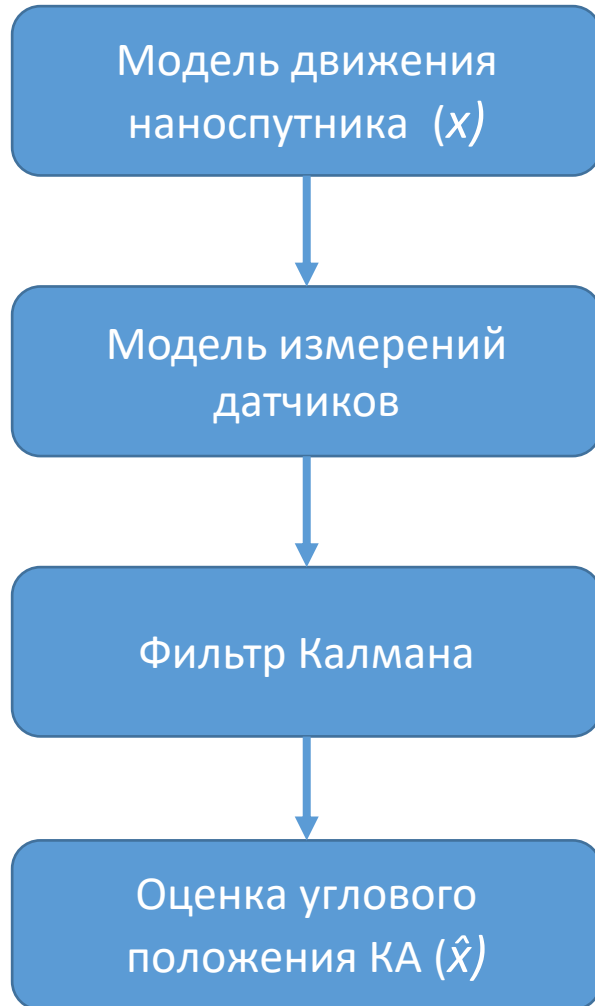
1. Алгоритм Нелдера-Мида (изложен в докладе);
2. Графический метод (построение графиков распределений ARMSE и визуальный поиск коэффициентов, при которых достигается минимум);
3. Ручной подбор (подбор коэффициентов по порядкам величин дисперсий шума датчиков).

Алгоритм	Qq	Qw	Время сходимости, с	ARMSE
Нелдера-Мида	$3,788 \cdot 10^{-11}$	$1,169 \cdot 10^{-12}$	500	$2,209 \cdot 10^{-2}$
Графический	$9,735 \cdot 10^{-11}$	$2,395 \cdot 10^{-10}$	950	$6,093 \cdot 10^{-2}$
Ручной подбор	$1,000 \cdot 10^{-10}$	$1,000 \cdot 10^{-10}$	1000	1,108





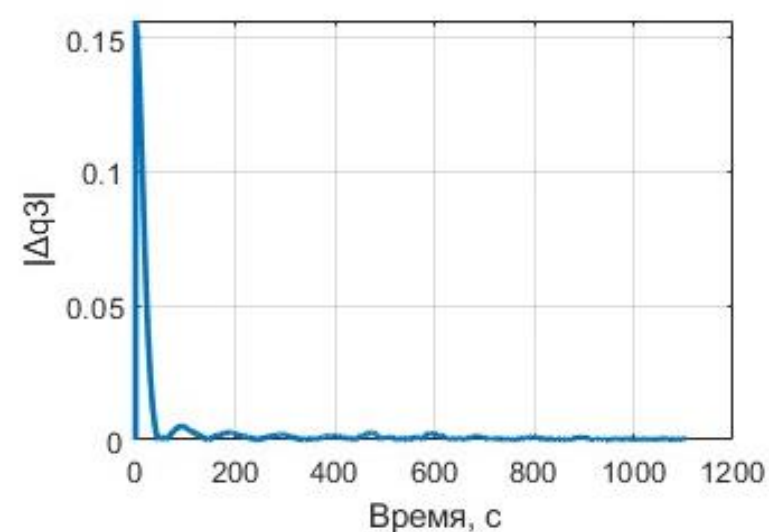
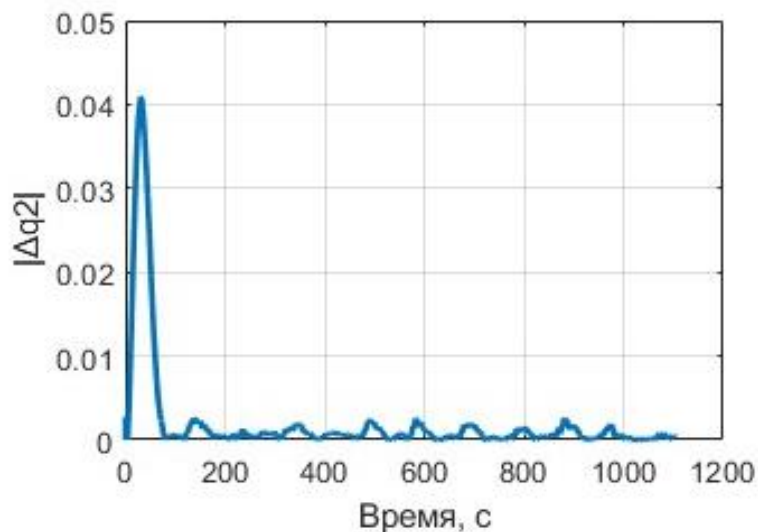
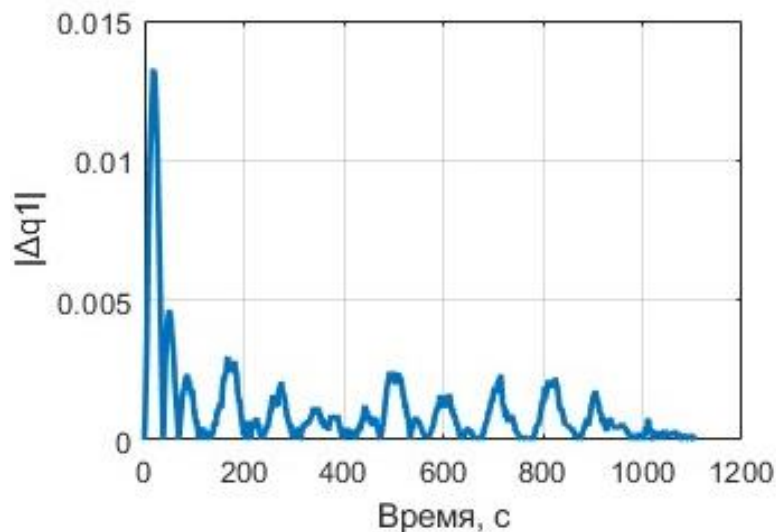
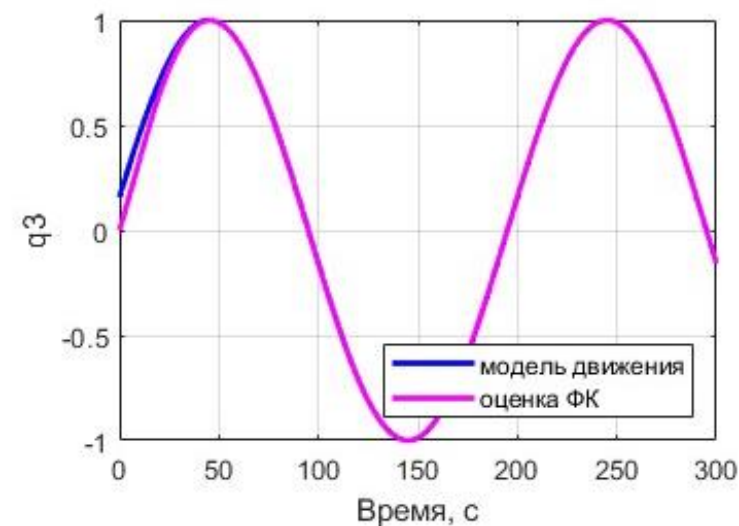
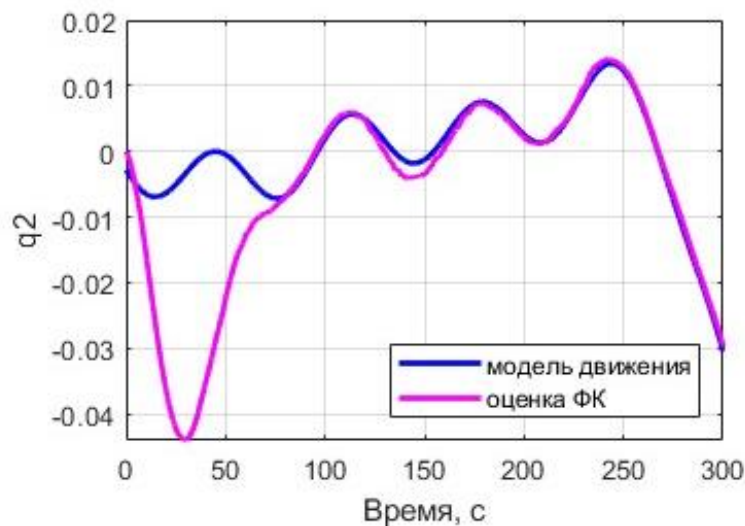
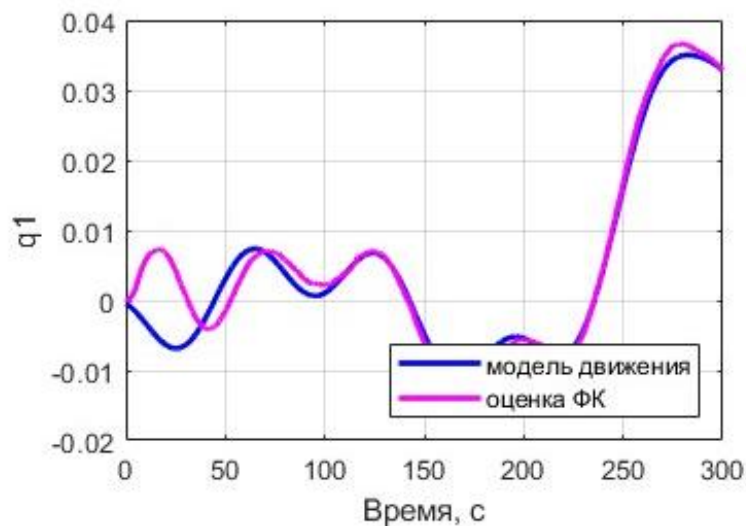
Численное моделирование



	Величина	Значение
Параметры орбиты	-большая полуось, км	6771
	-наклонение	51,64°
	-эксцентриситет	0,004
	-аргумент перигея	75,14°
	-истинная аномалия	115,95°
	-долгота восходящего узла	10,75°
Погрешности датчиков	-шум магнитометра, мкТл	~0,88
	-шум гироскопа, рад/мс	~1,85
Результаты моделирования	$T_{сх}$, с	250
	$\langle \sigma_q \rangle$	0,008
	$\langle \sigma_\omega \rangle$, градусы/с	0,039

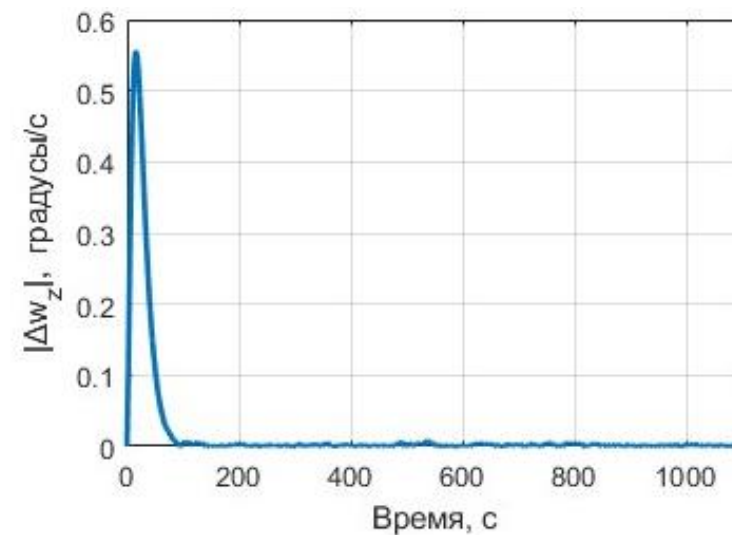
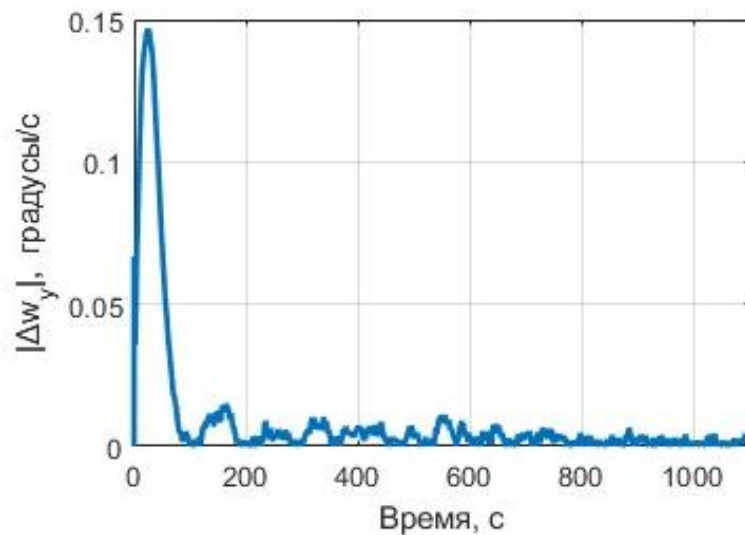
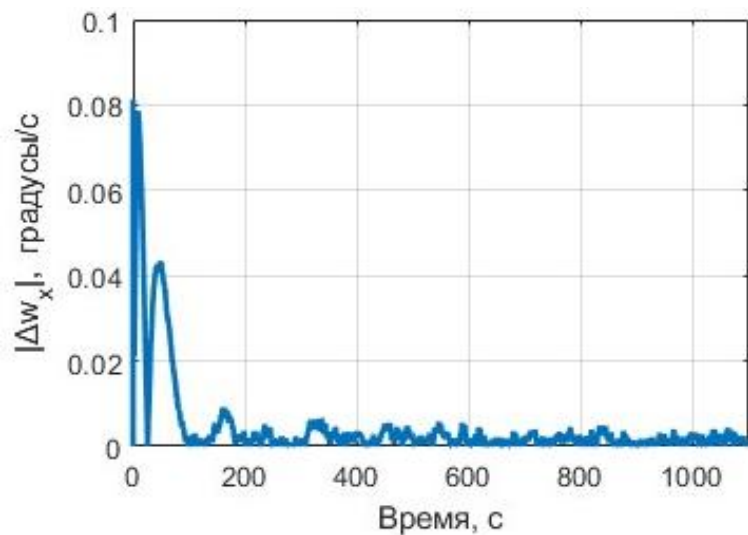
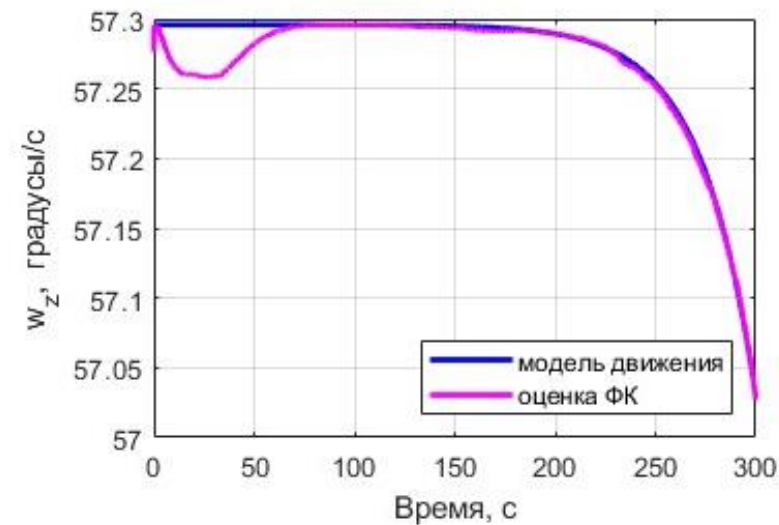
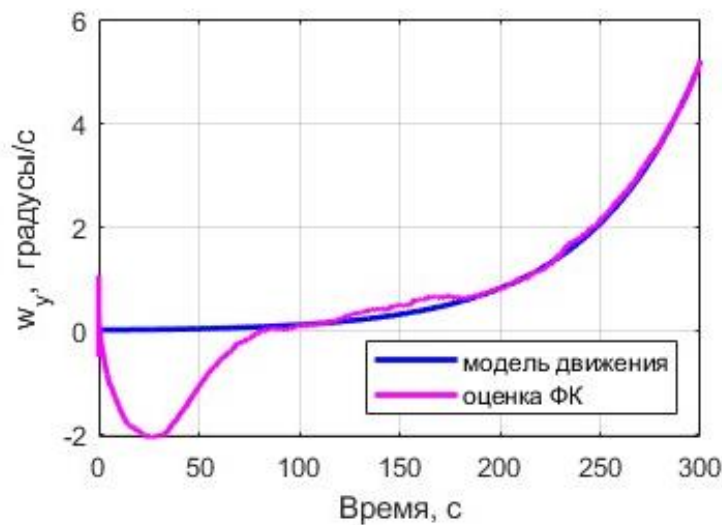
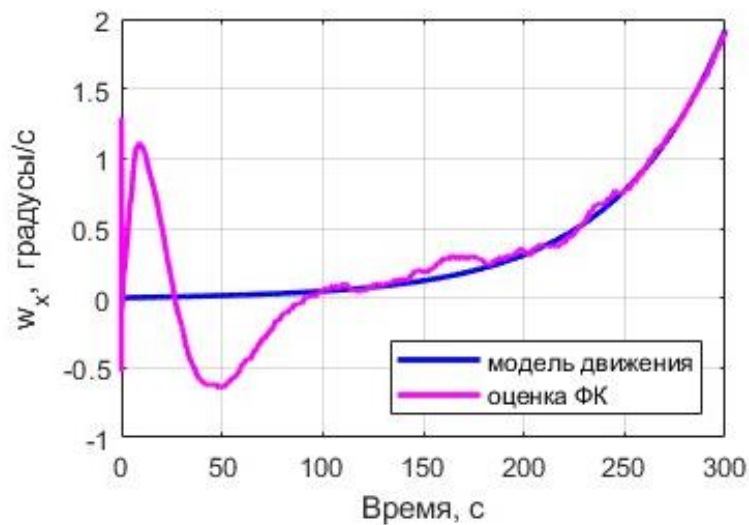


Результаты численного моделирования (1 реализация)





Результаты численного моделирования (1 реализация)





Заключение

Рассмотрено:

- теория фильтрации измерений;
- алгоритм определения ориентации наноспутника на основе фильтра Калмана;
- построение алгоритма для подбора ковариационных матриц для фильтра Калмана на основе алгоритма Нелдера-Мида.

Выполнено:

- реализация алгоритма определения ориентации наноспутника в MATLAB;
- реализация метода настройки фильтра Калмана в MATLAB;
- численное моделирование работы алгоритма подбора коэффициентов для фильтра Калмана.

Планируется:

- Обобщение полученного алгоритма для подбора ковариационных матриц на основе экспериментальных данных, а не смоделированных.



САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
SAMARA UNIVERSITY

**БЛАГОДАРЮ
ЗА ВНИМАНИЕ**

email: selezneva.l.a.mail@gmail.com