



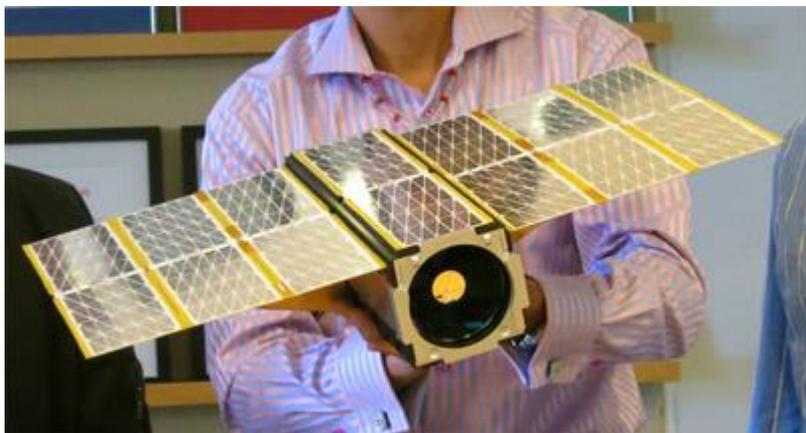
ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОРИЕНТАЦИИ МАЛОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Я.В. Маштаков, У.В. Монахова,
Д.С. Иванов, С.С. Ткачев,
А.И. Шестоперов, А.С. Охитина

XLIV АКАДЕМИЧЕСКИЕ ЧТЕНИЯ ПО КОСМОНАВТИКЕ

Введение

Малые космические аппараты – популярное решение для многих миссий



DOVE (Planet Labs)



Чибис-М



ТаблетСат-Аврора



Введение

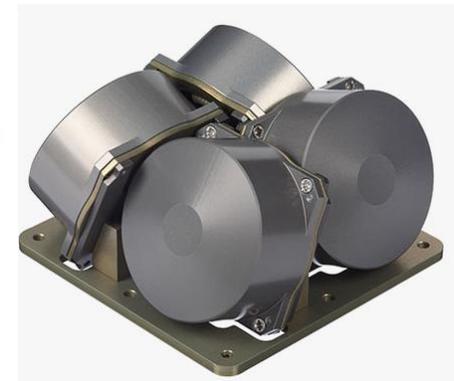
Система ориентации – одна из важнейших подсистем.
Должна уметь решать следующие задачи:

- Построение опорного движения
- Реализация опорного движения при помощи имеющихся актюаторов
- Определение текущего вектора состояния КА

Все три задачи связаны, и решаться должны комплексно

Состав системы ориентации

- Актюаторы
 - Маховики
 - Магнитные катушки
- Датчики
 - Магнитометр
 - Солнечный датчик
 - Датчик угловой скорости (ДУС)



Построение опорного движения

Конкретное опорное движение диктуется требованиями миссии/текущим режимом работы

Подзарядка аккумуляторов

Режим движения – одноосная
солнечная стабилизация

$$\mathbf{n}_{ref} = \mathbf{r}_{sat \rightarrow sol}$$

$$\boldsymbol{\omega}_{ref} = \mathbf{n}_{ref} \times \dot{\mathbf{n}}_{ref} + \Omega \mathbf{n}_{ref}$$

Ω – произвольная скалярная функция (в простейшем случае равна нулю либо некоторой постоянной величине)

Съемка Земной поверхности

Простой случай: съемка в надир

$$\mathbf{e}_3 = -\frac{\mathbf{r}}{r}, \quad \mathbf{e}_1 = \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{v}}{|\mathbf{r} \times \mathbf{v}|}, \quad \mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_1$$

$$\left[\boldsymbol{\omega}_{ref} \right]_{\times} = -\dot{\mathbf{D}}\mathbf{D}^T, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{e}_1^T \\ \mathbf{e}_2^T \\ \mathbf{e}_3^T \end{pmatrix}$$

Управление

Используем алгоритмы на основе прямого метода Ляпунова.
Достаточно простые, обеспечивают асимптотическую устойчивость требуемого движения

Одноосное управление

Функция Ляпунова

$$V_m = \frac{1}{2}(\boldsymbol{\omega}_{rel}, \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_{rel}) + k_m \left(1 - \sqrt{\frac{1 + (\mathbf{n}, \mathbf{D}\mathbf{n}_{ref})}{2}} \right)$$

Производная:

$$\dot{V}_m = \left(\boldsymbol{\omega}_{rel}, \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{rel} + \frac{k_m}{2\sqrt{2}} \frac{(\mathbf{D}\mathbf{n}_{ref}) \times \mathbf{n}}{\sqrt{1 + (\mathbf{n}, \mathbf{D}\mathbf{n}_{ref})}} \right)$$

Управление:

$$\mathbf{M}_{ctrl} = -\mathbf{M}_{ext} + \boldsymbol{\omega}_{abs} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_{abs} - \mathbf{J}(\boldsymbol{\omega}_{rel} \times \mathbf{D}\boldsymbol{\omega}_{ref}) + \mathbf{J}\mathbf{D}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{ref} - k_{\omega}\boldsymbol{\omega}_{rel} - \frac{k_m}{2\sqrt{2}} \frac{(\mathbf{D}\mathbf{n}_{ref}) \times \mathbf{n}}{\sqrt{1 + (\mathbf{n}, \mathbf{D}\mathbf{n}_{ref})}}.$$

Трёхосное управление

Функция Ляпунова:

$$V_q = \frac{1}{2}(\boldsymbol{\omega}_{rel}, \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_{rel}) + k_q (1 - q_0)$$

Производная:

$$\dot{V}_q = (\boldsymbol{\omega}_{rel}, -\boldsymbol{\omega}_{abs} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_{abs} + \mathbf{M}_{ext} + \mathbf{M}_{ctrl} + \mathbf{J}[\boldsymbol{\omega}_{rel}]_{\times} \mathbf{A}\boldsymbol{\omega}_{ref} - \mathbf{J}\mathbf{A}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{ref} + k_q \mathbf{q})$$

Управление:

$$\mathbf{M}_{ctrl} = -\mathbf{M}_{ext} + \boldsymbol{\omega}_{abs} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_{abs} + \mathbf{J}\mathbf{A}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{ref} - \mathbf{J}[\boldsymbol{\omega}_{rel}]_{\times} \mathbf{A}\boldsymbol{\omega}_{ref} - k_q \mathbf{q} - k_{\omega}\boldsymbol{\omega}_{rel}$$

Идентификация

Рассматриваем три сценария:

- Магнитометр, солнечный датчик, ДУС (штатный режим)
- Магнитометр, ДУС (движение в тени Земли)
- Магнитометр, солнечный датчик (выход из строя ДУС)

Расширенный фильтр Калмана

Модель движения спутника

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{q}_k,$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}_k) = 0, \mathbf{M}(\mathbf{q}_k \mathbf{q}_k^T) = \mathbf{Q}_k,$$

Модель измерений

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k, t) + \mathbf{r}_k.$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}_k) = 0, \mathbf{M}(\mathbf{r}_k \mathbf{r}_k^T) = \mathbf{R}_k$$

Линеаризация

$$\mathbf{F}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_{k-1}^-}, \mathbf{H}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_{k-1}^-}$$

$$\Phi_k = \mathbf{E} + \mathbf{F}_k (t_k - t_{k-1}).$$

Этап прогноза

1. Прогноз вектора состояния

$$\mathbf{x}_k^- = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1}^+, t) dt,$$

2. Прогноз ковариационной матрицы ошибок

$$\mathbf{P}_k^- = \Phi_k \mathbf{P}_{k-1}^+ \Phi_k^T + \mathbf{Q}_k,$$

Этап коррекции

1. Вычисление весовой матрицы

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1},$$

2. Коррекция оценки via \mathbf{z}_k

$$\mathbf{x}_k^+ = \mathbf{x}_k^- + \mathbf{K}_k [\mathbf{z}_k - \mathbf{h}(\mathbf{x}_k^-, t)],$$

3. Коррекция матрицы ошибок

$$\mathbf{P}_k^+ = [\mathbf{E} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k] \mathbf{P}_k^-.$$

Начальный вектор состояния \mathbf{x}_0 ,

Начальные ковариационные ошибки $\mathbf{P}_0, \mathbf{Q}, \mathbf{R}$

Матрицы ФК

Рассмотрим пример ФК на основе ДУС, магнитометра и солнечного датчика

- Вектор состояния: кватернион, угловая скорость, сдвиги нулей магнитометра и ДУС

$$\mathbf{x} = \left(\mathbf{q}_{is} \quad \boldsymbol{\omega}_{si}^s \quad \boldsymbol{\beta}^s \quad \mathbf{m}^s \right)_{12 \times 1}^T$$

- Сдвиги нулей меняются слабо, в модели движения полагаем их изменение нулевым

$$\frac{d}{dt} \delta \mathbf{x}(t) = \mathbf{F}(t) \delta \mathbf{x}(t) \Rightarrow \text{матрица динамики: } \mathbf{F} = \begin{bmatrix} -[\boldsymbol{\omega}]_{\times 3 \times 3} & \frac{1}{2} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 6} \\ \left(\mathbf{J}^{-1} \frac{6\mu}{R^3} \mathbf{F}_g \right)_{3 \times 3} & \left(-\mathbf{J}^{-1} \mathbf{F}_x \right)_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 6} \\ \mathbf{0}_{6 \times 3} & \mathbf{0}_{6 \times 3} & \mathbf{0}_{6 \times 6} \end{bmatrix}$$

Параметры ФК

- Основная трудность применения ФК – настройка его параметров
- Матрица шумов измерений: зависит от конкретного набора датчиков и их возможностей

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \sigma_b^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & \sigma_s^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \sigma_\omega^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{9 \times 9}, \quad \sigma_b = 30 \text{ нТл}, \quad \sigma_s = 0.05 \text{ град}, \quad \sigma_\omega = 0.005 \text{ град/с}$$

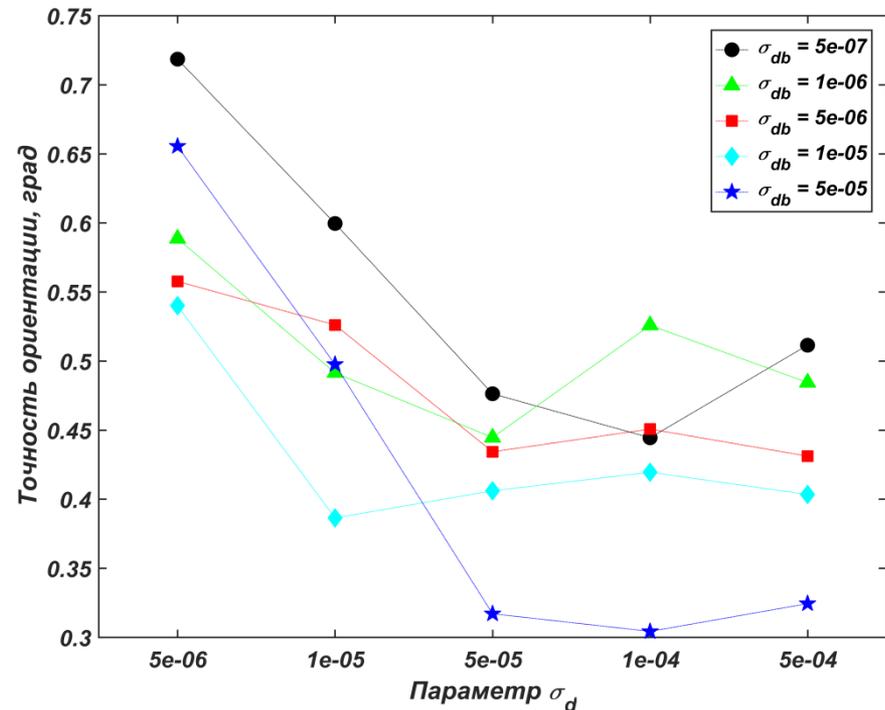
- Ковариационная матрица в начальный момент времени
- Матрица шумов модели

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \sigma_d^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & \sigma_m^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & \sigma_\beta^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{9 \times 9}$$

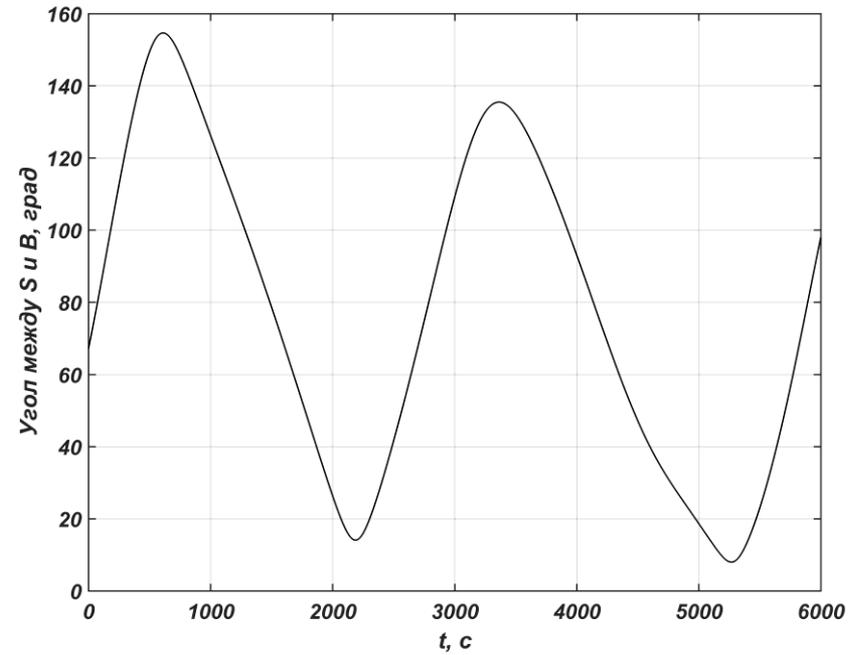
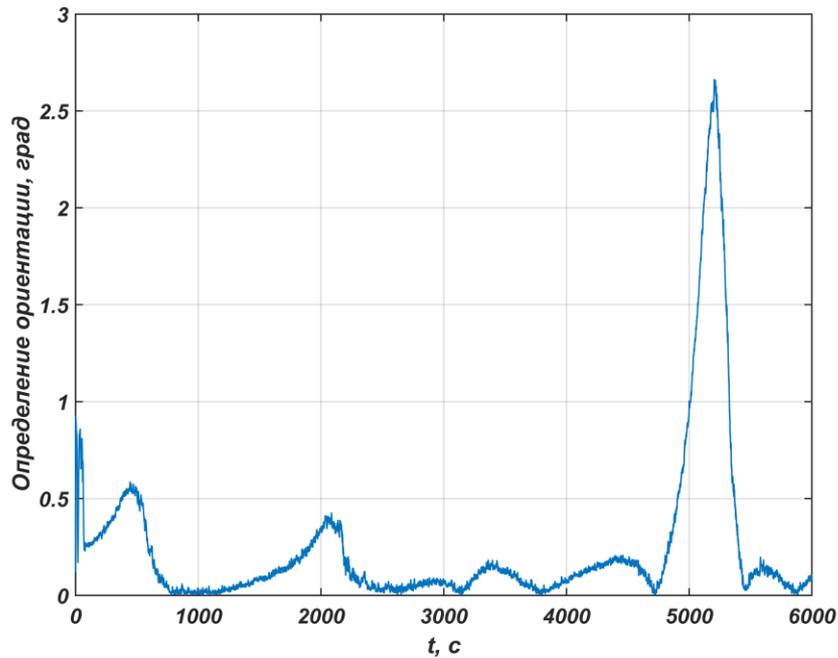
От выбора коэффициентов шумов зависит точность определения ориентации

Подбор коэффициентов ФК

- Основная идея – проведение большого количества численных экспериментов
- Модель движения учитывает большое количество возмущений: неточность реализации управления, знания модели магнитного поля, шумов и сдвигов нулей датчиков
- Сдвиги нулей полагаются зависящими от времени периодически, с периодом примерно равным орбитальному



Моделирование работы ФК





Итоговая точность ориентации

Итоговая точность ориентации будет складываться из нескольких факторов:

- Точность знания опорного движения
- Точность исполнения требуемого управления
- Точность знания текущего вектора состояния
- Точность знания модели движения/параметров аппарата

Каждый из них можно отдельно оценить, и в итоге представить как некоторый возмущающий момент в уравнениях движения

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} = \mathbf{M}_{ctrl} + \mathbf{M}_{ext} + \mathbf{M}_{dist}$$
$$\dot{\boldsymbol{\Lambda}} = 0.5\boldsymbol{\Lambda} \circ \boldsymbol{\omega}$$

После чего использовать оценки точности, которые дает ляпуновское управление

Оценки точности управления

$$|\delta\alpha_i| \leq \begin{cases} \frac{1}{2k_a} M_{max}, & k_\omega^2 - 8k_a J_{ii} \geq 0 \\ \frac{1}{2k_a} M_{max} \operatorname{cth} \left(\frac{\pi k_\omega}{2\sqrt{8k_a J_{ii} - k_\omega^2}} \right), & k_\omega^2 - 8k_a J_{ii} < 0 \end{cases}$$

$$|\delta\omega_i| \leq \begin{cases} \frac{2M_{max}}{\sqrt{2J_{ii}k_a}} \left(\frac{k_\omega + \sqrt{k_\omega^2 - 8k_a J_{ii}}}{k_\omega - \sqrt{k_\omega^2 - 8k_a J_{ii}}} \right)^{\frac{k_\omega}{2\sqrt{k_\omega^2 - 8k_a J_{ii}}}}, & k_\omega^2 - 8k_a J_{ii} \geq 0 \\ \frac{2M_{max}}{\sqrt{2J_{ii}k_a}} \exp \left(-\frac{k_\omega}{\sqrt{8k_a J_{ii} - k_\omega^2}} \arccos \left(\frac{k_\omega}{\sqrt{8k_a J_{ii}}} \right) \right) \\ \quad \times \left(1 + \operatorname{cth} \left(\frac{\pi k_\omega}{2\sqrt{8k_a J_{ii} - k_\omega^2}} \right) \right), & k_\omega^2 - 8k_a J_{ii} < 0 \end{cases}$$



Заключение

- В работе рассмотрены подходы к построению алгоритмов системы определения и управления ориентацией малого КА
- Предложены алгоритмы управления как одноосной, так и трехосной ориентации на основе прямого метода Ляпунова
- Предложена методика подбора параметров фильтра Калмана, используемого для определения текущего вектора состояния КА

YarMashtakov@gmail.com

Ярослав Маштаков