ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ МОДЕЛЕЙ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ В ГРУППОВОМ ПОЛЕТЕ

И.А. Суслова

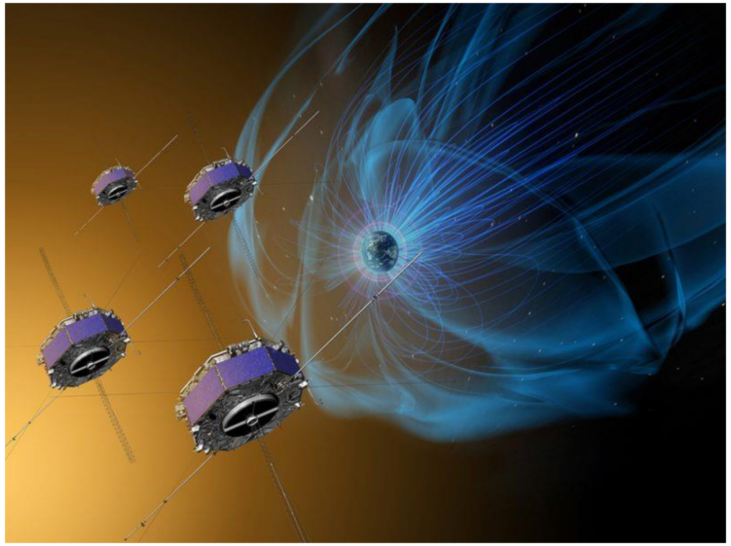
Я.В. Маштаков

С.А. Шестаков

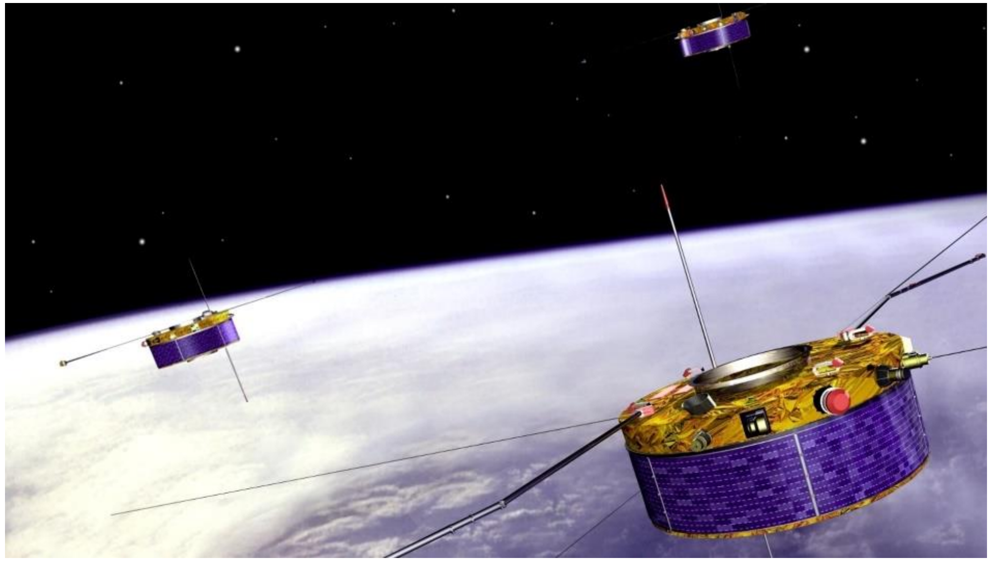
XLV Академические чтения по космонавтике
30 марта – 2 апреля 2021

Введение

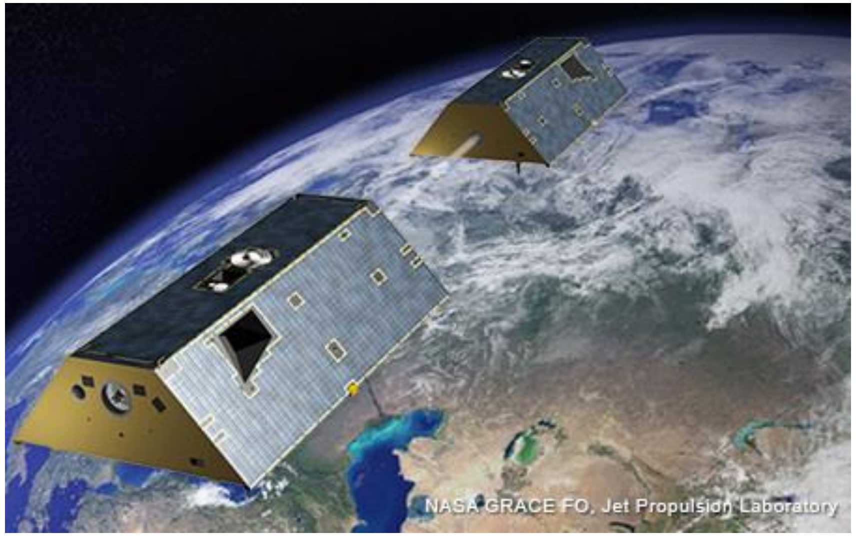
- Одновременное использование нескольких аппаратов – принципиально новые возможности
- Распределенные измерения важны в научных приложениях



Magnetospheric MultiScale



Cluster II

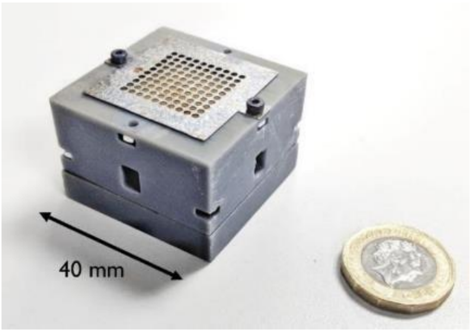


GRACE-FO

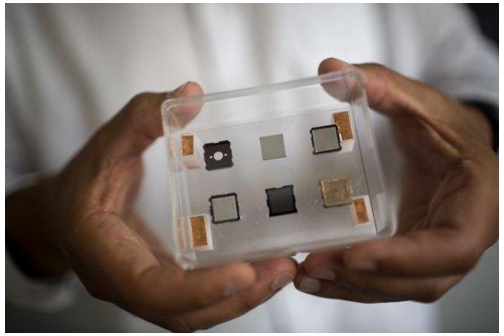
Введение

Миссия IKAROS с солнечным парусом

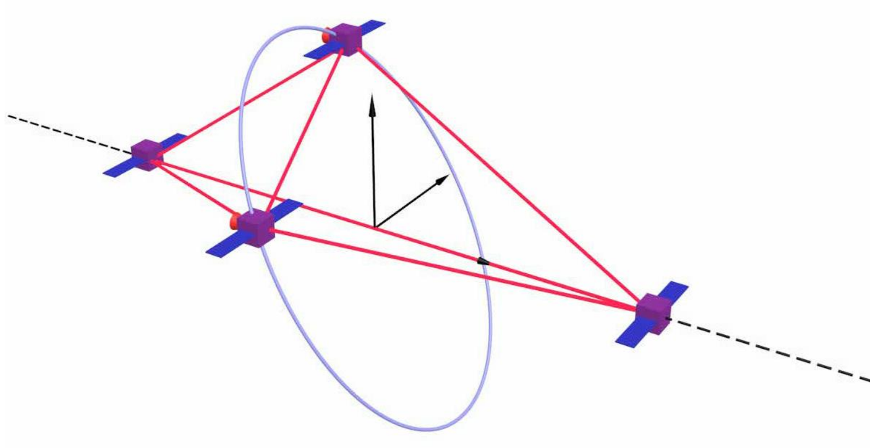
- Одна из основных трудностей – поддерживание нужной конфигурации
- Несколько способов: реактивная тяга, солнечные паруса, сила сопротивления атмосферы



Электроспрейные двигатели



Ионные двигатели для кубсатов



Возможная конфигурация низкой околоземной группы

Мотивация

- Основной способ управления – бестопливный (солнце, атмосфера)
- Нужны модели относительного движения
- Должны быть простыми и относительно точными, хотя бы на временах порядка нескольких десятков витков
- На текущий момент разработано несколько моделей
- Хотим провести их сравнительный анализ, на нескольких характерных размерах относительных орбит

Постановка задачи

- Два аппарата
- Околокруговая низкая орбита
- Модель движения – центральное поле + J2
- Рассматриваются несколько параметризаций относительного движения: ХКУ, криволинейные ХКУ, уравнения Швайгарта-Седвика
- Несколько вариантов характерных размеров относительных орбит
- Интересующий интервал времени – 1 сутки (около 15 витков)

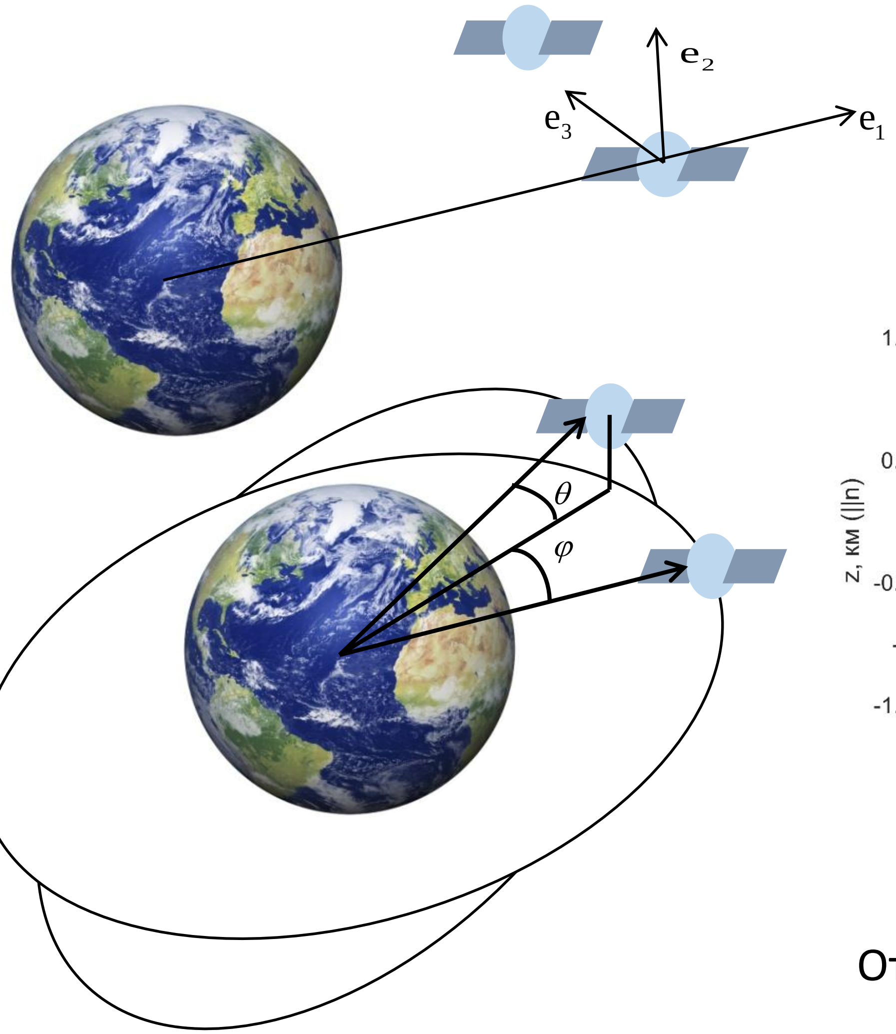
Уравнения Хилла-Клохесси-Уилтшира

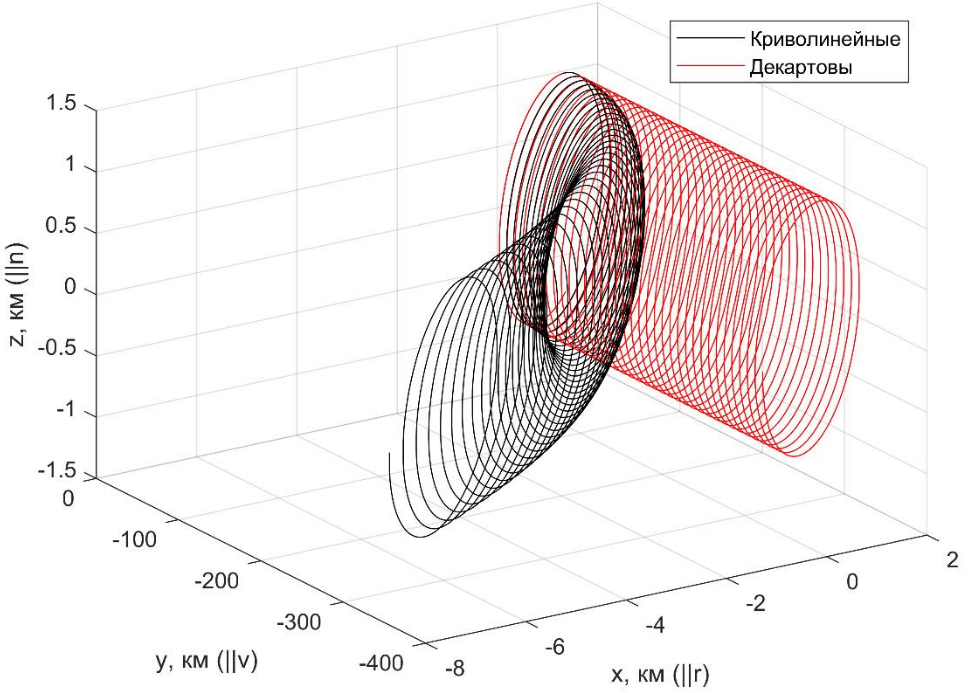
- Декартовы
- Не учитывают искажение орбиты

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2n\dot{y} - 3n^2 x = 0 \\ \ddot{y} + 2n\dot{x} = 0 \\ \ddot{z} + n^2 z = 0 \end{cases}$$

- Криволинейные
- Учитывают искажение орбиты

$$\begin{cases} \ddot{\rho} - 2n(r_1\dot{\varphi}) - 3n^2 \rho = 0 \\ (r_1\ddot{\varphi}) + 2n\dot{\rho} = 0 \\ (r_1\ddot{\theta}) + n^2 (r_1\theta) = 0 \end{cases}$$



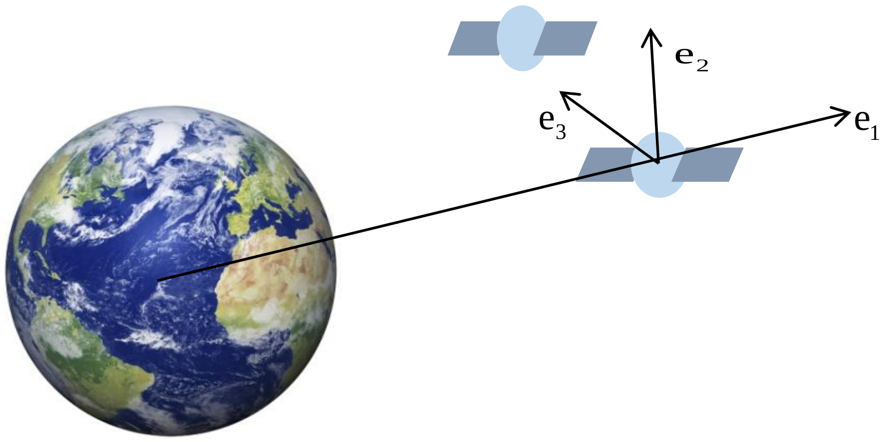


Относительные орбиты в разном описании (разный масштаб по разным осям)

Все эти уравнения выводятся в предположении малости относительных орбит и центральности поля

Уравнение Швайгарта-Седвика

$$
\begin{cases}
\ddot{x} - 2nc\dot{y} - \left(5c^2 - 2\right)n^2 x = 0 \\
\ddot{y} + 2nc\dot{x} = 0 \\
\ddot{z} + q^2 z = 2lq\cos\left(qt + \varphi\right)
\end{cases}
$$



- Константа «c» близка к единице, «q» близка к «n»
- В целом уравнение аналогично обычным ХКУ с учетом вековых эффектов от второй гармоники
- Не учитывает искажения орбиты

Геометрические параметры относительной орбиты

- Декартовы координаты дают мало информации о форме орбиты
- Заметим, что решение уравнений представимо в виде

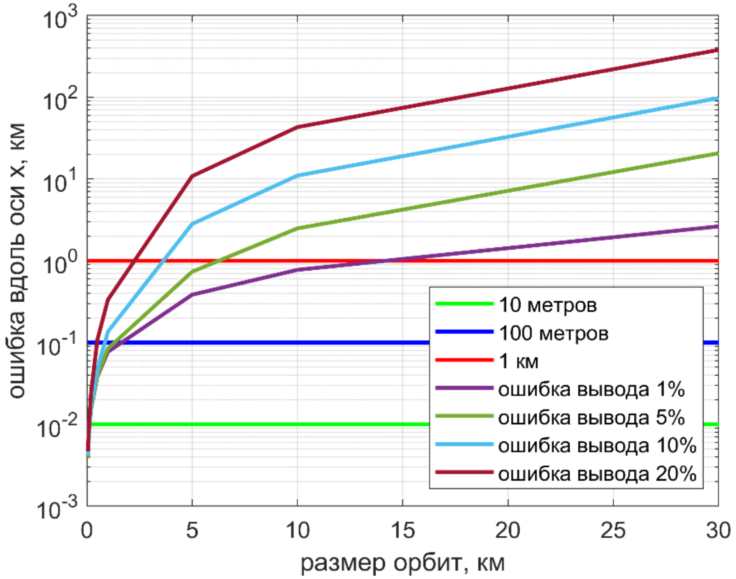
$$
\left\{
\begin{array}{l}
\left.
\begin{array}{l}
x = C_{inplane}\sin\psi + 2C_{drift} \\
\dot{x} = C_{inplane} n \cos\psi \\
y = 2C_{inplane}\cos\psi + C_{shift} \\
\dot{y} = -2C_{inplane} n \sin\psi - 3C_{drift} n
\end{array}
\right\} \text{Движение в плоскости орбиты} \\
\left.
\begin{array}{l}
z = C_{outplane}\sin\xi \\
\dot{z} = C_{outplane} n \cos\xi
\end{array}
\right\} \text{Движение вне плоскости орбиты}
\end{array}
\right.
$$

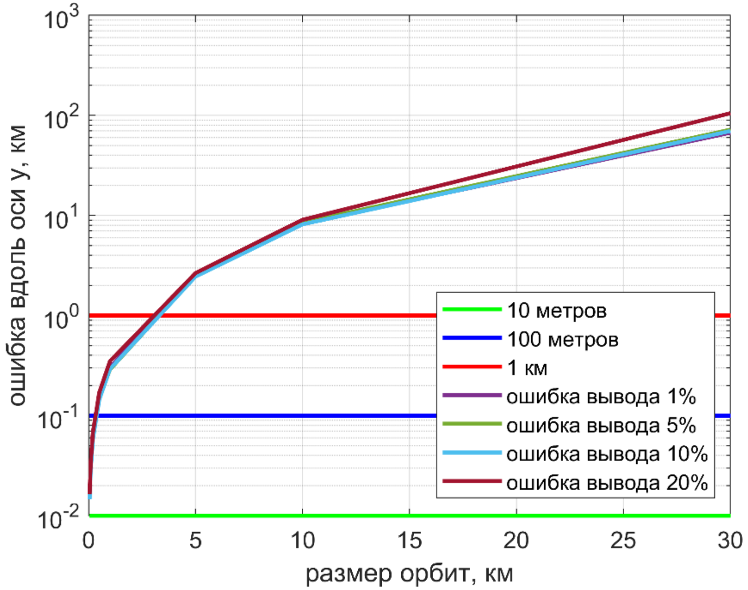
- Будем использовать эти константы невозмущенной задачи (две амплитуды, дрейф, свдиг, две фазы) по аналогии с оскулирующими элементами орбиты

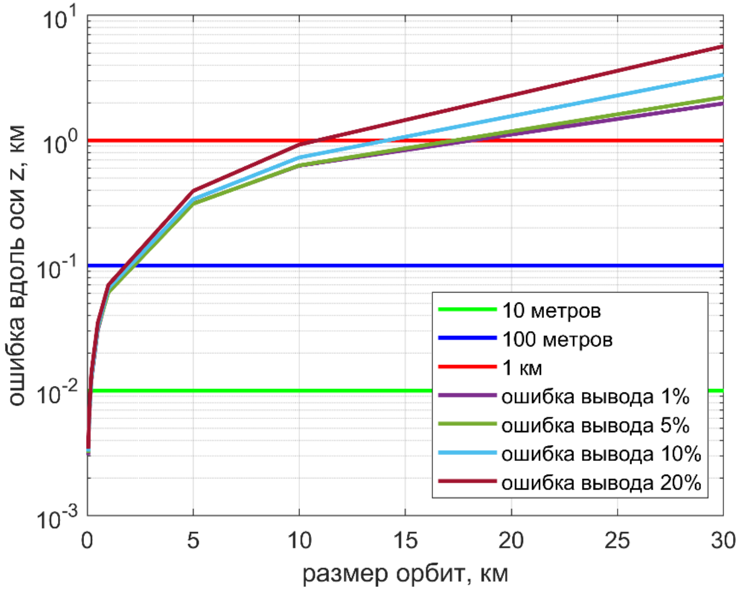
Методика оценки

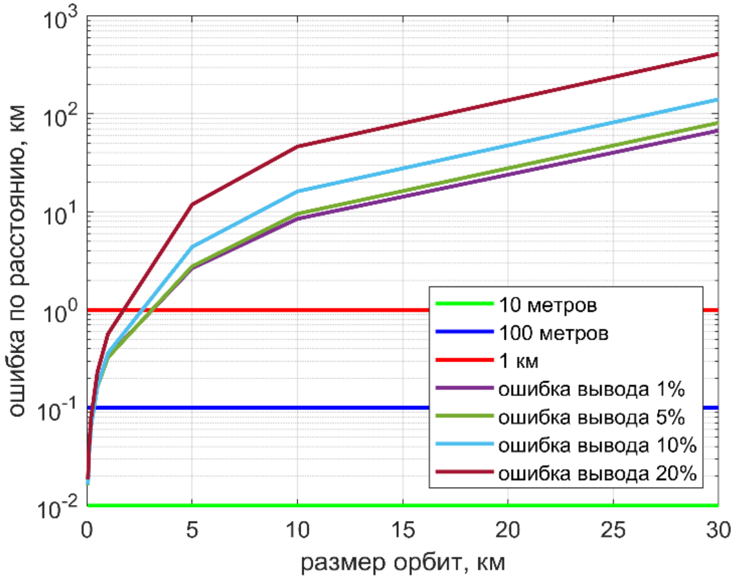
- Для оценки точности проводится интегрирование уравнений движения в рамках всех моделей с одинаковыми начальными данными в ИСК
- Размеры относительных орбиты задаются как амплитуды эллипсов
- Фазы – равномерно распределены
- После этого начальные данные спутников еще дополнительно зашумляются (имитация ошибки вывода)
- Время моделирования – сутки
- На последнем витке происходит осреднение ошибок по разным параметрам (декартовым, хилловским оскулирующим)

Результаты моделирования









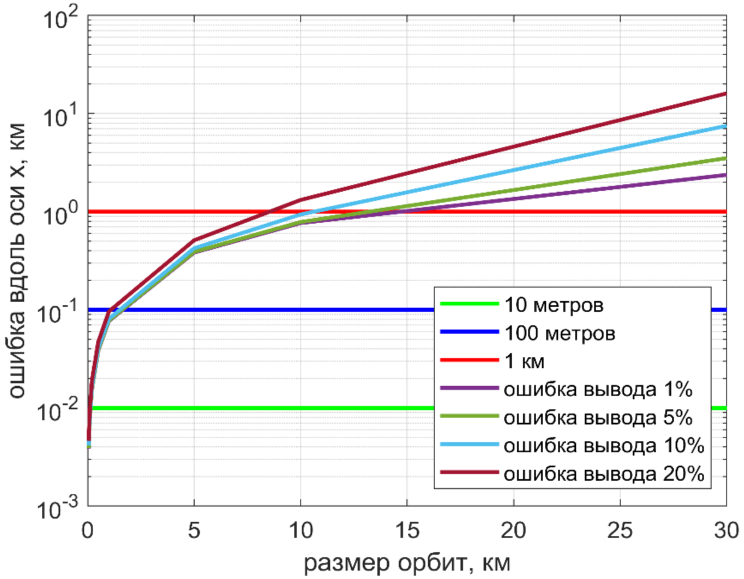
Обычные уравнения ХКУ

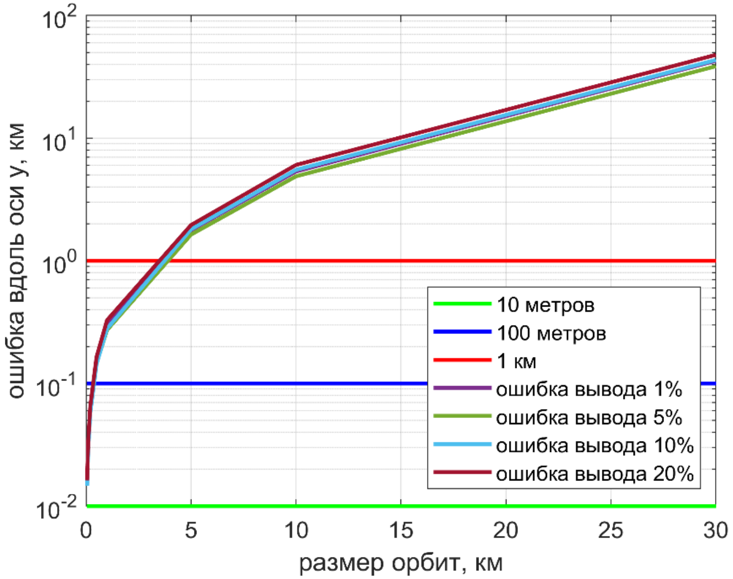
Ошибка вывода:

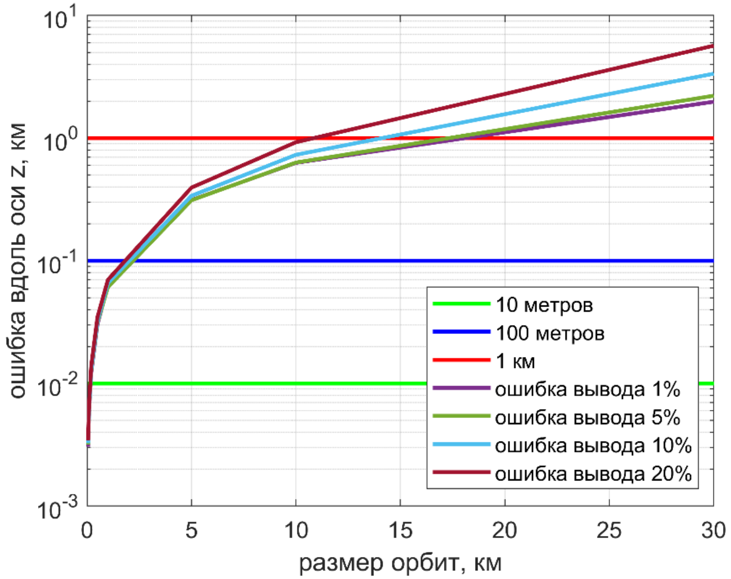
$$\sigma_r = x\% \cdot R$$

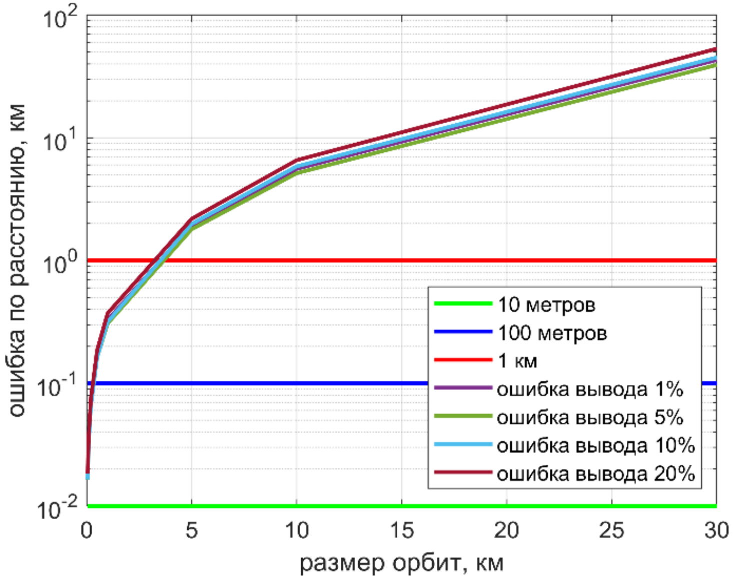
$$\sigma_V = x\% \cdot R\omega_0$$

Результаты моделирования









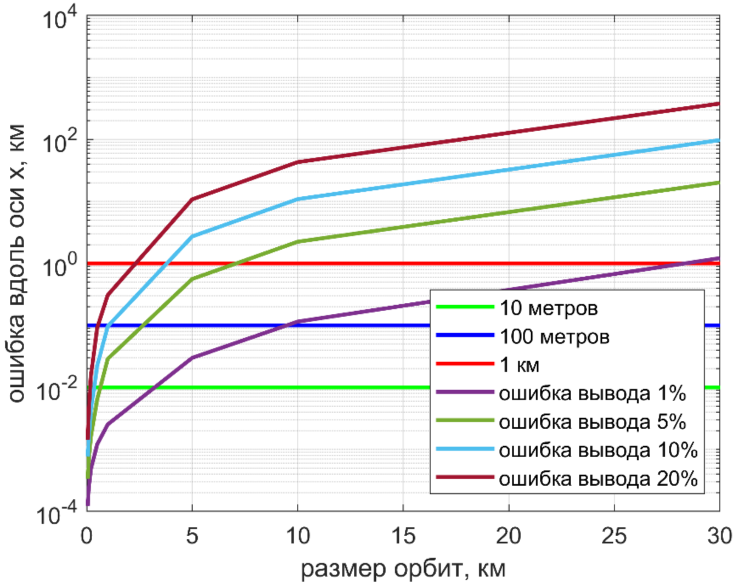
Криволинейные уравнения ХКУ

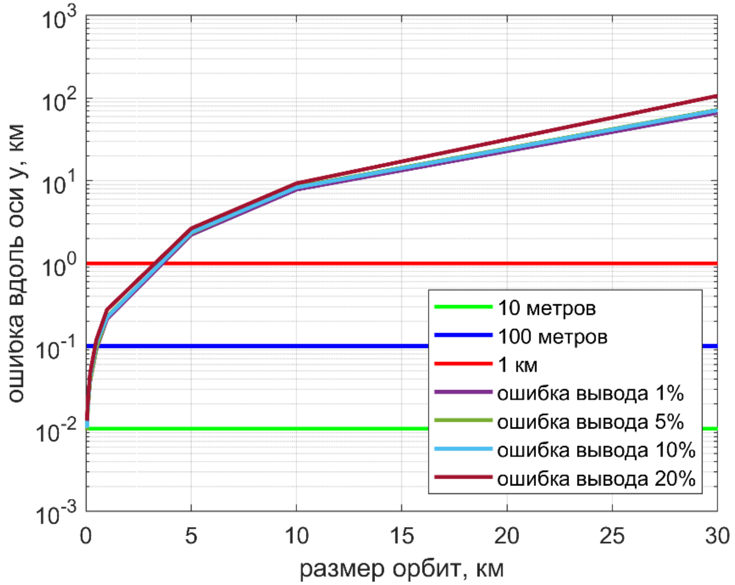
Ошибка вывода:

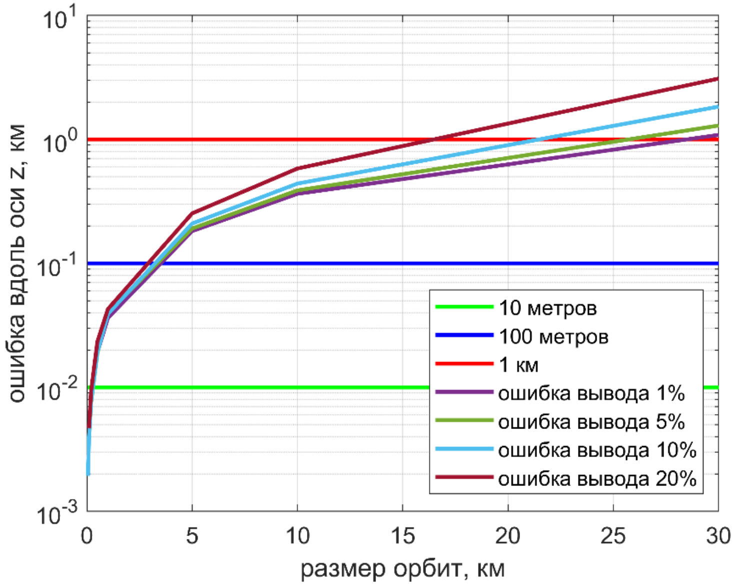
$$\sigma_r = x\% \cdot R$$

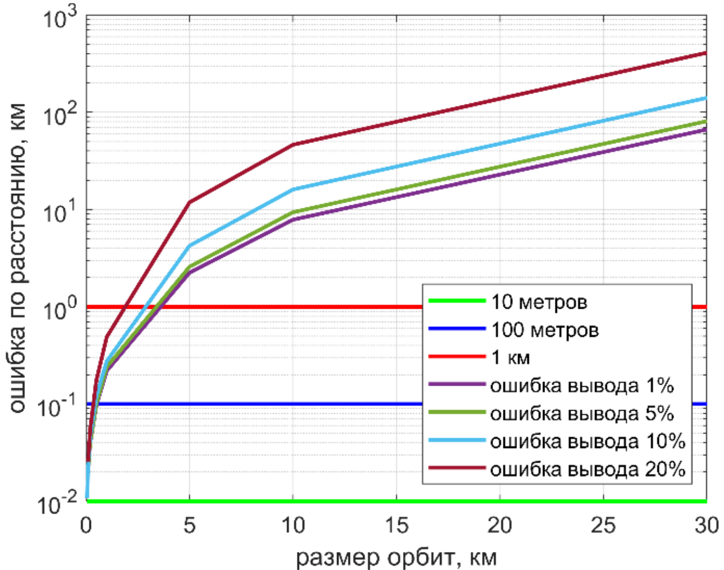
$$\sigma_V = x\% \cdot R\omega_0$$

Результаты моделирования









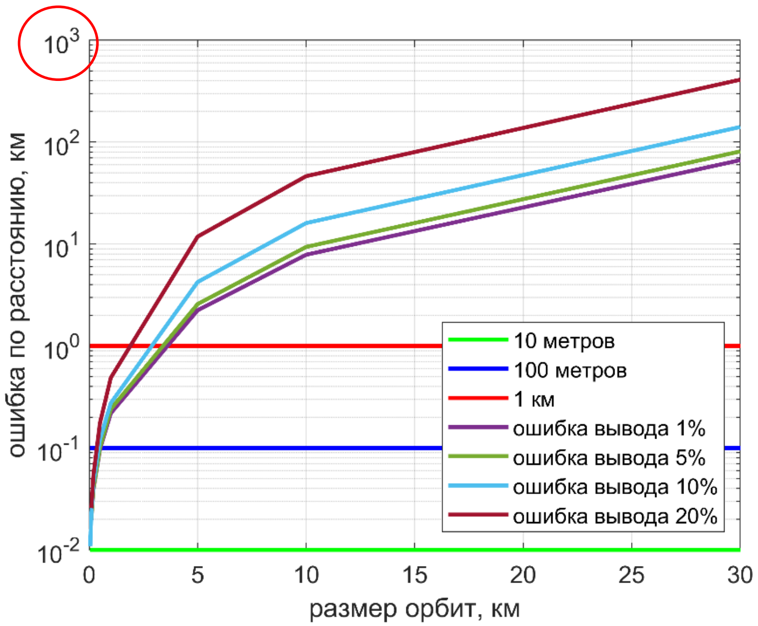
Уравнения Швайгарта-Седвика

Ошибка вывода:

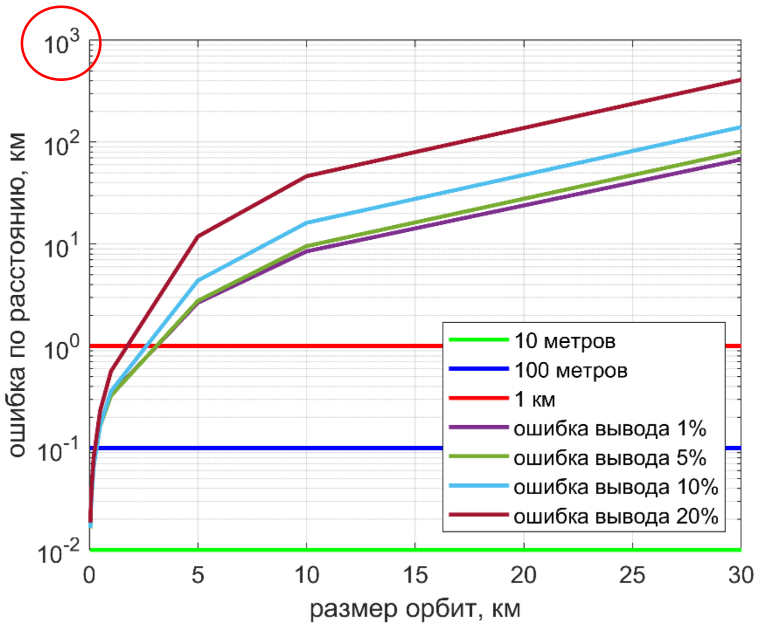
$$\sigma_r = x\% \cdot R$$

$$\sigma_V = x\% \cdot R\omega_0$$

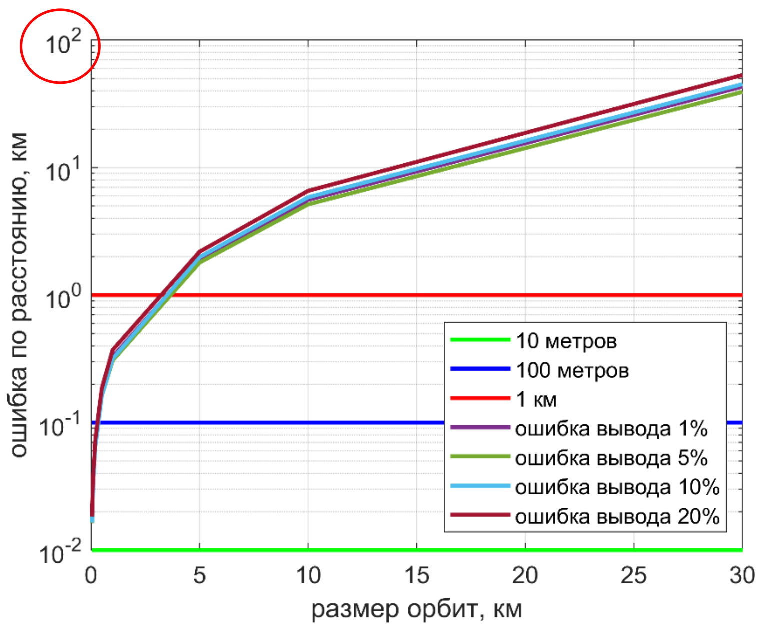
Общее сравнение



Уравнения ШС



Декартовы ХКУ

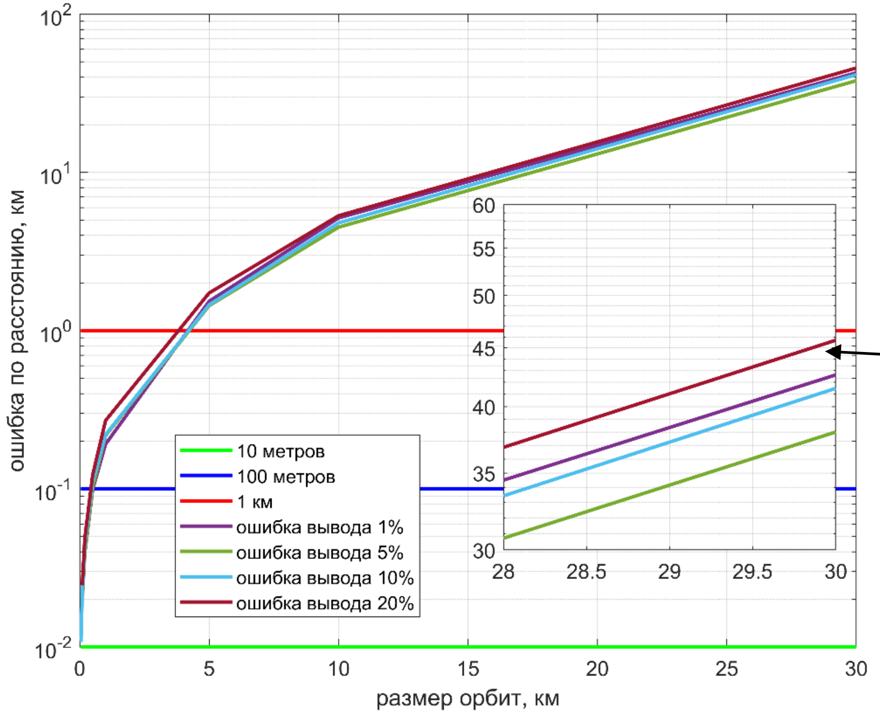


Криволинейные ХКУ

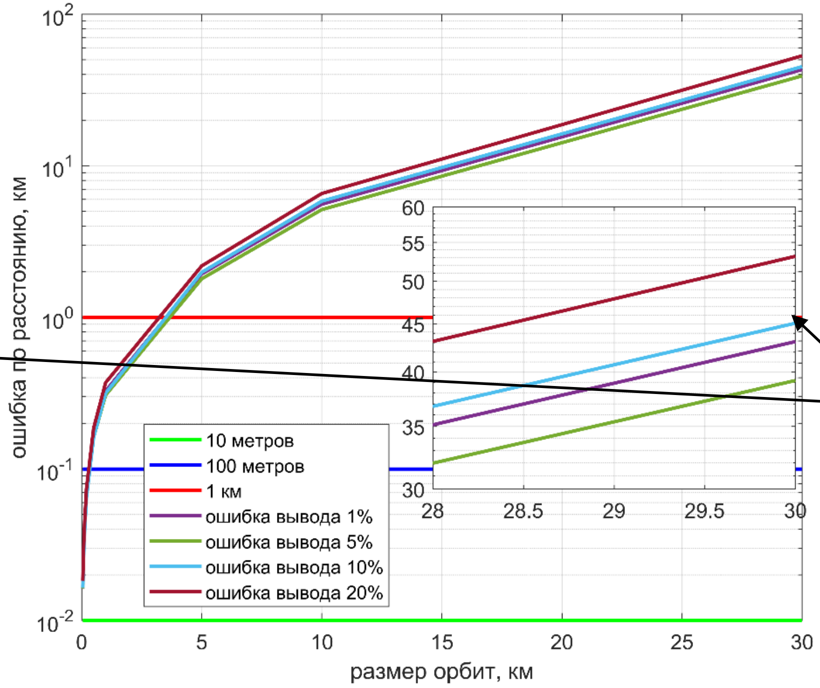
- Классические ХКУ и уравнения Седвика оказываются сравнимы
- Криволинейные координаты оказываются на порядок точнее других параметризаций
- Основная причина – учет «гнутости» относительной орбиты

Уравнения Швайгарта-Седвика

- Неожиданная идея: использовать уравнения Швайгарта-Седвика, но вместо декартовых переменных брать криволинейные координаты
- На текущий момент не обосновано, аккуратный вывод предстоит в дальнейшем



Криволинейные уравнения ШС



Криволинейные уравнения ХКУ

Небольшой выигрыш в точности

Заключение

- Моделирование показало, что криволинейные ХКУ, несмотря на общую простоту, обеспечивают сравнительно хорошую точность на временах порядка десятка витков
- Уравнения ШС имеют тот же недостаток, что и классические ХКУ
- На достаточно больших относительных расстояниях искажения от «гнутости» орбиты оказываются определяющими
- Планируется получить аналог уравнений ШС в криволинейных координатах

Контакты для связи:
Ирина Суслова, suslova.ia@phystech.edu
Ярослав Маштаков, yarmashtakov@gmail.com

Работа поддержана грантом РНФ №20-71-00149