



XLVI Академические чтения по космонавтике,
МГТУ им. Н.Э. Баумана

ОЦЕНКА РАЗМЕРА КОММУНИКАЦИОННОЙ ОБЛАСТИ В ЗАДАЧЕ ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ РОЯ НАНОСПУТНИКОВ

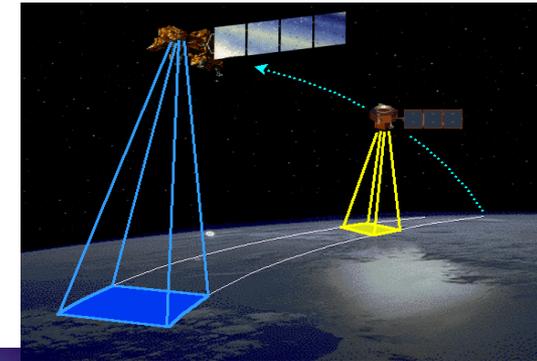
Ульяна Монахова, Данил Иванов, Сергей Шестаков, Ярослав Маштаков

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

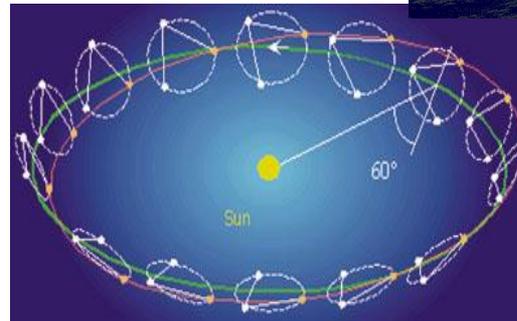


Многоспутниковые системы для решения научных задач

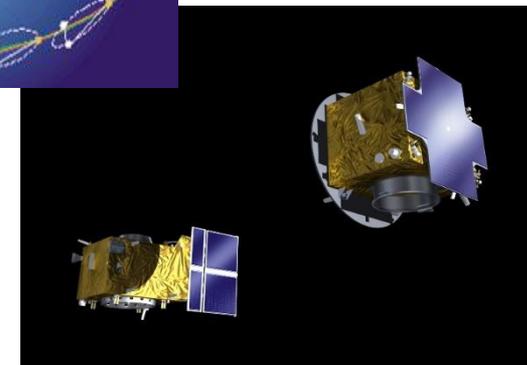
- Дистанционное зондирование Земли
- Изучение гравитационных волн
- Солнечная коронография
- Измерение магнитного поля



Landsat 7 & EO-1



Проект LISA



Миссия Proba-3



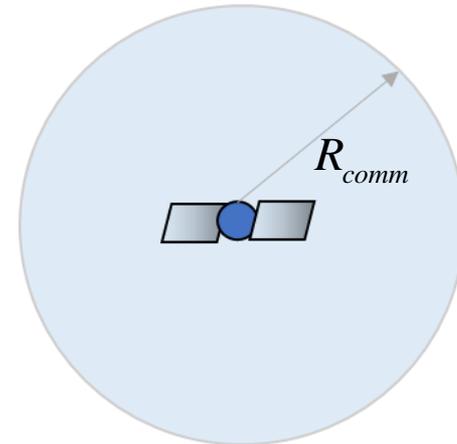
Постановка задачи

Сформировать рой наноспутников после запуска с ракеты-носителя, т.е. получить замкнутые относительные траектории

- Предполагается кластерный запуск аппаратов
- Каждому спутнику известно относительное движение не всех аппаратов в группе, а только тех, которые попадают в его зону видимости
- Зона видимости представляет из себя сферу определенного радиуса с центром в центре масс спутника



Пример кластерного запуска спутников



Зона видимости аппарата



Модель относительного движения

Уравнения Хилла-Клохесси-Уилтшира:

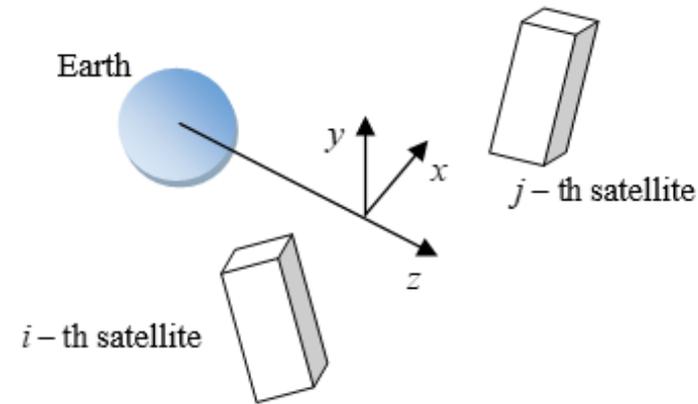
$$\begin{cases} \ddot{x}_{ij} + 2\omega\dot{z}_{ij} = 0, \\ \ddot{y}_{ij} + \omega^2 y_{ij} = 0, \\ \ddot{z}_{ij} - 2\omega\dot{x}_{ij} - 3\omega^2 z_{ij} = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{ij} = D_{ij} + 2A_{ij} \cos(\omega t + \psi_{ij}), \\ y_{ij} = B_{ij} \cos(\omega t + \phi_{ij}), \\ z_{ij} = 2C_{ij} + A_{ij} \sin(\omega t + \psi_{ij}), \end{cases}$$

Изменение параметров относительного движения с учетом управления

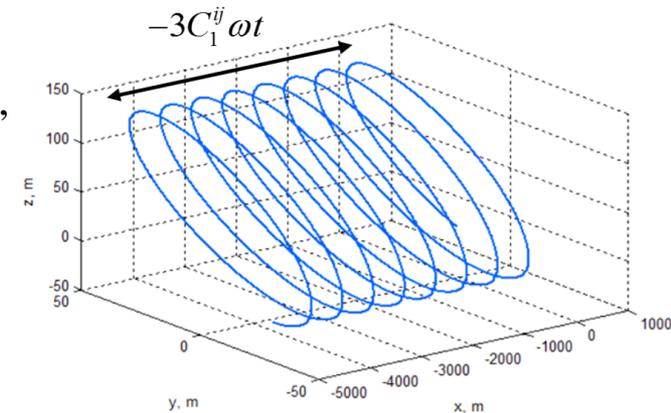
$$\begin{aligned} \dot{A}_{ij} &= \frac{1}{\omega} (u_{ij}^z \cos \psi_{ij} - 2u_{ij}^x \sin \psi_{ij}), & \dot{D}_{ij} &= -3\omega C_{ij} - \frac{2}{\omega} u_{ij}^z, \\ \dot{B}_{ij} &= -\frac{1}{\omega} u_{ij}^y \sin \phi_{ij}, & \dot{\psi}_{ij} &= -\frac{1}{\omega A_{ij}} (u_{ij}^z \sin \psi_{ij} + 2u_{ij}^x \cos \psi_{ij}), \\ \dot{C}_{ij} &= \frac{1}{\omega} u_{ij}^x, & \dot{\phi}_{ij} &= -\frac{1}{\omega B_{ij}} u_{ij}^y \sin \phi_{ij}, \end{aligned}$$

Рассмотрим управление вдоль оси Ox

$$u_i^x = -k \bar{C}_i, \text{ где } \bar{C}_i = \sum_{j=1}^{N_{comm}^i} C_{ij} / N_{comm}^i, \quad k > 0$$



Относительная система координат



Относительный дрейф

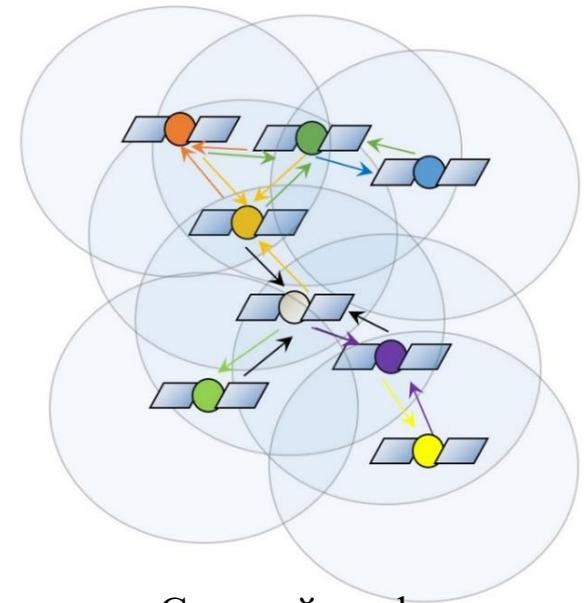


Коммуникационный граф

Средний дрейф : $\bar{C} = \hat{S}C,$

где $C = [C_1, C_2, \dots, C_N]^T$ и \hat{S} с компонентами:

$$s_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{если } i = j \\ 0 & \text{если } i \neq j \text{ и } i\text{-й не видит } j\text{-й} \\ -1 / N_{comm}^i & \text{если } i \neq j \text{ и } i\text{-й видит } j\text{-й} \end{cases}$$



Связный граф

\hat{S} связана с нормированной матрицей Кирхгофа:

$$\hat{S} = \hat{D}^{-1/2} \mathcal{L} \hat{D}^{1/2}$$

- Ноль – всегда собственное значение
- Все ненулевые – строго отрицательные



Необходимый радиус зоны видимости

Оценка D_{ij} во время запуска

$$D[D_{21}(T)] = 9\omega^2 \Delta t^2 N^2 D\left[\frac{\dot{x}_1(t_0)}{\omega}\right] + 9\omega^2 \Delta t^2 (N-1)^2 D\left[\frac{\dot{x}_2(t_0 + \Delta t)}{\omega}\right] + D\left[\frac{2\dot{z}_1(t_0)}{\omega}\right] \\ + D\left[\frac{2\dot{z}_2(t_0 + \Delta t)}{\omega}\right] = 9\omega^2 \Delta t^2 \left(N^2 \frac{\sigma_V^2}{\omega^2} + (N-1)^2 \frac{\sigma_V^2}{\omega^2} \right) + \frac{8\sigma_V^2}{\omega^2} = \sigma_V^2 \left(9\Delta t^2 (2N^2 - 2N + 1) + \frac{8}{\omega^2} \right),$$

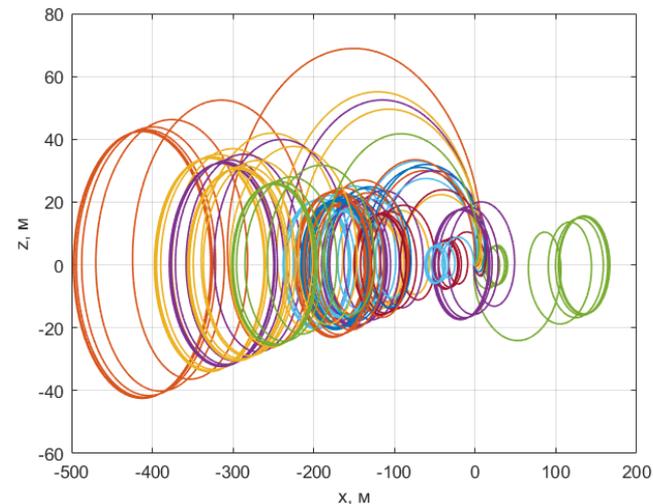
Оценка D_{ij} во время управления

$$D[D_{21}(T_{end})] = D[D_2(T) - D_1(T)] + D\left[(b_1 - b_2) 3\omega \frac{1}{\lambda_{\min}} \right] \\ = \sigma_V^2 \left(9\Delta t^2 (2N^2 - 2N + 1) + \frac{8}{\omega^2} \right) + 18\omega^2 \frac{1}{\lambda_{\min}^2} \frac{\sigma_V^2}{\omega^2} = \sigma_V^2 \left(9\Delta t^2 (2N^2 - 2N + 1) + \frac{8}{\omega^2} + \frac{18}{\lambda_{\min}^2} \right),$$

$$R_{comm} = \mu_D + 3\sigma_D = 3\Delta t \mu_V + 3\sigma_V \sqrt{9\Delta t^2 (2N^2 - 2N + 1) + \frac{8}{\omega^2} + \frac{18}{\lambda_{\min}^2}}$$



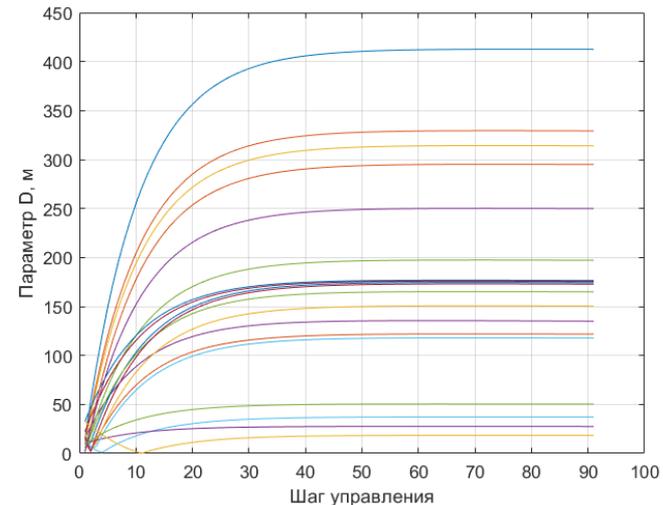
Результаты моделирования



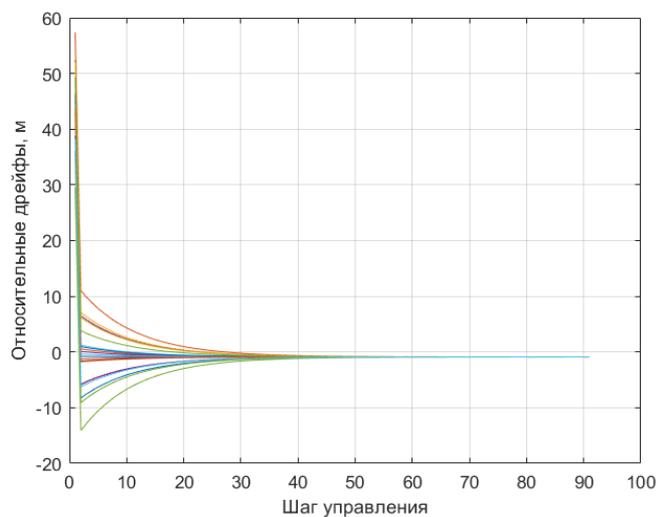
Относительные траектории движения спутников при управлении

Радиус зоны видимости

$$R_{comm} = \mu_D + 3\sigma_D = 730 \text{ м}$$



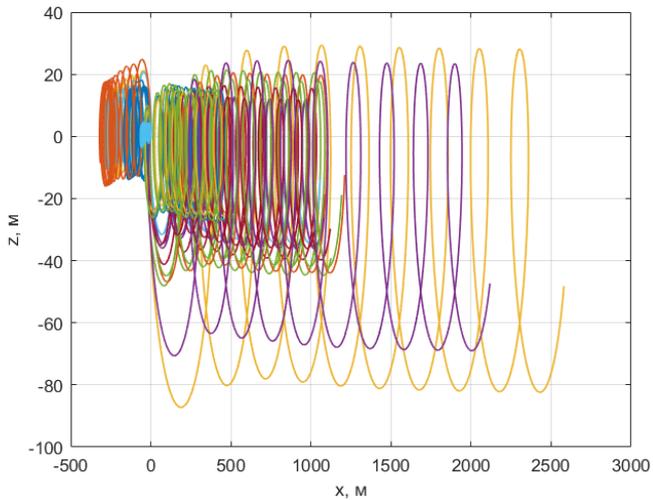
Параметры D_{ij}



Величины относительных дрейфов



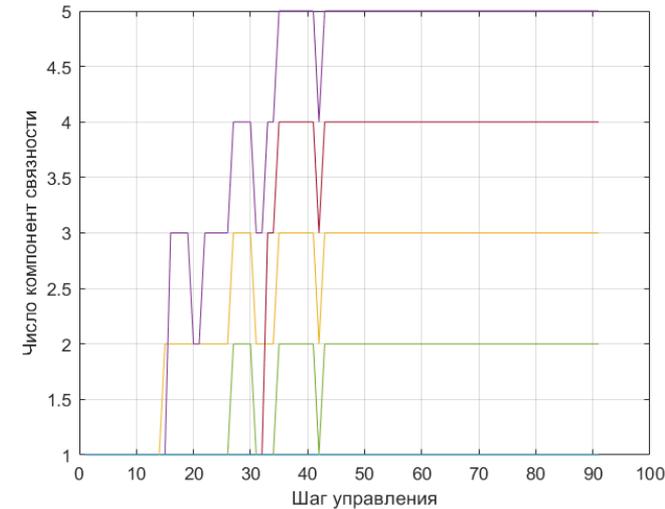
Результаты моделирования



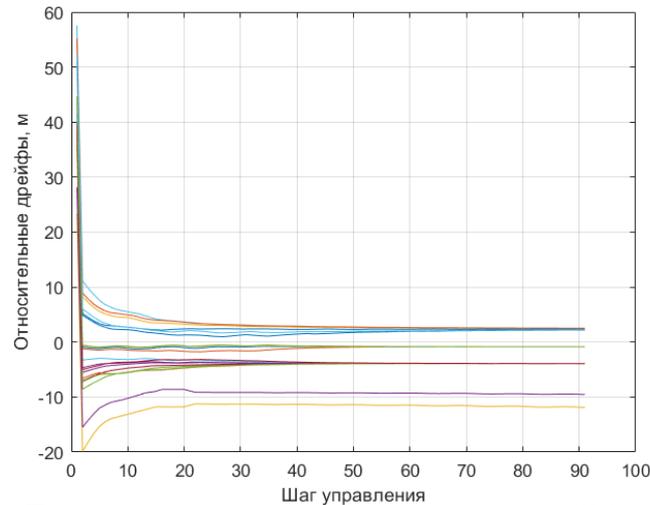
Относительные траектории движения спутников при управлении

Радиус зоны видимости

$$R_{comm} = \mu_D + 0.5\sigma_D = 122 \text{ м}$$



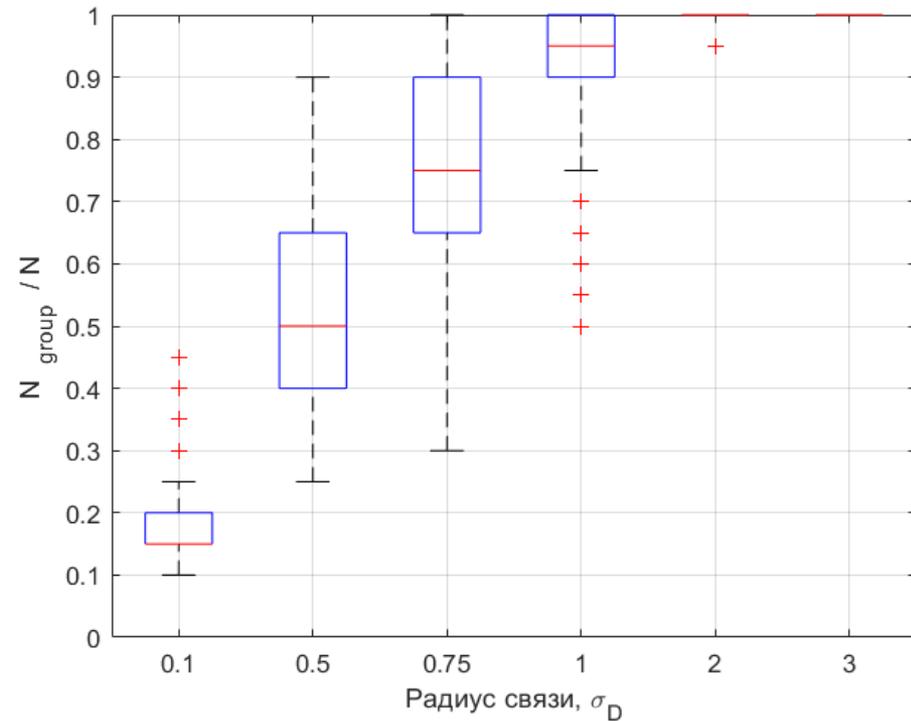
Число компонент связности



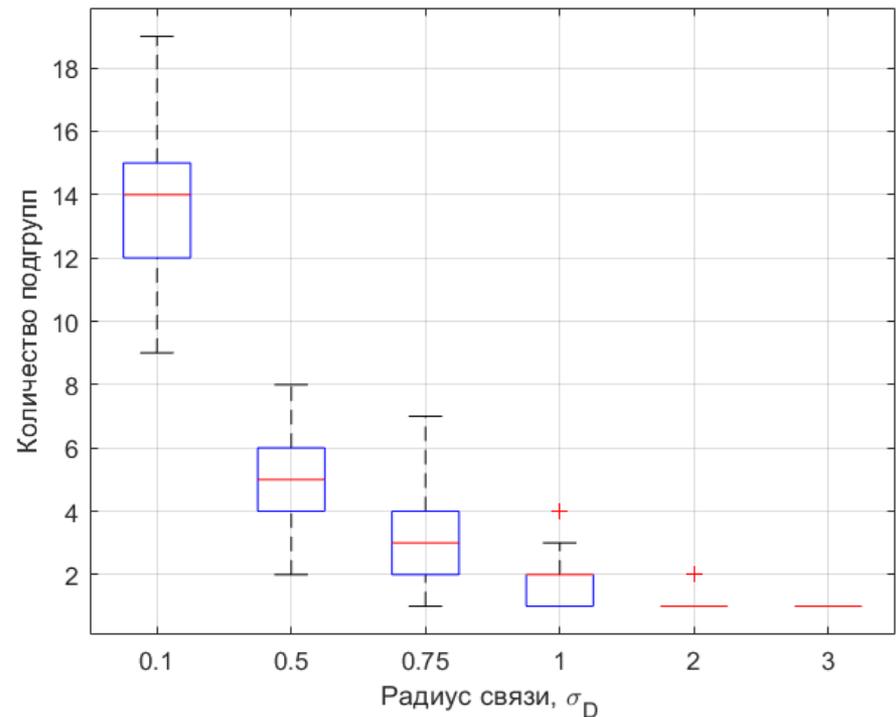
Величины относительных дрейфов



Результаты моделирования



Относительное количество спутников, сформировавших рой в зависимости от величины радиуса

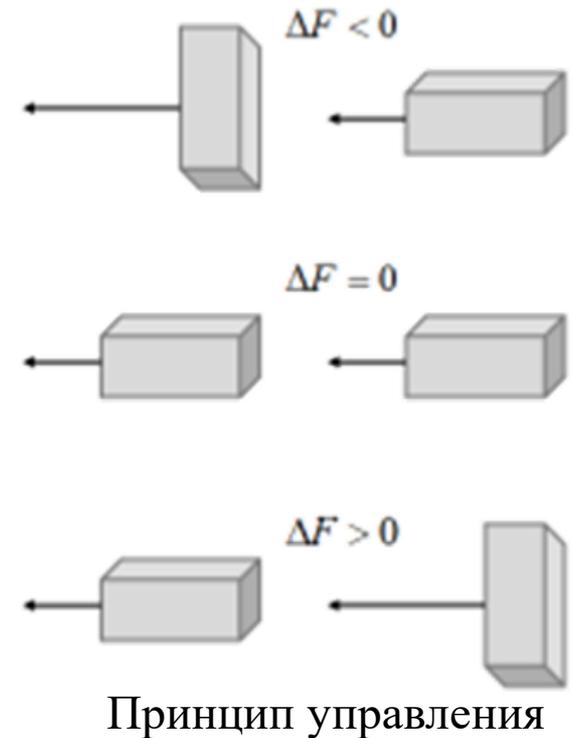


Количество подгрупп в рое в зависимости от величины радиуса



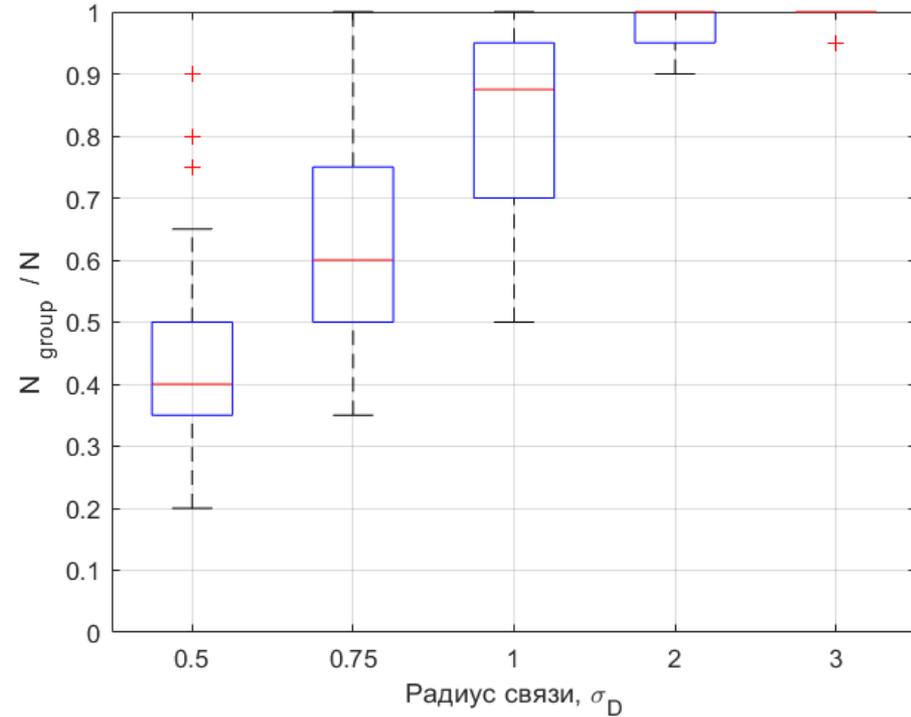
Управление с помощью аэродинамического сопротивления

- Низкая околоземная орбита 350 км
- Управление ориентацией происходит с помощью маховиков
 $\omega_{\max} = 400 \text{ рад/с}$, $I = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ кг} \times \text{м}^2$
- При изменении ориентации аппарата, меняется величина аэродинамического сопротивления
- В уравнениях углового движения учитываются гравитационный и аэродинамический моменты

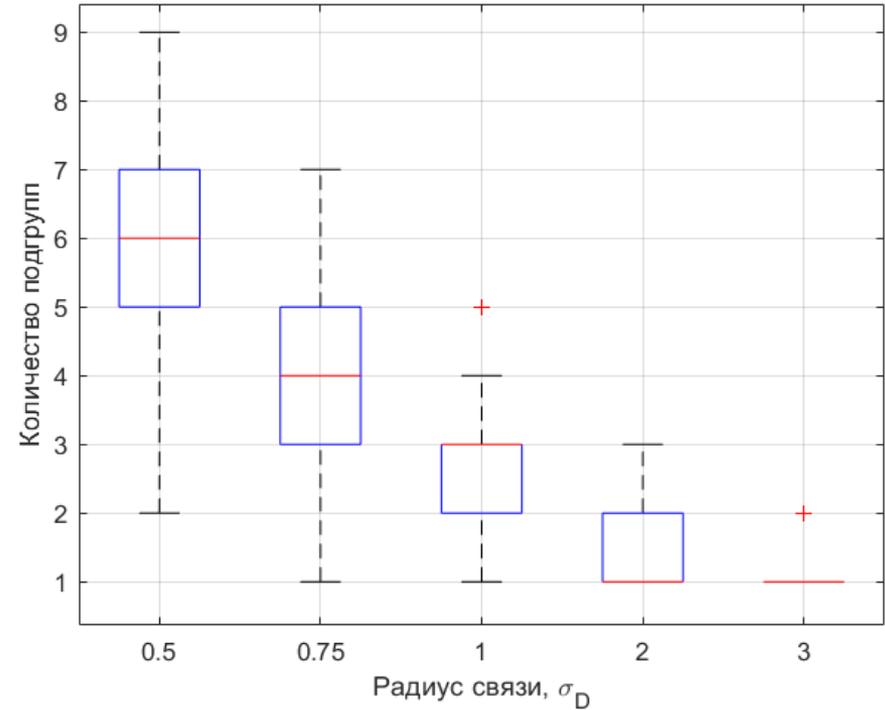




Результаты моделирования



Относительное количество спутников, сформировавших рой, в зависимости от величины радиуса



Количество подгрупп в рое в зависимости от величины радиуса



Заключение

- Применение децентрализованного алгоритма управления, учитывающего величину зоны видимости, позволяет сформировать рой спутников
- Получена зависимость радиуса связи необходимого для построения роя от начальных данных
- Численные исследования, полученные с помощью метода Монте-Карло, согласуются с полученной аналитической оценкой

Спасибо за внимание!