



XLV Академические чтения по космонавтике

*Россия, Москва, 30 марта - 2 апреля 2021 г.*

# **Использование метода роя для построения управляемой траектории с помощью электромагнитной системы ориентации**

**А.С. Охитина, Д.С. Ролдугин, С.С. Ткачев**

*ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия*

[okhitina@phystech.edu](mailto:okhitina@phystech.edu)

Москва, 2021

# Введение. Формулировка задачи

## Цель:

– управление космическим аппаратом (КА) только при помощи магнитных катушек

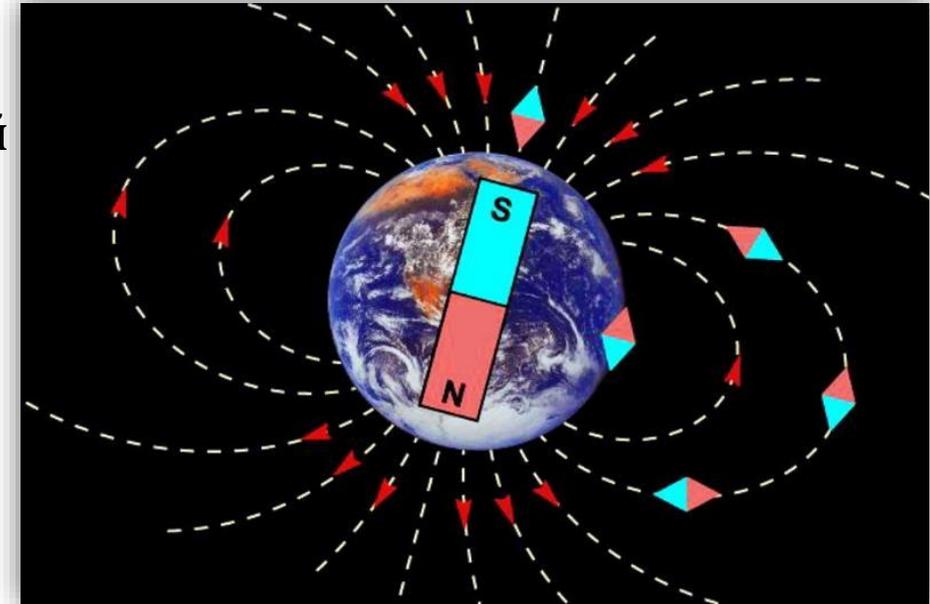
## Проблема:

– локальная неуправляемость аппарата с магнитной системой ориентации (компонента вдоль силовой линии магнитного поля Земли всегда равна нулю)

$$\mathbf{M}_{\text{магн}} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$$

$\mathbf{m}$  – магнитный момент спутника

$\mathbf{B}$  – индукция магнитного поля Земли



## Предлагаемое решение:

– обеспечение стабилизации КА «в среднем» (среднее за виток по орбите рассогласование ориентации должно составлять несколько градусов)

– построение траектории углового движения, на которой проекция требуемого управляющего механического момента на вектор геомагнитной индукции близка к нулю, оптимизируя соответствующий функционал с помощью метода роя частиц

# Метод роя. Описание

- Оптимизационная задача:  $\min_{\mathbf{x} \in \mathbb{U}} \Phi(\mathbf{x})$   
 $\Phi(\mathbf{x}): \mathbb{R}^D \rightarrow \mathbb{R}$  – функционал задачи  
 $D$  – количество параметров  
 $\mathbb{U} = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^D \mid b_{low}^j \leq x^j \leq b_{up}^j, j = 1, \dots, D \}$  – пространство поиска, определяющее ограничения на величины параметров
- Популяция (рой) состоит из  $P$  кандидатных решений (частиц)  
(положение  $\mathbf{x}_p, p = \overline{1, P}$  каждой частицы в рое задает возможное решение оптимизационной задачи)
- Скорость  $p$ -й частицы  $\mathbf{v}_p, p = \overline{1, P}$
- Факторы, влияющие на изменение скорости:
  - 1) стремление к своему лучшему положению (найденному ранее)
  - 2) стремление к лучшему положению, найденному соседями частицы (в некоторой окрестности)

# Метод роя. Скорость

$\mathbf{x}_p(k+1) = \mathbf{x}_p(k) + \mathbf{v}_p(k+1)$  – положение, которое примет частица в следующий момент, зависит от её скорости и положения в предыдущий момент времени

Выражение для определения скорости:

$$\mathbf{v}_p(k+1) = c_{in} \mathbf{v}_p(k) + c_{cog} [\mathbf{x}_{p,best}(k) - \mathbf{x}_p(k)] + c_{soc} [\mathbf{x}_{best}(k) - \mathbf{x}_p(k)]$$

# Метод роя. Скорость

$\mathbf{x}_p(k+1) = \mathbf{x}_p(k) + \mathbf{v}_p(k+1)$  – положение, которое примет частица в следующий момент, зависит от её скорости и положения в предыдущий момент времени

Выражение для определения скорости:

$$\mathbf{v}_p(k+1) = c_{in} \mathbf{v}_p(k) + c_{cog} [\mathbf{x}_{p,best}(k) - \mathbf{x}_p(k)] + c_{soc} [\mathbf{x}_{best}(k) - \mathbf{x}_p(k)]$$

**Инерционная компонента** скорости отвечает за то, что частица стремится продолжить движение в том же направлении

# Метод роя. Скорость

$\mathbf{x}_p(k+1) = \mathbf{x}_p(k) + \mathbf{v}_p(k+1)$  – положение, которое примет частица в следующий момент, зависит от её скорости и положения в предыдущий момент времени

Выражение для определения скорости:

$$\mathbf{v}_p(k+1) = c_{in} \mathbf{v}_p(k) + c_{cog} [\mathbf{x}_{p,best}(k) - \mathbf{x}_p(k)] + c_{soc} [\mathbf{x}_{best}(k) - \mathbf{x}_p(k)]$$

↑  
**Когнитивная компонента** скорости  
отвечает за стремление к собственному  
лучшему положению

# Метод роя. Скорость

$\mathbf{x}_p(k+1) = \mathbf{x}_p(k) + \mathbf{v}_p(k+1)$  – положение, которое примет частица в следующий момент, зависит от её скорости и положения в предыдущий момент времени

Выражение для определения скорости:

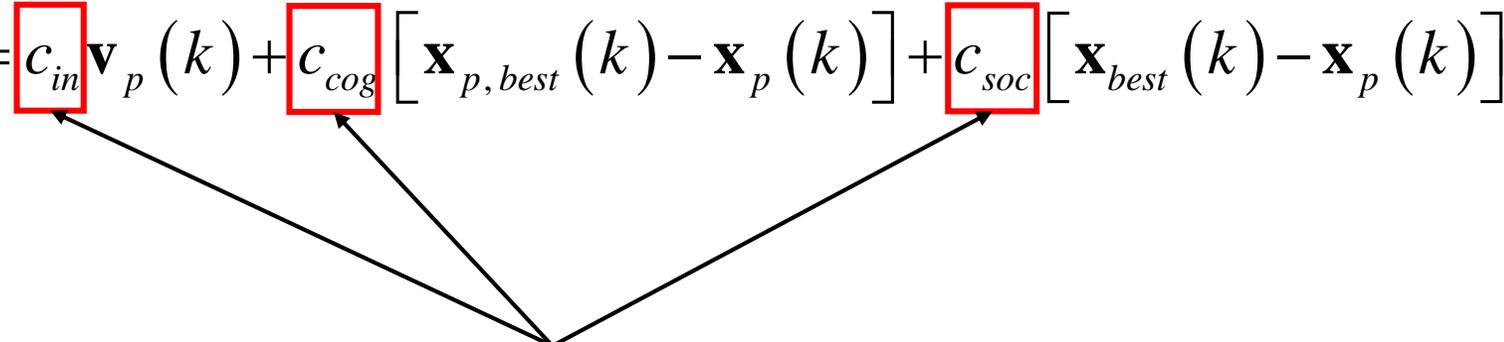
$$\mathbf{v}_p(k+1) = c_{in} \mathbf{v}_p(k) + c_{cog} [\mathbf{x}_{p,best}(k) - \mathbf{x}_p(k)] + c_{soc} [\mathbf{x}_{best}(k) - \mathbf{x}_p(k)]$$

**Социальная компонента** скорости отвечает за стремление к лучшему положению, найденному всеми частицами из некоторой окрестности  $p$ -й частицы

# Метод роя. Скорость

$\mathbf{x}_p(k+1) = \mathbf{x}_p(k) + \mathbf{v}_p(k+1)$  – положение, которое примет частица в следующий момент, зависит от её скорости и положения в предыдущий момент времени

Выражение для определения скорости:

$$\mathbf{v}_p(k+1) = c_{in} \mathbf{v}_p(k) + c_{cog} [\mathbf{x}_{p,best}(k) - \mathbf{x}_p(k)] + c_{soc} [\mathbf{x}_{best}(k) - \mathbf{x}_p(k)]$$


Вклад каждой компоненты варьируется с помощью соответствующих весовых коэффициентов, выбираемых специальным образом

# Метод роя. Скорость

$\mathbf{x}_p(k+1) = \mathbf{x}_p(k) + \mathbf{v}_p(k+1)$  – положение, которое примет частица в следующий момент, зависит от её скорости и положения в предыдущий момент времени

Выражение для определения скорости:

$$\mathbf{v}_p(k+1) = c_{in} \mathbf{v}_p(k) + c_{cog} [\mathbf{x}_{p,best}(k) - \mathbf{x}_p(k)] + c_{soc} [\mathbf{x}_{best}(k) - \mathbf{x}_p(k)]$$

Выбор коэффициентов

1 способ: константы

2 способ: линейное изменение

3 способ: случайно

4 способ: комбинация 2 и 3

$$c_{in} = \frac{(c_{in,min} - c_{in,max})k}{N} + c_{in,max}$$

$$c_{cog} = \left( \frac{(c_{cog,min} - c_{cog,max})k}{N} + c_{cog,max} \right) \cdot U(0,1)$$

$$c_{soc} = \left( \frac{(c_{soc,max} - c_{soc,min})k}{N} + c_{soc,min} \right) \cdot U(0,1)$$

# Метод роя. Критерии остановки

При моделировании использовались следующие критерии остановки поиска:

1. Попадание всех частиц в некоторую окрестность найденного лучшего положения (стагнация роя)
2. Неулучшение глобального лучшего значения функционала  $n$  итераций подряд (меняется на незначительную величину)
3. По истечении заданного времени (заданного кол-ва итераций)  $N$

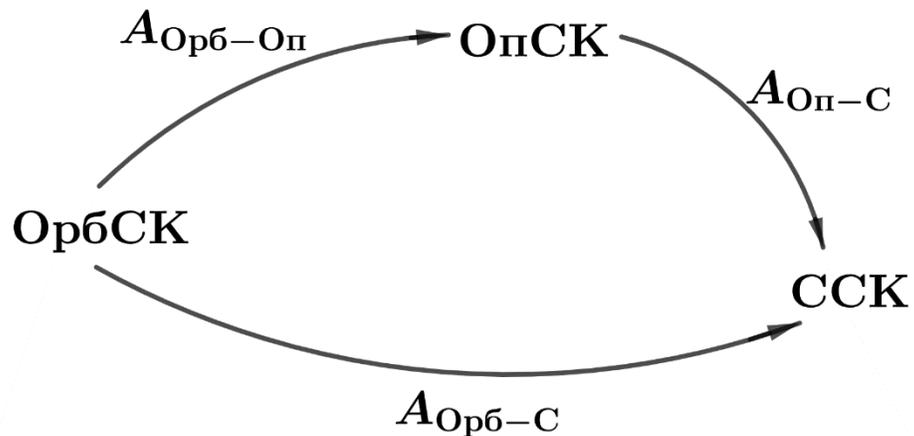
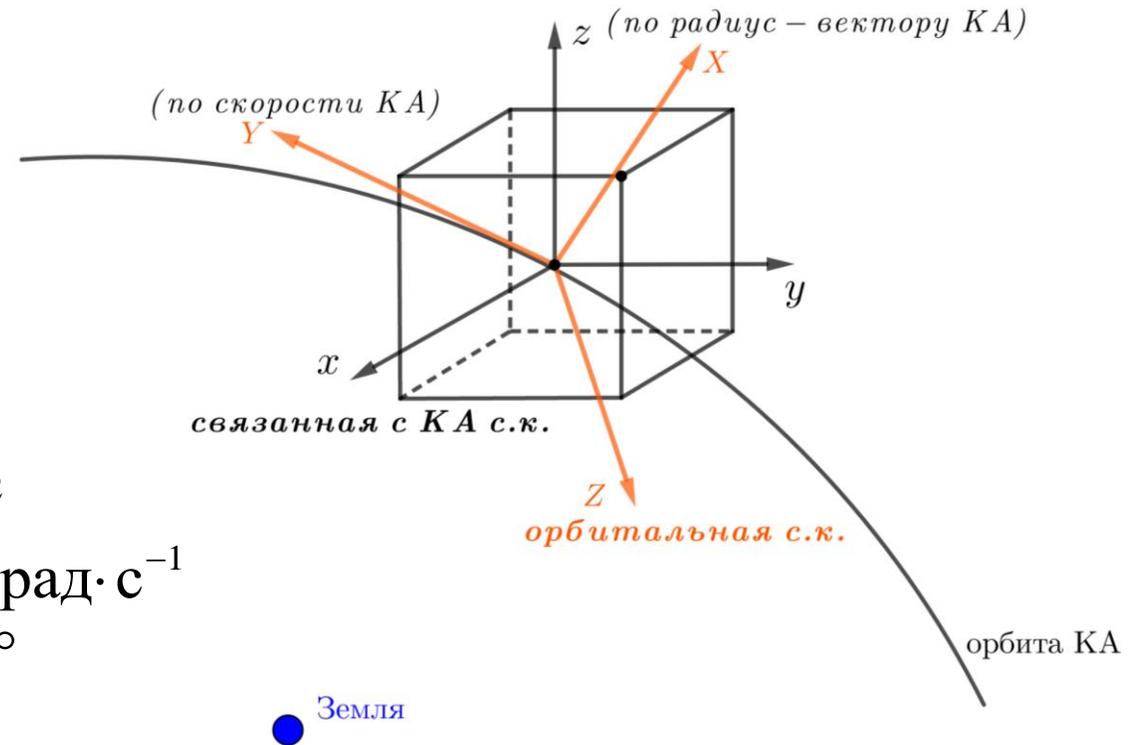
# Начальные данные

## Орбита:

- круговая
- наклонение  $i = 57^\circ$
- высота орбиты  $h = 550$  км
- период  $T = 5700$  с  $\approx 1.58$  ч

## Космический аппарат:

- тензор инерции  $\mathbf{J} = \text{diag}(0.15, 0.13, 0.11)$  кг·м<sup>2</sup>
- начальная угл. скорость  $\boldsymbol{\omega}_{\text{нач}} = (1, 2, 3) \cdot 10^{-5}$  рад·с<sup>-1</sup>
- начальная ориентация  $\alpha_0 = 2^\circ$ ,  $\beta_0 = 3^\circ$ ,  $\gamma_0 = 4^\circ$



**ОрбСК** – орбитальная система координат  
**ОпСК** – опорная система координат  
**ССК** – связанная с КА система координат

# Уравнения движения

$$\frac{d\mathbf{q}}{dt} = \frac{1}{2} \mathbf{\Lambda} \circ \boldsymbol{\omega}$$

$$\mathbf{J} \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} = \mathbf{M}_{упр} + \mathbf{M}_{грав} + \mathbf{M}_{возм}$$

$\mathbf{M}_{упр}$  – управляющий момент

$\mathbf{M}_{грав} = 3\omega_0^2 (\mathbf{A}_{Орб-С} \mathbf{e}_3) \times \mathbf{J} (\mathbf{A}_{Орб-С} \mathbf{e}_3)$  – гравитационный момент

$\omega_0 = \sqrt{\frac{\mu}{r^3}}$ ,  $\mathbf{A}_{Орб-С} = \|a_{kl}\|$  – матрица направляющих косинусов

$\mathbf{M}_{возм}$  – внешний возмущающий момент

# Построение управляемой траектории

Линеаризуем уравнения движения с учетом грав. момента

$$\begin{cases} A\ddot{\gamma} + (A + C - B)\omega_0\dot{\beta} - 4\omega_0^2(C - B)\gamma = M_1 \\ B\ddot{\alpha} - 3\omega_0^2(C - A)\alpha = M_2 \\ C\ddot{\beta} - (A + C - B)\omega_0\dot{\gamma} + (B - A)\beta\omega_0^2 = M_3 \end{cases}$$

Решение

$$\alpha = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_1 t} + a_1 + a_2 \sin \omega_0 t + a_3 \cos \omega_0 t + a_{22} \sin 2\omega_0 t + a_{33} \cos 2\omega_0 t$$

$$\dot{\alpha} = \lambda_1 C_1 e^{\lambda_1 t} - \lambda_1 C_2 e^{-\lambda_1 t} + a_2 \omega_0 \cos \omega_0 t - a_3 \omega_0 \sin \omega_0 t + 2a_{22} \omega_0 \cos 2\omega_0 t - 2a_{33} \omega_0 \sin 2\omega_0 t$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_2 \omega_0 \cos \omega_0 t - b_3 \omega_0 \sin \omega_0 t + 2b_{22} \omega_0 \cos 2\omega_0 t - 2b_{22} \omega_0 \sin 2\omega_0 t \\ g_2 \omega_0 \cos \omega_0 t - g_3 \omega_0 \sin \omega_0 t + 2g_{22} \omega_0 \cos 2\omega_0 t - 2g_{22} \omega_0 \sin 2\omega_0 t \\ b_1 + b_2 \sin \omega_0 t + b_3 \cos \omega_0 t + b_{22} \sin 2\omega_0 t + b_{33} \cos 2\omega_0 t \\ g_1 + g_2 \sin \omega_0 t + g_3 \cos \omega_0 t + g_{22} \sin 2\omega_0 t + g_{33} \cos 2\omega_0 t \end{pmatrix} +$$

$$+ C_{\text{Re}} (\cos \varphi_3 t \text{Re} \mathbf{h}_3 - \sin \varphi_3 t \text{Im} \mathbf{h}_3) + C_{\text{Im}} (\sin \varphi_3 t \text{Re} \mathbf{h}_3 + \cos \varphi_3 t \text{Im} \mathbf{h}_3) + C_5 e^{\lambda_5 t} \mathbf{h}_5 + C_6 e^{-\lambda_5 t} \mathbf{h}_6$$

# Построение управляемой траектории

Линеаризуем уравнения движения с учетом грав. момента

$$\begin{cases} A\ddot{\gamma} + (A + C - B)\omega_0\dot{\beta} - 4\omega_0^2(C - B)\gamma = M_1 \\ B\ddot{\alpha} - 3\omega_0^2(C - A)\alpha = M_2 \\ C\ddot{\beta} - (A + C - B)\omega_0\dot{\gamma} + (B - A)\beta\omega_0^2 = M_3 \end{cases}$$

Решение

$$\alpha = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_1 t} + a_1 + a_2 \sin \omega_0 t + a_3 \cos \omega_0 t + a_{22} \sin 2\omega_0 t + a_{33} \cos 2\omega_0 t$$

$$\dot{\alpha} = \lambda_1 C_1 e^{\lambda_1 t} - \lambda_1 C_2 e^{-\lambda_1 t} + a_2 \omega_0 \cos \omega_0 t - a_3 \omega_0 \sin \omega_0 t + 2a_{22} \omega_0 \cos 2\omega_0 t - 2a_{33} \omega_0 \sin 2\omega_0 t$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_2 \omega_0 \cos \omega_0 t - b_3 \omega_0 \sin \omega_0 t + 2b_{22} \omega_0 \cos 2\omega_0 t - 2b_{22} \omega_0 \sin 2\omega_0 t \\ g_2 \omega_0 \cos \omega_0 t - g_3 \omega_0 \sin \omega_0 t + 2g_{22} \omega_0 \cos 2\omega_0 t - 2g_{22} \omega_0 \sin 2\omega_0 t \\ b_1 + b_2 \sin \omega_0 t + b_3 \cos \omega_0 t + b_{22} \sin 2\omega_0 t + b_{33} \cos 2\omega_0 t \\ g_1 + g_2 \sin \omega_0 t + g_3 \cos \omega_0 t + g_{22} \sin 2\omega_0 t + g_{33} \cos 2\omega_0 t \end{pmatrix} +$$

Общее решение  
однородного  
уравнения

$$+ C_{\text{Re}} (\cos \varphi_3 t \operatorname{Re} \mathbf{h}_3 - \sin \varphi_3 t \operatorname{Im} \mathbf{h}_3) + C_{\text{Im}} (\sin \varphi_3 t \operatorname{Re} \mathbf{h}_3 + \cos \varphi_3 t \operatorname{Im} \mathbf{h}_3) + C_5 e^{\lambda_5 t} \mathbf{h}_5 + C_6 e^{-\lambda_5 t} \mathbf{h}_6$$

# Построение управляемой траектории

Линеаризуем уравнения движения с учетом грав. момента

$$\begin{cases} A\ddot{\gamma} + (A + C - B)\omega_0\dot{\beta} - 4\omega_0^2(C - B)\gamma = M_1 \\ B\ddot{\alpha} - 3\omega_0^2(C - A)\alpha = M_2 \\ C\ddot{\beta} - (A + C - B)\omega_0\dot{\gamma} + (B - A)\beta\omega_0^2 = M_3 \end{cases}$$

Решение

$$\alpha = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_1 t} + a_1 + a_2 \sin \omega_0 t + a_3 \cos \omega_0 t + a_{22} \sin 2\omega_0 t + a_{33} \cos 2\omega_0 t$$

$$\dot{\alpha} = \lambda_1 C_1 e^{\lambda_1 t} - \lambda_1 C_2 e^{-\lambda_1 t} + a_2 \omega_0 \cos \omega_0 t - a_3 \omega_0 \sin \omega_0 t + 2a_{22} \omega_0 \cos 2\omega_0 t - 2a_{33} \omega_0 \sin 2\omega_0 t$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_2 \omega_0 \cos \omega_0 t - b_3 \omega_0 \sin \omega_0 t + 2b_{22} \omega_0 \cos 2\omega_0 t - 2b_{22} \omega_0 \sin 2\omega_0 t \\ g_2 \omega_0 \cos \omega_0 t - g_3 \omega_0 \sin \omega_0 t + 2g_{22} \omega_0 \cos 2\omega_0 t - 2g_{22} \omega_0 \sin 2\omega_0 t \\ b_1 + b_2 \sin \omega_0 t + b_3 \cos \omega_0 t + b_{22} \sin 2\omega_0 t + b_{33} \cos 2\omega_0 t \\ g_1 + g_2 \sin \omega_0 t + g_3 \cos \omega_0 t + g_{22} \sin 2\omega_0 t + g_{33} \cos 2\omega_0 t \end{pmatrix} +$$

**Частное решение  
неоднородного  
уравнения**

$$+ C_{\text{Re}} (\cos \varphi_3 t \operatorname{Re} \mathbf{h}_3 - \sin \varphi_3 t \operatorname{Im} \mathbf{h}_3) + C_{\text{Im}} (\sin \varphi_3 t \operatorname{Re} \mathbf{h}_3 + \cos \varphi_3 t \operatorname{Im} \mathbf{h}_3) + C_5 e^{\lambda_5 t} \mathbf{h}_5 + C_6 e^{-\lambda_5 t} \mathbf{h}_6$$

# Построение управляемой траектории

Линеаризуем уравнения движения с учетом грав. момента

$$\begin{cases} A\ddot{\gamma} + (A + C - B)\omega_0\dot{\beta} - 4\omega_0^2(C - B)\gamma = M_1 \\ B\ddot{\alpha} - 3\omega_0^2(C - A)\alpha = M_2 \\ C\ddot{\beta} - (A + C - B)\omega_0\dot{\gamma} + (B - A)\beta\omega_0^2 = M_3 \end{cases}$$

Решение

$$\alpha = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_1 t} + a_1 + a_2 \sin \omega_0 t + a_3 \cos \omega_0 t + a_{22} \sin 2\omega_0 t + a_{33} \cos 2\omega_0 t$$

$$\dot{\alpha} = \lambda_1 C_1 e^{\lambda_1 t} - \lambda_1 C_2 e^{-\lambda_1 t} + a_2 \omega_0 \cos \omega_0 t - a_3 \omega_0 \sin \omega_0 t + 2a_{22} \omega_0 \cos 2\omega_0 t - 2a_{33} \omega_0 \sin 2\omega_0 t$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_2 \omega_0 \cos \omega_0 t - b_3 \omega_0 \sin \omega_0 t + 2b_{22} \omega_0 \cos 2\omega_0 t - 2b_{22} \omega_0 \sin 2\omega_0 t \\ g_2 \omega_0 \cos \omega_0 t - g_3 \omega_0 \sin \omega_0 t + 2g_{22} \omega_0 \cos 2\omega_0 t - 2g_{22} \omega_0 \sin 2\omega_0 t \\ b_1 + b_2 \sin \omega_0 t + b_3 \cos \omega_0 t + b_{22} \sin 2\omega_0 t + b_{33} \cos 2\omega_0 t \\ g_1 + g_2 \sin \omega_0 t + g_3 \cos \omega_0 t + g_{22} \sin 2\omega_0 t + g_{33} \cos 2\omega_0 t \end{pmatrix} + \\ + C_{\text{Re}} (\cos \varphi_3 t \text{Re} \mathbf{h}_3 - \sin \varphi_3 t \text{Im} \mathbf{h}_3) + C_{\text{Im}} (\sin \varphi_3 t \text{Re} \mathbf{h}_3 + \cos \varphi_3 t \text{Im} \mathbf{h}_3) + C_5 e^{\lambda_5 t} \mathbf{h}_5 + C_6 e^{-\lambda_5 t} \mathbf{h}_6$$

# Построение управляемой траектории

Линеаризуем уравнения движения с учетом грав. момента

$$\begin{cases} A\ddot{\gamma} + (A + C - B)\omega_0\dot{\beta} - 4\omega_0^2(C - B)\gamma = M_1 \\ B\ddot{\alpha} - 3\omega_0^2(C - A)\alpha = M_2 \\ C\ddot{\beta} - (A + C - B)\omega_0\dot{\gamma} + (B - A)\beta\omega_0^2 = M_3 \end{cases}$$

Решение

$$\alpha = \cancel{C_1}e^{\lambda_1 t} + C_2e^{-\lambda_1 t} + a_1 + a_2 \sin \omega_0 t + a_3 \cos \omega_0 t + a_{22} \sin 2\omega_0 t + a_{33} \cos 2\omega_0 t$$

$$\dot{\alpha} = \lambda_1 C_1 e^{\lambda_1 t} - \lambda_1 C_2 e^{-\lambda_1 t} + a_2 \omega_0 \cos \omega_0 t - a_3 \omega_0 \sin \omega_0 t + 2a_{22} \omega_0 \cos 2\omega_0 t - 2a_{33} \omega_0 \sin 2\omega_0 t$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_2 \omega_0 \cos \omega_0 t - b_3 \omega_0 \sin \omega_0 t + 2b_{22} \omega_0 \cos 2\omega_0 t - 2b_{22} \omega_0 \sin 2\omega_0 t \\ g_2 \omega_0 \cos \omega_0 t - g_3 \omega_0 \sin \omega_0 t + 2g_{22} \omega_0 \cos 2\omega_0 t - 2g_{22} \omega_0 \sin 2\omega_0 t \\ b_1 + b_2 \sin \omega_0 t + b_3 \cos \omega_0 t + b_{22} \sin 2\omega_0 t + b_{33} \cos 2\omega_0 t \\ g_1 + g_2 \sin \omega_0 t + g_3 \cos \omega_0 t + g_{22} \sin 2\omega_0 t + g_{33} \cos 2\omega_0 t \end{pmatrix} +$$

$$+ C_{\text{Re}} (\cos \varphi_3 t \operatorname{Re} \mathbf{h}_3 - \sin \varphi_3 t \operatorname{Im} \mathbf{h}_3) + C_{\text{Im}} (\sin \varphi_3 t \operatorname{Re} \mathbf{h}_3 + \cos \varphi_3 t \operatorname{Im} \mathbf{h}_3) + \cancel{C_5} e^{\lambda_5 t} \mathbf{h}_5 + C_6 e^{-\lambda_5 t} \mathbf{h}_6$$

# Построение управляемой траектории

С учетом начальных данных  $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0, \dot{\alpha}_0, \dot{\beta}_0, \dot{\gamma}_0$  уменьшим число параметров:

$$a_1 = \alpha_0 - C_2 - a_3 - a_{33} \quad b_2 = \frac{\dot{\beta}_0 - 2b_{22}\omega_0 - C_{\text{Re}} \operatorname{Re} h_{3,1} - C_{\text{Im}} \operatorname{Im} h_{3,1} - C_6 h_{6,1}}{\omega_0}$$

$$a_2 = \frac{\dot{\alpha}_0 + \lambda_1 C_2 - 2a_{22}\omega_0}{\omega_0} \quad g_1 = \gamma_0 - g_3 - g_{33} - C_{\text{Re}} \operatorname{Re} h_{3,4} - C_{\text{Im}} \operatorname{Im} h_{3,4} - C_6 h_{6,4}$$

$$b_1 = \beta_0 - b_3 - b_{33} - C_{\text{Re}} \operatorname{Re} h_{3,3} - C_{\text{Im}} \operatorname{Im} h_{3,3} - C_6 h_{6,3} \quad g_2 = \frac{\dot{\gamma}_0 - 2g_{22}\omega_0 - C_{\text{Re}} \operatorname{Re} h_{3,2} - C_{\text{Im}} \operatorname{Im} h_{3,2} - C_6 h_{6,2}}{\omega_0}$$

Вектор параметров (положение частицы роя):

$$\mathbf{x}_p = (a_3, a_{22}, a_{33}, b_3, b_{22}, b_{33}, g_3, g_{22}, g_{33}, C_2, C_{\text{Re}}, C_{\text{Im}}, C_6)$$

Считаем управляющий момент (зависит от параметров и начальных условий):

$$\mathbf{M}_{\text{упр}} = \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} - \mathbf{M}_{\text{грав}} - \mathbf{M}_{\text{возм}}$$

# Функционал

Необходимо построить управляемую магнитной системой управления траекторию, то есть необходимо подобрать такой управляющий момент, проекция которого на вектор геомагнитной индукции будет близка к нулю.

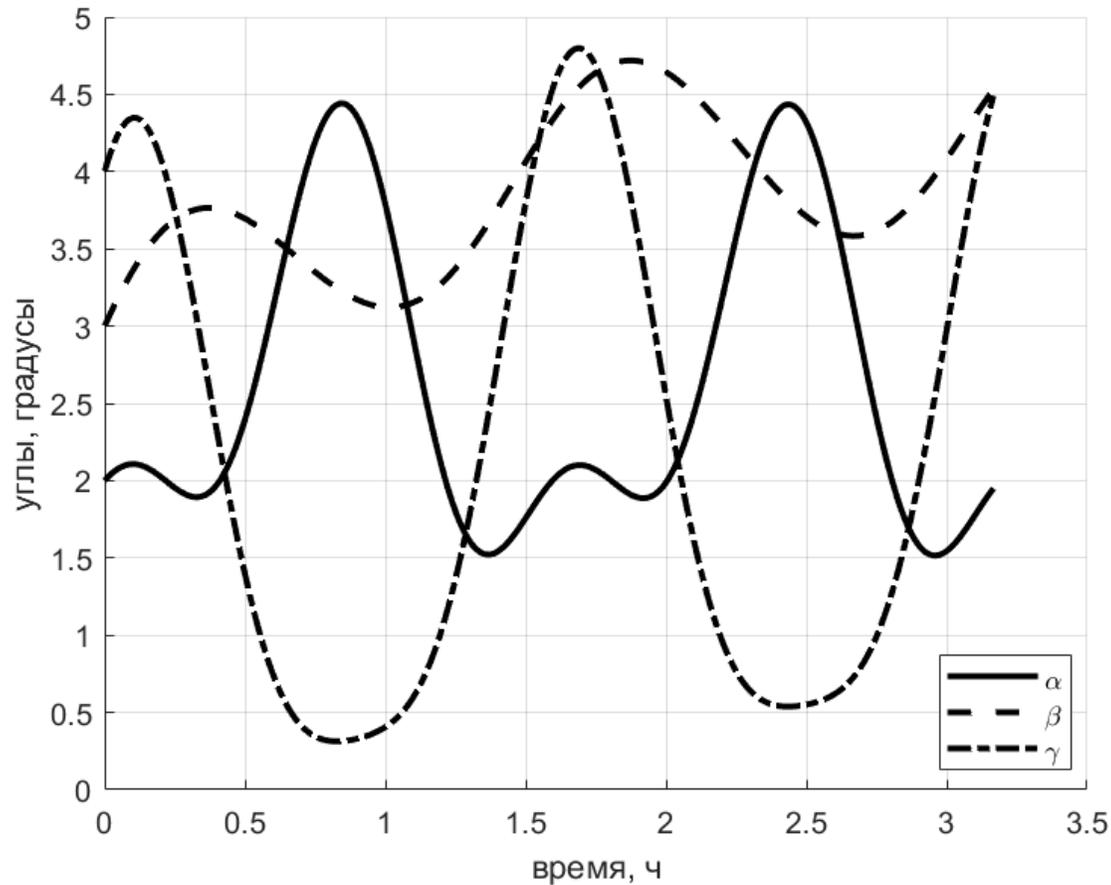
$$\Phi = \frac{1}{N_{dt}} \sqrt{\sum_{t_0=0}^T \left( \frac{\mathbf{M}_{ynp}}{|\mathbf{M}_{ynp}|}, \frac{\mathbf{B}}{|\mathbf{B}|} \right)^2} \rightarrow \min$$

$N_{dt} = \frac{T}{dt}$ ,  $T$  – время полета КА,  $dt$  – шаг интегрирования

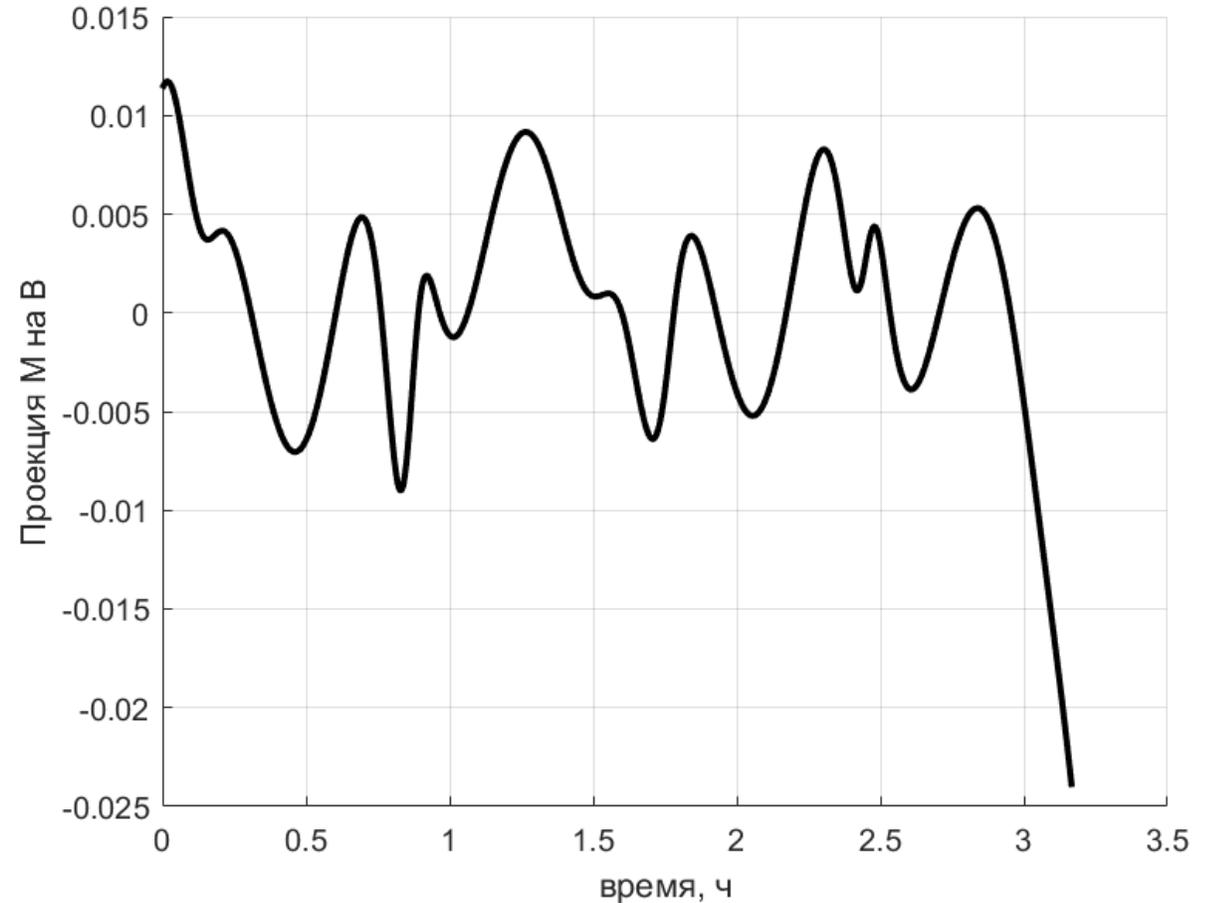
Для вычисления вектора геомагнитной индукции пользуемся моделью прямого диполя:

$$\mathbf{B} = B_0 \begin{pmatrix} \sin i \cos u \\ \cos i \\ -2 \sin i \sin u \end{pmatrix}$$

# Результат оптимизации



Управляемая траектория, полученная при оптимизации методом роя частиц (PSO)



Величина проекции требуемого момента на вектор геомагнитной индукции Земли

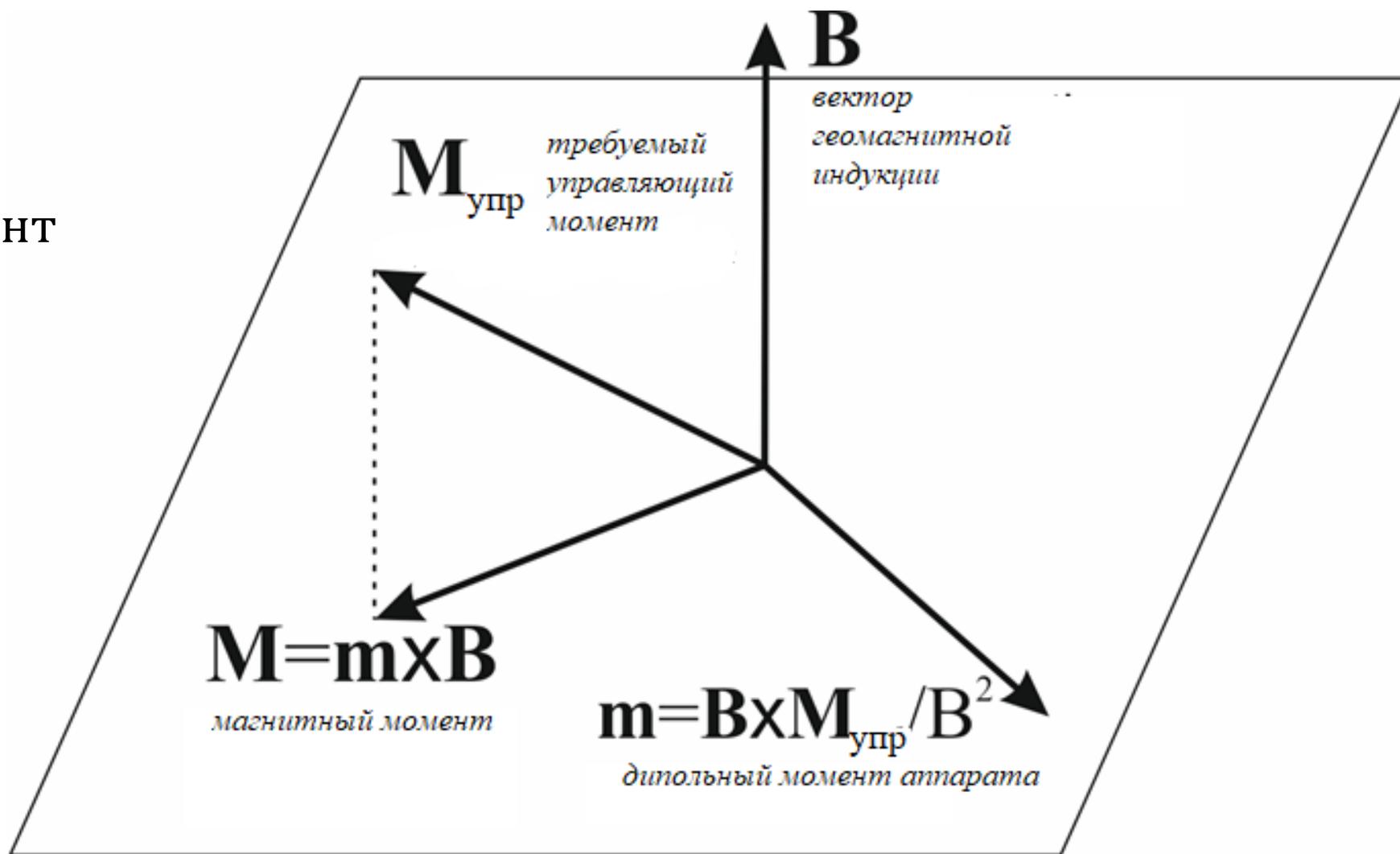
$$f(t) = \left( \frac{\mathbf{M}_{\text{упр}}}{|\mathbf{M}_{\text{упр}}|}, \frac{\mathbf{B}}{|\mathbf{B}|} \right)$$

# Численное моделирование

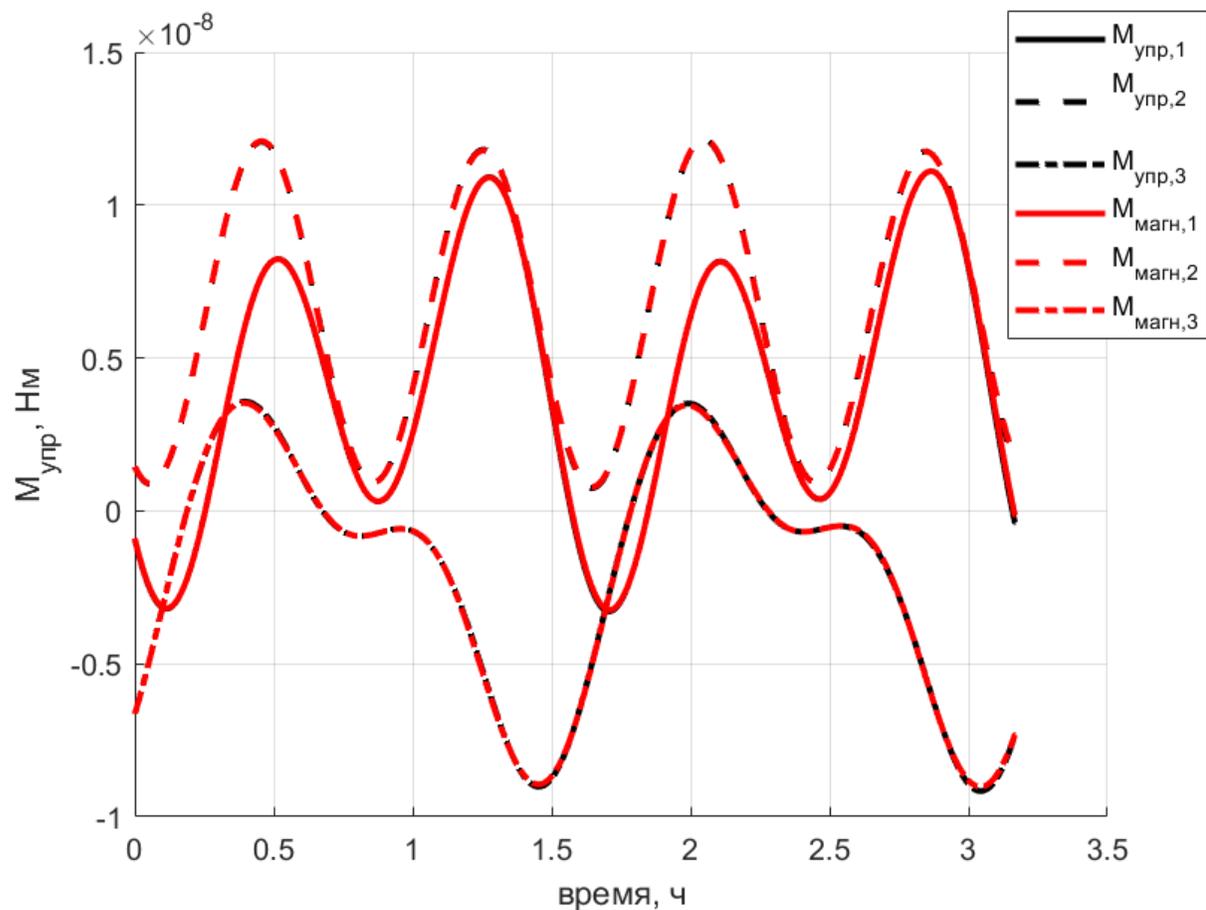
Реальный момент  
управления:

$$\mathbf{M}_{\text{магн}} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$$

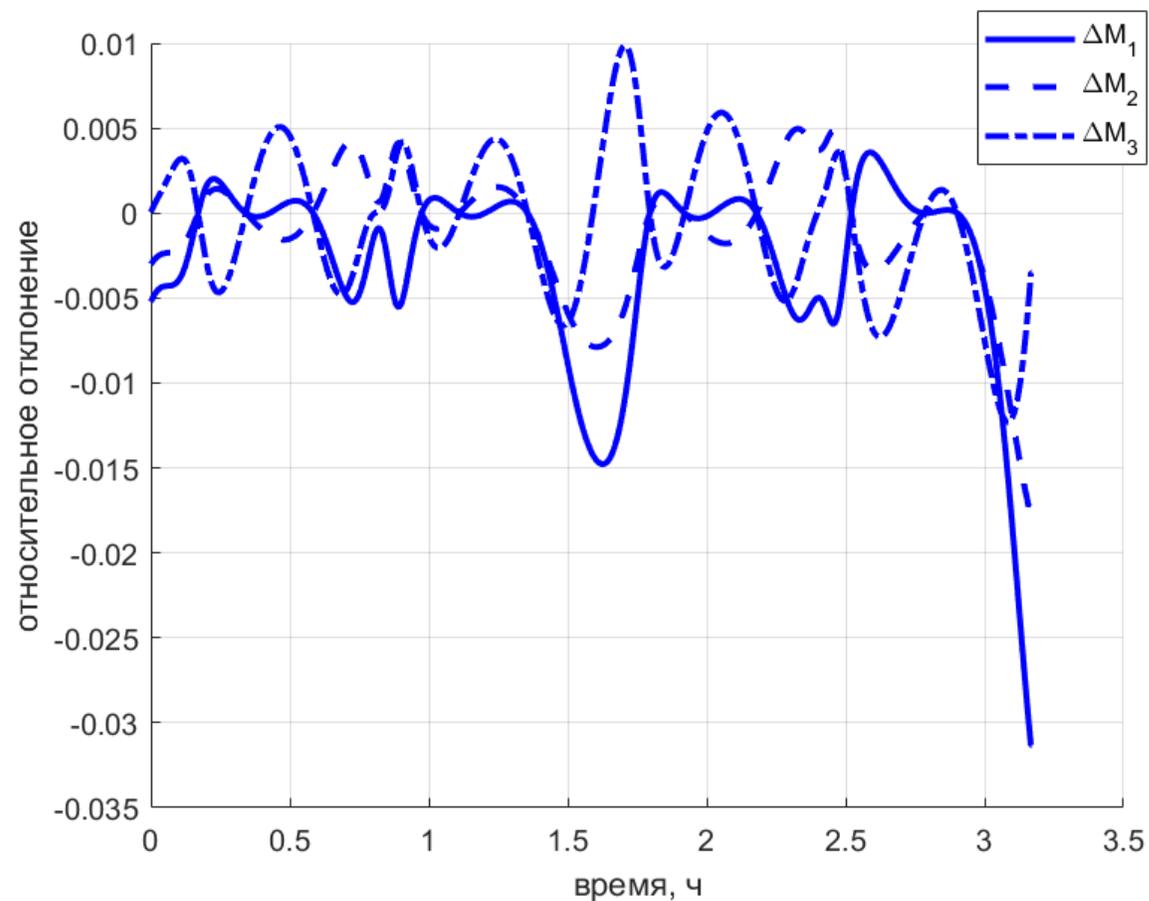
$$\mathbf{m} = \frac{\mathbf{B} \times \mathbf{M}_{\text{упр}}}{B^2}$$



# Численное моделирование

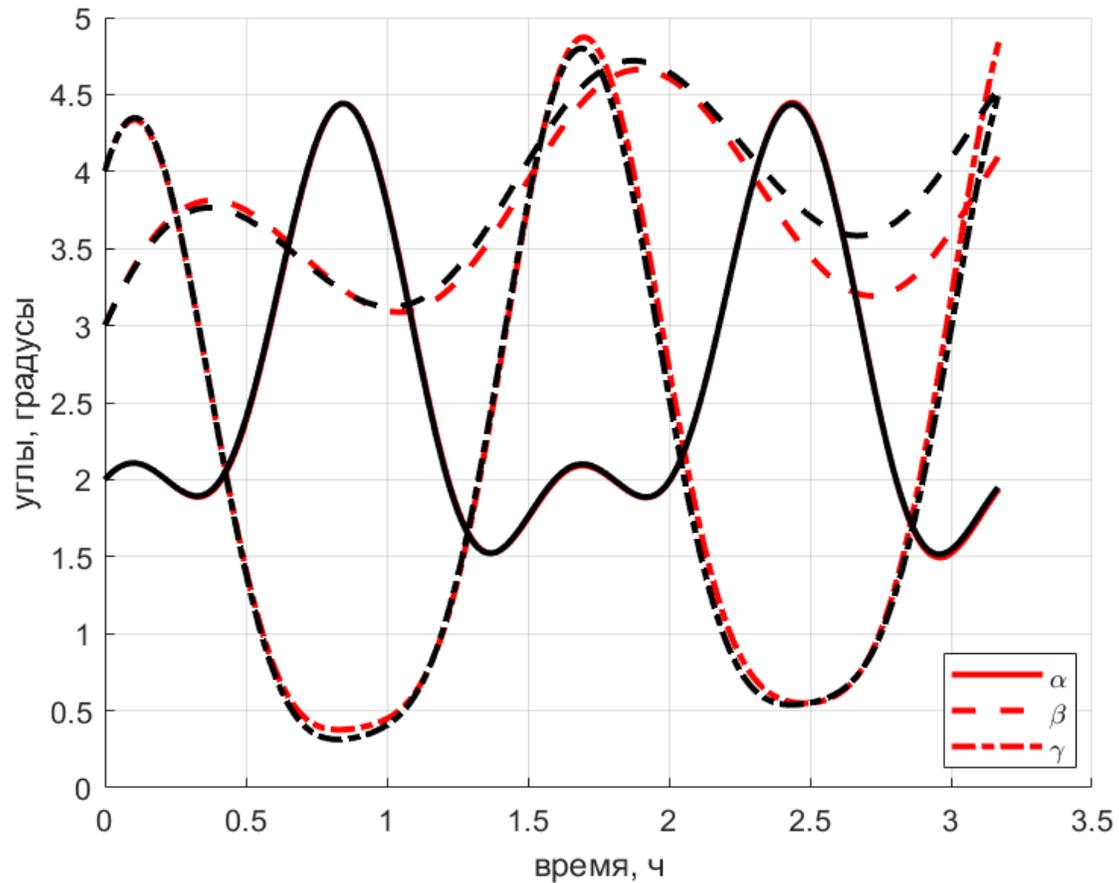


Чёрным – требуемый момент (программное управление), красным – магнитный момент

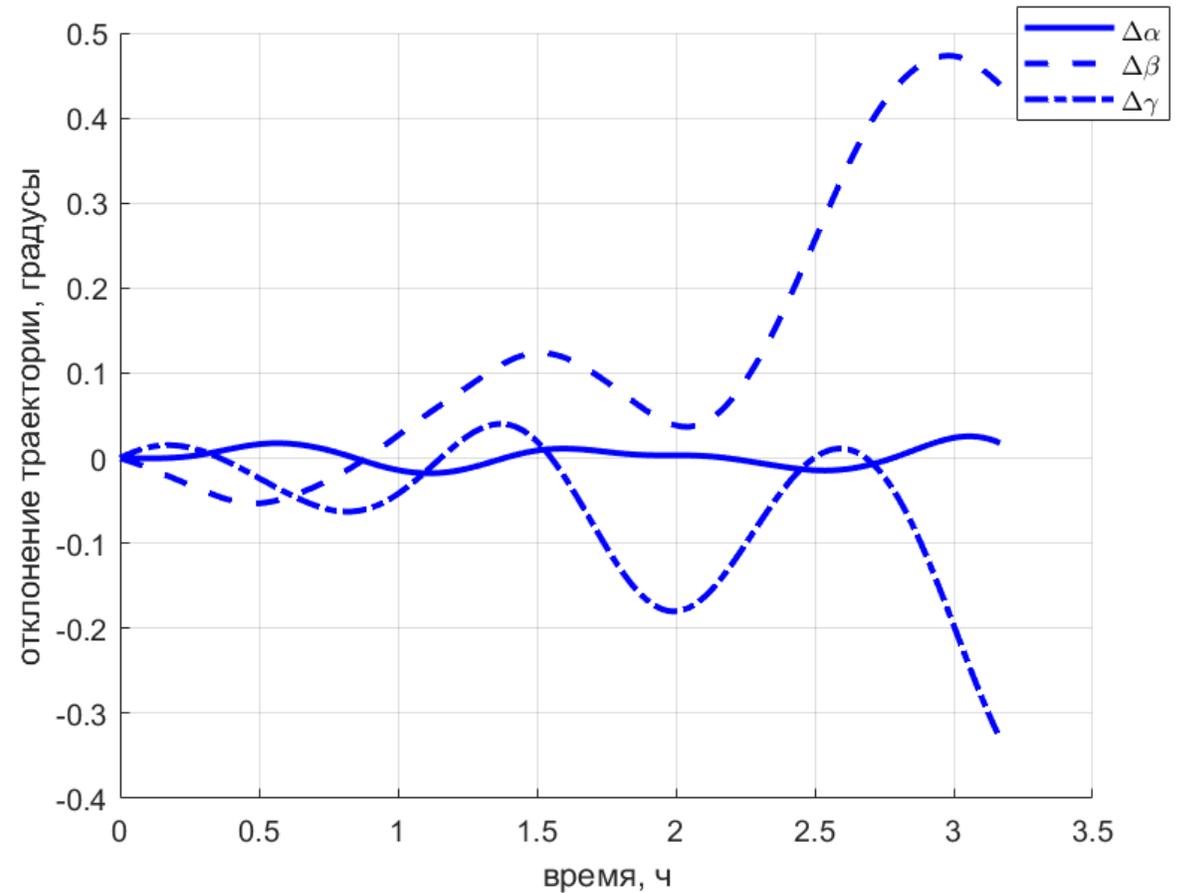


Относительное отклонение величины реализуемого момента от требуемого

# Численное моделирование

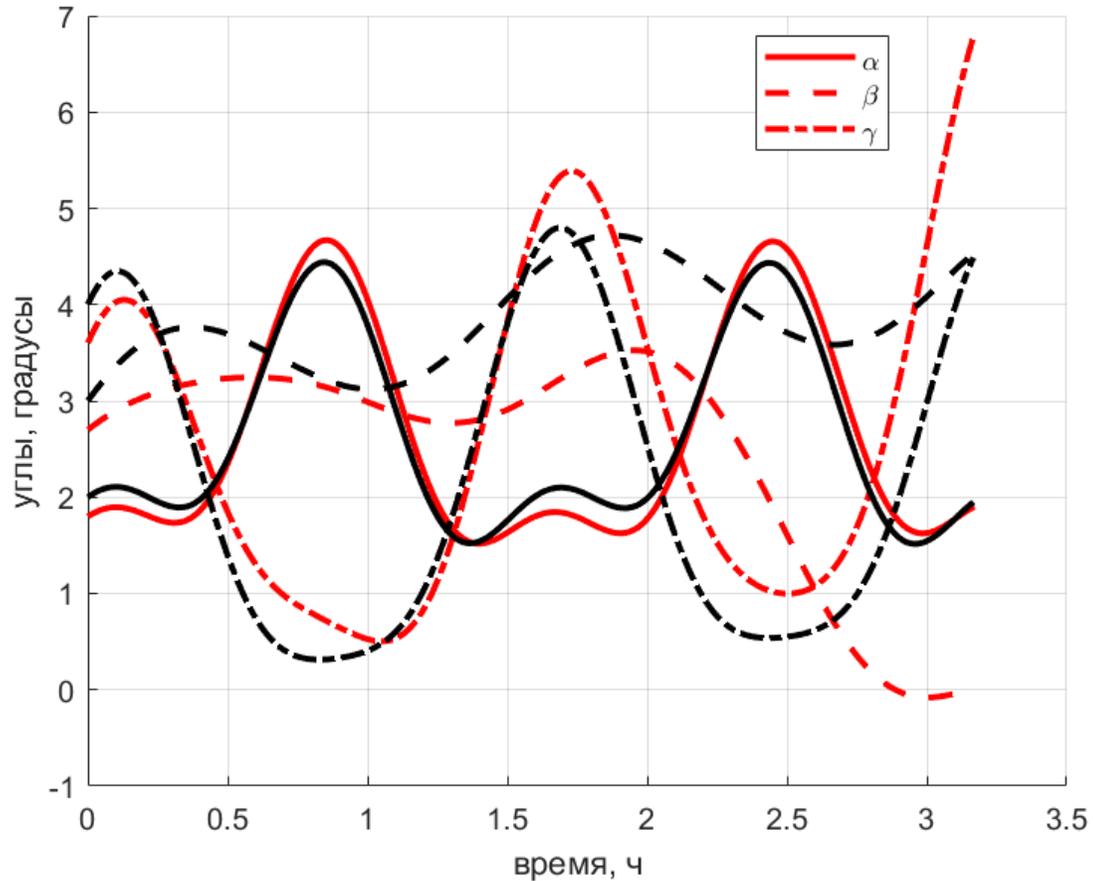


Чёрным – опорная траектория, красным – реализуемая при помощи магнитного управления

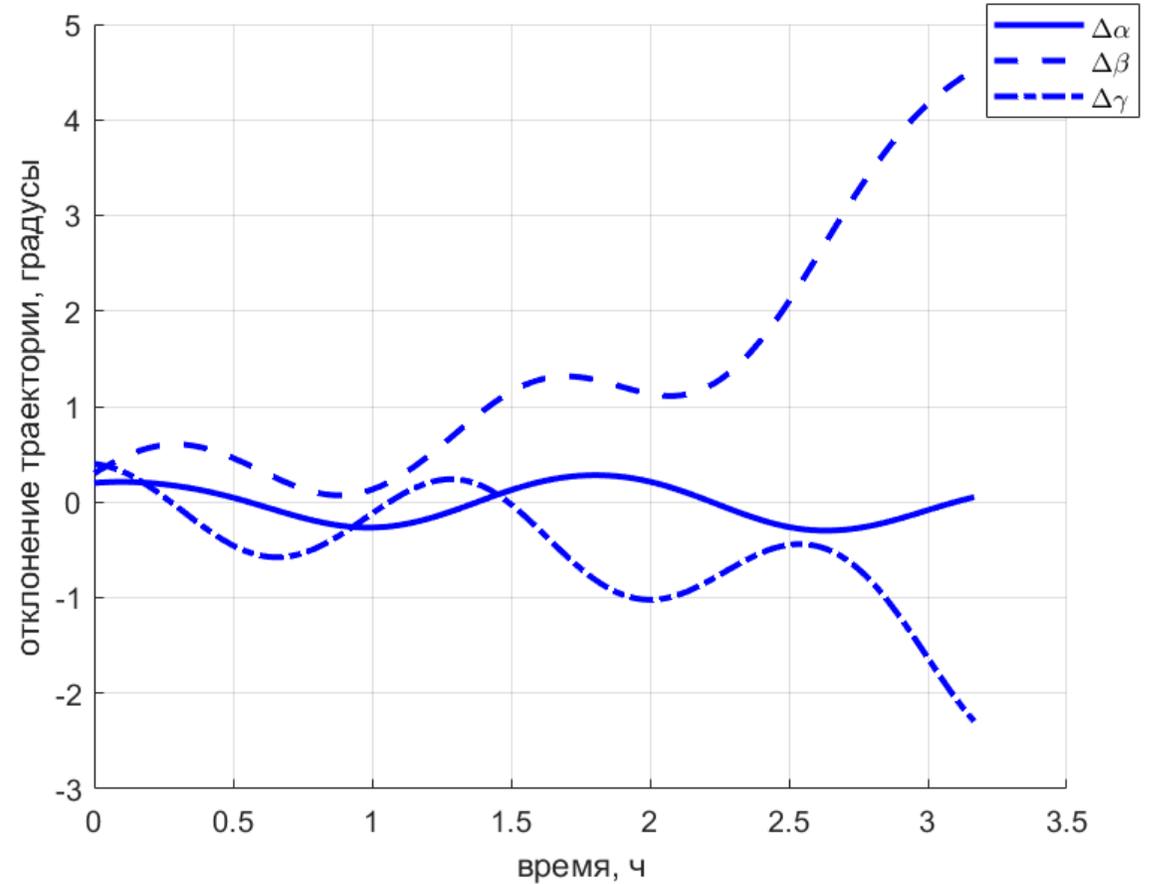


Относительное отклонение реализуемой траектории от требуемой

# Численное моделирование



Чёрным – опорная траектория, красным – реализуемая при помощи магнитного управления с учетом возмущений



Относительное отклонение реализуемой траектории от требуемой

# Построение управляемой траектории [2]

Для обеспечения асимптотической устойчивости будем использовать Ляпуновское управление:

$$\mathbf{M}_{упр} = -\mathbf{k}_\omega \boldsymbol{\omega}_{отн} - k_a \mathbf{S} + \boldsymbol{\omega}_{abc} \times \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}_{abc} + \mathbf{J} \mathbf{A}_{Орб-С} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{опорн} - \mathbf{J} \mathbf{W} \boldsymbol{\omega} - \mathbf{M}_{грав} - \mathbf{M}_{возм}$$

$$\mathbf{k}_\omega = k_{\omega_1} (1 + k_{\omega_2} \sin \omega_0 t)$$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} d_{23} - d_{32} \\ d_{31} - d_{13} \\ d_{12} - d_{21} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}_{ОП-С} = \|d_{ij}\|, \quad i, j = \overline{1,3}$$

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_3 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \boldsymbol{\omega}_{abc} - \mathbf{A}_{Орб-С} \boldsymbol{\omega}_{орб}$$

# Построение управляемой траектории [2]

Для обеспечения асимптотической устойчивости будем использовать Ляпуновское управление:

$$\mathbf{M}_{упр} = -\mathbf{k}_\omega \boldsymbol{\omega}_{отн} - k_a \mathbf{S} + \boldsymbol{\omega}_{абс} \times \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}_{абс} + \mathbf{J} \mathbf{A}_{Орб-С} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{опорн} - \mathbf{J} \mathbf{W} \boldsymbol{\omega} - \mathbf{M}_{грав} - \mathbf{M}_{возм}$$

$$\mathbf{k}_\omega = k_{\omega_1} (1 + k_{\omega_2} \sin \omega_0 t)$$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} d_{23} - d_{32} \\ d_{31} - d_{13} \\ d_{12} - d_{21} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}_{ОП-С} = \|d_{ij}\|, \quad i, j = \overline{1,3}$$

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_3 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \boldsymbol{\omega}_{абс} - \mathbf{A}_{Орб-С} \boldsymbol{\omega}_{орб}$$

# Построение управляемой траектории [2]

начальные данные, параметры КА, необходимые ограничения

for  $p = 1:P$  (цикл метода роя)

$$\mathbf{x} = (a_1, a_2, a_3, a_{22}, a_{33}, b_1, b_2, b_3, b_{22}, b_{33}, g_1, g_2, g_3, g_{22}, g_{33}, C_2, C_{Re}, C_{Im}, C_6, k_{\omega_1}, k_{\omega_2}, k_a)$$

for  $t = 1:dt:T$  (цикл интегратора)

$$\alpha, \beta, \gamma, \dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma}$$

$t = t + dt$

$$\mathbf{A}_{\text{Орб-С}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{абс}}$$

$$\mathbf{A}_{\text{Орб-Оп}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{опорн}}$$

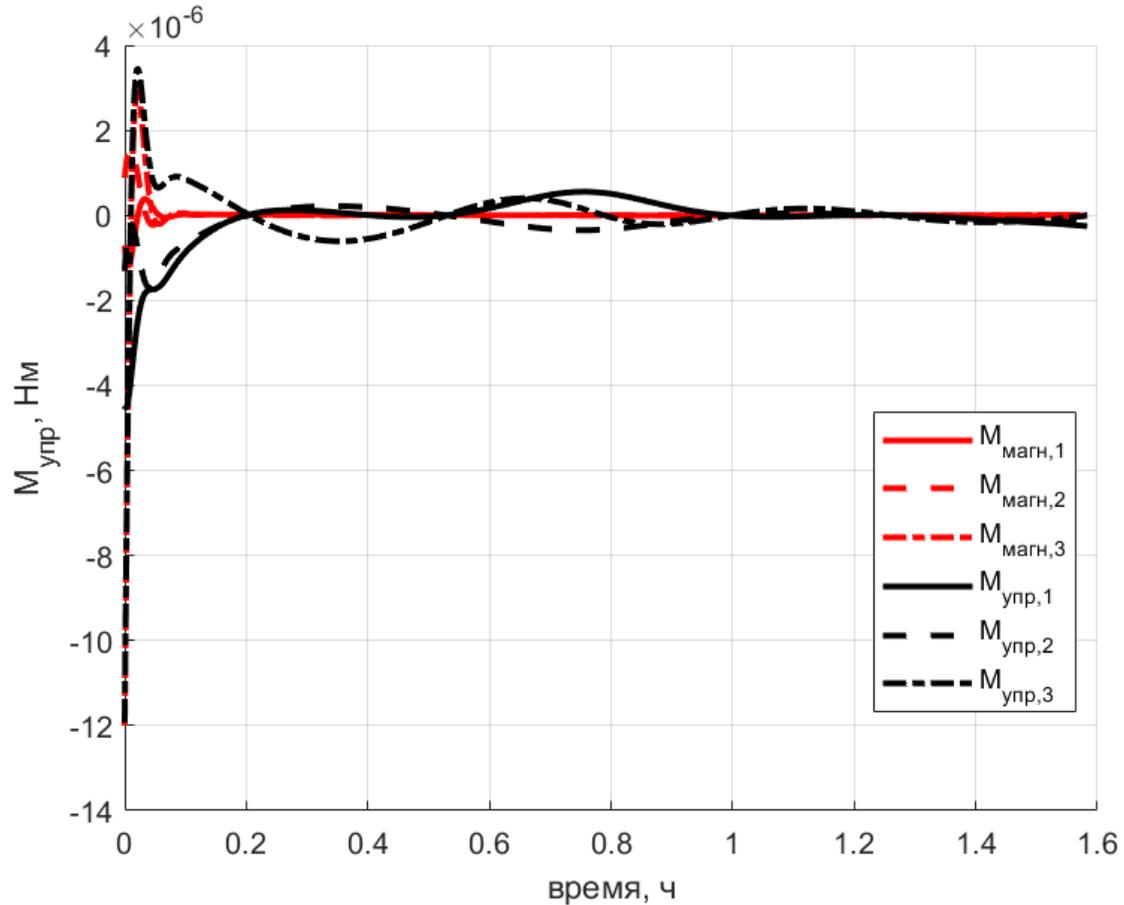
интегрирование исходной системы ДУ

$$\boldsymbol{\omega}, \mathbf{A}_{\text{Оп-С}}, \mathbf{S}, \mathbf{M}_{\text{грав}}$$

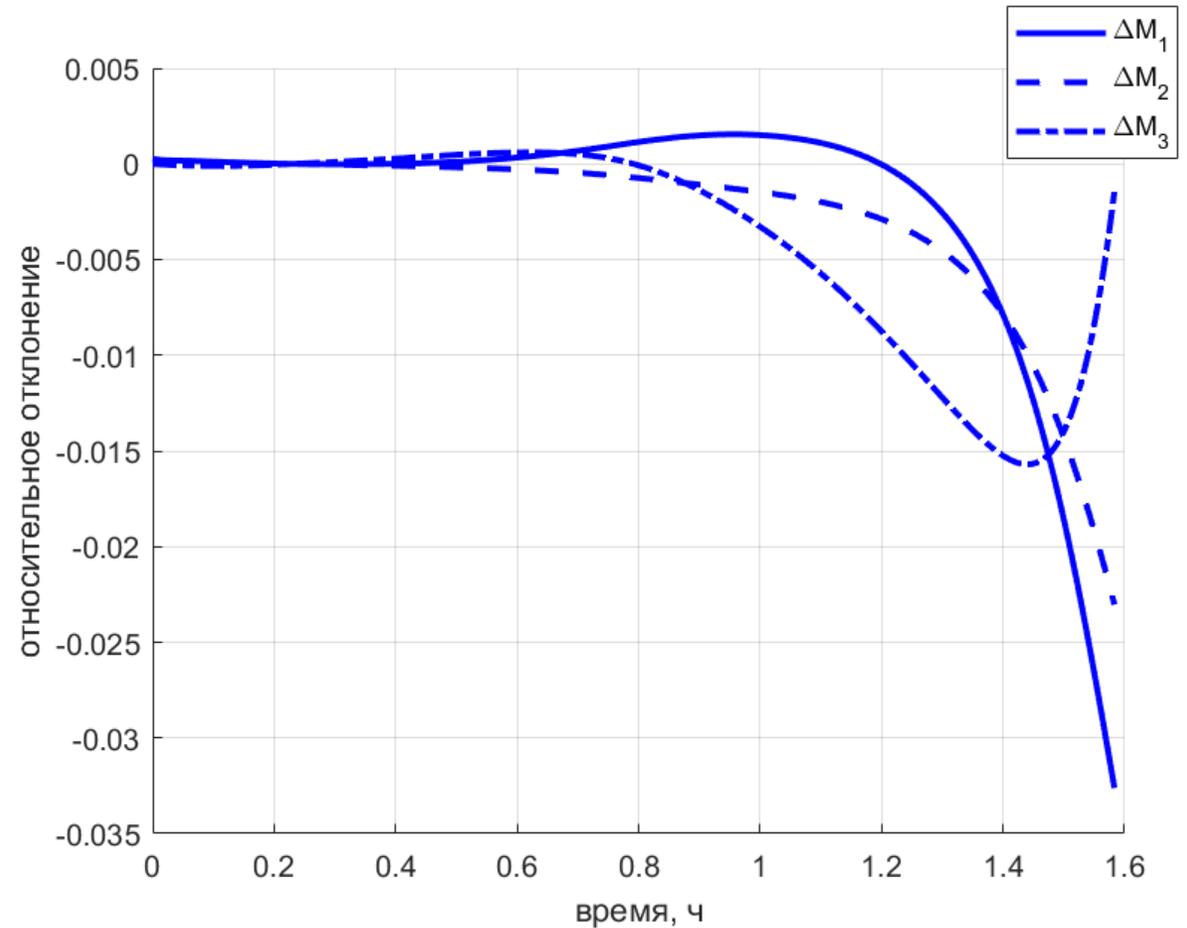
$$\mathbf{M}_{\text{упр}}$$

оптимизация на  $p$ -м шаге метода роя,  
проверка критериев остановки поиска

# Предварительный результат

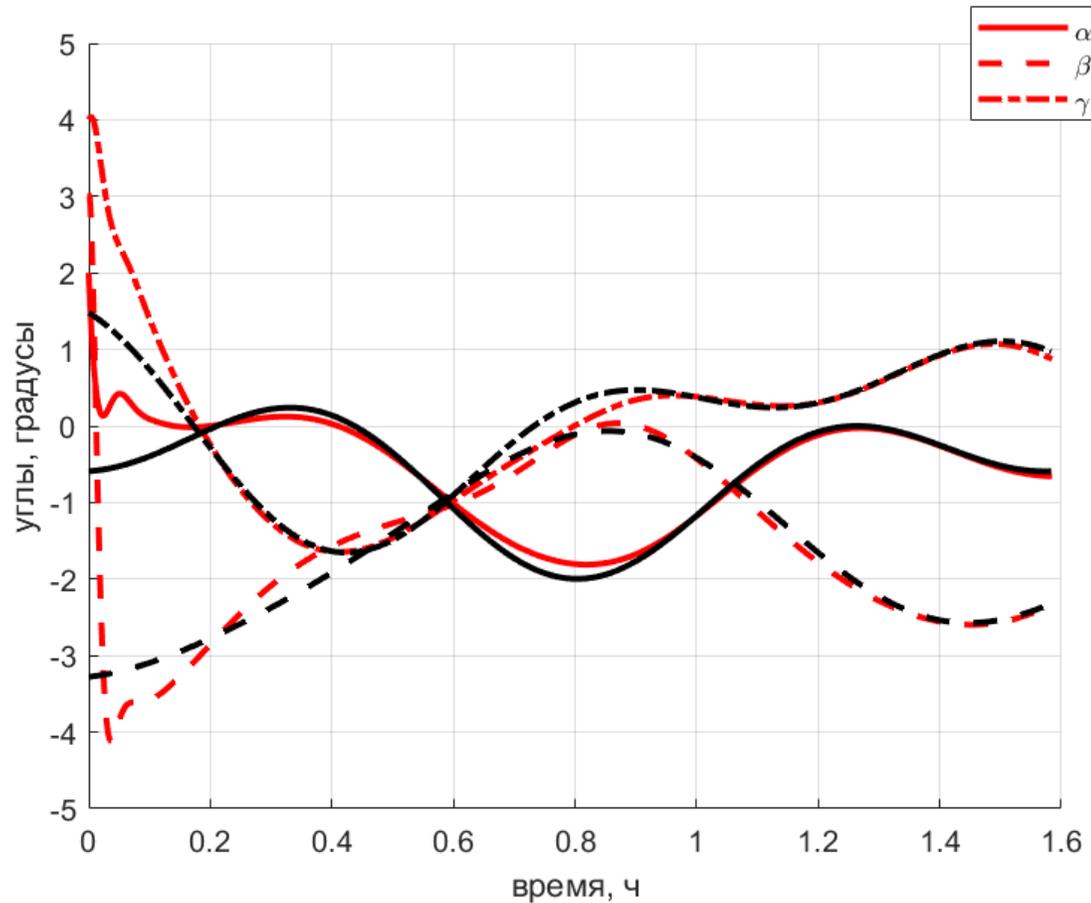


Чёрным – требуемый момент (программное управление), красным – магнитный момент

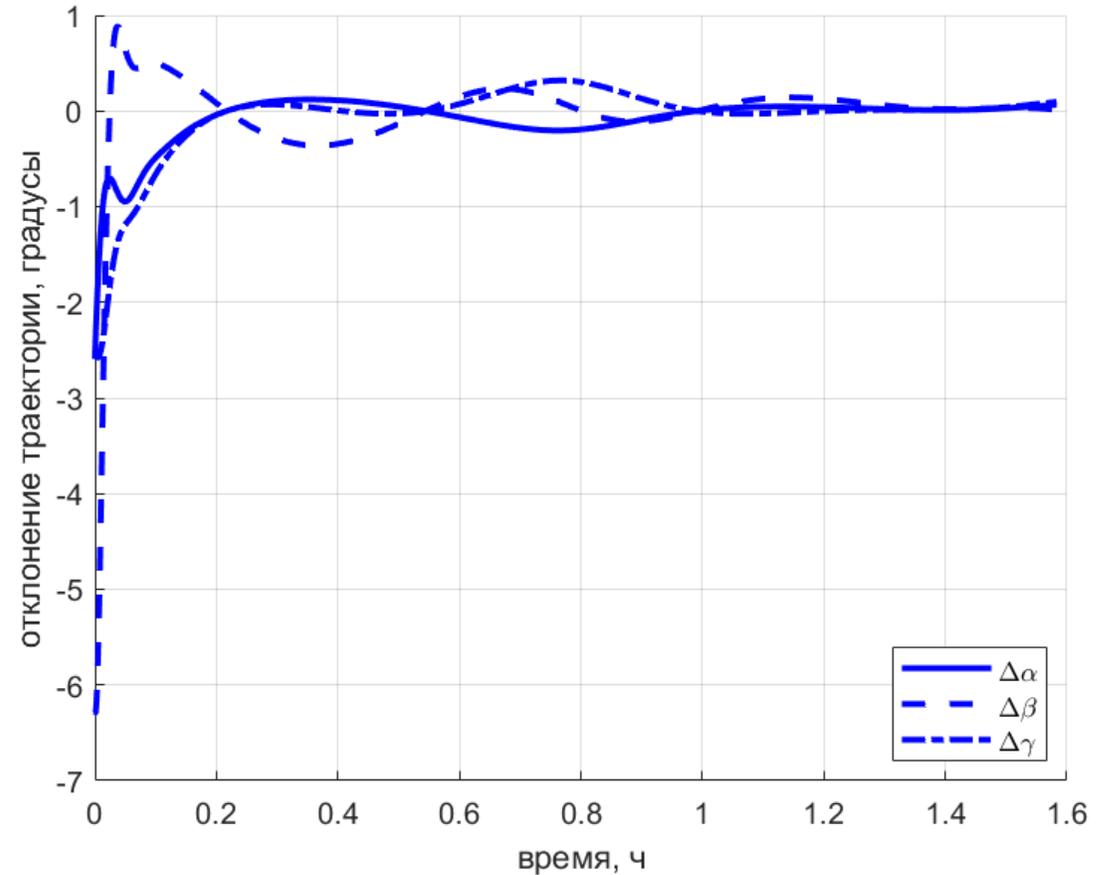


Относительное отклонение величины реализуемого момента от требуемого

# Предварительный результат



Чёрным – опорная траектория, красным –  
реализуемая при помощи магнитного  
управления



Относительное отклонение реализуемой  
траектории от требуемой

# Заключение

*С помощью метода роя частиц*

- обеспечена стабилизация КА «в среднем» за виток
- построена траектория углового движения, на которой проекция требуемого управляющего механического момента на вектор геомагнитной индукции близка к нулю

*Планируется*

- модифицировать рассмотренный подход для обеспечения асимптотической устойчивости
- адаптировать метод роя для учета внешних возмущений и неточности знания начальных данных

*Спасибо за внимание!*