



Королёвские чтения

XLVI Академические чтения по космонавтике

25–28 января 2022,

Москва, Россия

Применение алгоритма метода роя для обеспечения трехосной магнитной ориентации космического аппарата

Анна Охитина, Дмитрий Ролдугин, Степан Ткачев

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

okhitina@phystech.edu



Введение

Задача:

обеспечение трехосной стабилизации КА с использованием **ТОЛЬКО** магнитной системы управления ориентацией

Ограничения:

направление магнитного момента: не может быть направлен вдоль вектора магнитной индукции Земли

$M_{\text{magn}} = \mathbf{m} \times \mathbf{V}_{\text{magn}}$ – управляющий момент,

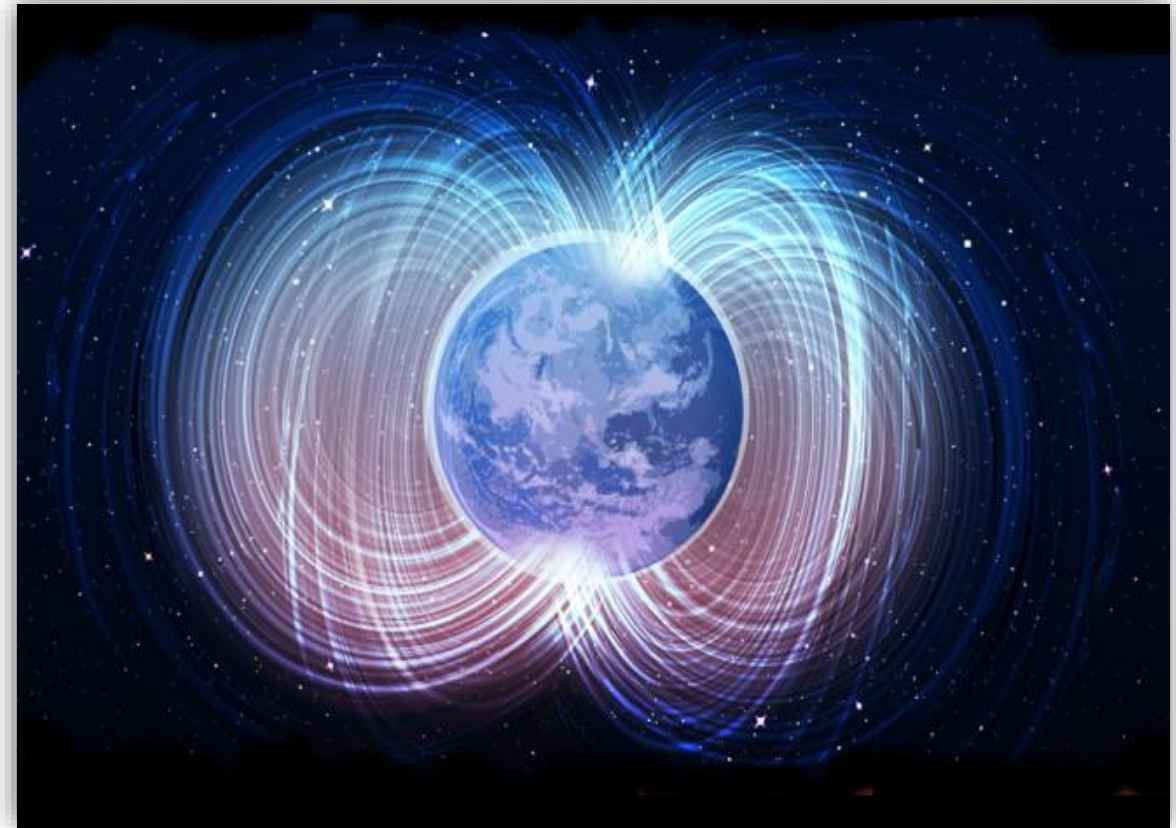
где

\mathbf{m} – дипольный момент КА

\mathbf{V}_{magn} – вектор геомагнитной индукции

Решение:

построение оптимальной угловой траектории, реализуемой магнитной системой управления ориентацией с помощью метода роя частиц



<https://www.discovermagazine.com/environment/earths-magnetic-field-probably-isnt-reversing>

Метод роя частиц (PSO)

неградиентный биологически инспирированный метод глобальной оптимизации

Оптимизационная задача:

$$\min_{x \in \mathbb{U}} \Phi(x)$$

$\Phi(x)$ – функционал

\mathbb{U} – пространство поиска

Метод роя частиц (PSO)

неградиентный биологически инспирированный метод глобальной оптимизации

Оптимизационная задача:

$$\min_{x \in \mathbb{U}} \Phi(x)$$

$\Phi(x)$ – функционал

\mathbb{U} – пространство поиска

Характеристики роя:

P – количество частиц в рое

x_p – положение p -ой частицы

v_p – скорость p -ой частицы

G – количество рассматриваемых поколений

Метод роя частиц (PSO)

неградиентный биологически инспирированный метод глобальной оптимизации

Оптимизационная задача:

$$\min_{x \in \mathbb{U}} \Phi(x)$$

$\Phi(x)$ – функционал

\mathbb{U} – пространство поиска

Характеристики роя:

P – количество частиц в рое

x_p – положение p -ой частицы

v_p – скорость p -ой частицы

G – количество рассматриваемых поколений

Изменение положения и скорости частицы в следующем поколении:

$$x_p(i+1) = x_p(i) + v_p(i+1)$$

$$v_p(i+1) = c_{in} v_p(i) + c_{cog} [x_{p,best}(i) - x_p(i)] + c_{soc} [x_{best}(i) - x_p(i)]$$

i номер текущего поколения

Метод роя частиц (PSO)

неградиентный биологически инспирированный метод глобальной оптимизации

Оптимизационная задача:

$$\min_{x \in \mathbb{U}} \Phi(x)$$

$\Phi(x)$ – функционал

\mathbb{U} – пространство поиска

Характеристики роя:

P – количество частиц в рое

x_p – положение p -ой частицы

v_p – скорость p -ой частицы

G – количество рассматриваемых поколений

Изменение положения и скорости частицы в следующем поколении:

$$x_p(i+1) = x_p(i) + v_p(i+1)$$

$$v_p(i+1) = c_{in} v_p(i) + c_{cog} [x_{p,best}(i) - x_p(i)] + c_{soc} [x_{best}(i) - x_p(i)]$$

i номер текущего поколения

*Инерционная компонента
(продолжение поиска в том же
направлении)*

Метод роя частиц (PSO)

неградиентный биологически инспирированный метод глобальной оптимизации

Оптимизационная задача:

$$\min_{x \in \mathbb{U}} \Phi(x)$$

$\Phi(x)$ – функционал

\mathbb{U} – пространство поиска

Характеристики роя:

P – количество частиц в рое

x_p – положение p -ой частицы

v_p – скорость p -ой частицы

G – количество рассматриваемых поколений

Изменение положения и скорости частицы в следующем поколении:

$$x_p(i+1) = x_p(i) + v_p(i+1)$$

$$v_p(i+1) = c_{in} v_p(i) + c_{cog} [x_{p,best}(i) - x_p(i)] + c_{soc} [x_{best}(i) - x_p(i)]$$

i номер текущего поколения

Когнитивная компонента
(желание частицы вернуться в своё
лучшее положение среди всех
найденных ранее)

Метод роя частиц (PSO)

неградиентный биологически инспирированный метод глобальной оптимизации

Оптимизационная задача:

$$\min_{x \in \mathbb{U}} \Phi(x)$$

$\Phi(x)$ – функционал

\mathbb{U} – пространство поиска

Характеристики роя:

P – количество частиц в рое

x_p – положение p -ой частицы

v_p – скорость p -ой частицы

G – количество рассматриваемых поколений

Изменение положения и скорости частицы в следующем поколении:

$$x_p(i+1) = x_p(i) + v_p(i+1)$$

$$v_p(i+1) = c_{in} v_p(i) + c_{cog} [x_{p,best}(i) - x_p(i)] + c_{soc} [x_{best}(i) - x_p(i)]$$

i номер текущего поколения

*Социальная компонента
(стремление занять лучшее
положение среди всех найденных
ранее в окрестности частицы)*

Метод роя частиц (PSO)

неградиентный биологически инспирированный метод глобальной оптимизации

Оптимизационная задача:

$$\min_{x \in \mathbb{U}} \Phi(x)$$

$\Phi(x)$ – функционал

\mathbb{U} – пространство поиска

Характеристики роя:

P – количество частиц в рое

x_p – положение p -ой частицы

v_p – скорость p -ой частицы

G – количество рассматриваемых поколений

Изменение положения и скорости частицы в следующем поколении:

$$x_p(i+1) = x_p(i) + v_p(i+1)$$

$$v_p(i+1) = c_{in} v_p(i) + c_{cog} [x_{p,best}(i) - x_p(i)] + c_{soc} [x_{best}(i) - x_p(i)]$$

i номер текущего поколения

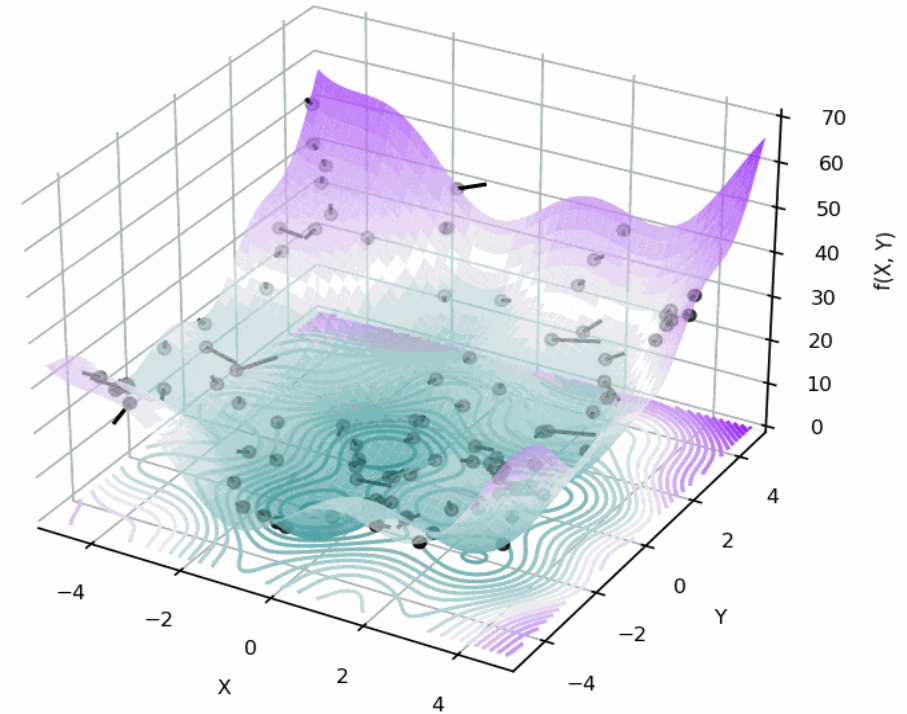
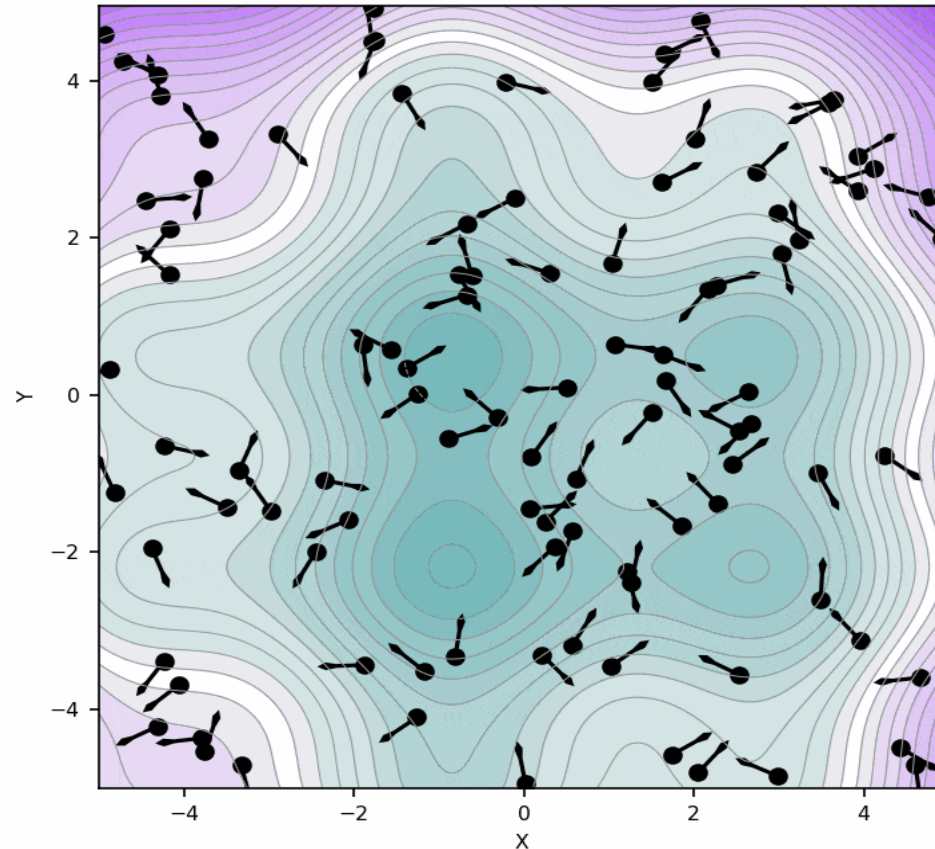
Критерии досрочного завершения поиска:

- 1) малая величина производной функционала (стагнация функционала)
- 2) попадание всех частиц в некоторую окрестность найденного лучшего положения (стагнация роя)

Пример

[1/100] $c_{in} = 0.8$, $c_{cog} = 2.0$, $c_{soc} = 2.0$

<https://towardsdatascience.com/particle-swarm-optimization-visually-explained-46289eeb2e14>



$$\Phi(x, y) = x^2 + (y + 1)^2 - 5\cos(1.5x + 1.5) - 3\cos(2x - 1.5) \rightarrow \min$$
$$\mathbb{U} = \{x, y \mid -5 \leq x \leq 5, -5 \leq y \leq 5\}$$

Модель движения

Параметры орбиты:

$h=550$ км – высота орбиты

$i=57^\circ$ – наклонение

$T_0 \approx 1.58$ ч – период

Параметры КА:

$10 \times 20 \times 30$ см – форма (параллелепипед)

$c=(0, 1, 0)$ см – смещение центра масс

$J = \text{diag}(0.15, 0.13, 0.11)$ кг·м² – тензор инерции

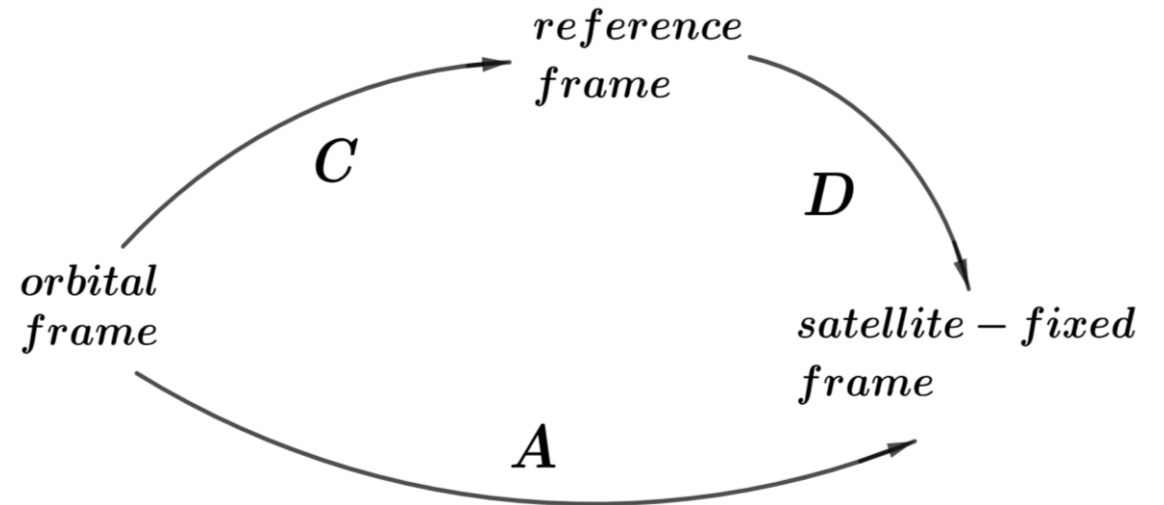
Уравнения движения:

$$\begin{cases} \dot{\omega}_{abs} = J^{-1} (M_{ctrl} + M_{grav} + M_{aero} + \\ \quad + M_{dist} - \omega_{abs} \times J \omega_{abs}) \\ \dot{q}_0 = -0.5 q^T \omega, \\ \dot{q} = 0.5 (q_0 \omega + q \times \omega) \end{cases}$$

где $\omega = \omega_{abs} - A \omega_0$,

$\omega_0 = (0, \omega_0, 0)$ – орбитальная угловая скорость

Используемые системы координат:



Построение траектории

Этап 1

поиск траектории, на которой проекция управляющего момента на вектор магнитной индукции Земли минимальна

Параметризация угловой траектории:

$$\alpha(t) = a_1 \sin \omega_0 t + a_2 \cos \omega_0 t + a_3 \sin 2\omega_0 t + a_4 \cos 2\omega_0 t,$$

$$\beta(t) = b_1 \sin \omega_0 t + b_2 \cos \omega_0 t + b_3 \sin 2\omega_0 t + b_4 \cos 2\omega_0 t,$$

$$\gamma(t) = g_1 \sin \omega_0 t + g_2 \cos \omega_0 t + g_3 \sin 2\omega_0 t + g_4 \cos 2\omega_0 t,$$

ω_0 – орбитальная угловая скорость

Функционал:

$$\Phi_1 = \frac{dt}{T_0} \sqrt{\sum_{t_0=0}^{T_0} \left(\frac{M_{ctrl}(t)}{|M_{ctrl}(t)|}, \frac{B_{magn}(t)}{|B_{magn}(t)|} \right)^2} \rightarrow \min$$
$$\mathbb{U} = \{a_k, b_k, g_k \in (-2^\circ, 2^\circ), k = \overline{1,4}\}$$

Управляющий момент:

$$M_{ctrl}(\alpha, \beta, \gamma) = J \dot{\omega}_{abs}(\alpha, \beta, \gamma) + \omega_{abs}(\alpha, \beta, \gamma) \times J \omega_{abs}(\alpha, \beta, \gamma) - M_{grav}(\alpha, \beta, \gamma) - M_{aero}(\alpha, \beta, \gamma)$$

Построение траектории

Этап 1

поиск траектории, на которой проекция управляющего момента на вектор магнитной индукции Земли минимальна

Параметры опорной траектории, найденные методом роя частиц (PSO):

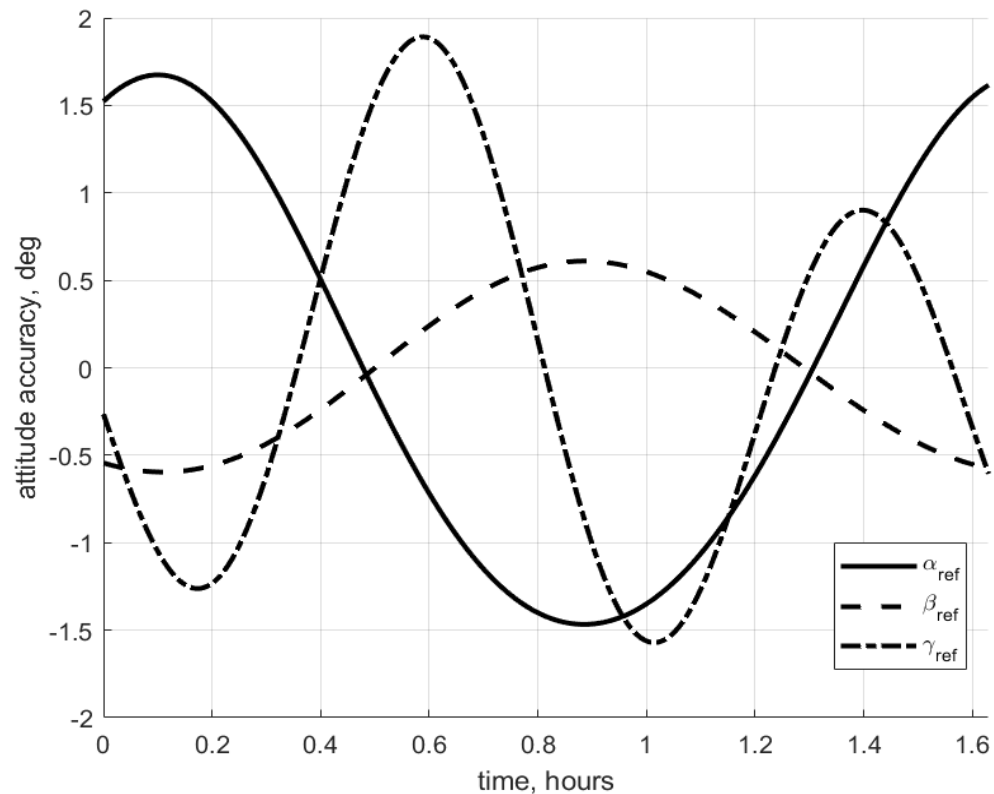
$$\begin{aligned} a_1 &= 0.58^\circ, & b_1 &= -0.23^\circ, & g_1 &= 0.46^\circ, \\ a_2 &= 1.46^\circ, & b_2 &= -0.56^\circ, & g_2 &= -0.24^\circ, \\ a_3 &= 0.08^\circ, & b_3 &= -0.003^\circ, & g_3 &= -1.39^\circ, \\ a_4 &= 0.06^\circ, & b_4 &= 0.013^\circ, & g_4 &= -0.03^\circ. \end{aligned}$$

Построение траектории

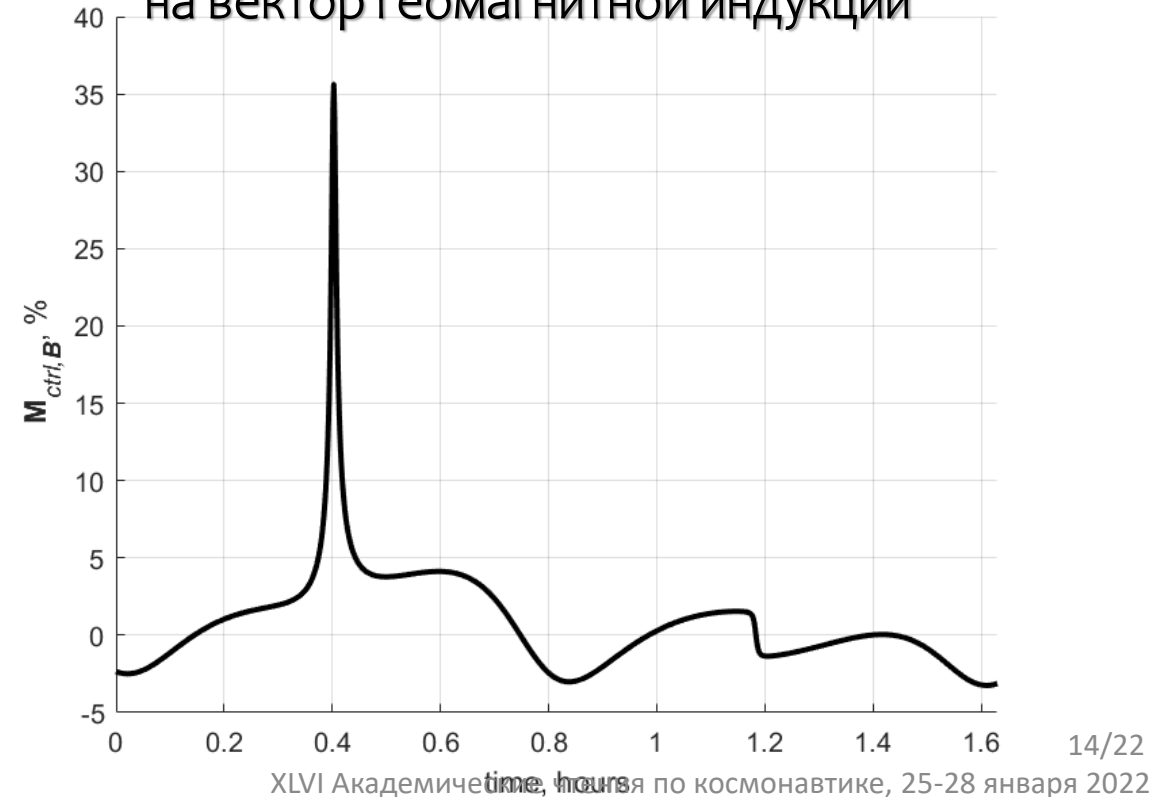
Этап 1

поиск траектории, на которой проекция управляющего момента на вектор магнитной индукции Земли минимальна

Опорная траектория



Проекция управляющего момента на вектор геомагнитной индукции



Построение траектории

Этап 2

подбор оптимальных коэффициентов управления,
обеспечивающих сходимость

Требуемый управляющий момент
(на основе функции Ляпунова):

$$M_{ctrl} = -k_{\omega} \omega_{rel} - k_a S + \omega_{abs} \times J \omega_{abs} + \\ + J \dot{A}(\omega_o + \omega_{ref}) + J A \dot{\omega}_{ref} - M_{grav} - M_{aero}$$

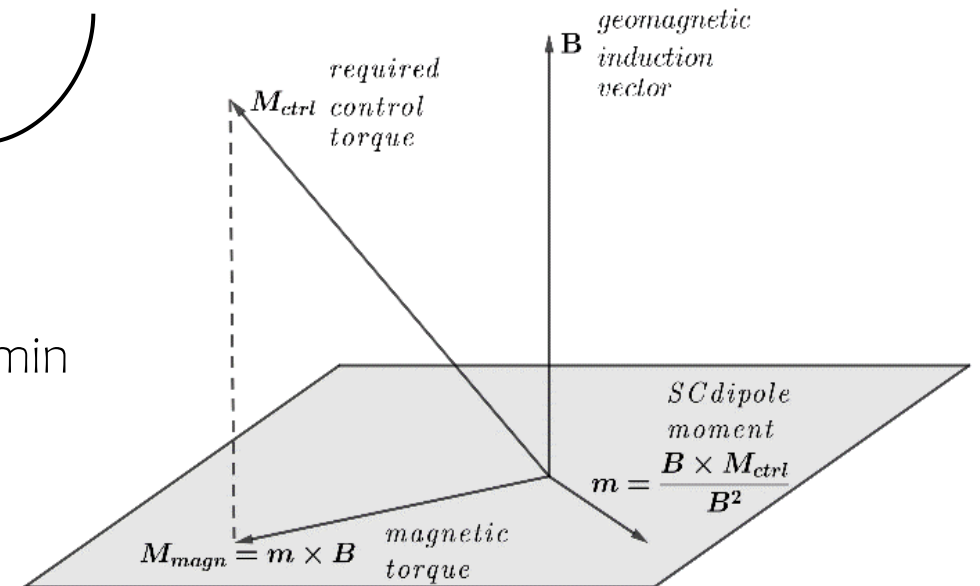
Функционал:

$$\Phi_2 = \left(\sum_{t_0=0}^{T_0} \left((\omega_{rel}^T B_{magn}) \cdot (M_{ctrl}^T B_{magn}) \right)^2 + \sum_{t_0=0}^{T_0} \left((S^T B_{magn}) \cdot (M_{ctrl}^T B_{magn}) \right)^2 \right) \rightarrow \min$$

$$\mathbb{U} = \{k_{\omega} \in (5 \cdot 10^{-5}, 10^{-2}) \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}, k_a \in (10^{-8}, 5 \cdot 10^{-5}) \text{ Н} \cdot \text{м}\}$$

Реализуемый магнитный момент:

$$M_{magn} = m \times B_{magn} = \frac{B_{magn} \times M_{ctrl} \times B_{magn}}{B_{magn}^2}$$



Построение траектории

Этап 2

подбор оптимальных коэффициентов управления,
обеспечивающих сходимость

Коэффициенты управления, найденные с помощью PSO:

$$k_{\omega} = 1.119 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}, \quad k_a = 6.578 \cdot 10^{-8} \text{ Н} \cdot \text{м}$$

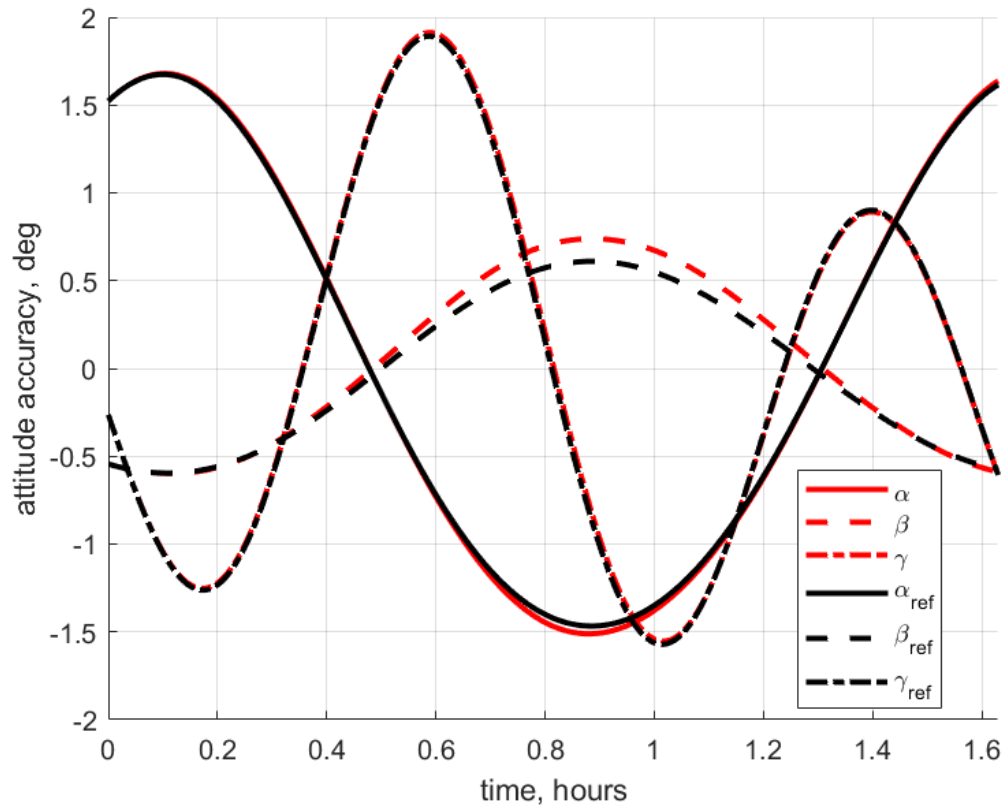
* Для доказательства **асимптотической устойчивости** полученного движения использовалась **теория Флоке** для линеаризованных уравнений движения – получено, что нормы всех собственных чисел матрицы монодромии (**характеристических множителей, ρ**) лежат внутри единичного круга: $|\rho| < 1$

Построение траектории

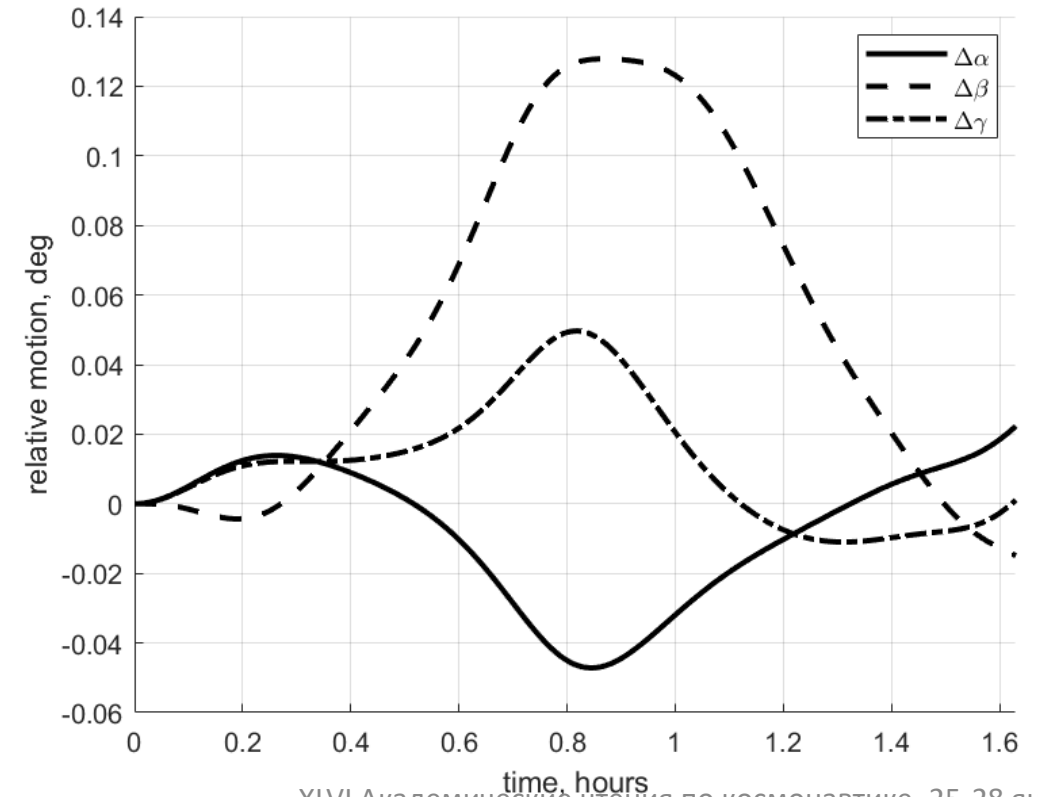
Этап 2

подбор оптимальных коэффициентов управления,
обеспечивающих сходимость

Опорная и **реализованная** траектории



Отклонение реализованной от опорной траектории

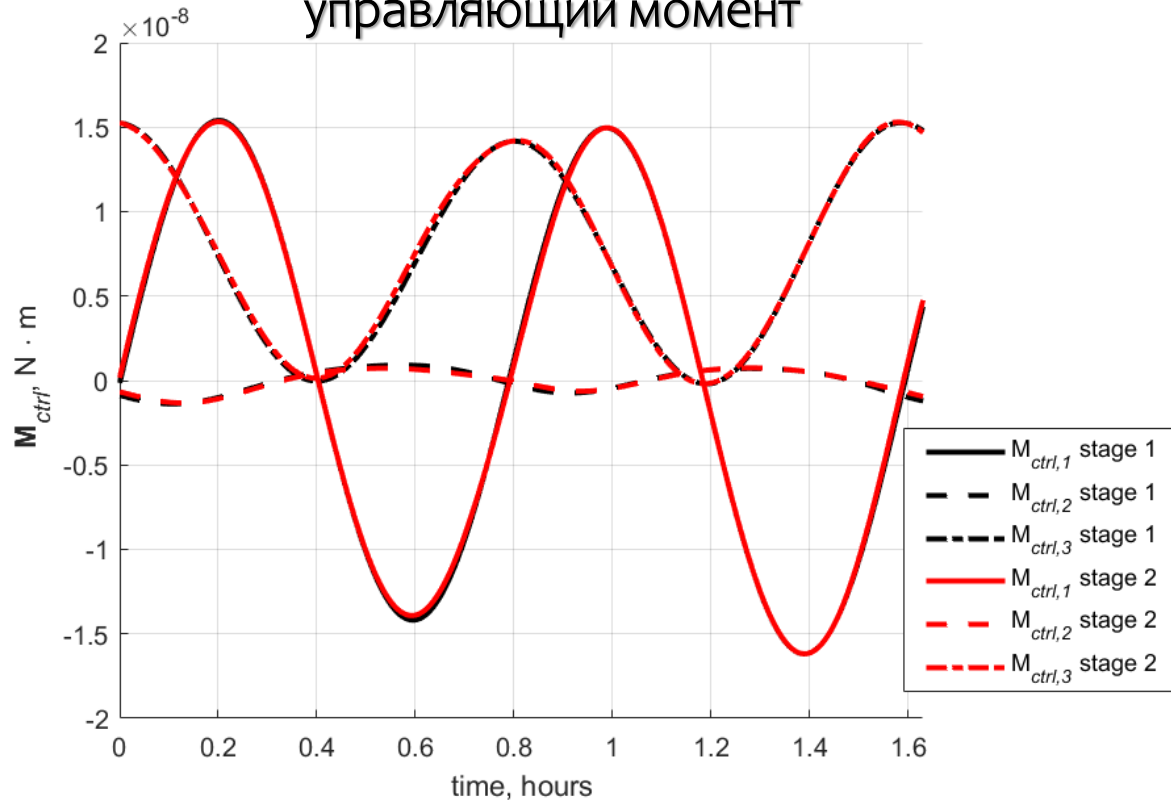


Построение траектории

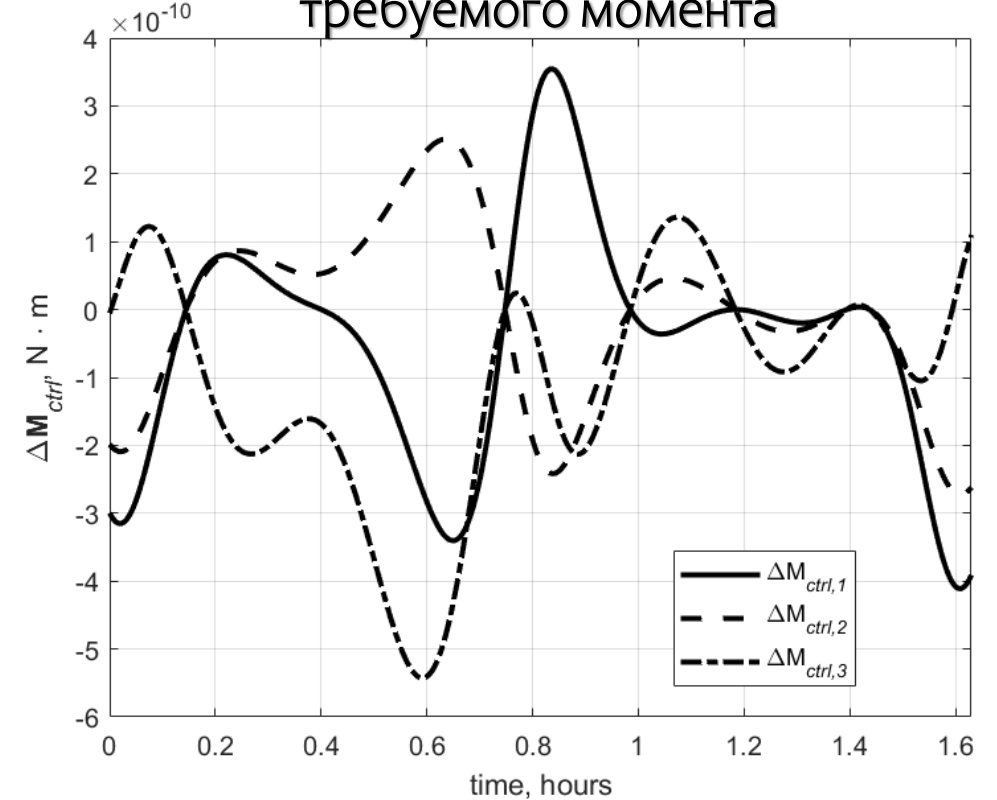
Этап 2

подбор оптимальных коэффициентов управления,
обеспечивающих сходимость

Требуемый и **реализованный (магнитный)**
управляющий момент



Отклонение реализованного от
требуемого момента



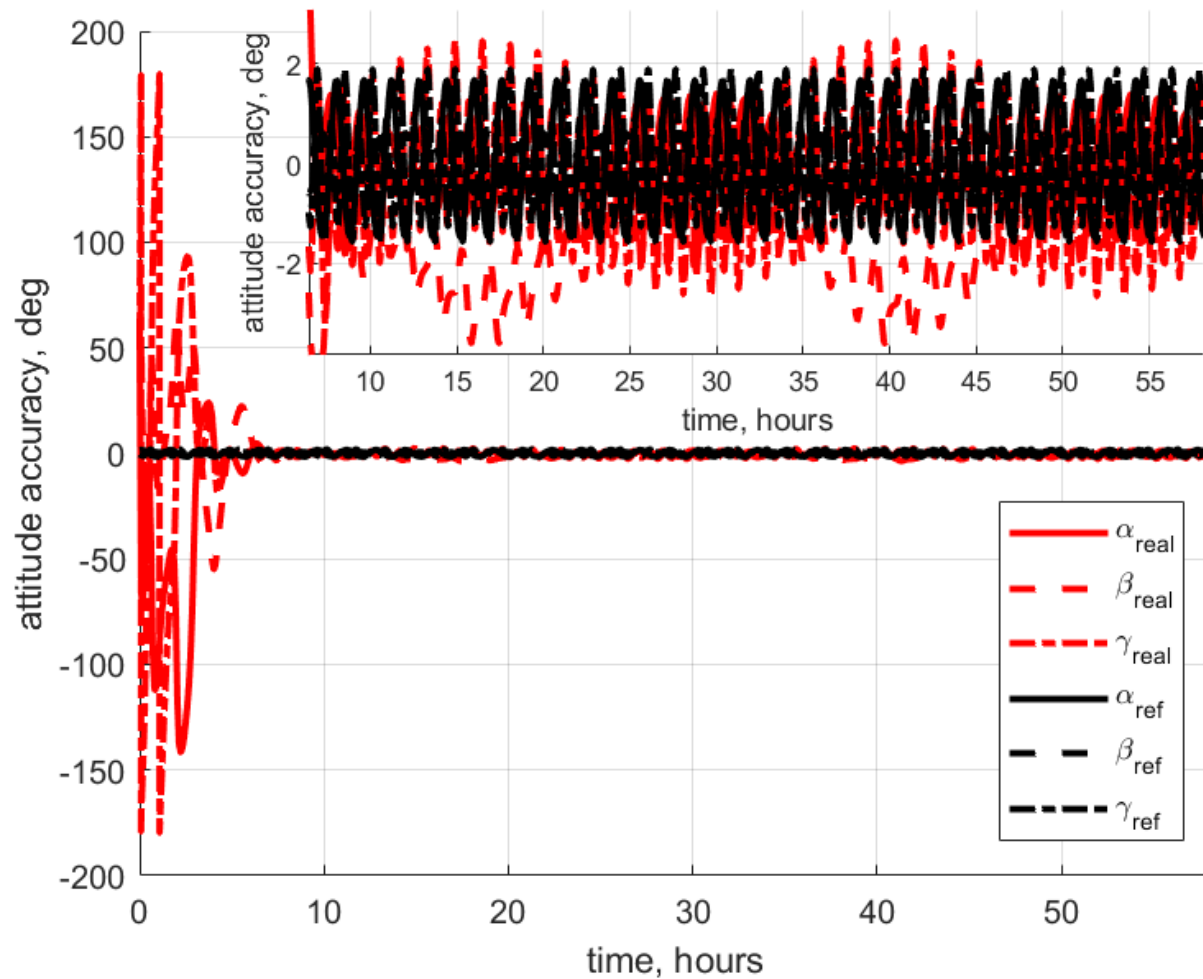
Численное моделирование (пример)

Параметры численного моделирования

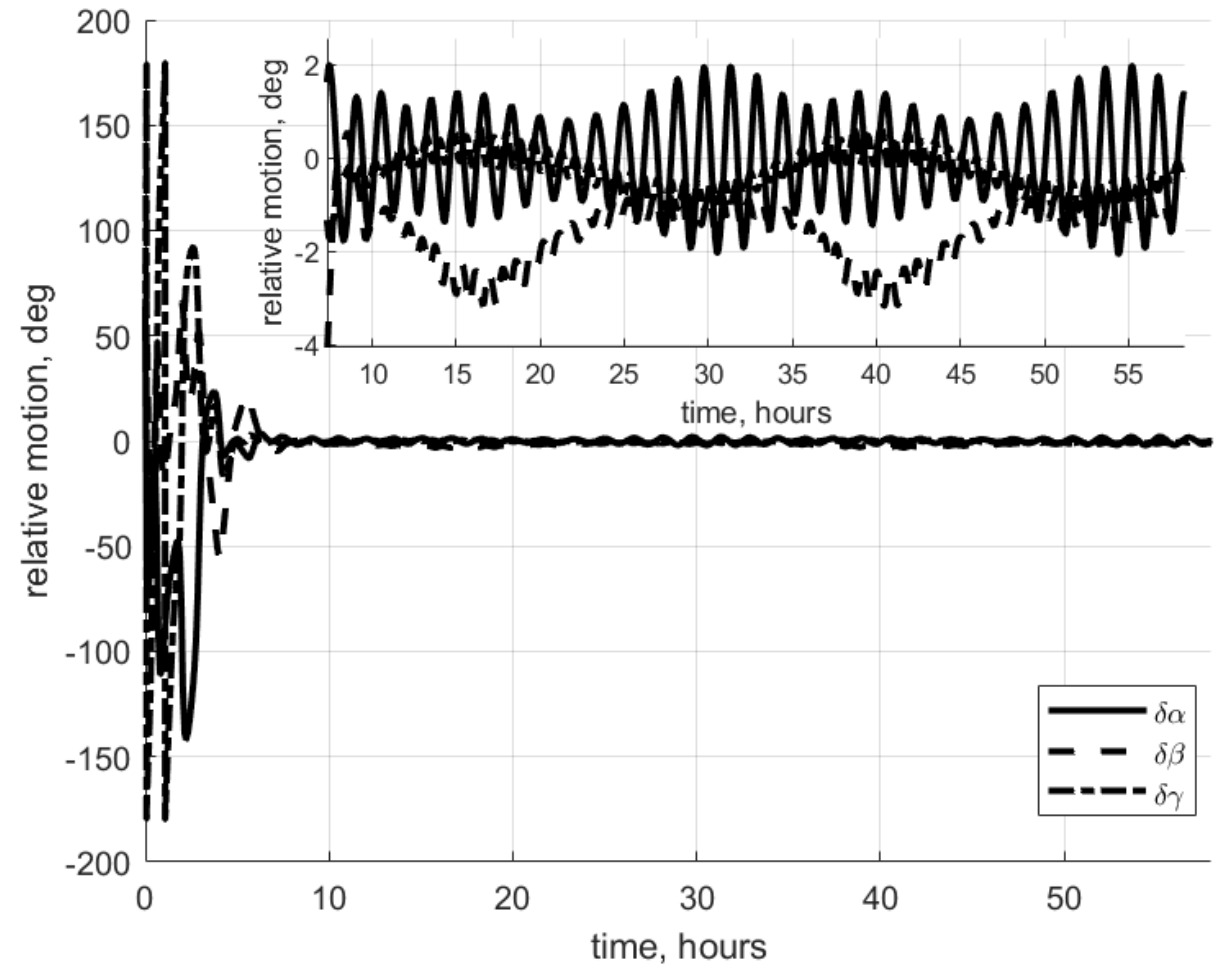
Время моделирования	$T = 35T_0 \approx 57 \text{ ч}$
Начальная угловая скорость КА	$\omega_{abs}^{SF} = [1, 2, 3] \cdot 10^{-3} \text{ рад/с}$
Начальная ориентация КА	$\alpha = \alpha(0) + 55^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}$ $\beta = \beta(0) + 55^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}$ $\gamma = \gamma(0) + 55^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ}$
Модель магнитного поля Земли	Наклонный диполь
Неточность знания плотности атмосферы	20%
Неточность знания тензора инерции КА	5%
Внешние неучтенные возмущения	$M_{dist} \sim 10^{-9} \text{ Н} \cdot \text{м}$

Численное моделирование (пример)

Опорная и реализованная траектории

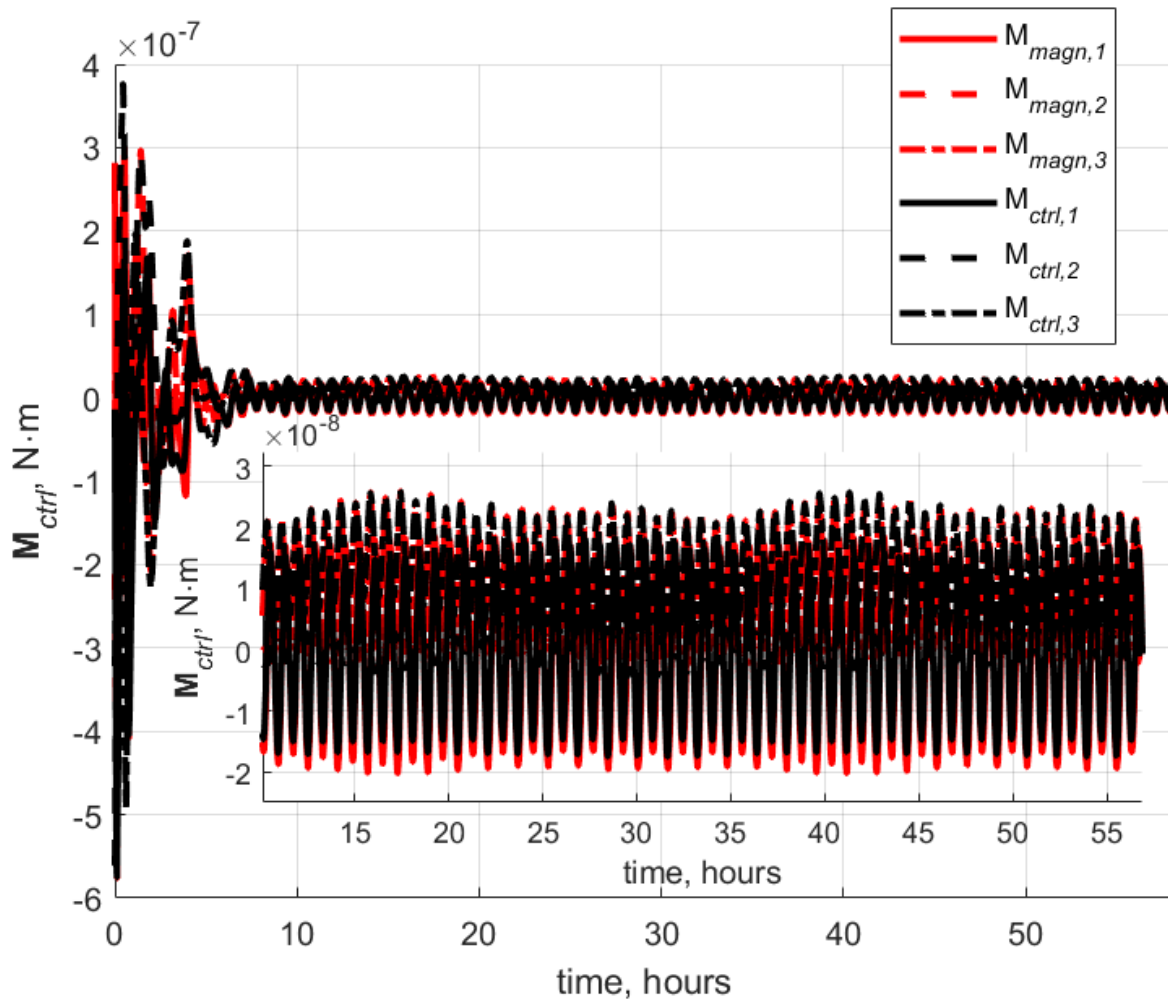


Отклонение реализованной от опорной траектории

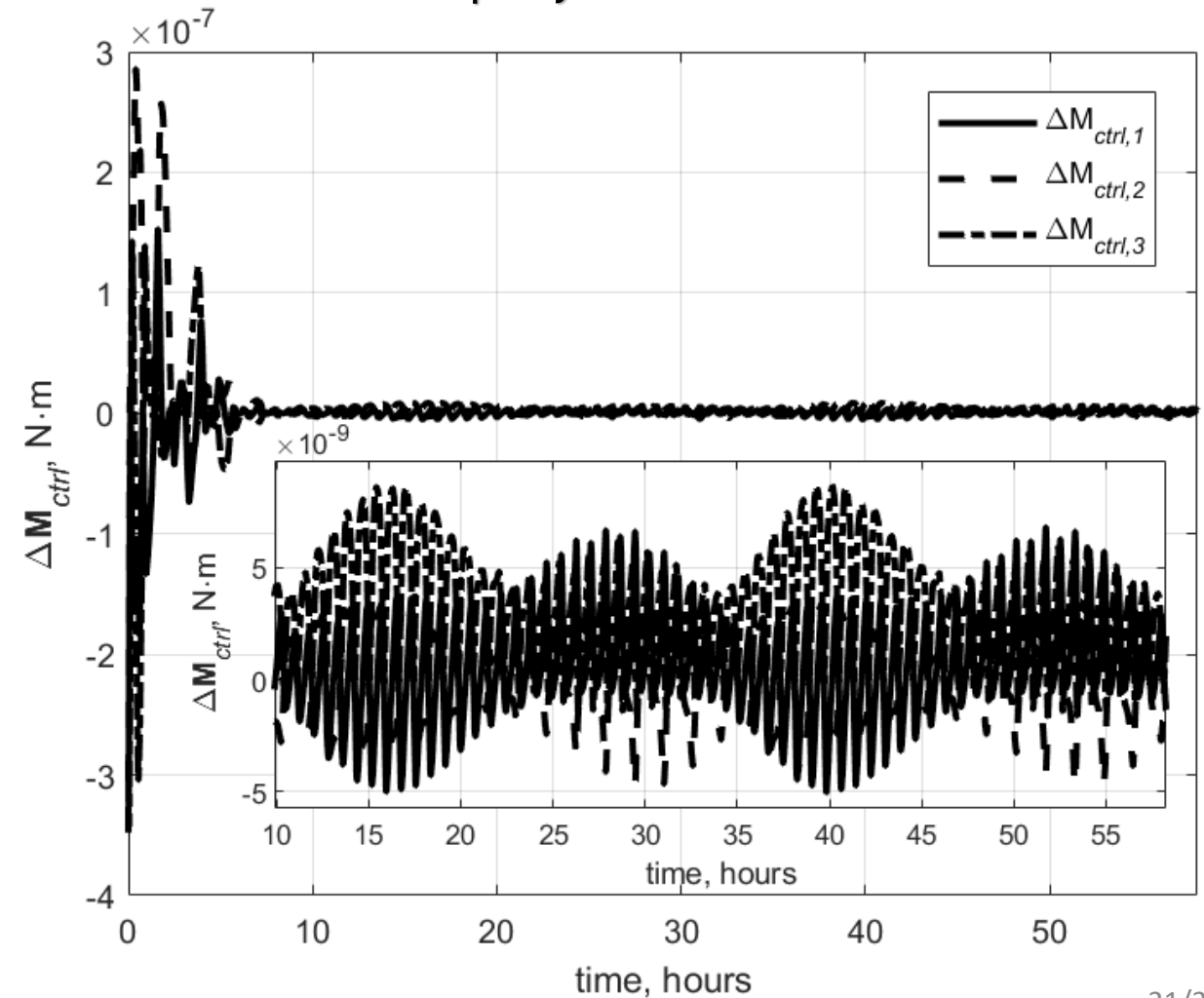


Численное моделирование (пример)

Требуемый и **реализованный (магнитный)** управляющий момент



Отклонение реализованного от требуемого момента



Заключение

- предложен **метод построения** специальной **угловой траектории**
- применен **метод роя частиц** для поиска **оптимальных коэффициентов угловой траектории** и **оптимальных коэффициентов управления**
- движение полностью **реализуемо магнитной системой** управления ориентацией
- приведен **пример численного моделирования**
- точность ориентации около **3 градусов** относительно орбитальной с.к.

Заключение

- предложен **метод построения** специальной **угловой траектории**
- применен **метод роя частиц** для поиска **оптимальных коэффициентов** в угловой траектории и **оптимальных коэффициентов управления**
- движение полностью **реализуемо магнитной системой** управления ориентацией
- приведен **пример численного моделирования**
- точность ориентации около **3 градусов** относительно орбитальной с.к.

Спасибо за внимание!