



XLVI Академические чтения по космонавтике
24 – 27 января 2023 года



Секция прикладной небесной механики и управления движением

Аспекты динамики, управления и навигации в рамках научного этапа миссии к фокусу гравитационной линзы Солнца

Перепухов Д.Г.

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН

Широбоков М.Г.

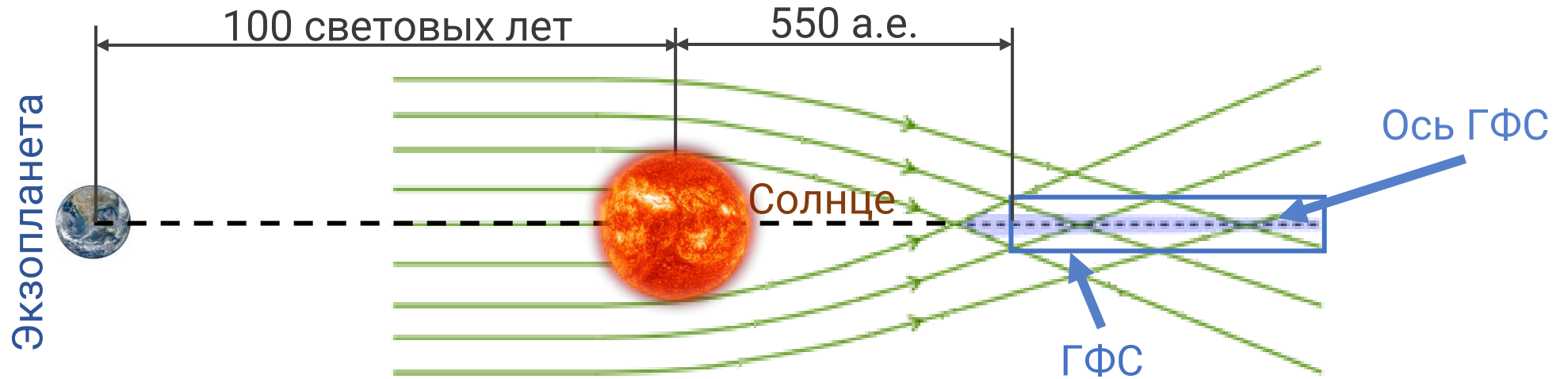
ИПМ им. М.В. Келдыша РАН

Корнеев К.Р.

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта
Российского Научного Фонда (РНФ) 22-71-00051

СОЛНЦЕ КАК ГРАВИТАЦИОННАЯ ЛИНЗА ДЛЯ НАБЛЮДЕНИЯ ЭКЗОПЛАНЕТ

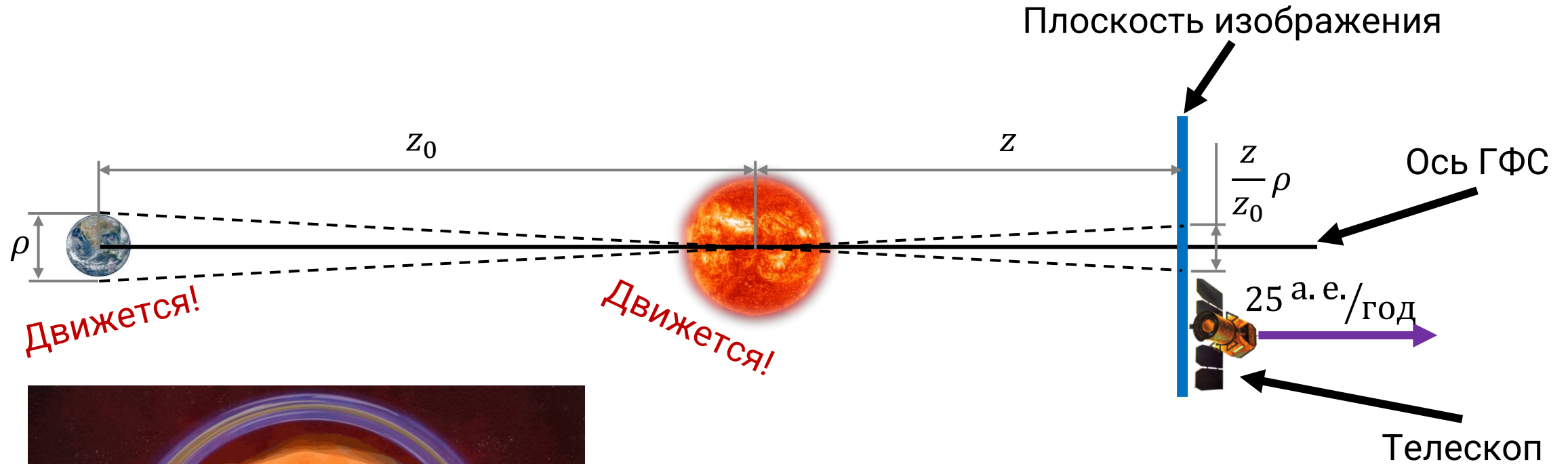


Гравитационный Фокус Солнца (ГФС)
для похожей на Землю экзопланеты в 100 световых годах от Солнца

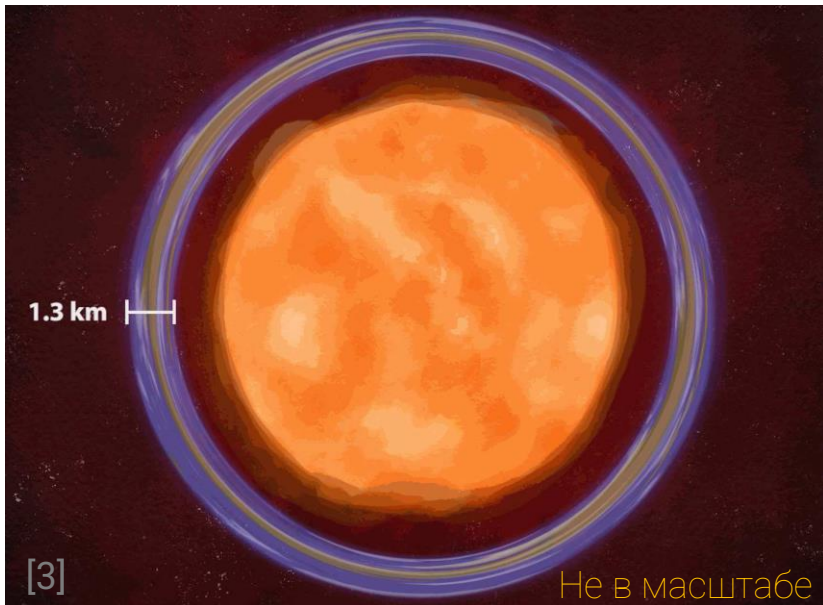
Телескоп в ГФС сможет разрешить участки на поверхности
экзопланеты размером ~10 км

Для сравнения:
«Voyager 1» сейчас на расстоянии менее 160 а.е.

КОНЦЕПТ МИССИИ К ГРАВИТАЦИОННОМУ ФОКУСУ СОЛНЦА



Желаемая точность
позиционирования телескопа
в плоскости изображения $\sim 1\text{м}$
Всё должно быть *автономно!*



[3]

[3] Turyshev, S. G., Shao, M., & Toth, V. T. (2019). Putting gravity to work: Imaging of exoplanets with the solar gravitational lens. *International Journal of Modern Physics D*, 28(10), 1950125.

ЦЕЛИ РАБОТЫ

- Изучить динамику движения КА в ГФС
 - Определить модель движения
 - Записать уравнения движения
- Изучить проблему управления КА в ГФС
 - Применить простые алгоритмы автономного управления
 - Изучить влияние неточностей параметров модели движения
- Рассмотреть вопрос навигации КА в ГФС
 - Изучить доступные средства автономной навигации и их возможности

МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ

Гравитация Солнца в ГФС:

- $< 2 \cdot 10^{-8} \frac{M}{c^2}$ — в целом
- $< 2 \cdot 10^{-17} \frac{M}{c^2}$ — в проекции на плоскость изображения

Неинерциальное ускорение в плоскости изображения:

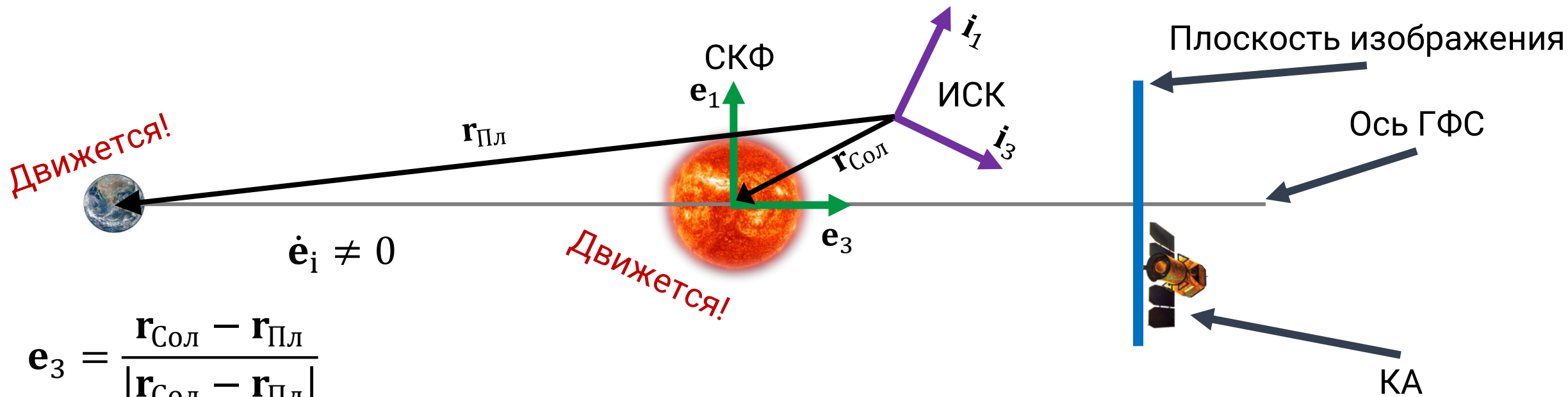
- $\sim 10^{-6} - 10^{-5} \frac{M}{c^2}$
из-за движения экзопланеты
- $\sim 10^{-7} \frac{M}{c^2}$
из-за движения Солнца

Притяжением Солнца можно пренебречь

Ожидаемое ускорение от двигателей:

- $\sim 10^{-5} \frac{M}{c^2}$

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ



$$\mathbf{e}_3 = \frac{\mathbf{r}_{Сол} - \mathbf{r}_{Пл}}{|\mathbf{r}_{Сол} - \mathbf{r}_{Пл}|}$$

$$\mathbf{e}_1 = \frac{[\mathbf{e}_3 \times [\mathbf{a} \times \mathbf{e}_3]]}{|[\mathbf{e}_3 \times [\mathbf{a} \times \mathbf{e}_3]]|}$$

$$\mathbf{e}_2 = [\mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_1]$$

$\mathbf{a} = \text{const}$

Система Координат Фокуса (СКФ)

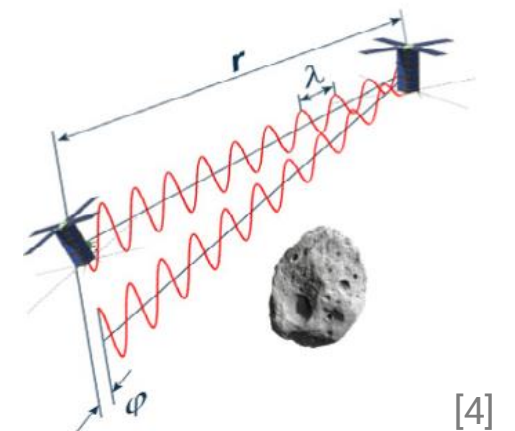
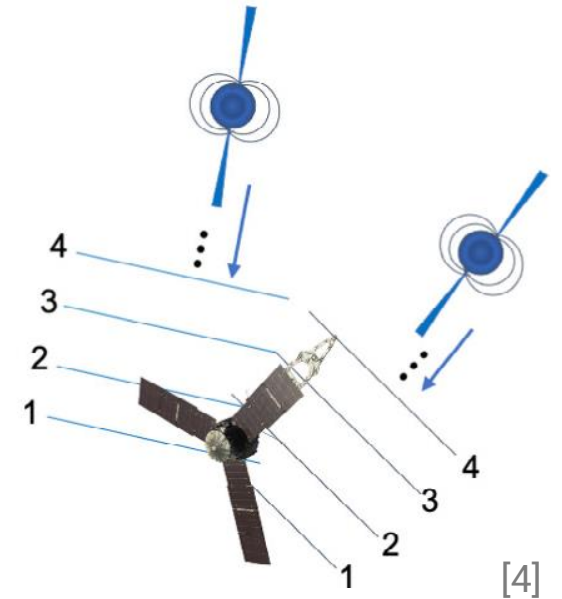
$$\mathbf{r}_{КА}^{СКФ} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

S – матрица перехода ИСО -> СКФ

$$\ddot{\mathbf{r}}_{КА}^{СКФ} = \mathbf{a}_{Упр}^{СКФ} - S^T (\mathbf{a}_{Сол}^{ИСО} + \ddot{\mathbf{r}}_{КА}^{СКФ} + 2\dot{S}\dot{\mathbf{r}}_{КА}^{СКФ})$$

МЕТОДЫ НАВИГАЦИИ

- Локальная навигация по видимому кольцу Эйнштейна
 - Видимое изображения крайне чувствительно к положению относительно оси ГФС (~метры)
- Пульсарная навигация
 - Позволяет определять положение относительно ИСК
 - Ожидается точность ~10 км по положению и ~1 см/с по скорости
- Межспутниковые измерения
 - Точность 1-10 м и 1-10 мм/с на расстоянии до 10 км
 - Позволяет уточнить положения КА в ИСО/СКФ
 - Позволяет с высокой точностью выстраивать конфигурацию группировки



[4] Turan, E., Speretta, S., & Gill, E. (2022). Autonomous navigation for deep space small satellites: Scientific and technological advances. *Acta Astronautica*.

ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ

$$\ddot{\mathbf{r}}_{\text{КА}}^{\text{СКФ}} = \mathbf{a}_{\text{Упр}}^{\text{СКФ}} - \mathbf{S}^T(t) \left(\mathbf{a}_{\text{Сол}}^{\text{ИСО}}(t) + \ddot{\mathbf{S}}(t) \mathbf{r}_{\text{КА}}^{\text{СКФ}} + 2\dot{\mathbf{S}}(t) \dot{\mathbf{r}}_{\text{КА}}^{\text{СКФ}} \right)$$

$$\mathbf{r}_{\text{КА}}^{\text{СКФ}}(t_0) = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ 550 \text{ а. е.} \end{pmatrix}, \quad \dot{\mathbf{r}}_{\text{КА}}^{\text{СКФ}}(t_0) = \begin{pmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \\ 25 \frac{\text{а. е.}}{\text{год}} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{r}_{\text{КА}}^{\text{СКФ}} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

← Нужно управлять (к x и y)
← Достаточно наблюдать (к z)

Задача – выйти на линию (окрестность) $x = 0, y = 0$ и там оставаться

Управление – ускорение реактивной тяги $\mathbf{u} = \mathbf{a}_{\text{Упр}}^{\text{СКФ}}, |\mathbf{u}| \leq u_{\text{max}}$

(далее индекс СКФ опущен, $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} \mathbf{r}_{\text{КА}} \\ \dot{\mathbf{r}}_{\text{КА}} \end{pmatrix}$)

Предложение – искать управление в виде $\mathbf{u} = \mathbf{u}_1(t, \mathbf{x}) + \mathbf{u}_2(t, \mathbf{x})$,

где $\mathbf{u}_1(t, \mathbf{x})$ – «компенсирующее» ускорение

ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ. ОШИБКИ МОДЕЛИ

Компенсирующее ускорение

$$\mathbf{u}_1(t, \mathbf{x}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} S^T(t) (\mathbf{a}_{\text{Сол}}^{\text{ИСО}}(t) + \ddot{S}(t) \mathbf{r}_{\text{КА}} + 2\dot{S}(t) \dot{\mathbf{r}}_{\text{КА}})$$

Опирается на модели

- Движения экзопланеты
- Движения Солнца

Ошибки в определении параметров движения экзопланеты/Солнца -> неучтённое возмущающее ускорение

ОПТИМАЛЬНОЕ ПО ВРЕМЕНИ УПРАВЛЕНИЕ

Далее «выбрасываем» координату z из уравнений, понимая под $\mathbf{r}_{КА} = (x, y)^T$ и под $\mathbf{u}(t, \mathbf{x}) = (u_x, u_y)^T$

В случае идеально точного компенсирующего ускорения $\ddot{\mathbf{r}}_{КА} = \mathbf{u}_2(t, \mathbf{x})$

Поставим задачу оптимального по времени управления (ОВУ)

$$\mathbf{x}_{КА}(t_0) = (x_0, y_0, v_{x_0}, v_{y_0})^T,$$

$$\mathbf{x}_{КА}(t_f) = (0, 0, 0, 0)^T,$$

$$|\mathbf{u}_2| \leq u_{\max_2},$$

$$J = \int_{t_0}^{t_f} dt \rightarrow \min$$

Из принципа максимума Понтрягина легко получить

$$\mathbf{u}(t) = u_{\max_2} \frac{\mathbf{p}_v}{|\mathbf{p}_v|},$$

$$\mathbf{p}_v = (c_3 - c_1 t, c_4 - c_2 t),$$

где параметры t_f, c_1, c_2, c_3, c_4 подбираются из условий

$$\mathbf{x}(t_f) = \mathbf{0}, |\mathbf{p}_v(t_f)| = 1/u_{\max_2}$$

ПД-РЕГУЛЯТОР

В случае идеально точного компенсирующего ускорения $\ddot{\mathbf{r}}_{КА} = \mathbf{u}_2(t, \mathbf{x})$

Выберем $\mathbf{u}_2(t, \mathbf{x})$ в виде $\mathbf{u}_2 = -2\omega_0 \dot{\mathbf{r}}_{КА} - \omega_0^2 \mathbf{r}_{КА}$

Тогда решение имеет вид

$$\mathbf{r}_{КА}(t) = (d_1 + d_2 t)e^{-\omega_0 t},$$

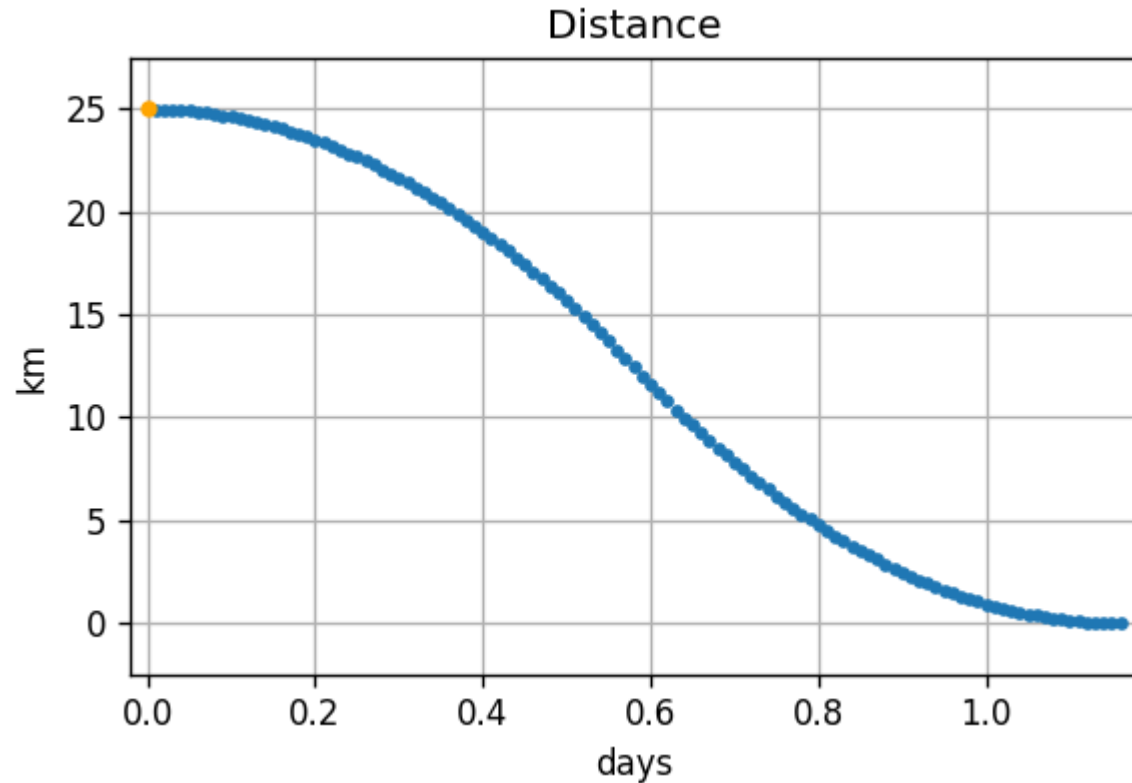
$$\dot{\mathbf{r}}_{КА}(t) = -(\omega_0 d_1 - d_2 + \omega_0 d_2 t)e^{-\omega_0 t},$$

$$d_1 = x_0, d_2 = \dot{x}_0 + \omega_0 x_0.$$

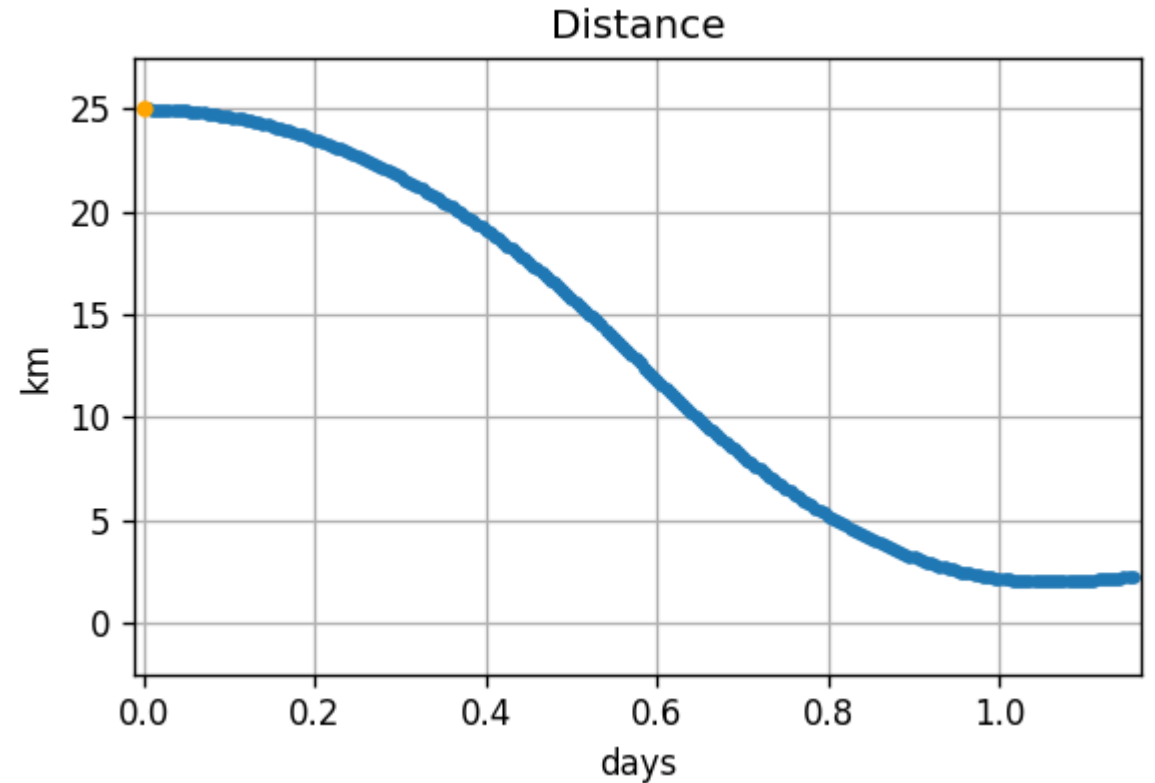
ω_0 выбирается максимальным,
обеспечивающим условие $|\mathbf{u}_2| \leq u_{\max_2}$

ВЛИЯНИЕ ОШИБОК МОДЕЛИ НА ИСПОЛНЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ПО ВРЕМЕНИ УПРАВЛЕНИЯ

$$u_{\max_2} = 10^{-5} \text{ м/с}^2, \quad \mathbf{x}_{\text{КА}}(0) = (15\text{км}, -20\text{км}, 0 \text{ см/с}, 0 \text{ см/с})^T$$



Без возмущений цель
достигается за 1.16 дня

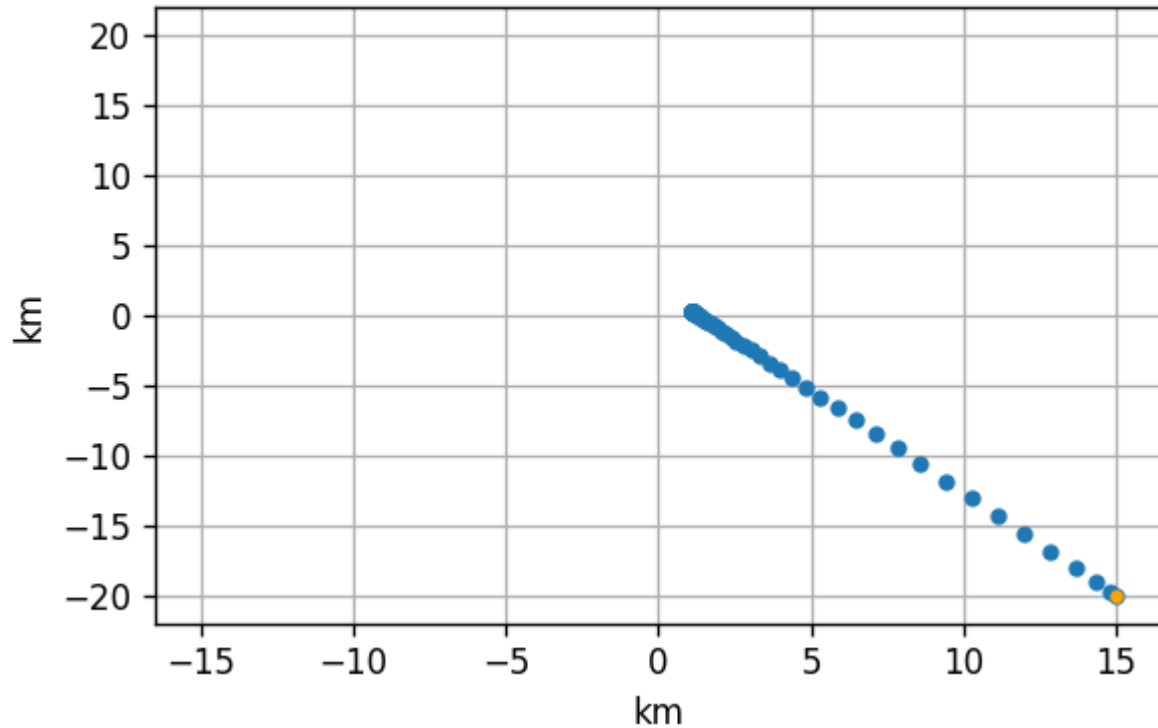


Ошибка определения большой
полуоси экзопланеты +0.1 а.е.
Цель не достигается (ошибка ~2 км)

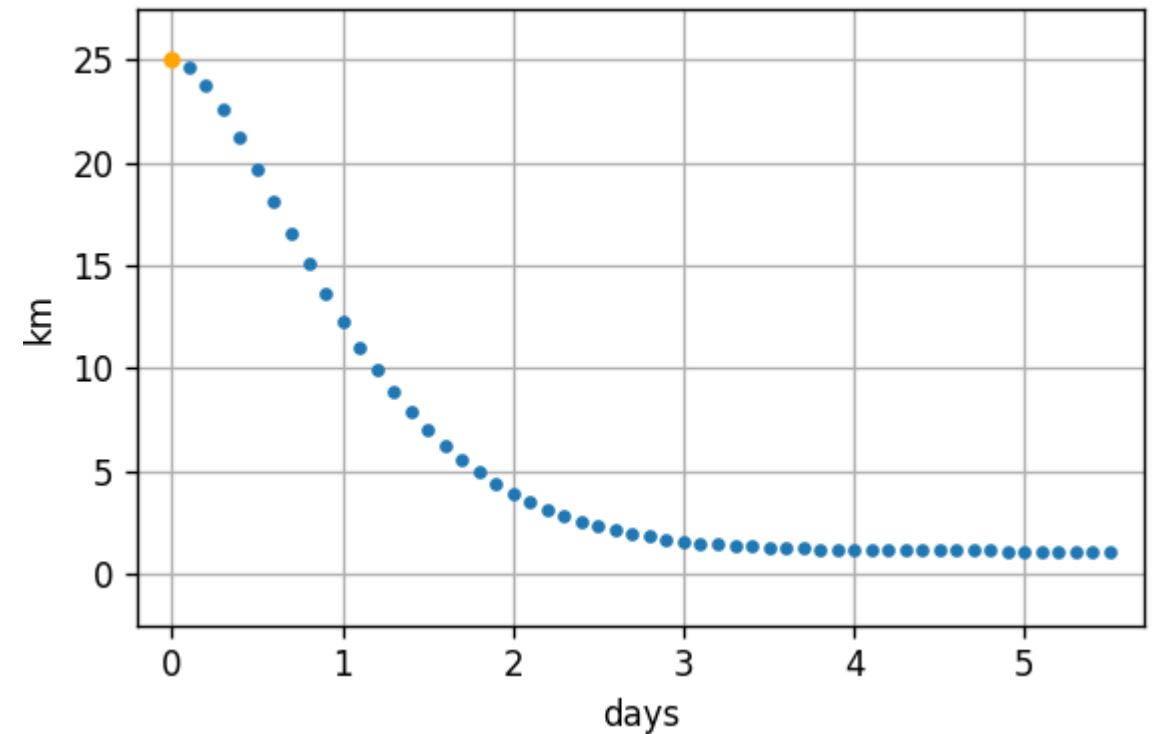
ВЛИЯНИЕ ОШИБОК МОДЕЛИ НА ПД-РЕГУЛЯТОР

$u_{\max_2} = 10^{-5} \text{ м/с}^2$, $\mathbf{x}_{\text{КА}}(0) = (15 \text{ км}, -20 \text{ км}, 0 \text{ см/с}, 0 \text{ см/с})^T$
Ошибка определения большой полуоси экзопланеты +0.1 а.е.

Trajectory



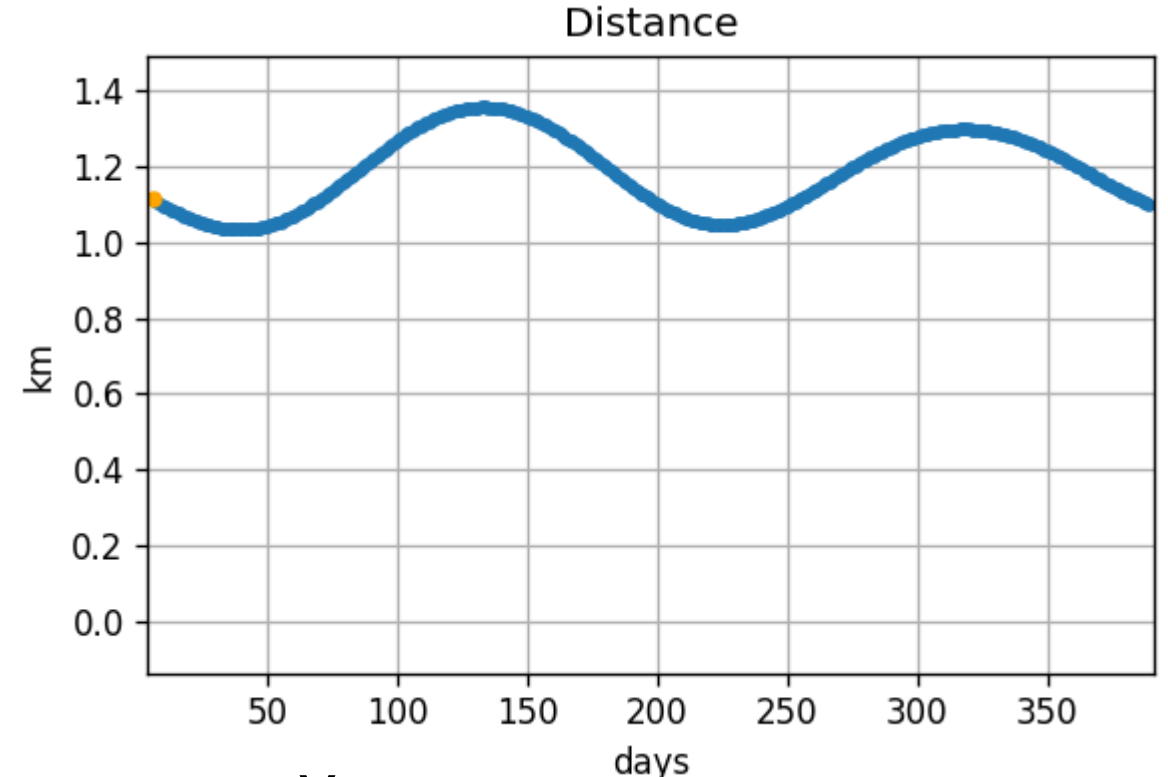
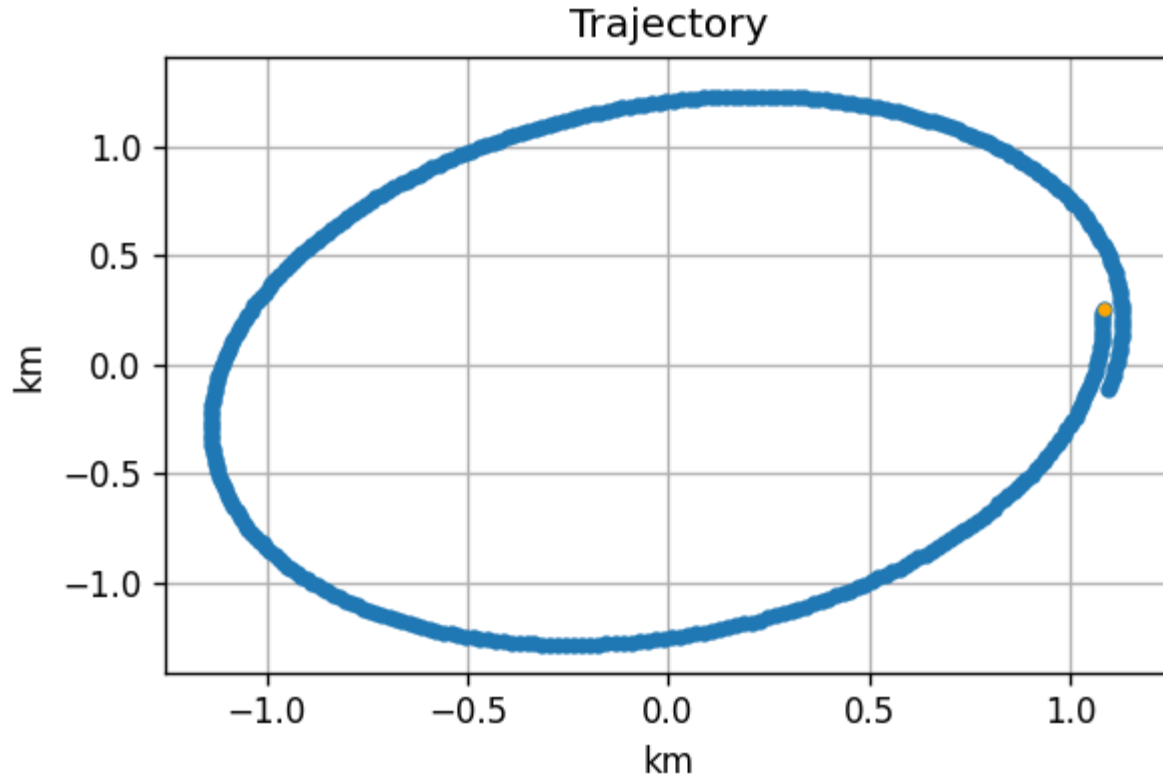
Distance



Первые 5 дней происходит уменьшение
расстояния до начала координат

ВЛИЯНИЕ ОШИБОК МОДЕЛИ НА ПД-РЕГУЛЯТОР

После этого траектория выходит на «цикл» и там и остаётся



Увеличение коэффициента ω_0

Уменьшение ошибки определения
параметров экзопланеты



Уменьшение амплитуды
колебаний

Аналогичная картина при
возмущении других параметров

КОМБИНАЦИЯ ПД-РЕГУЛЯТОРА И ОПТИМАЛЬНОГО ПО ВРЕМЕНИ УПРАВЛЕНИЯ

ОВУ – оптимальное по времени управление

Применили ОВУ, но из-за
ошибок оказались не там



Считаем ОВУ заново,
применяем ещё раз

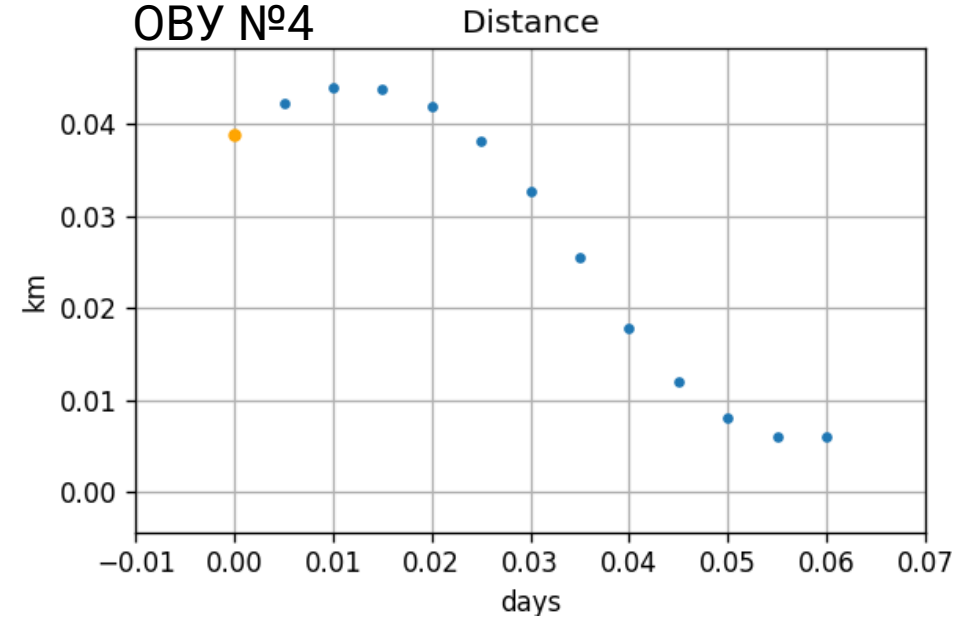
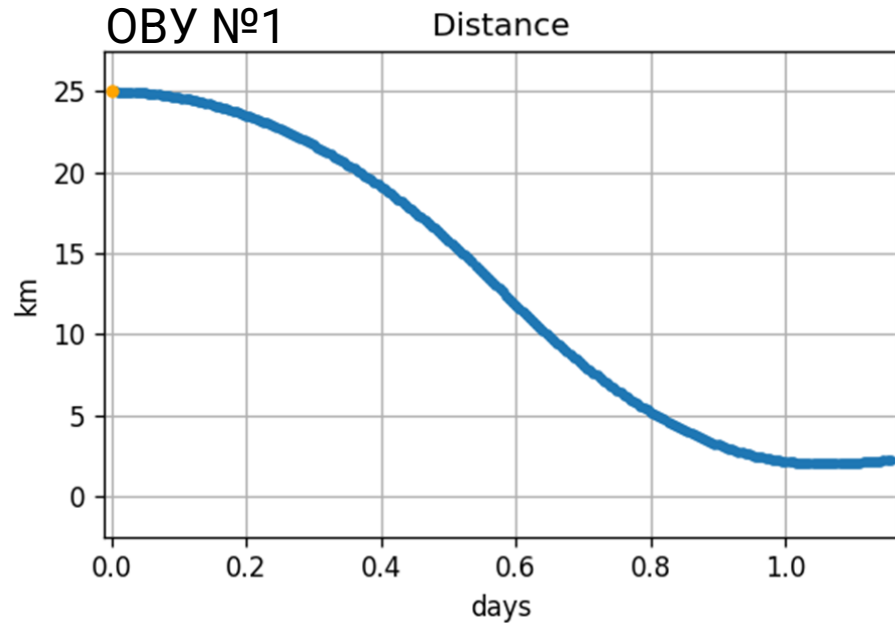


Повторяем N раз пока
не оказываемся достаточно близко

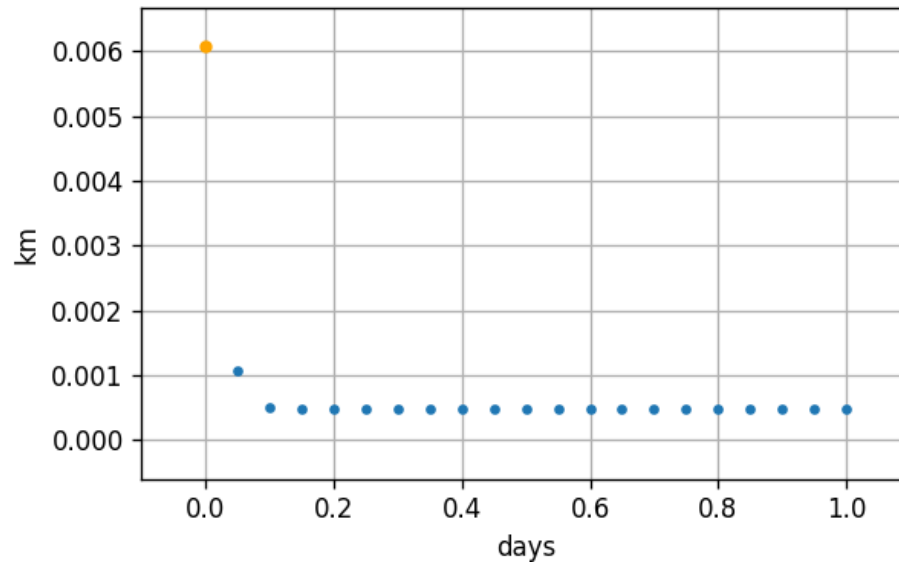


Включаем ПД-регулятор

КОМБИНАЦИЯ ПД-РЕГУЛЯТОРА И ОПТИМАЛЬНОГО ПО ВРЕМЕНИ УПРАВЛЕНИЯ



ПД
Distance



*Время каждый запуск
отсчитывалось с нуля

Выход на «цикл»
амплитудой
~50 см занял 1.93
дня

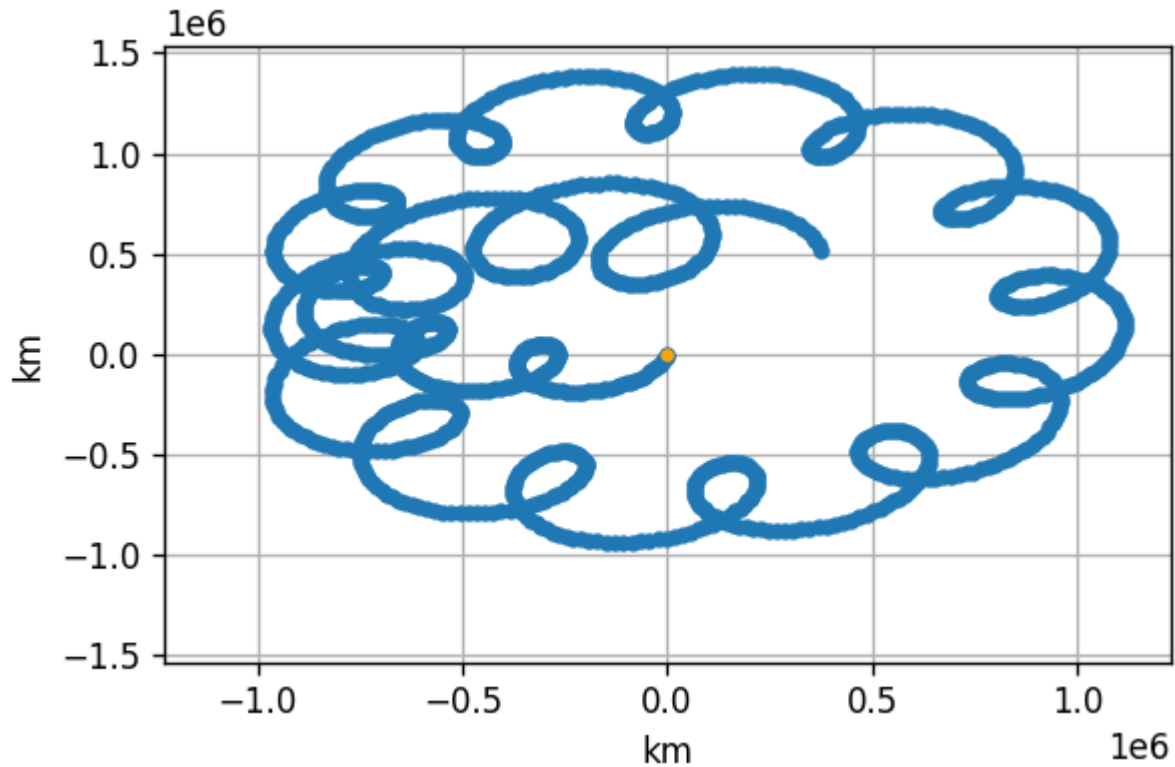
ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- Задана реалистичная модель движения КА в ГФС, введена удобная система координат и записаны уравнения движения
- Рассмотрены методы автономной навигации в ГФС
- Исследовано влияние неточностей определения параметров орбиты экзопланеты на исполнение базовых алгоритмов управления (ПД-регулятор, оптимальное по времени)
 - ПД-регулятор выходит на «цикл»
 - ОВУ отклоняется от целевой точки
- *Показана пригодность предложенных управлений для обеспечения достаточной точности стабилизации КА в ГФС при наличии ошибок в параметрах модели движения*

ЗАДАЧА НАВИГАЦИИ

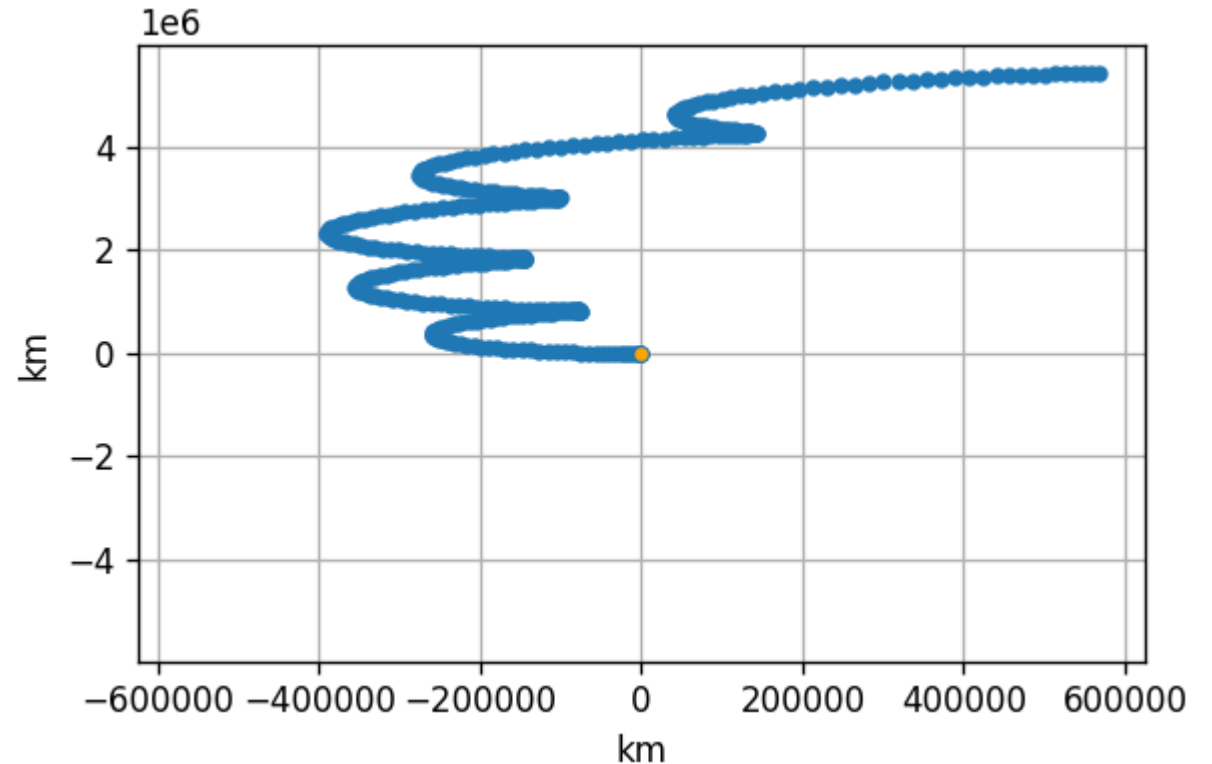
- Необходимо определять положение КА в плоскости изображения с точностью ~ 1 м (локальная навигация)
- Необходимо определять расстояние до Солнца с точностью ~ 0.1 а.е. (глобальная навигация)
- Необходимо определять положение КА относительно Земли с точностью ~ 30000 км (глобальная навигация)
- Всё это необходимо делать *автономно*

ПРИМЕР ДВИЖЕНИЯ В ГФС



Траектория за 20 лет
в плоскости изображения
без какого-либо управления

В начальный момент времени КА в ИСО
двигался ровно вдоль мгновенной оси ГФС



Траектория за 5 лет с компенсирующим
ускорением, ошибка определения
большой полуоси экзопланеты в +0.1 а.е.

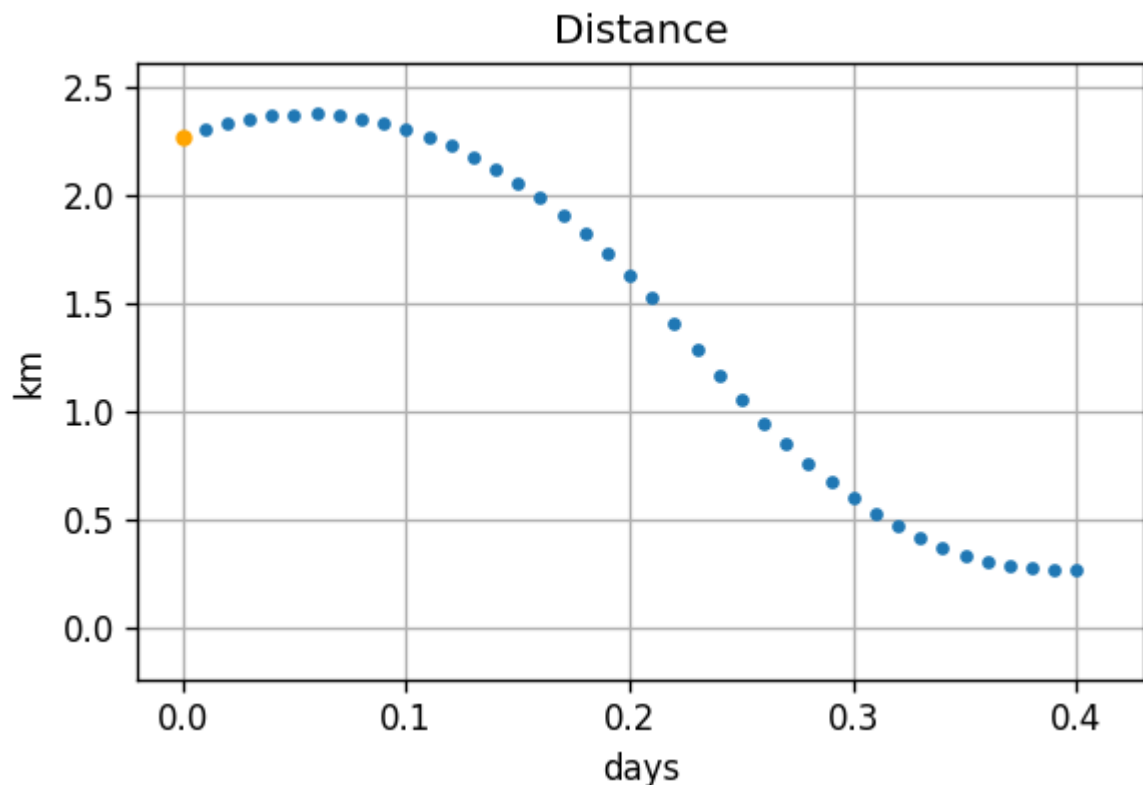
В начальный момент времени
КА покоился в СКФ

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ПО ВРЕМЕНИ УПРАВЛЕНИЯ

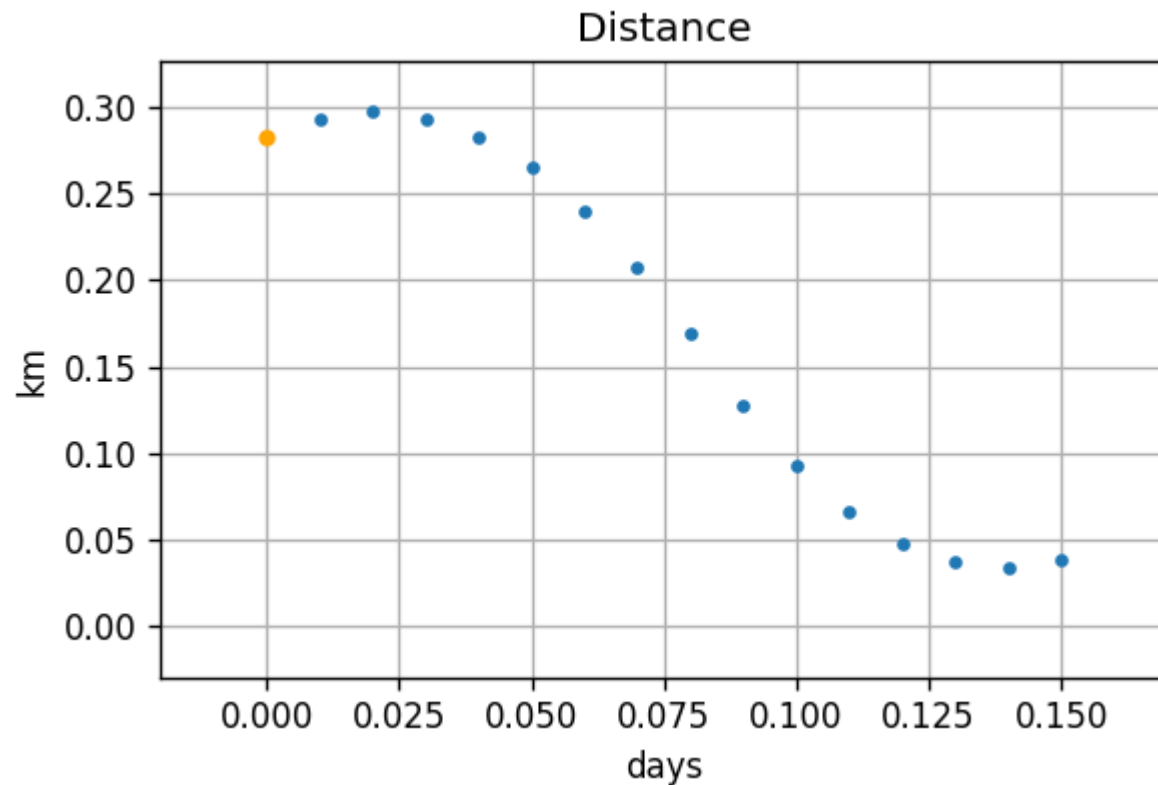
Применили оптимальное управление,
но из-за ошибок оказались не там



Считаем оптимальное управление
заново, применяем ещё раз



Попытка №2, время полёта 0.4 дня,
ошибка ~250 м



Попытка №3, время полёта 0.15 дня,
ошибка ~50 м

ГРАВИТАЦИОННОЕ ЛИНЗИРОВАНИЕ

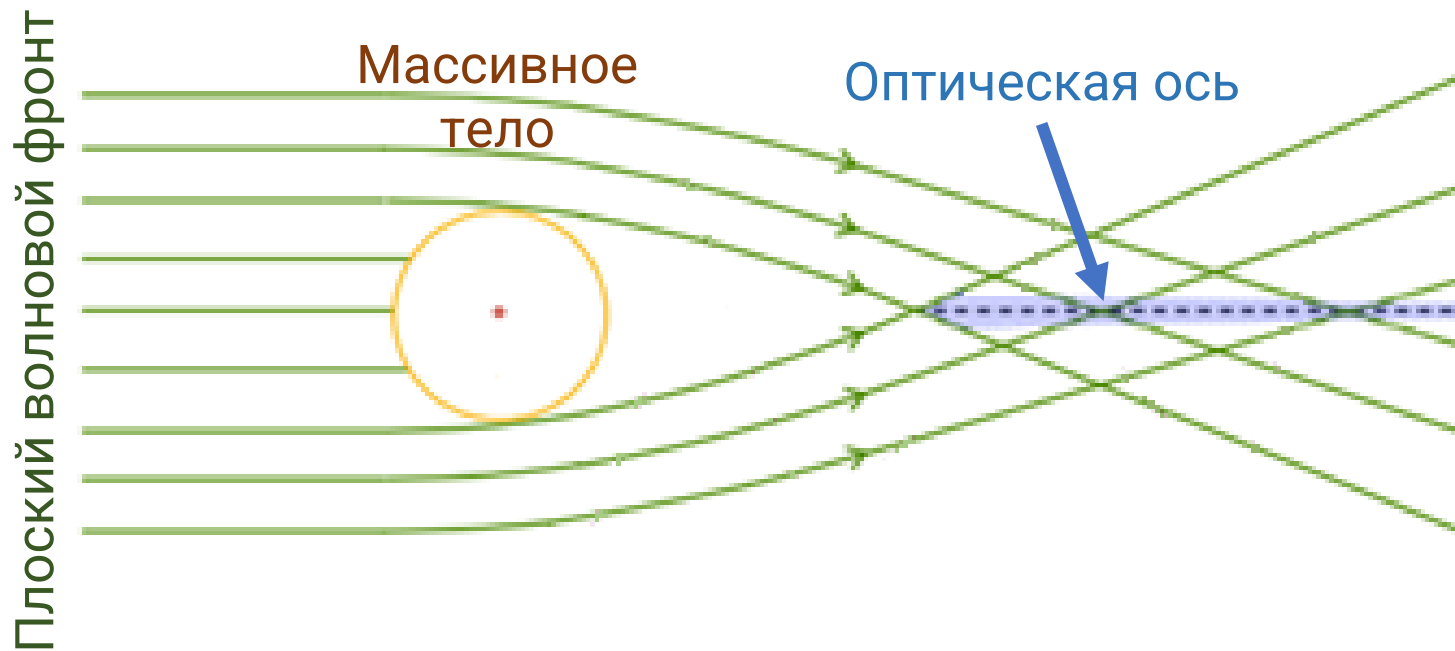
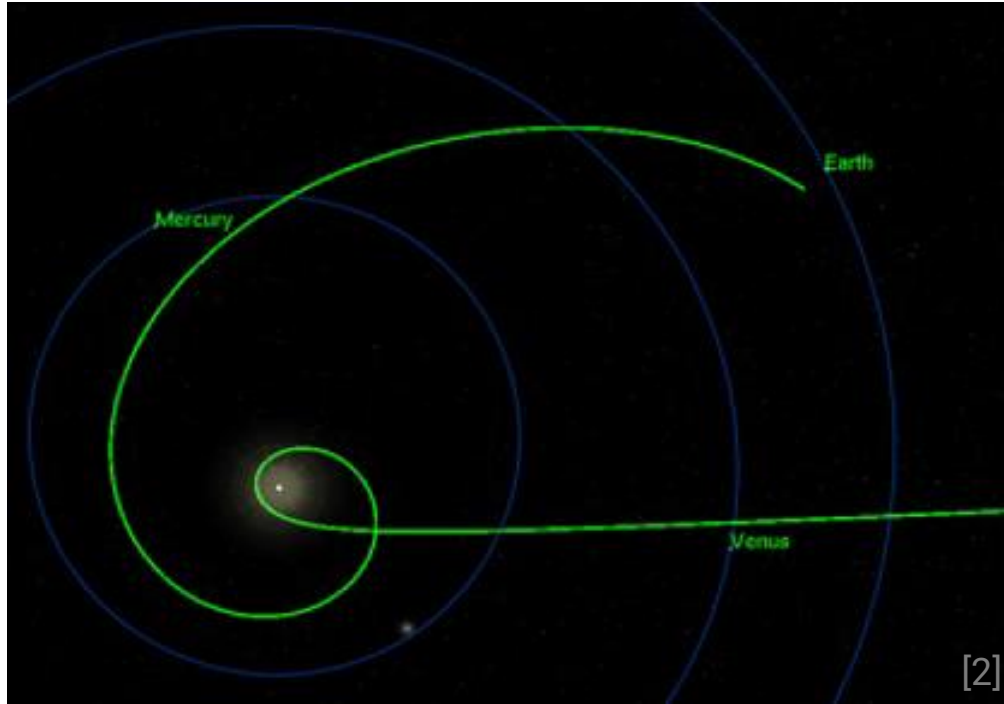


Схема гравитационного линзирования

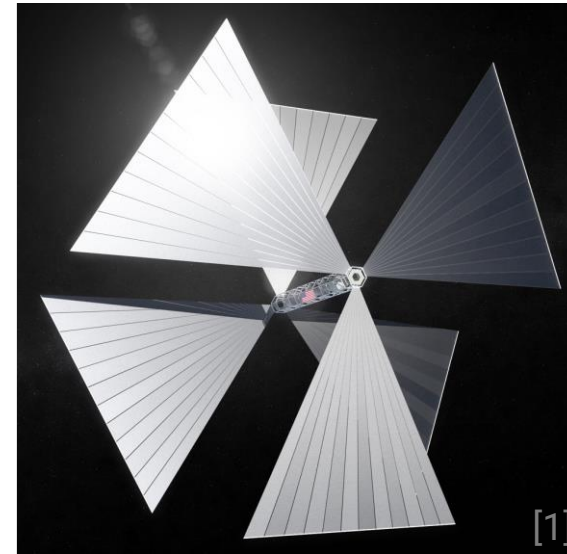
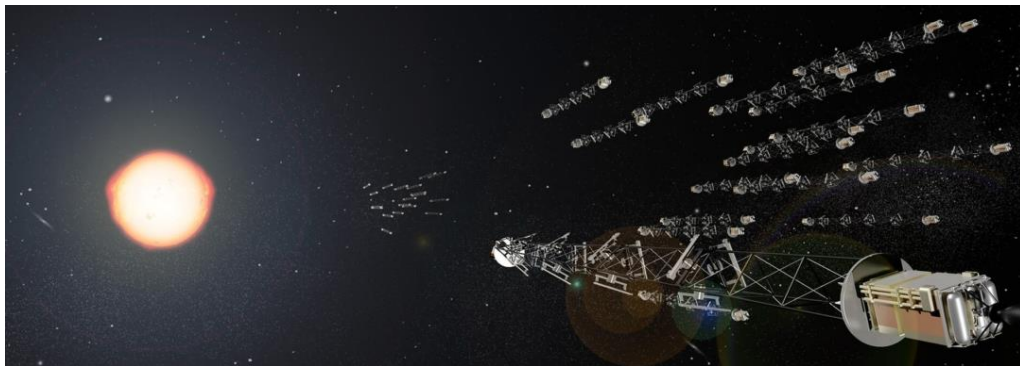


Гравитационное линзирование кластером галактик (снимок телескопа Hubble)

КОНЦЕПТ МИССИИ К ГРАВИТАЦИОННОМУ ФОКУСУ СОЛНЦА



- Группировка малых аппаратов (30-40кг)
- Паруса солнечные + электрическая тяга
- Перигелий ~ 20 радиусов Солнца
- Скорость ~ 25 а.е./год гип. избыток
- ГФС достигается за < 25 лет



[1] Friedman L. D. et al. A Mission to Nature's Telescope for High-Resolution Imaging of an Exoplanet // arXiv preprint arXiv:2107.11473. – 2021.

[2] Turyshev S. G. et al. Direct multipixel imaging and spectroscopy of an exoplanet with a solar gravity lens mission // arXiv preprint arXiv:2002.11871. – 2020.