



Движение вращающегося аппарата с соосным маховиком и магнитным управлением

М.Ю. Овчинников, В.И. Пеньков, Д.С. Ролдугин, С.С. Ткачев

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

Режим движения

- Ротор установлен вдоль оси (примерной) симметрии
- Ось симметрии направлена вдоль орбитальной скорости
- Аппарат вращается с высокой скоростью вокруг оси симметрии
- Магнитные катушки используются для создания асимптотически устойчивого положения равновесия

Постановка задачи

- Орбита круговая
- Модель геомагнитного поля – прямой диполь
- Центральное гравитационное поле
- Движение описывается самолетными углами (последовательность поворотов 2-3-1)
- Маховик имеет постоянную скорость вращения (или равномерно раскручивается до номинальной скорости)
- Магнитные катушки создают демпфирующий и восстанавливающий моменты

Уравнения движения в полусвязанной системе

$$\begin{aligned}
 \bar{A}\dot{\Omega}_1 + J_f\dot{\Omega}_f = & \\
 & M_2 (B_1 \sin \alpha + B_3 \cos \alpha) + M_3 (B_1 \cos \alpha \sin \beta - B_2 \cos \beta - B_3 \sin \alpha \sin \beta), \\
 B\dot{\Omega}_2 + (\bar{A} - B)\Omega_1\Omega_3 + J_f\Omega_f\Omega_3 = & -3(A - B)\sin \alpha \cos \alpha \cos \beta - \\
 & M_1 (B_1 \sin \alpha + B_3 \cos \alpha) + \\
 & M_3 (B_1 \cos \alpha \cos \beta + B_2 \sin \beta - B_3 \sin \alpha \cos \beta) - B\Omega_3 (\Omega_1 - \Omega_2 \operatorname{tg} \beta), \\
 B\dot{\Omega}_3 + (B - \bar{A})\Omega_1\Omega_2 - J_f\Omega_f\Omega_2 = & -3(B - A)\sin^2 \alpha \sin \beta \cos \beta - \\
 & M_1 (B_1 \cos \alpha \sin \beta - B_2 \cos \beta - B_3 \sin \alpha \sin \beta) - \\
 & M_2 (B_1 \cos \alpha \cos \beta + B_2 \sin \beta - B_3 \sin \alpha \cos \beta) + B\Omega_2 (\Omega_1 - \Omega_2 \operatorname{tg} \beta), \\
 \dot{\alpha} = \frac{\Omega_2}{\cos \beta} - 1, \quad \dot{\beta} = \Omega_3, \quad \dot{\gamma} = \Omega_1 - \Omega_2 \operatorname{tg} \beta.
 \end{aligned}$$

Создание положения равновесия

- Отслеживание осью симметрии сокращает уравнения движения до вида

$$\bar{A}\dot{\Omega}_1 + J_f\dot{\Omega}_f = M_2B_3 - M_3B_2, \quad 0 = -M_1B_3 + M_3B_1,$$

$$-\bar{A}\Omega_1 - J_f\Omega_f = M_1B_2 - M_2B_1, \quad \Omega_2 = 1, \quad \Omega_3 = 0, \quad \dot{\gamma} = \Omega_1.$$

- На две компоненты дипольного момента накладывається условие

$$M_2B_3 - M_3B_2 = -2C_1 \sin u \cos u,$$

$$C_1 = \bar{A}\Omega_1(0) + J_f\Omega_f(0)$$

- Первая компонента определяется как

$$M_1 = \frac{B_1}{B_3} M_3$$

Выбор управления

- Будем выбирать третью компоненту пропорционально $\sin u$

$$M_3 = kf \sin u, \quad f = -2 \sin i B_0$$

- Тогда

$$M_2 = \left(-\frac{1}{2} kf B_0 \cos i + C_1 \cos u \right) / B_0 \sin i,$$

$$M_1 = -\frac{1}{2} kf \cos u$$

- Необходимо обеспечить асимптотическую устойчивость полученного положения равновесия

Обеспечение устойчивости

- Зададим скорость относительно требуемого опорного движения

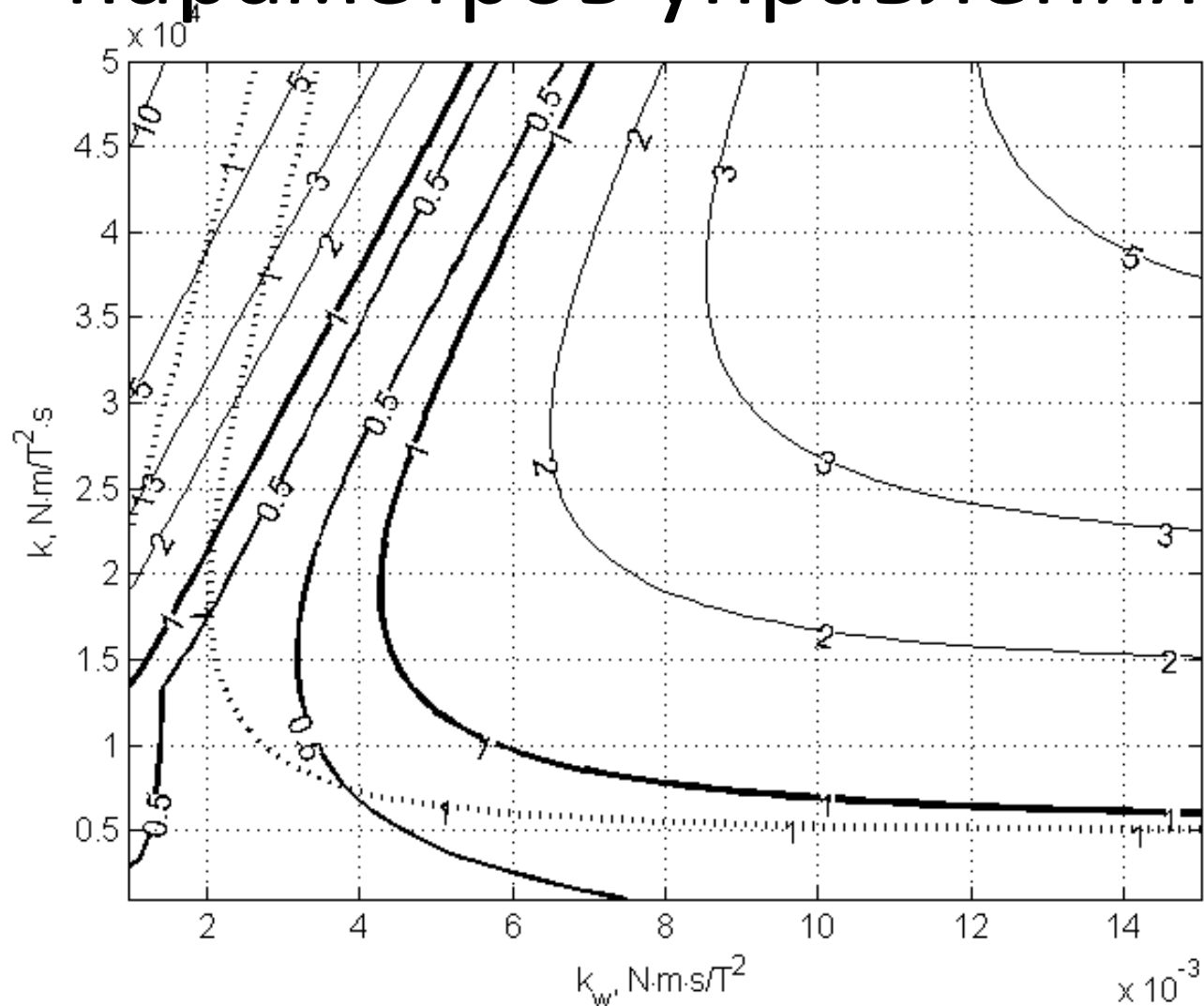
$$\mathbf{\Omega} = \mathbf{w} + \mathbf{A}_{\gamma=0} (0, 1, 0) + (\Omega_{1ref}, 0, 0)$$

- Введем модельное демпфирование $\mathbf{u} = -k_w \mathbf{w}$
- Рассматривая линеаризованную систему с периодическими коэффициентами, можно подобрать коэффициенты усиления, обеспечивающие асимптотическую устойчивость требуемого движения

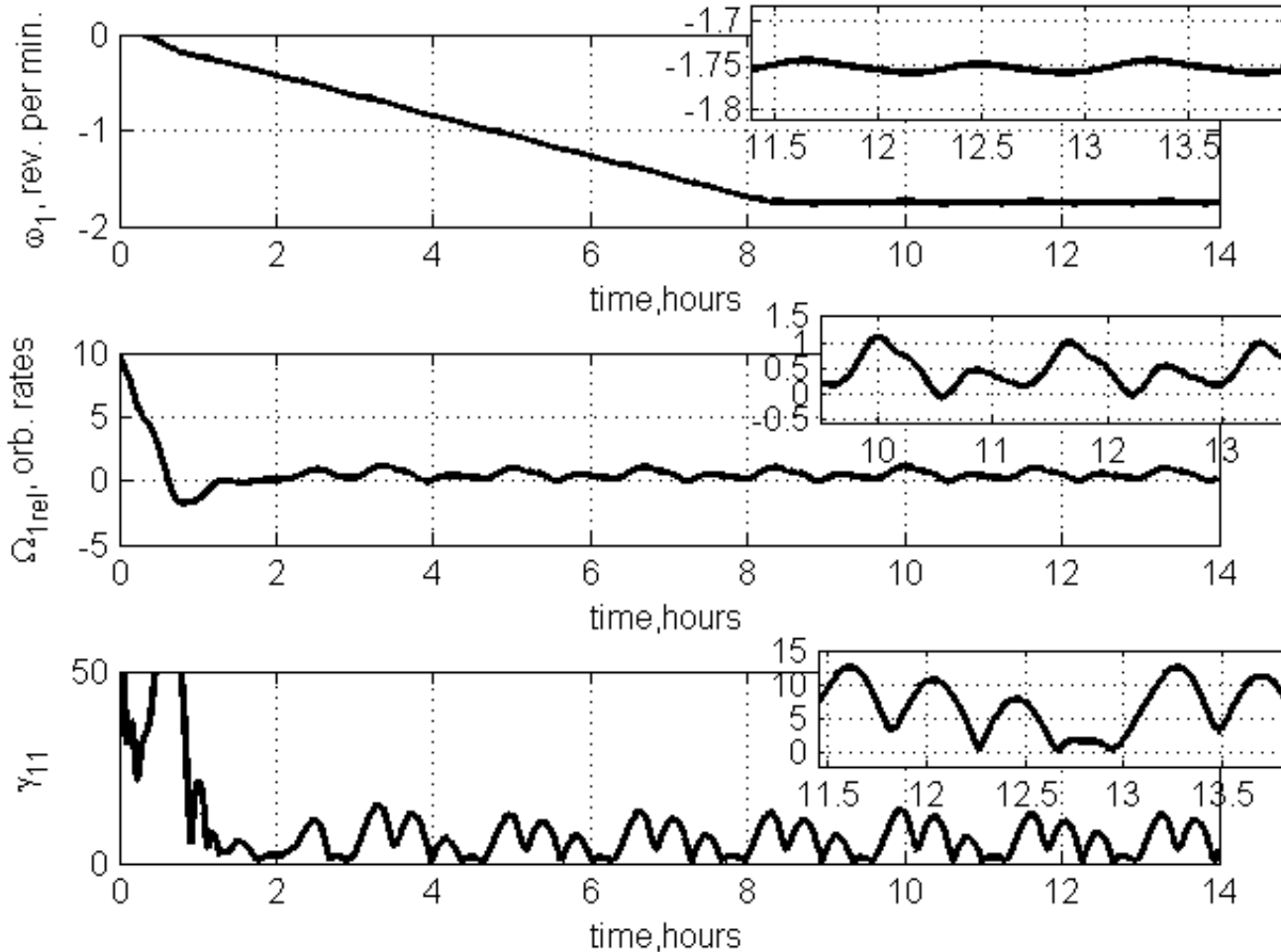
Реализация управления

- Синус и косинус угла γ заменяются элементами матрицы ориентации вблизи требуемого движения
- Демпфирование реализуется в виде проекции
$$\mathbf{M} = -k_w (\mathbf{w}_x \times \mathbf{B}_x) \times \mathbf{B}_x / |\mathbf{B}|^2,$$
$$\mathbf{w}_x = \begin{pmatrix} \omega_1 / \omega_0 - \Omega_{1ref} - \sin \beta \\ \omega_2 / \omega_0 - \cos \beta \cos \gamma \\ \omega_3 / \omega_0 + \cos \beta \sin \gamma \end{pmatrix}$$
- Обратная величина вектора индукции раскладывается в ряд для получения уравнений с периодическими коэффициентами

Устойчивость и выбор параметров управления



Моделирование (несимметричный аппарат)



Заключение

- Предложено магнитное управление для спутника с ротором, вращающегося с высокой скоростью вдоль касательной к орбите
- Возможно поддержание скорости вращения порядка нескольких десятков оборотов в минуту
- Точность поддержания скорости вращения – порядка орбитальной скорости, точность ориентации 10-15 градусов