Характеристические показатели для удерживающего направление орбитальной скорости быстровращающегося спутника с ротором

Д.С. Ролдугин

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

МТВЗА и КА Микроволновик

- МТВЗА – микроволновый сканер КА Метеор
- Микроволновик – малый КА, дополняющий этот прибор в других частотных диапазонах
- Разработка РКС
- Аппарат вращается вокруг вектора линейной скорости, совершая до нескольких оборотов в секунду

Постановка задачи

- Осесимметричный КА движется по круговой орбите
- Действуют аэродинамический, магнитный управляющий, гравитационный моменты
- Номинальный режим движения – вращение вокруг вектора скорости с частотой в несколько оборотов в секунду
- На оси симметрии установлен ротор, компенсирующий кинетический момент корпуса
- Система управления обеспечивает ориентацию оси вращения и демпфирование, приводя КА к околонулевому суммарному кинетическому моменту
- Движение рассматривается в окрестности требуемой ориентации

Управляющий и аэродинамический моменты

- Аэродинамический момент в упрощенной постановке

$$\mathbf{M}_{аэр} = 0.5 c\rho \left|\mathbf{V}\right| S d \mathbf{e}_1 \times \mathbf{V}$$

- Позиционная компонента управляющего момента формируется в полусвязанной СК

$$\mathbf{m}_p^{ПСК} = k_p \mathbf{B}^{ОСК}$$

- Демпфирующая компонента

$$\mathbf{m}_d^{ССК} = \frac{k_\omega}{\left|\mathbf{B}\right|^2} \Delta\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{B},$$

$$\Delta\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega} - \omega_0 \mathbf{A}\mathbf{e}_2 - \omega_{ref}\mathbf{e}_1,\ \omega_{ref} = -\frac{J}{A+J}\omega_r$$

Уравнения в полусвязанной системе

$$\dot{\Omega}_1 = -\Omega_0\Omega_3 + \mu\varepsilon\left(B_1B_2\alpha + B_1B_3\beta\right) + \mu\eta\varepsilon'\left[-\left(B_2^2 + B_3^2\right)\Omega_1 + B_1B_2\Omega_2 + B_1B_3\Omega_3\right],$$

$$\dot{\Omega}_2 = -\left(3\Omega_0^2\lambda + \xi\right)\alpha + \varepsilon\left[-\left(B_1^2 + B_3^2\right)\alpha + B_2B_3\beta\right] + \eta\varepsilon'\left[B_1B_2\Omega_1 - \left(B_1^2 + B_3^2\right)\Omega_2 + B_2B_3\Omega_3\right],$$

$$\dot{\Omega}_3 = \Omega_0\Omega_1/\mu - \xi\beta + \varepsilon\left[B_2B_3\alpha - \left(B_1^2 + B_2^2\right)\beta\right] + \eta\varepsilon'\left[B_1B_3\Omega_1 + B_2B_3\Omega_2 - \left(B_1^2 + B_2^2\right)\Omega_3\right],$$

$$\dot{\alpha} = \Omega_2, \dot{\beta} = \Omega_3,$$

$$\lambda = \left(A' - B\right)/B, \mu = B/A', \eta = 1 + 2\chi^2\cos 2u, \xi = \kappa/B, \kappa = 0.5c\rho\left|\mathbf{V}\right|Sd/\omega_{ref}^2,$$

$$\varepsilon = k_pB_0^2/B\omega_{ref}^2, \varepsilon' = k_\omega\vartheta/B\omega_{ref}, \chi = \frac{\sqrt{1+3\sin^2 i} - 1}{\sqrt{3}\sin i}, \vartheta = \frac{1}{\sqrt{1+3\sin^2 i}}$$

Уравнения в полусвязанной системе

$$\dot{\mathbf{x}} = \left(\mathbf{A}_0 + \varepsilon\mathbf{A}_1(\tau)\right)\mathbf{x},$$

$$\mathbf{A}_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\Omega_0 \\ -\mu_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\xi & \mu_2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \to \quad \lambda_{1,2} = \pm i\sqrt{\Omega_0\mu_2 + \xi}, \lambda_{3,4} = \pm i\sqrt{\mu_1}, \lambda_5 = 0$$

$$\mu_1 = \xi + 3\Omega_0^2\lambda, \mu_2 = \Omega_0/\mu,$$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu B_1B_2 & \mu B_1B_3 & -\mu\nu\left(B_2^2 + B_3^2\right) & \mu\nu B_1B_2 & \mu\nu B_1B_3 \\ -\left(B_1^2 + B_3^2\right) & B_2B_3 & \nu B_1B_2 & -\nu\left(B_1^2 + B_3^2\right) & \nu B_2B_3 \\ B_2B_3 & -\left(B_1^2 + B_2^2\right) & \nu B_1B_3 & \nu B_2B_3 & -\nu\left(B_1^2 + B_2^2\right) \end{pmatrix},$$

$$\nu = \eta(\tau)\varepsilon'/\varepsilon$$

Поиск приближенного решения

- Решение системы можно искать в виде

$$\mathbf{x} = \sum_{k=1}^{5} \left(\boldsymbol{\varphi}_k + \sum_{j=1}^{\infty} \varepsilon^j \boldsymbol{\psi}_{kj}(\tau) \right) \exp\left(\lambda_k + \sum_{j=1}^{\infty} \varepsilon^j \sigma_{kj} \right) \tau$$

- Для определения приближений имеем уравнения

$$\dot{\boldsymbol{\psi}}_k + \left(\lambda_k \mathbf{E} - \mathbf{A}_0 \right) \boldsymbol{\psi}_k = \left(\mathbf{A}_1 - \sigma_k \mathbf{E} \right) \boldsymbol{\varphi}_k .$$

- Пример для первого собственного числа

$$\dot{\psi}_1^{(1)} + i\sqrt{\Omega_0\mu_2 + \xi}\,\psi_1^{(1)} - \psi_1^{(4)} = 0, \qquad \dot{\psi}_1^{(2)} + i\sqrt{\Omega_0\mu_2 + \xi}\,\psi_1^{(2)} - \psi_1^{(5)} = -C_1\sigma_1,$$

$$\dot{\psi}_1^{(3)} + i\underbrace{\sqrt{\Omega_0\mu_2 + \xi}}_{\varpi}\,\psi_1^{(3)} + \Omega_0\psi_1^{(5)} = C_1\Omega_0\sigma_1 + C_1\underbrace{\left[\mu B_1 B_3 + \Omega_0\mu\nu\left(B_2^2 + B_3^2 \right) + i\mu\nu\sqrt{\Omega_0\mu_2 + \xi}\,B_1 B_3 \right]}_{f_3(\tau)},$$

$$\dot{\psi}_1^{(4)} + i\sqrt{\Omega_0\mu_2 + \xi}\,\psi_1^{(4)} + \mu_1\psi_1^{(1)} = C_1\left[B_2 B_3 - \Omega_0\nu B_1 B_2 + i\nu\sqrt{\Omega_0\mu_2 + \xi}\,B_2 B_3 \right],$$

$$\dot{\psi}_1^{(5)} + i\sqrt{\Omega_0\mu_2 + \xi}\,\psi_1^{(5)} + \xi\psi_1^{(2)} - \mu_2\psi_1^{(3)} = -iC_1\sqrt{\Omega_0\mu_2 + \xi}\,\sigma_1 + C_1\underbrace{\left[-\left(B_1^2 + B_2^2 \right) - \Omega_0\mu\nu B_1 B_3 - i\nu\sqrt{\Omega_0\mu_2 + \xi}\left(B_1^2 + B_2^2 \right) \right]}_{f_5(\tau)},$$

Определение поправки к характеристическому числу

- Уравнение для розыска поправок

$$\dot{\psi}_\Sigma = 2i\varpi\sigma_1 + i\frac{\mu_2}{\varpi} f_3(\tau) - f_5(\tau) \to 2i\varpi\sigma_1 = \frac{1}{T}\int_0^T \left[-i\frac{\mu_2}{\varpi} f_3(\tau) + f_5(\tau)\right] d\tau \to$$

$$i\sigma_1^{real} - \sigma_1^{im} = -\frac{1}{2\varpi T}\int_0^T \Big[-\left(B_1^2 + B_2^2\right) - \Omega_0 \nu(\tau) B_1 B_3 - \nu(\tau)\varpi\left(B_1^2 + B_2^2\right) -$$

$$\frac{\mu_2}{\varpi}\left\{i\mu B_1 B_3 + i\Omega_0 \mu\nu(\tau)\left(B_2^2 + B_3^2\right) - \mu\nu(\tau)\varpi B_1 B_3\right\}\Big] d\tau.$$

- Решение

$$\sigma_1^{real} = -\frac{1}{2}\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\left(\cos^2 i + 1/2\left(1+\chi^2\right)\sin^2 i\right) - \frac{\mu_2\Omega_0\mu}{2\varpi^2}\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\left(\cos^2 i + 2\left(1-\chi^2\right)\sin^2 i\right)$$

$$\sigma_1^{im} = \frac{1}{2\varpi}\left(\cos^2 i + 1/2\sin^2 i\right)$$

$$\sigma_2^{real} = \sigma_1^{real},\ \sigma_2^{im} = -\sigma_1^{im}$$

Приближенное решение уравнений

$$\alpha = \left(C_3 \cos\varpi_1\tau + C_4 \frac{1}{\sqrt{\mu_1}} \sin\varpi_1\tau \right) \exp\left(\varepsilon\sigma_3^{real}\tau\right),$$

$$\beta = C_5 \exp\left(\varepsilon\sigma_5^{real}\tau\right) + \left(C_1 \cos\varpi_2\tau + C_2 \frac{1}{\sqrt{\Omega_0\mu_2 + \xi}} \sin\varpi_2\tau \right)\left(\varepsilon\sigma_1^{real}\tau\right),$$

$$\Omega_1 = C_5 \frac{\xi}{\mu_2} \exp\left(\varepsilon\sigma_5^{real}\tau\right) - \left(C_1\Omega_0 \cos\varpi_2\tau + C_2 \frac{\Omega_0}{\sqrt{\Omega_0\mu_2 + \xi}} \sin\varpi_2\tau \right) \exp\left(\varepsilon\sigma_1^{real}\tau\right),$$

$$\Omega_2 = \left(-C_3\sqrt{\mu_1} \sin\varpi_1\tau + C_4 \cos\varpi_1\tau \right) \exp\left(\varepsilon\sigma_3^{real}\tau\right),$$

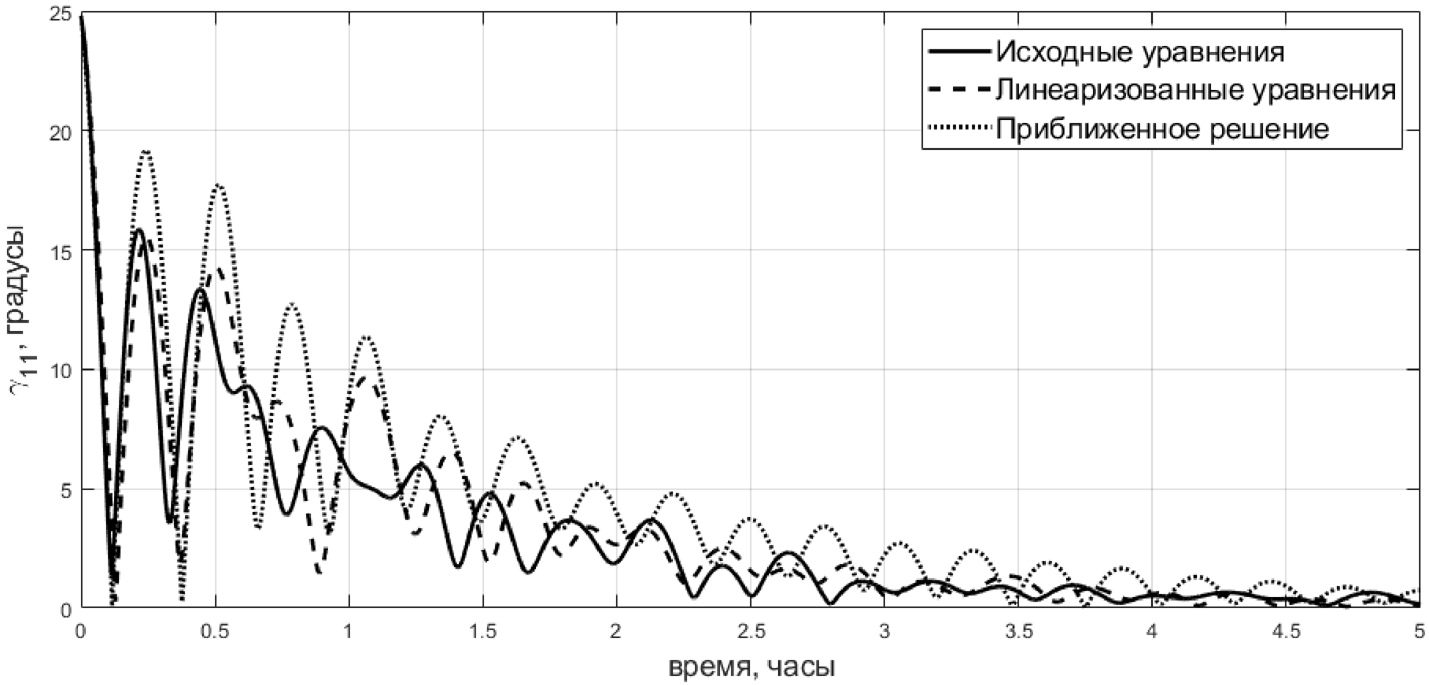
$$\Omega_3 = \left(-C_1\sqrt{\Omega_0\mu_2 + \xi} \sin\varpi_2\tau + C_2 \cos\varpi_2\tau \right) \exp\left(\varepsilon\sigma_1^{real}\tau\right),$$

$$\varpi_1 = \sqrt{\mu_1} + \varepsilon \frac{5}{4\sqrt{\mu_1}} \sin^2 i, \qquad \varpi_2 = \sqrt{\Omega_0\mu_2 + \xi} + \varepsilon \frac{1}{2\sqrt{\Omega_0\mu_2 + \xi}} \left(\cos^2 i + 1/2 \sin^2 i \right),$$

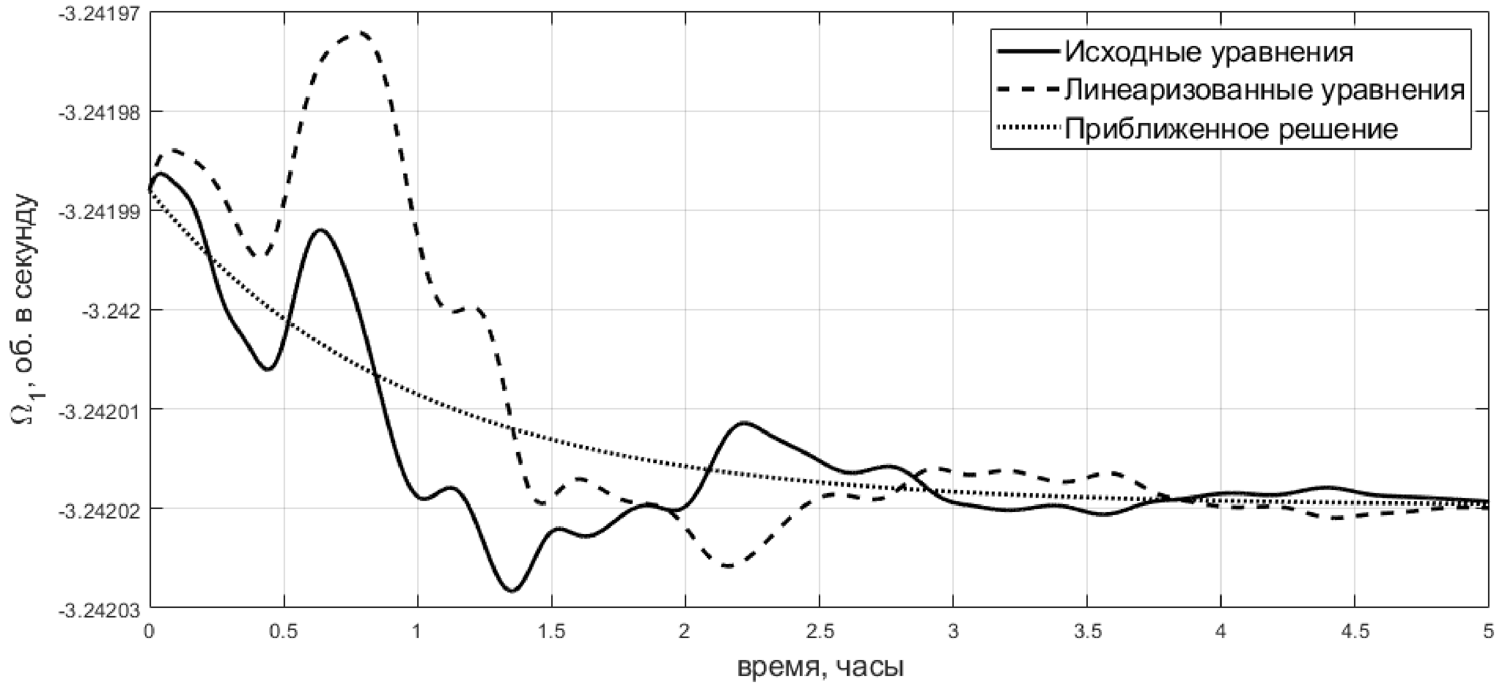
$$\sigma_3^{real} = -\frac{1}{4}\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\left(5 - 3\chi^2\right)\sin^2 i, \quad \sigma_3^{im} = \frac{5}{4\sqrt{\mu_1}} \sin^2 i, \qquad \sigma_4^{real} = \sigma_3^{real}, \quad \sigma_4^{im} = -\sigma_3^{im},$$

$$\sigma_5^{real} = -\mu \frac{\xi\mu_2}{\Omega_0\mu_2 + \xi} \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \left(\cos^2 i + 2\left(1 - \chi^2\right)\sin^2 i \right), \qquad \sigma_5^{im} = 0.$$

Ориентация оси вращения



Скорость вращения



Заключение

- Рассмотрен осесимметричный аппарат с ротором, вращающийся со скоростью в несколько оборотов в секунду вокруг вектора линейной скорости
- Получено приближенное решение линеаризованных уравнений движения в полусвязанной СК
- Поправки к характеристическим показателям задают конкретные выражения, определяющие частоты колебаний около требуемой ориентации и закон падения амплитуд колебаний