



Конференция Совета молодых учёных  
и специалистов ИПМ им. М.В. Келдыша РАН



23 декабря 2021 года

# 63 года полётов на Луну: от первых лунников к кубсатам

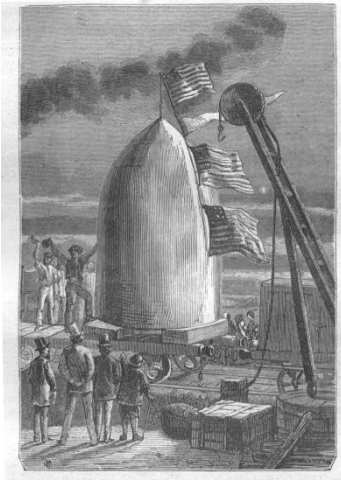
Целоусова А.А.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша (РАН),  
отдел №7 «Динамика космических систем», младший научный сотрудник



# Жюль Верн

- В 1865 году в романе «С Земли на Луну прямым путем за 97 часов 20 минут» Жюль Верн, базируясь на математических выкладках, привел оценки необходимой начальной скорости и времени перелета при отправке снаряда на Луну



- Для запуска снаряда в штате Калифорния строится подземная пушка длиной 274 м и диаметром 3 м. В качестве взрывчатого вещества используются 164 тонны пироксилина
- Начальная скорость снаряда:  $V_{min} = 10.9$  км/с
- Время перелета: 4 дня

Пилотируемый снаряд диаметром 3 м, высотой 4.5 м успешно совершает экспедицию на Луну



# Всеволод Александрович Егоров

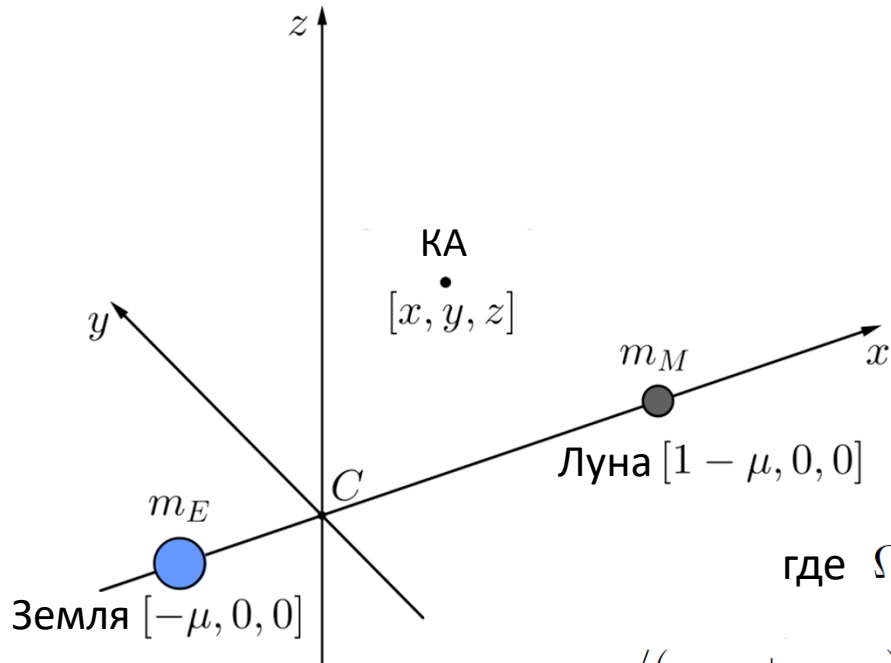
- **1953:** Окончил механико-математический факультет МГУ и начал работать в Отделении прикладной математики МИАН СССР (ныне – ИПМ им. М.В. Келдыша РАН) под руководством М.В. Келдыша
- **1953-1956:** решил задачу прямого перелета к Луне в плоском случае с использованием одной из первых ЭВМ
- **1956-1957:** обобщил решение на пространственный случай
- **1957:** получил степень кандидата физико-математических наук
- **1967:** защитил докторскую диссертацию



В.А. Егоров  
1930-2001



# Круговая ограниченная задача трех тел



Уравнения движения:

$$\ddot{x} - 2\dot{y} = \frac{\partial \Omega_3}{\partial x},$$

$$\ddot{y} + 2\dot{x} = \frac{\partial \Omega_3}{\partial y},$$

$$\ddot{z} = \frac{\partial \Omega_3}{\partial z}$$

где  $\Omega_3(x, y, z) = \frac{x^2 + y^2}{2} + \frac{1 - \mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2} + \frac{\mu(1 - \mu)}{2},$

$\mu = m_M / (m_E + m_M)$ ;  $r_1, r_2$  — расстояния от КА до Земли и Луны

Интеграл Якоби:

$$J(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) = 2\Omega_3(x, y, z) - (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)$$

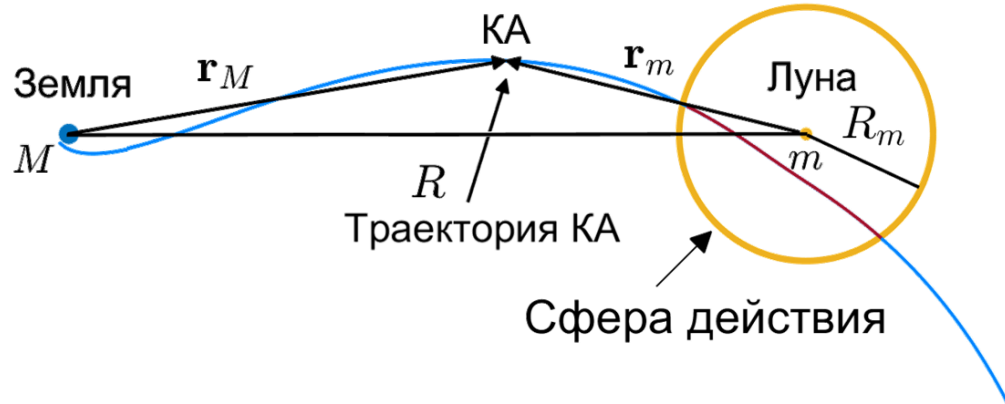


# Модель сопряженных конических сечений

➤ 
$$\ddot{\mathbf{r}}_M = -GM \frac{\mathbf{r}_M}{r_M^3} + \Delta \mathbf{a}_m = \mathbf{a}_M + \Delta \mathbf{a}_m$$

или

➤ 
$$\ddot{\mathbf{r}}_m = -Gm \frac{\mathbf{r}_m}{r_m^3} + \Delta \mathbf{a}_M = \mathbf{a}_m + \Delta \mathbf{a}_M$$



$$R_m = R(m/M)^{2/5} \approx 66\,194 \text{ км}$$

➤ *Сфера действия* – область пространства вокруг Луны, где

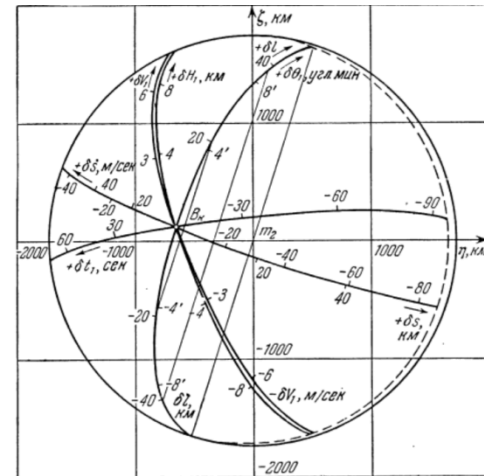
$$\frac{\Delta a_M}{a_m} < \frac{\Delta a_m}{a_M}$$

➤ В каждый момент времени КА движется в рамках модели задачи двух тел



# Результаты В.А. Егорова

- Найдены минимальные начальные скорости, необходимые для достижения Луны и попадания в Луну:  $V_{min} > 10.8$  км/с
- Показано, что нельзя выйти на окололунную орбиту без тормозного импульса
- Проведена классификация траекторий полета к Луне, получены траектории облета Луны с возвращением к Земле
- Получены оценки влияния разброса начальных данных на характеристики траекторий полета к Луне

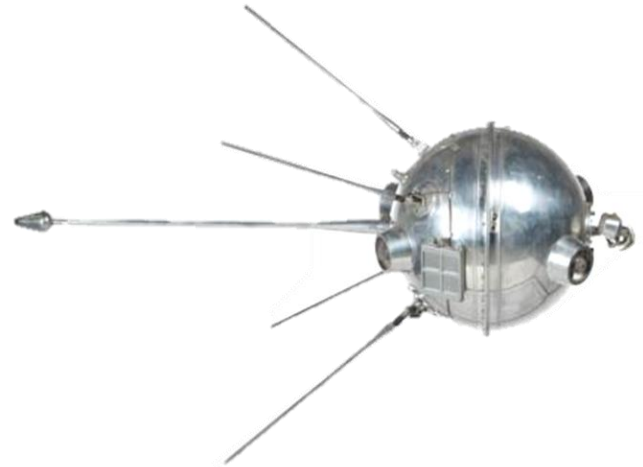


«Паук» Егорова



# Луна-1 (1959, СССР)

- Цель миссии: попадание в Луну
- 1 января при настройке плоскости антенны приема была допущена ошибка в  $2^\circ$  по углу места
- 4 января 1959 года Луна-1 прошла наиболее близкую к Луне (5-6 тысяч километров) точку своей траектории и стала первым искусственным спутником Солнца



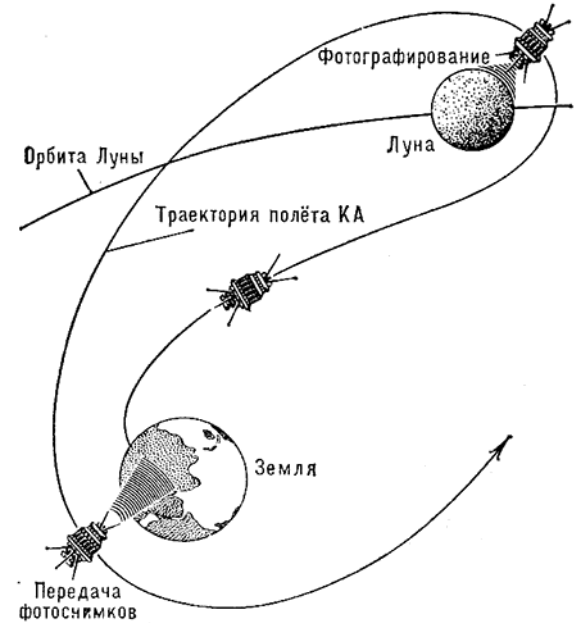
- Масса КА: 361 кг
- Диаметр шара: 2.4 м, общая длина: 5.2 м

Credit: <https://www.calvertjournal.com/articles/show/7118/cosmos-discover-soviet-era-space-objects-online>



# Луна-3 (1959, СССР)

- Цель миссии: фотографирование обратной стороны Луны и передача изображения на Землю
- 7 октября 1959 года Луна-3 облетела обратную сторону Луны на расстоянии 6 500 км, осуществив съемку 2/3 полушария, и стала двигаться по траектории возврата к Земле со стороны северного полушария, передача данных была осуществлена на расстоянии 47 000 км
- Впервые на практике был использован гравитационный маневр



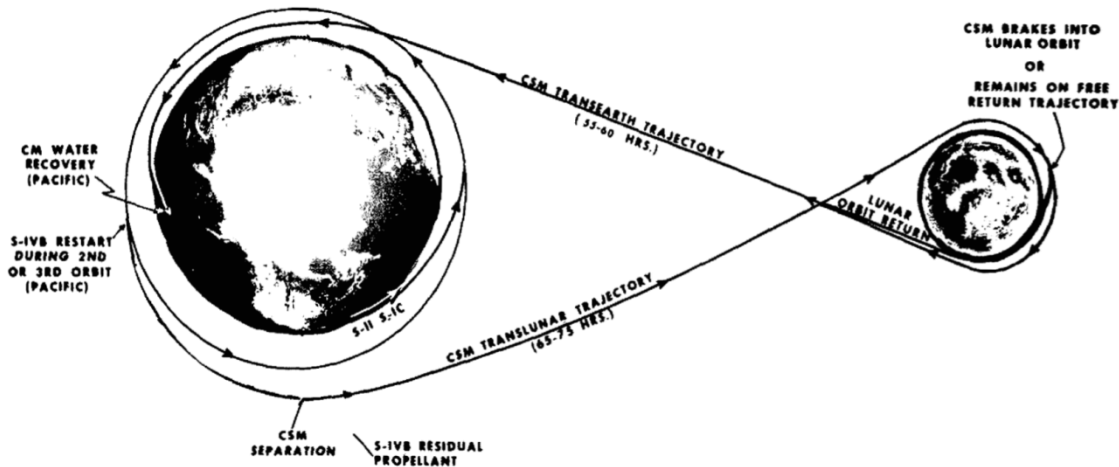
- Масса КА: 278.5 кг
- Диаметр цилиндра: 0.9-1.2 м, высота: 1.3 м





# Apollo 8 (1968, США)

- Цель миссии: демонстрация работоспособности средств обеспечения полета экипажа



- Масса КА: 5.6 т
- Диаметр конуса: 3.7 м, высота: 3.7 м

- Для возможности безопасного завершения миссии в случае отказа систем управления перелет осуществлялся по траектории возврата
- Экипаж из трех астронавтов успешно провел первую пилотируемую миссию к Луне и вернулся на Землю спустя 6 суток 3 часа



# Миссии к Луне

С 1959 по 1976 велась лунная гонка между СССР и США, каждая из стран осуществила более 20 успешных миссий к Луне

- **Луна-1 (1959, СССР)** Впервые достигнута вторая космическая скорость
- **Луна-2 (1959, СССР)** Первый перелет от Земли на поверхность Луны
- **Луна-3 (1959, СССР)** Первая облетная траектория, съемка обратной стороны
- **Луна-9 (1966, СССР)** Первая мягкая посадка на Луну
- **Луна-10 (1966, СССР)** Первый в мире искусственный спутник Луны
- **Apollo-8 (1968, США)** Первый полет людей вокруг Луны
- **Apollo-11 (1969, США)** Первая экспедиция людей на Луну
- ...
- **Луна-24 (1976, СССР)** Последний советский автоматический КА для изучения Луны, забора и доставки лунного грунта на Землю



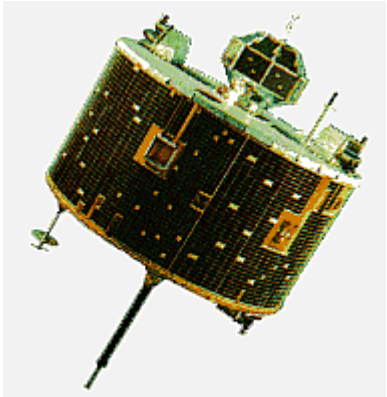
# Миссии к Луне (2)

После окончания лунной гонки успешные миссии к Луне были реализованы Японией, США, ЕС, КНР, Индией, Люксембургом

- **Hiten (1990, Япония)** Первый японский зонд для изучения Луны
- **Clementine (1994, США)** Впервые подтверждено наличие льда на полюсах Луны
- **SMART-1 (2003, ЕС)** Первая автоматическая станция ЕКА
- **Чанъэ-1 (2007, КНР)** Первая китайская автоматическая станция
- **LRO (2009, США)** Первые сверхточные карты поверхности Луны
- **GRAIL (2011, США)** Получено гравитационное поле Луны 420x660
- ...
- **Чанъэ-5 (2020, КНР)** Последняя на сегодня миссия к Луне

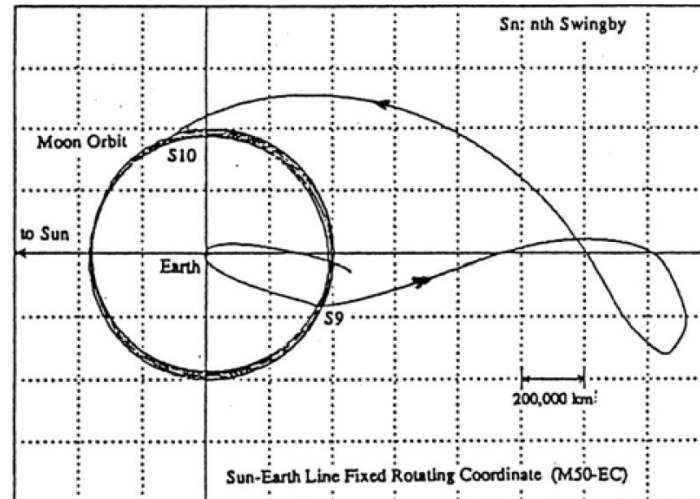


# Hiten (1990, JAXA)



- Масса КА: 197 кг
- Цилиндр диаметром 1.4 м и высотой 0.8 м, Nagoromo – цилиндр диаметром 40 см
- Время перелета: 4 месяца

После ошибки запуска Nagoromo специалисты JPL предложили использовать обходную траекторию перелета для основного аппарата Hiten с ограниченным запасом топлива





# Низкоэнергетические траектории

**Низкоэнергетические траектории** перелета к Луне характеризуются свойством *баллистического захвата*, при котором кеплерова энергия КА относительно Луны переходит из положительной в отрицательную без дополнительного импульса

В 1968 году существование таких траекторий было строго показано Ч. Конли

На практике такие траектории впервые использовались в 1990 году в миссии Hiten

- **C. C. Conley**, “Low Energy Transit Orbits in the Restricted Three-Body Problem,” SIAM Journal of Applied Mathematics, Vol. 16, No. 4, 1968, pp. 732–746
- **E. A. Belbruno and J. K. Miller**, “Sun-Perturbed Earth-to-Moon Transfers with Ballistic Capture,” Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 16, No. 4, 1993, pp. 770–775
- **W. Koon, M. Lo, J. Marsden, and S. Ross**, “Shoot the Moon,” Advances in the Astronautical Sciences, Vol. 105, 2000, pp. 1017–1030
- **V. V. Ivashkin**, “On Trajectories of Earth–Moon Flight of a Particle with Its Temporary Capture by the Moon,” Doklady Physics, Vol. 47, No. 11, 2002, pp. 825–827
- **J. Parker and G. Born**, “Modeling a Low-Energy Ballistic Lunar Transfer Using Dynamical Systems Theory,” Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 45, No. 6, 2008, pp. 1269–1281
- **E. Belbruno, M. Gidea, and F. Topputo**, “Weak Stability Boundary and Invariant Manifolds,” SIAM Journal of Applied Dynamical Systems, Vol. 9, No. 3, 2010, pp. 1061–1089



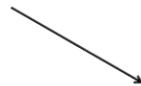
# WSB-траектории перелета

WSB (Weak Stability Boundary)-траектории – низкоэнергетические траектории, при проектировании которых используется гравитационное возмущение от Солнца

По сравнению с быстрыми прямыми перелетами

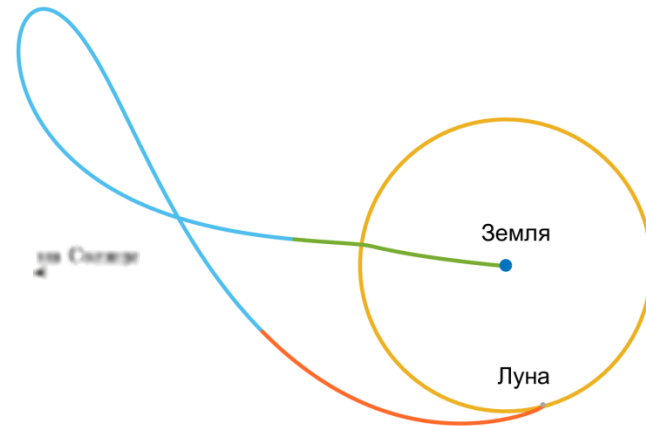
- энергетика полета уменьшается на 0.2-0.3 км/с
- время перелета увеличивается на несколько месяцев

Проектирование WSB-траекторий перелета



Две круговые ограниченные задачи  
трех тел  
(Солнце-Земля и Земля-Луна)

Бикруговая задача четырех тел  
Земля-Луна-Солнце

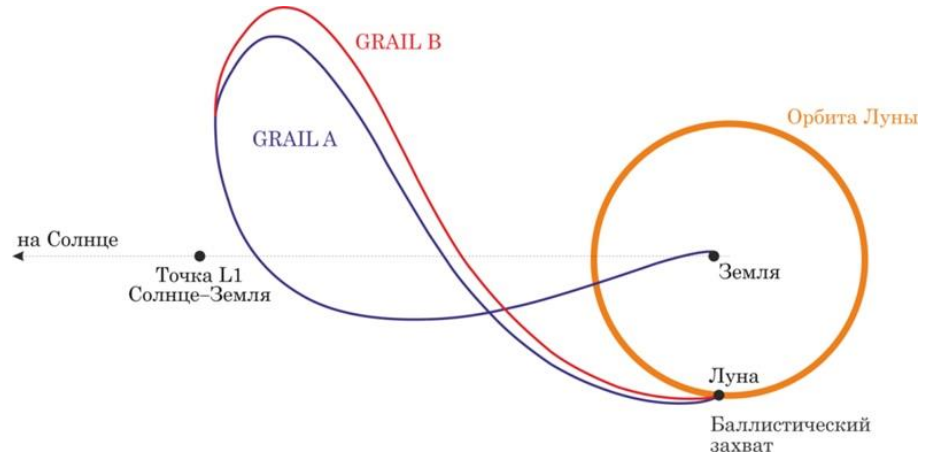
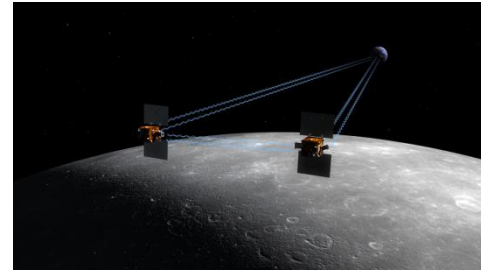




# GRAIL (2011, NASA)

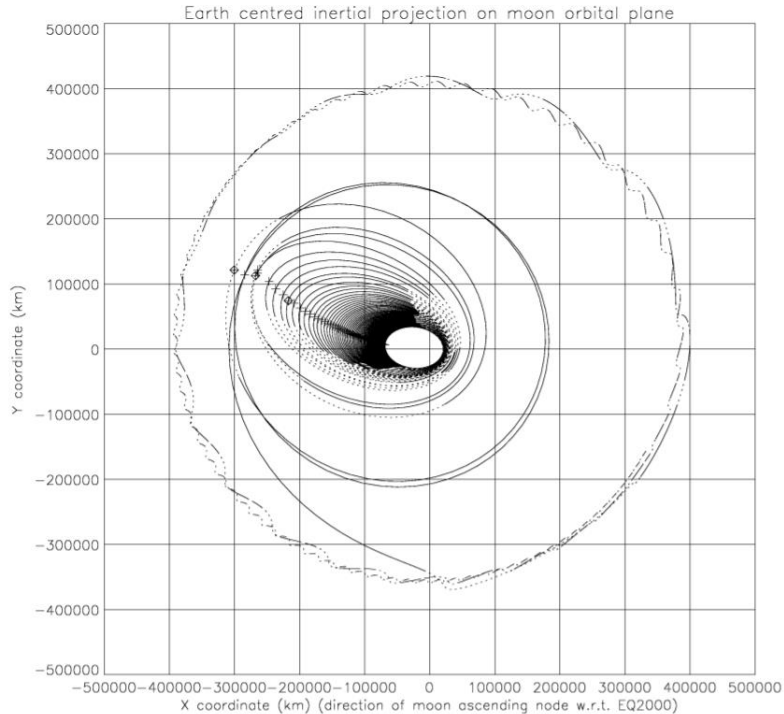
Два аппарата GRAIL A и GRAIL B были запущены по WSB траекториям к Луне для изучения ее гравитационного, внутреннего строения и тепловой эволюции

- Масса КА: 202.4 кг (каждый)
- Размер КА: 1.1x0.95x0.76 м
- Время перелета: 3.5 месяца





# SMART-1 (2003, ESA)



Первая европейская автоматическая станция была отправлена к Луне по спиральной траектории для отработки электрореактивной двигательной установки



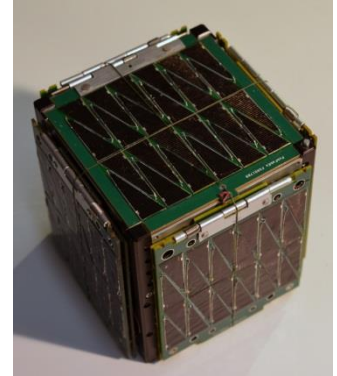
- Масса КА: 370 кг
- Размер КА: 1x1x1 м, размах солнечных панелей: 14 м
- Время перелета: > 16 месяцев





# Что дальше?

- В настоящий момент NASA проводит пилотируемую космическую программу **Artemis**, нацеленную на создание лунной инфраструктуры. Попутно с космическим кораблем Orion на ракете-носителе SLS в рамках миссии Artemis-1 планируется запуск
  - 13 кубсатов для проведения научных исследований в окрестности Луны и дальнем космосе и тестирования новых технологий
- В рамках программы Artemis планируется создание перспективной обитаемой окололунной станции-платформы **Lunar Orbital Platform-Gateway**
  - кубсат CAPSTONE будет запущен для отработки систем навигации и проверки устойчивости рабочей орбиты станции



1U кубсат

- Размер: 10x10x10 см

Credit:  
[https://en.wikipedia.org/wiki/File:The\\_SkyCube\\_cubesat\\_corn er\\_view\\_undeployed.jpg](https://en.wikipedia.org/wiki/File:The_SkyCube_cubesat_corn er_view_undeployed.jpg)