



XLIV Академические чтения по космонавтике
посвященные памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся
отечественных ученых – пионеров освоения космического пространства
28—31 января 2020 г.

Поддержание высоких круговых околополярных орбит вокруг Луны

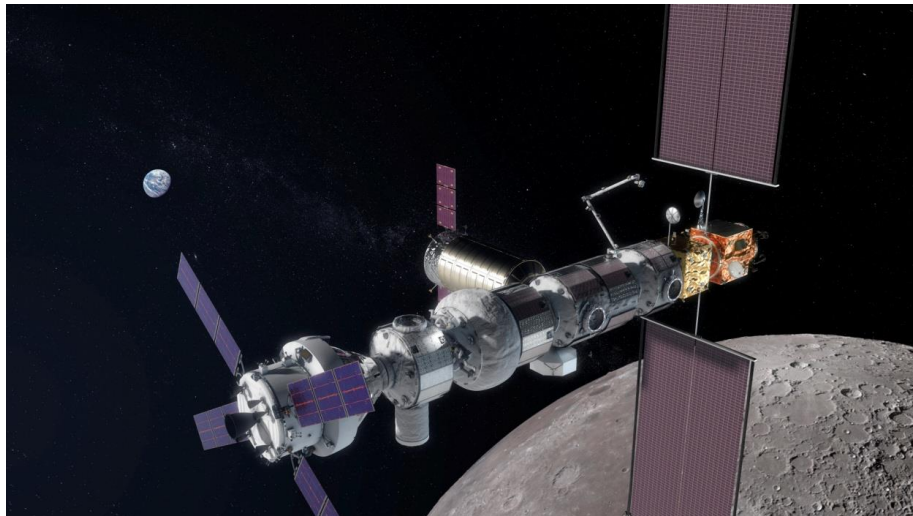
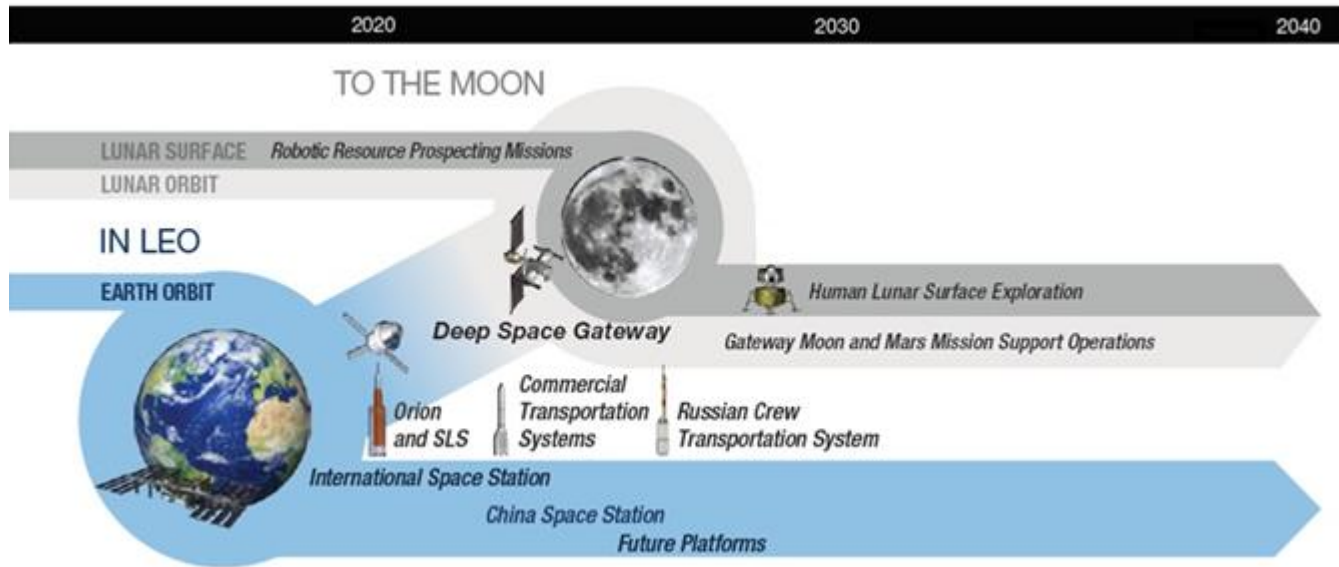
А.А. Целоусова^{1,2}

С.П. Трофимов¹, М.Г. Ширококов¹

¹Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

²Московский физико-технический институт

Lunar Orbital Platform-Gateway

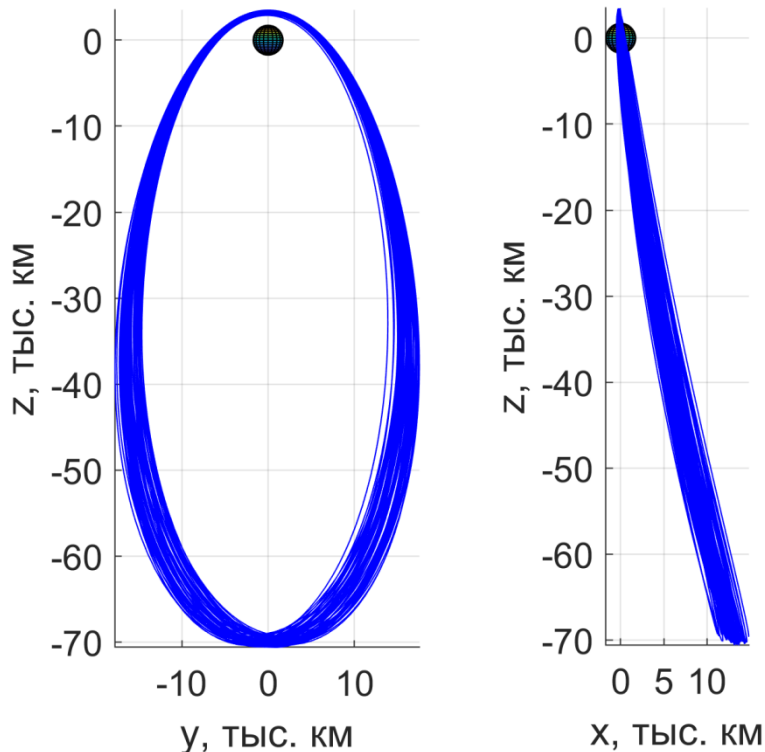


Credit: NASA

- Исследование Луны и дальнего космоса
- Платформа для будущих пилотируемых и роботизированных лунных миссий
- Промежуточный пункт для межпланетных миссий

Почти прямолинейные гало-орбиты

Почти прямолинейные гало-орбиты (Near Rectilinear Halo Orbits, NRHO) – класс гало-орбит с относительно небольшим минимальным расстоянием до меньшего притягивающего тела



Свойства NRHO-орбит системы Земля-Луна:

- Хорошие условия освещенности и радиовидимости
- Требуют относительно низких затрат на поддержание
- Условия видимости любого участка на Луне примерно стационарны
- Апоселений расположен над одним из полюсов Луны

Южная NRHO-орбита L2 9:2 в стандартной вращающейся системе координат задачи трех тел (высота перигея = 1400 км, период орбиты = 6.652 дней)

Высокие круговые околополярные орбиты

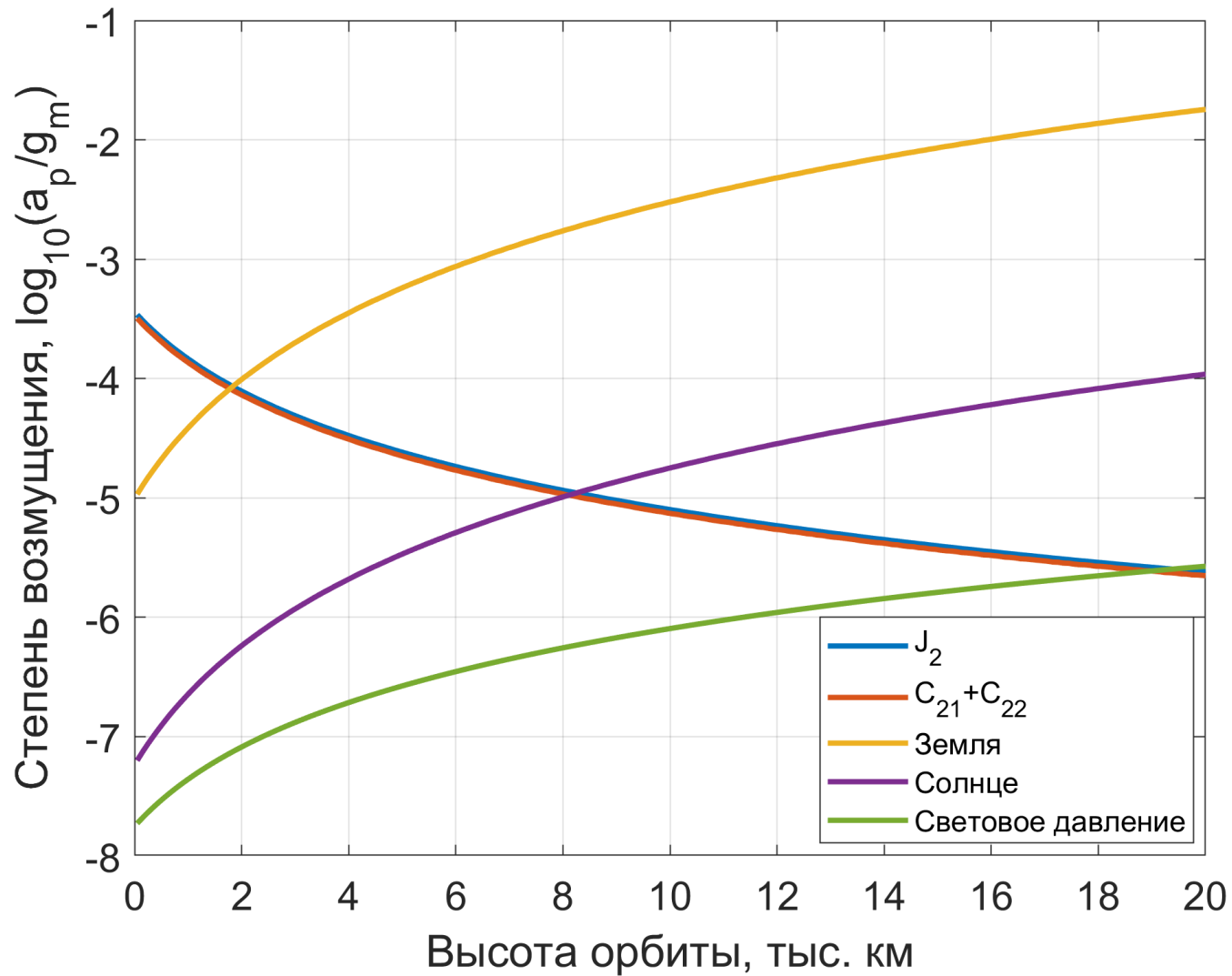
Высокие круговые околополярные орбиты рассматриваются в качестве альтернативы NRHO для размещения будущей окололунной станции:

- Условия видимости полярных областей примерно те же, что для NRHO
- В отличие от NRHO такие орбиты являются орбитально устойчивыми
- Затраты на быстрые перелеты с низких околоземных орбит чуть меньше, чем для NRHO

В то же время условия освещенности и радиовидимости на таких орбитах хуже, чем для NRHO.

Под действием эффекта Лидова-Козаи среднее значение эксцентриситета и косинуса наклона на высоких круговых орбитах начинают со временем расти, в связи с чем их необходимо поддерживать.

Возмущения на окололунных орбитах



Двукратно осредненная модель

Лидов (1961), Козаи (1962) :

- Учитывается возмущение от третьего тела
- Возмущающее тело движется по круговой орбите вокруг центрального
- Уравнения в оскулирующих элементах усредняются по орбитальному движению космического аппарата и орбитальному движению третьего тела

Двукратно осредненные уравнения

$$\frac{d\bar{a}}{dt} = 0$$

$$\frac{d\bar{e}}{dt} = 5B\bar{e}\sqrt{1-\bar{e}^2}\sin^2\bar{i}\sin 2\bar{\omega}$$

$$\frac{d\bar{i}}{dt} = -\frac{5B\bar{e}^2}{2\sqrt{1-\bar{e}^2}}\sin 2\bar{i}\sin 2\bar{\omega}$$

$$\frac{d\bar{\Omega}}{dt} = \frac{B}{\sqrt{1-\bar{e}^2}}(5\bar{e}^2\cos 2\bar{\omega} - 3\bar{e}^2 - 2)\cos\bar{i}$$

$$\frac{d\bar{\omega}}{dt} = \frac{B}{\sqrt{1-\bar{e}^2}}\left[\left(5\cos^2\bar{i} - 1 + \bar{e}^2\right) + 5\left(1 - \bar{e}^2 - \cos^2\bar{i}\right)\cos 2\bar{\omega}\right]$$

$$\frac{d\bar{M}}{dt} = \frac{\mu^{1/2}}{\bar{a}^{3/2}} - \frac{B}{3}\left[\left(3\bar{e}^2 + 7\right)\left(3\cos^2\bar{i} - 1\right) + 15\left(1 + \bar{e}^2\right)\sin^2\bar{i}\cos 2\bar{\omega}\right]$$

Первые интегралы:

$$C_1 = (1 - \bar{e}^2)\cos^2\bar{i},$$

$$C_2 = \bar{e}^2\left(\frac{2}{5} - \sin^2\bar{i}\sin^2\bar{\omega}\right)$$

$$B = \frac{3kn_E^2\bar{a}^{3/2}}{8\mu^{1/2}}$$

Фазовый портрет линеаризованной системы для полярных орбит

Удобно перейти к новым переменным:

$$\bar{e}_x = \bar{e} \cos \bar{w}, \quad \bar{e}_y = \bar{e} \sin \bar{w}$$

$$\dot{\bar{e}}_x = 6B\bar{e}_y \sqrt{1 - \bar{e}_x^2 - \bar{e}_y^2}$$

$$\dot{\bar{e}}_y = 4B\bar{e}_x \sqrt{1 - \bar{e}_x^2 - \bar{e}_y^2}$$

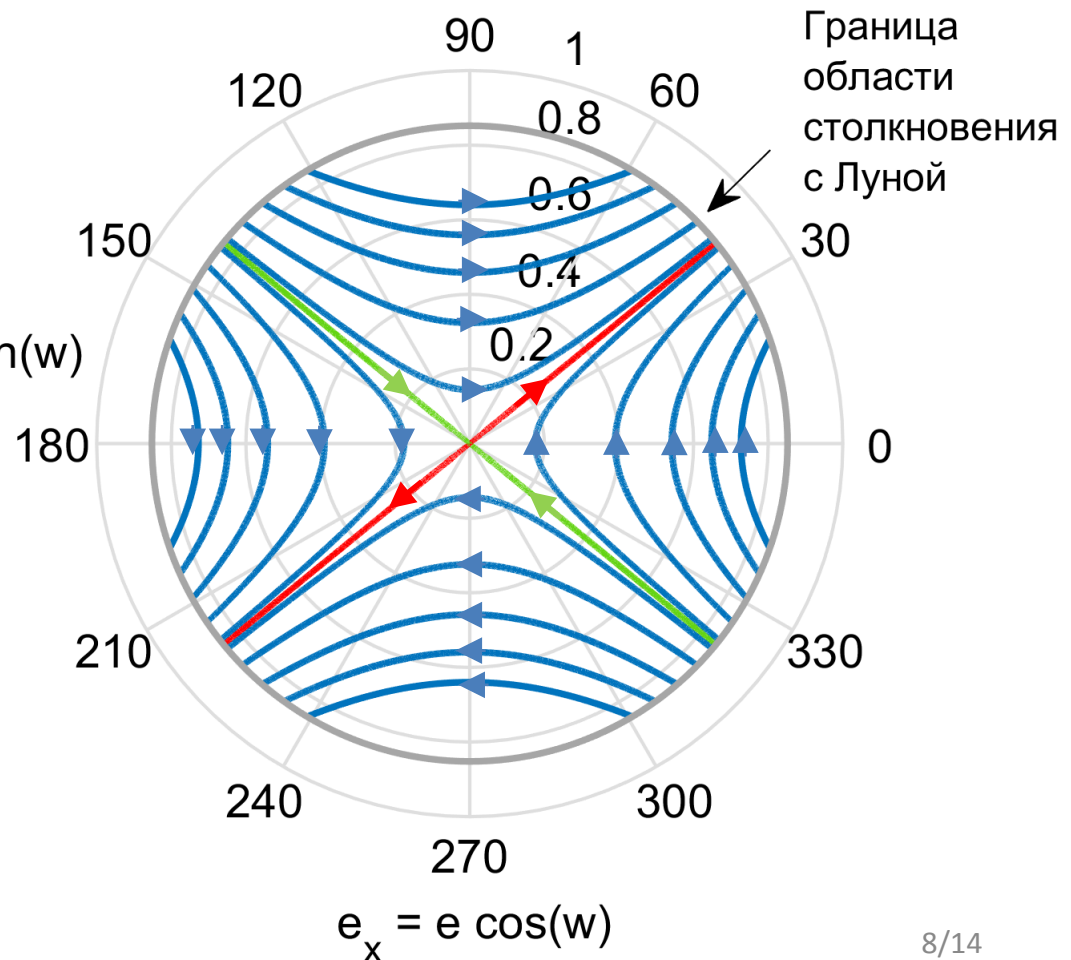
$$e_y = e \sin(w)$$

Характеристические показатели:

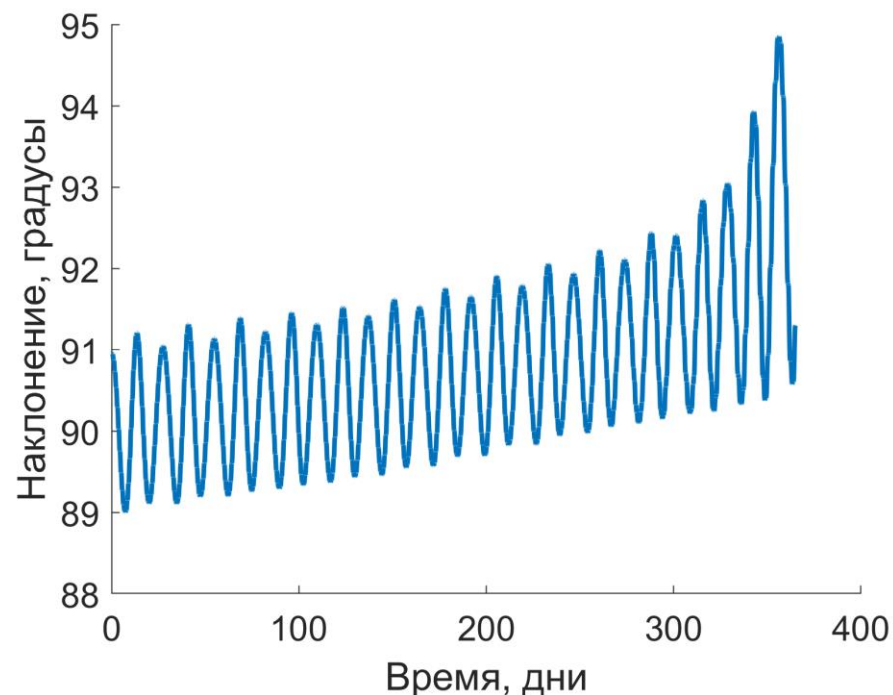
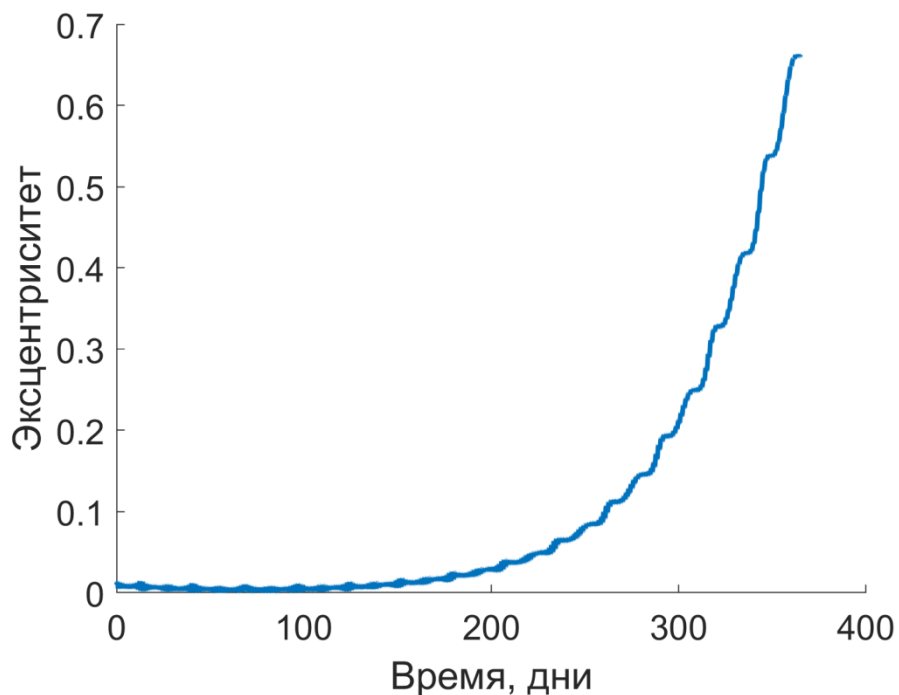
$$\lambda_{1,2} = \pm \sqrt{24B}$$

Характеристическое время:

$$1/\lambda_1 = 4.29 \cdot 10^7 \text{ c} \approx 50 \text{ дней}$$



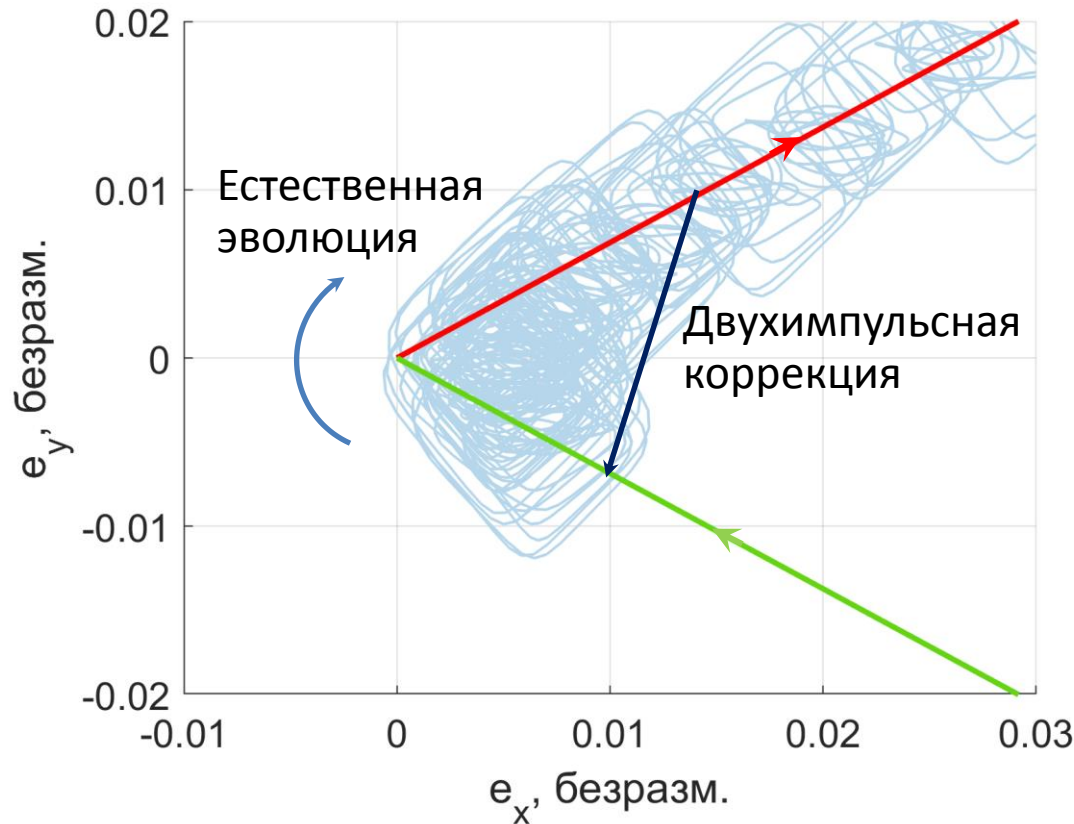
Эволюция оскулирующих элементов при отсутствии коррекций



Начальные значения оскулирующих элементов:

$$a = 11745 \text{ км}, e = 0.01, i = 90.95^\circ, \Omega = 0^\circ, \omega = 342.75^\circ, M = 338.22^\circ$$

Поддержание высоких круговых орбит



- Алгоритм поддержания основан на нацеливании на устойчивое многообразие
- С заданной периодичностью выполняется двухимпульсная коррекция
- Двухимпульсные маневры оптимальны в смысле суммарной ΔV

Алгоритм поддержания

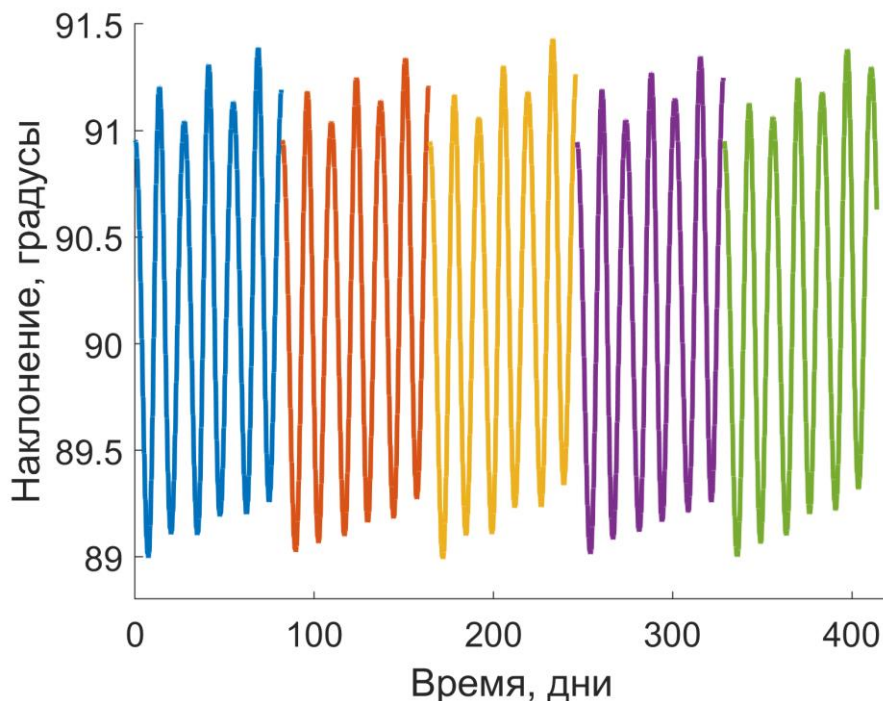
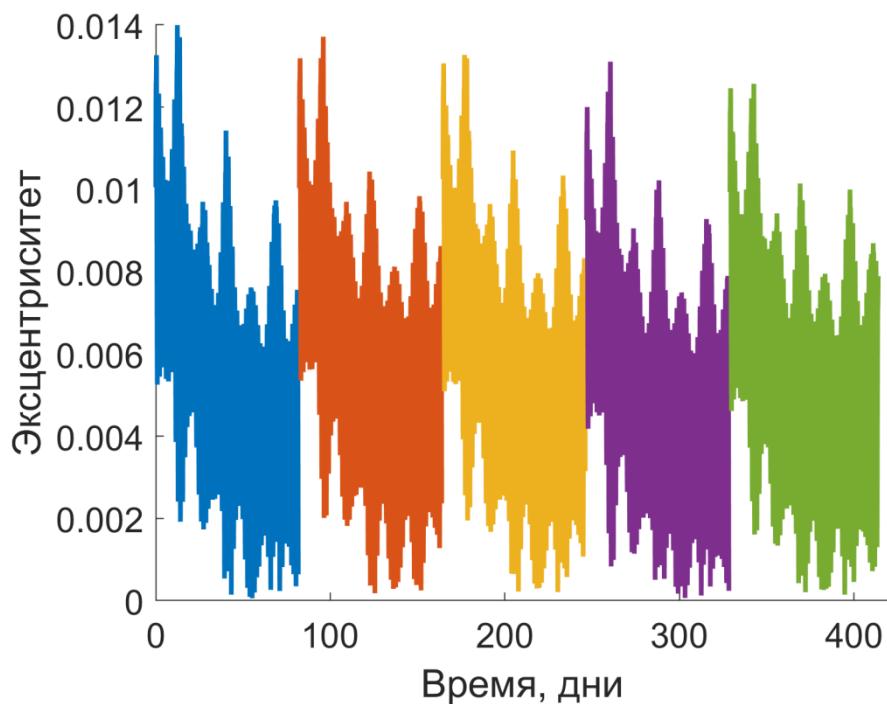
- Пусть дан фазовый вектор x_1 в момент времени t_1 , рассмотрим $t_2 = t_1 + T$, где T (периодичность коррекций) фиксирована и одинакова в каждом цикле коррекции
- Рассчитываются два импульса Δv_1 в момент времени τ_1 и Δv_2 в момент времени τ_2 такие, что

$$J = \Delta v_1 + \Delta v_2 \rightarrow \min \quad \text{s.t.} \quad \begin{array}{ll} e_x(\tau_2) = e_{x0} & \tau_1 \geq t_2 - P/2 \\ e_y(\tau_2) = e_{y0} & \tau_2 \leq t_2 + P/2 \\ a(\tau_2) = a_0 & \tau_2 \geq \tau_1 \\ M(\tau_2) = M_0 \\ i(\tau_2) = i_0 \end{array}$$

Переменные
оптимизации:
 $\Delta v_1, \Delta v_2, \tau_1, \tau_2$

- Уравнения движения интегрируются от t_1 до τ_2 с учетом импульсов коррекции; τ_2 считается новым t_1

Эволюция оскулирующих элементов при поддержании



Периодичность коррекций: 81.966 дней

Начальные значения оскулирующих элементов:

$a = 11745$ км, $e = 0.01$, $i = 90.95^\circ$, $\Omega = 0^\circ$, $\omega = 342.75^\circ$, $M = 338.22^\circ$

Оценки затрат характеристической скорости в зависимости от периодичности коррекций

Периодичность коррекций, дни	Средние затраты характеристической скорости, м/с/год	Среднеквадратичное отклонение затрат характеристической скорости, м/с/год
54.644	25.088	3.656
81.966	20.547	1.785
109.288	22.190	3.941
136.610	23.923	3.480
163.932	30.528	5.648

Навигационные ошибки (3σ): 1 км, 1 см/с

Ошибка по величине импульса (3σ): 1%

Ошибка по направлению импульса (3σ): 3°

Минимальная величина импульса: 1.5 мм/с

Соответствующие затраты характеристической скорости для NRHO L₂ 9:2:
 0.246 ± 0.024 м/с/год

Заключение

- Полярные орбиты высотой 10 тыс. км неустойчивы: их эксцентриситет растет со временем, а большая полуось остается постоянной, что в конечном итоге приводит к столкновению с Луной. Характеристическое время эволюции эксцентриситета составляет примерно 50 дней.
- На основании анализа двукратно-осредненной модели движения в работе предложен и применен алгоритм двухимпульсной коррекции высоких круговых орбит, оптимальный в плане суммарных затрат характеристической скорости.
- Годовые затраты на поддержание составляют более 20 м/с, что на 1-2 порядка выше, чем для NRHO L_2 9:2. Периодичность коррекций для высоких круговых орбит составляет 3-4 раза в год, в то время как почти прямолинейные гало-орбиты необходимо корректировать 1-2 раза в неделю.