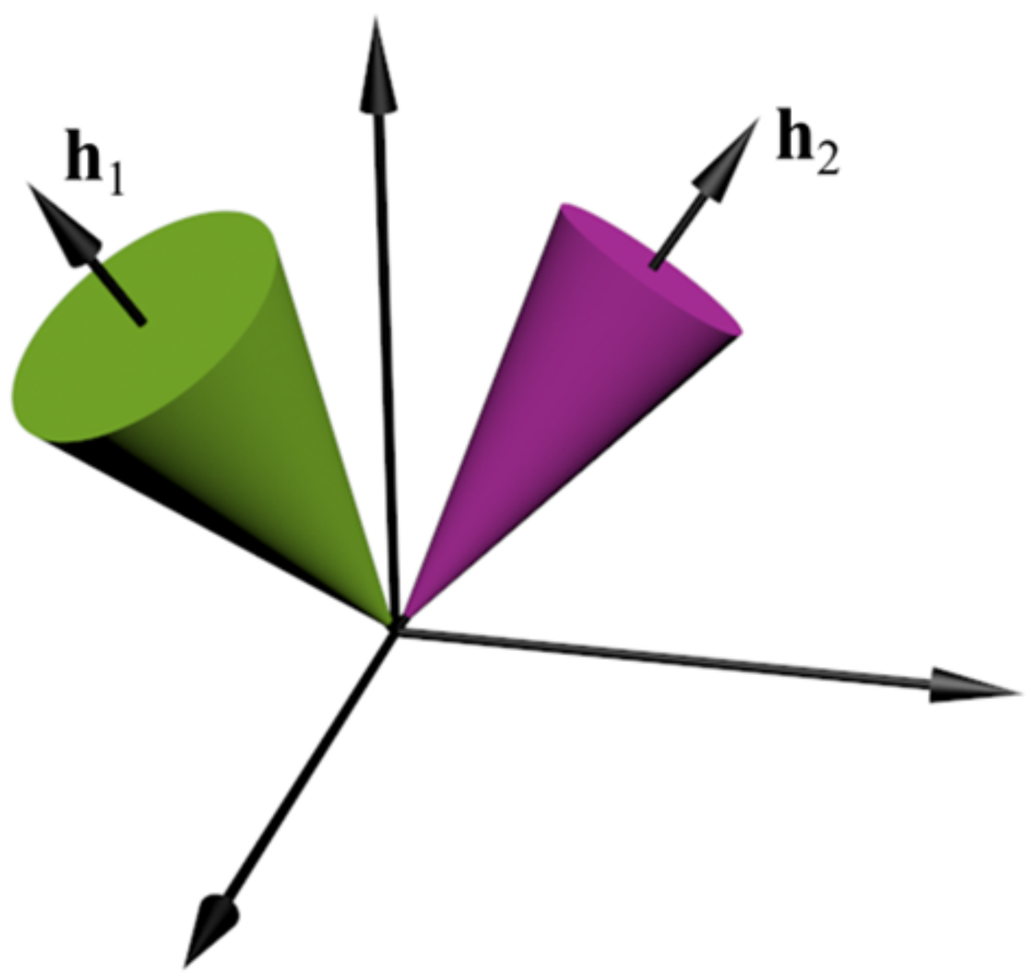
Прямой метод Ляпунова в задачах переориентации космических аппаратов при наличии ограничений

Я.В. Маштаков, С.С. Ткачев, С.А. Шестаков

Запретные зоны – неподвижные конусы

Необходимо:
развернуть аппарат и
не попасть
в запретную зону



Одноосное управление без ограничений

$$V=\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{\omega}_{rel},\mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_{rel}\right)+k_c\left[1-\left(\mathbf{n},\mathbf{D}\mathbf{n}_{ref}\right)\right]$$

$$\mathbf{M}_{ctrl}=-\mathbf{M}_{ext}+\boldsymbol{\omega}_{abs}\times\mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_{abs}-\mathbf{J}\left(\boldsymbol{\omega}_{rel}\times\mathbf{D}\boldsymbol{\omega}_{ref}\right)+$$
$$+\mathbf{J}\mathbf{D}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{ref}-k_\omega\boldsymbol{\omega}_{rel}-k_c\left(\mathbf{D}\mathbf{n}_{ref}\right)\times\mathbf{n}$$

Учет ограничений

$$V_r=\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{\omega}_{rel},\mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_{rel}\right)+k_r\left[1-\left(\mathbf{n},\mathbf{D}\mathbf{n}_{ref}\right)\right]\left(1+F\right),\ k_r>0$$

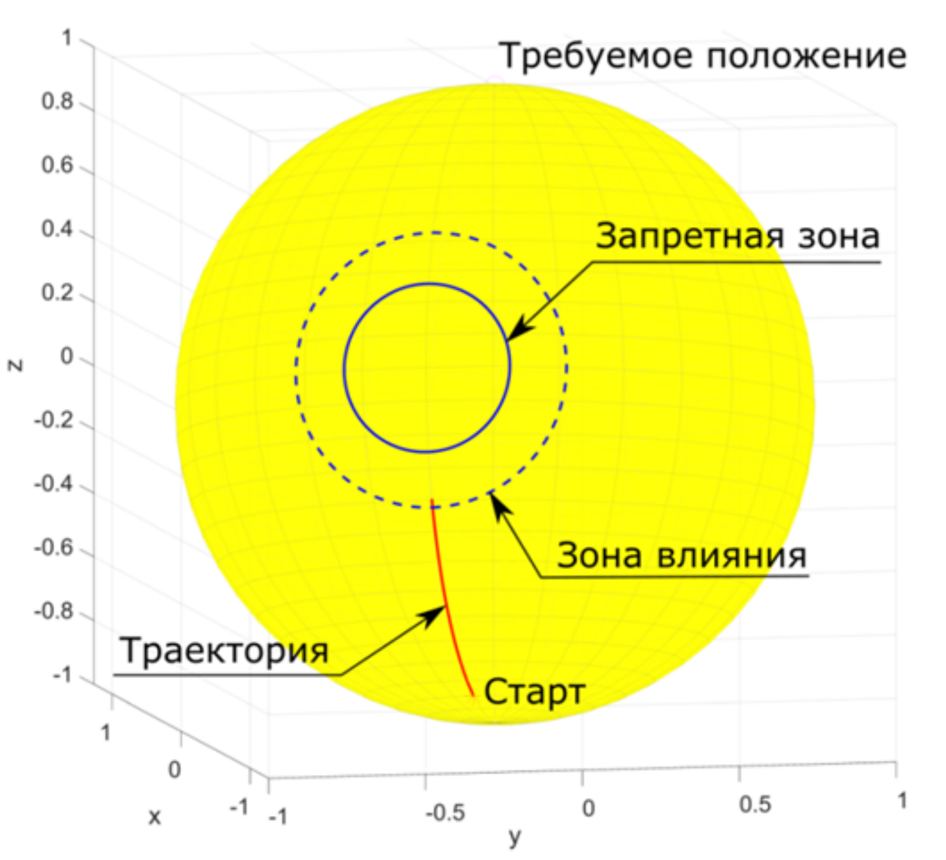
$$\mathbf{M}_{ctrl}=-\mathbf{M}_{ext}-k_\omega\boldsymbol{\omega}_{abs}+\boldsymbol{\omega}_{abs}\times\mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_{abs}-k_r\left(\mathbf{D}\mathbf{n}_{ref}\right)\times\mathbf{n}-$$
$$-k_rF\left(\mathbf{D}\mathbf{n}_{ref}\right)\times\mathbf{n}-k_r\left(1-\left(\mathbf{D}\mathbf{n}_{ref},\mathbf{n}\right)\right)\sum_{i=1}^{N}\frac{f_i'}{\beta_i-\alpha_i}\frac{\mathbf{n}\times\mathbf{D}\mathbf{h}_i}{\sqrt{1-\left(\mathbf{n},\mathbf{D}\mathbf{h}_i\right)^2}}$$

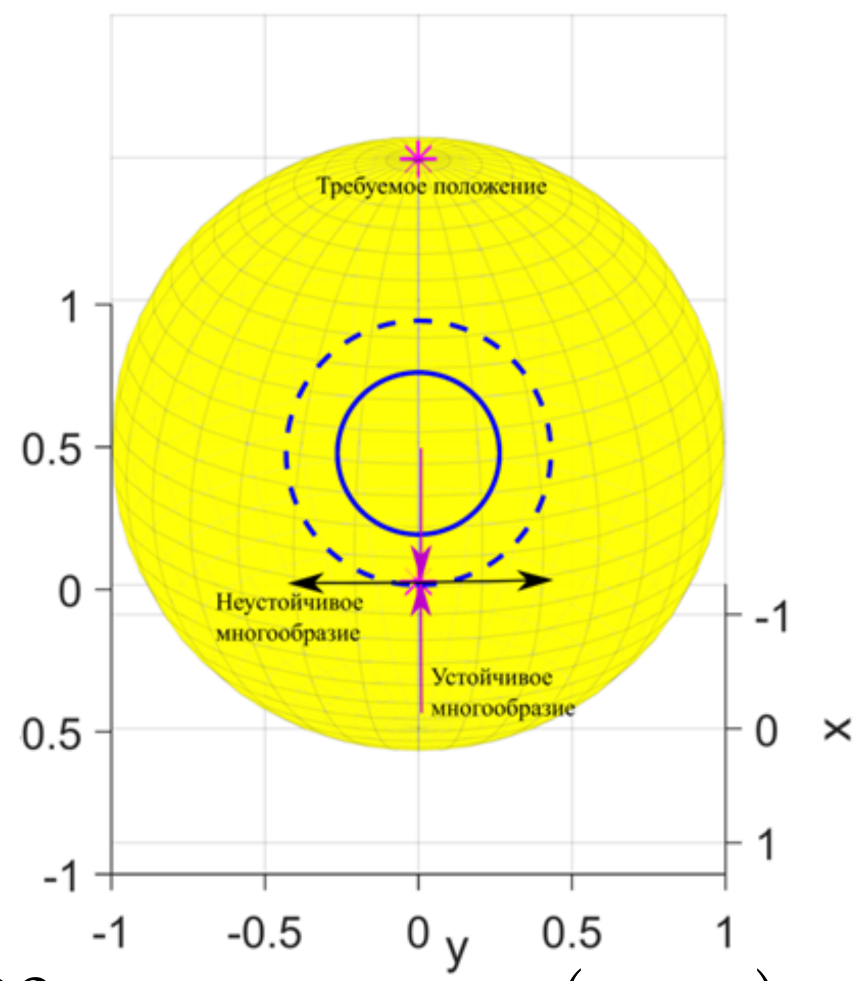
$$f_i\left(\lambda_i\right)=\begin{cases}H_i, & \lambda_i<0\\ H_i\left(-3\lambda_i^2+2\lambda_i^3+1\right), & 0\le\lambda_i\le1\\ 0, & 1>\lambda_i\end{cases}$$

$$\lambda_i=\frac{\arccos\left(\mathbf{n},\mathbf{D}\mathbf{h}_i\right)-\alpha_i}{\beta_i-\alpha_i}$$

Непересекающиеся конусы

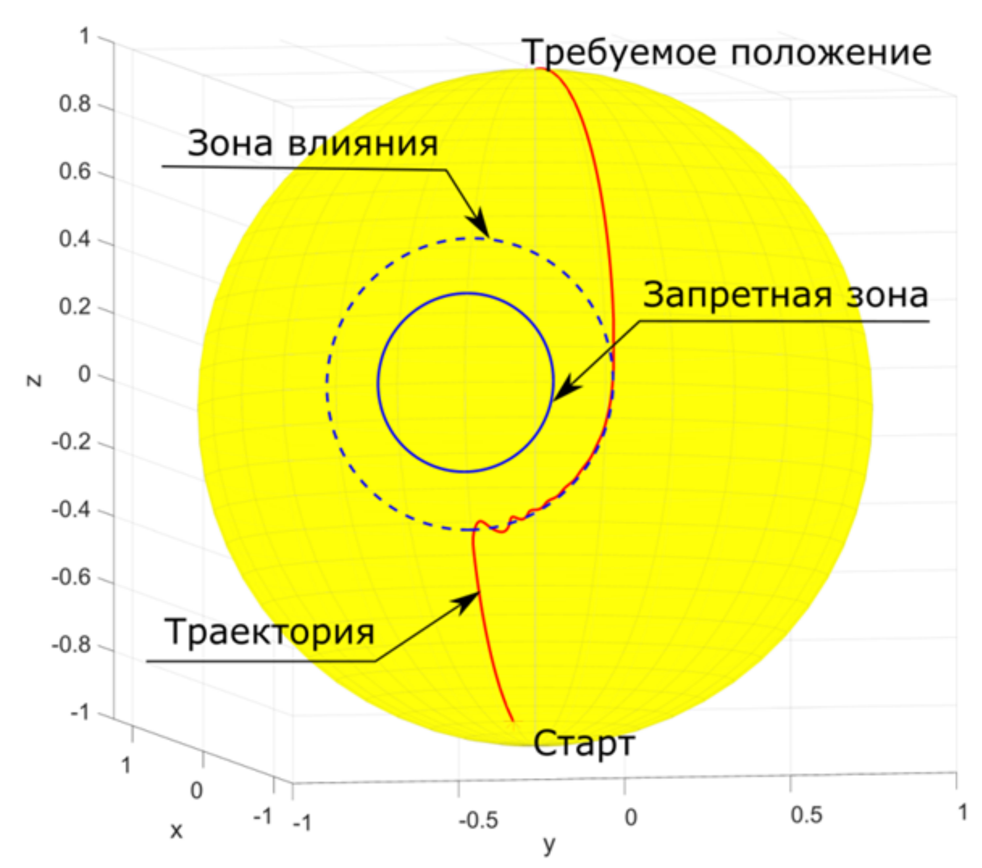
Нежелательные седловые точки





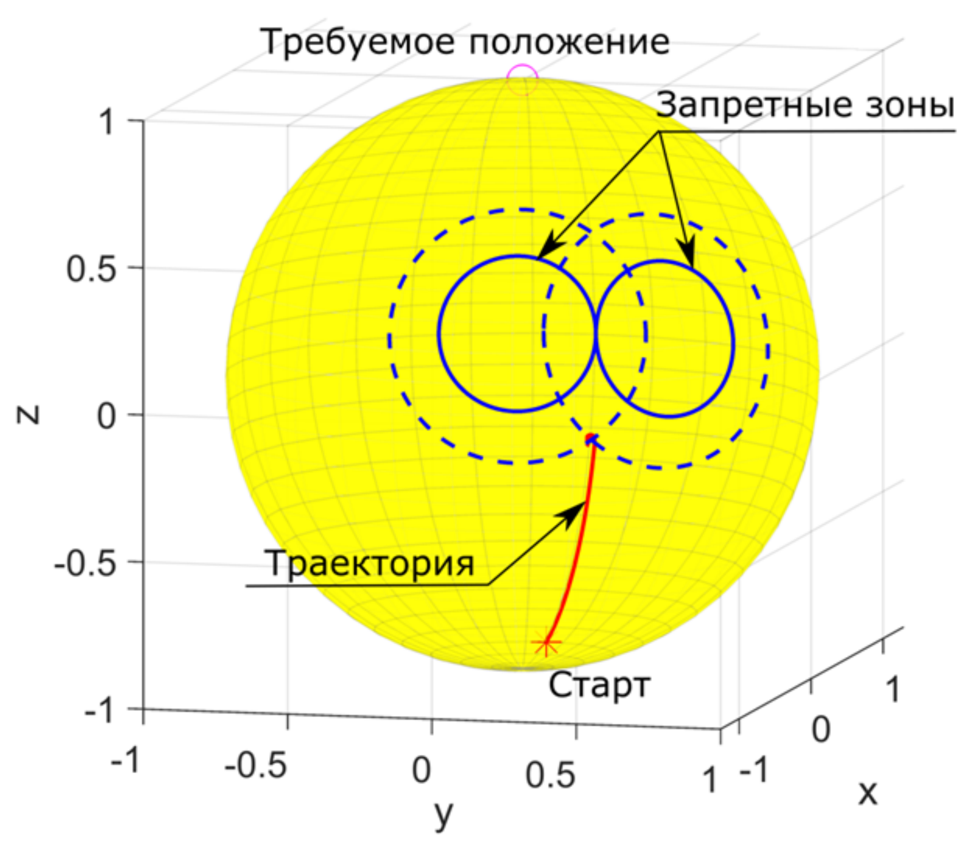
Добавляем искусственное возмущение около седловой точки:

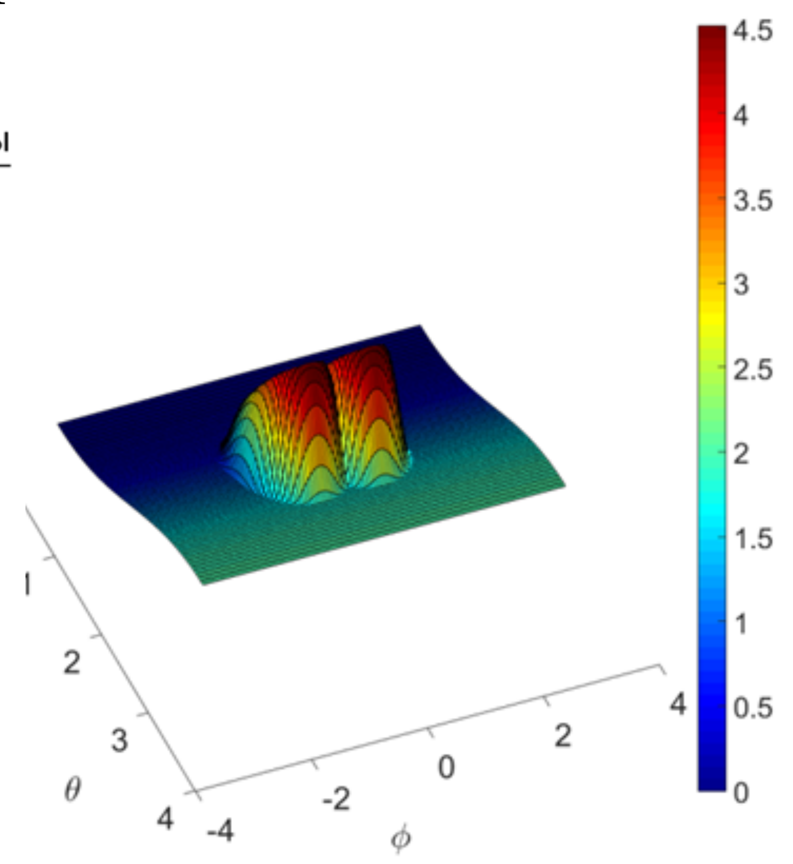
$$\mathbf{M}_{add}=\mathbf{J}\frac{\mathbf{n}_{ref}-\mathbf{s}\left(\mathbf{n}_{ref},\mathbf{s}\right)}{\left|\mathbf{n}_{ref}-\mathbf{s}\left(\mathbf{n}_{ref},\mathbf{s}\right)\right|}g$$



Пересекающиеся конусы

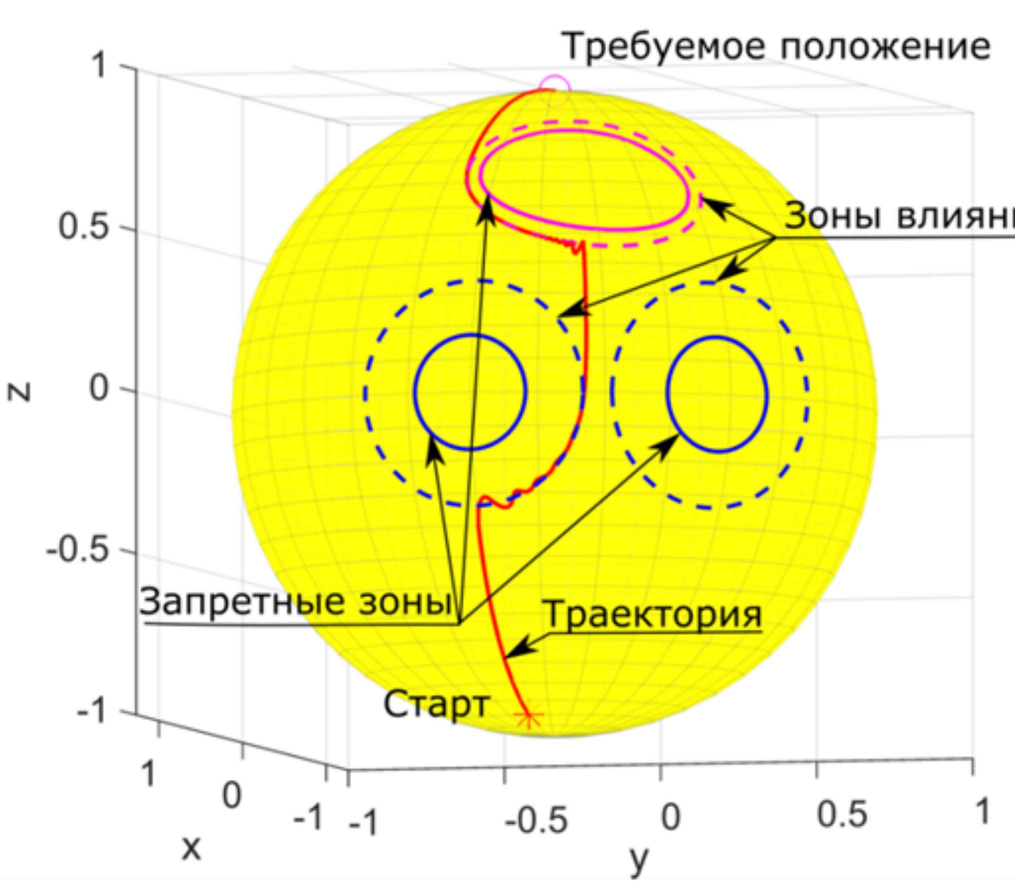
Нежелательные асимптотически устойчивые положения равновесия





Объединяем конусы в эллипсы:

$$\mathbf{P}=\left\{\mathbf{x}:\arccos\left(\mathbf{x},\mathbf{F}_1\right)+\arccos\left(\mathbf{x},\mathbf{F}_2\right)=L\right\}$$



Работа поддержана грантом РНФ №17-71-20117