

ЧИСЛЕННОЕ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВУХФАЗНОЙ ГИПЕРУПРУГОЙ МОДЕЛИ

И.М. Ермаков, Р.Р. Полехина, Е.Б. Савенков

ИИМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

ermakoff.ilya@outlook.com, polekhina@keldysh.ru, e.savenkov@gmail.com

Развитие вычислительных методов для моделирования ударно-волновых процессов в двухфазных средах является важной и актуальной задачей. Многофазные течения широко представлены как в природе, так и в промышленных приложениях. Конкретные задачи, связанные с этой тематикой, включают моделирование ударно-волновых процессов в деталях, конструкциях и сооружениях, а также математическое обеспечение лабораторных экспериментов по изучению поведения материалов под действием экстремальных ударных нагрузок.

Существует много различных моделей описания двухфазных сред. В работе рассматривается математическая модель [1] для описания течений многофазной среды в рамках полностью неравновесного двухскоростного приближения. В рамках этого подхода считается, что, в общем случае, фазы описываются двумя взаимопроникающими континуумами, имеют различные скорости, температуры и поля механических напряжений.

В отличие от большинства неравновесных моделей указанного типа, в настоящей работе предполагается, что поведение фаз является гиперупругим, то есть их деформации и напряженное состояние описывается полными тензорами второго ранга при условии существования упругого потенциала. В частном случае уравнения состояния, учитывающего только объемную деформацию фаз, модель сводится к известной модели типа Баера-Нунциато.

В работе рассматривается конкретный вариант модели, предложенный [1]. Определяющая система уравнений представляет собой систему уравнений законов сохранения массы, момента и энергии, учитывающих взаимодействие между фазами, а также уравнение совместности деформации для каждой из фаз. Таким образом, поведение каждой фазы описывается моделью, сходной с моделью Годунова-Роменского для однофазной гиперупругой среды [2]. Исследуются математические свойства полной системы уравнений модели, в частности, показывается ее гиперболичность в случае, если гиперболической является соответствующая однофазная модель. Формулируются условия на вид свободной энергии системы, обеспечивающие ее гиперболичность.

С математической точки зрения определяющая система уравнений является гиперболической и неконсервативной. В отличие от консервативных систем уравнений, численное решение неконсервативных гиперболических систем является более сложной задачей при наличии разрывных решений. В данной работе используется теория ДальМазо, Леффлоха и Мурата [3], которая позволяет сформулировать обобщенное решение для неконсервативных гиперболических систем уравнений. DLM основана на понятии пути – гладкого

отображения, интерполирующего между состояниями решения на разрыве. Разные пути в теории DLM приводят к разным классам разрывных решений.

Применяемый численный метод основан на концепции «консервативных по пути» («path-conservative») разностных схем, которые являются вариантом обобщения традиционного метода Годунова на случай неконсервативных систем. Определяющая система уравнений решается методом конечных объемов с использованием консервативных по пути потоков Лакса–Фридрикса.

В работе численно исследуется сходимость решения уравнений модели в зависимости от конкретного способа выбора пути и особенностей реализации разностной схемы. В качестве тестов используются одномерные задачи Римана о распаде разрыва. Результаты расчетов приведены на рис. 1.

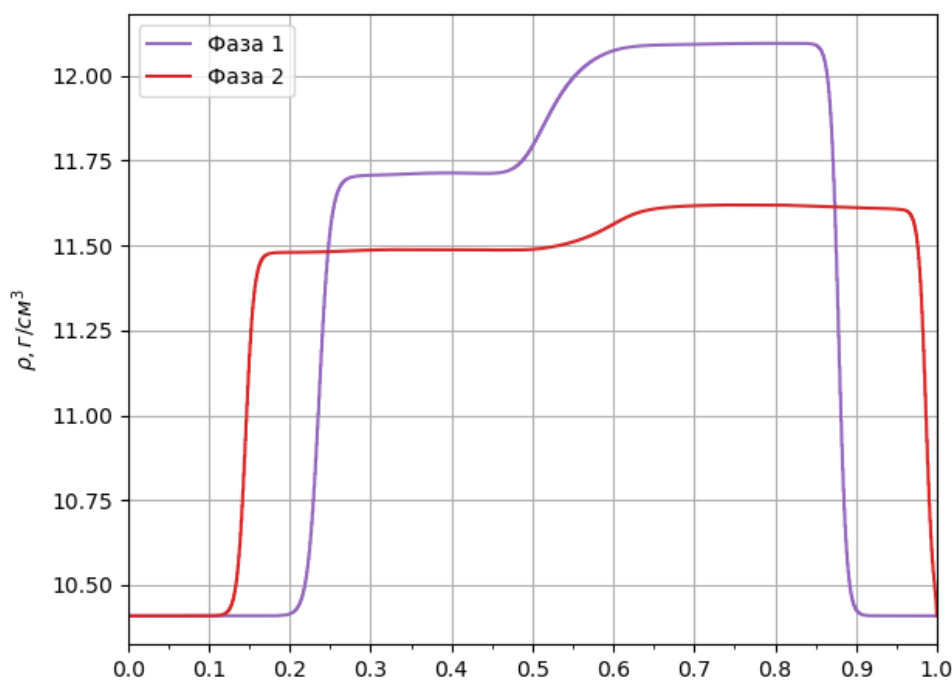


Рис. 1. Результаты численных экспериментов для истинной плотности фаз.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект № 23-11-00218.

Список литературы:

1. Алексеев М.В., Савенков Е.Б. Математическая модель двухфазной гиперупругой среды. Скалярный» случай // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2022. № 40. 63 с.
2. Godunov S.K., Romenskii E.I. Nonstationary equations of nonlinear elasticity theory in Eulerian coordinates // J. Appl. Mech. Tech. Phys. 1972. V. 13.
3. Dal Maso G., Le Floch P., Murat F. Definition and weak stability of nonconservative products. – 1995.