

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ДИФФУЗНОЙ ГРАНИЦЫ В МОДЕЛИРОВАНИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПРОБОЯ

Е.В. Зипунова¹, А.С. Пономарев^{1,2}, Е.Б. Савенков¹

¹ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

²МФТИ (НИУ), г. Москва

e.zipunova@gmail.com, ponomarev.as@phystech.edu, savenkov@keldysh.ru

Электрический пробой – это явление резкого возрастания тока в диэлектрике при приложении электрического напряжения выше некоторого критического значения. Обычно деградация диэлектрических свойств материала происходит в локализованной зоне, называемой каналом пробоя.

Исчерпывающей теории развития канала пробоя в твердых диэлектриках, основанной на первых принципах, в настоящее время не существует. По этой причине интерес представляет развитие феноменологических моделей. Для описания развития канала пробоя в настоящей работе используется математическая модель типа диффузной границы. В ее рамках развитие канала пробоя рассматривается как образование новой, поврежденной, фазы среды в рамках фазового перехода. Для образования поврежденной фазы затрачивается заданное количество энергии электрического поля (в расчете на единицу длины канала), которое является параметром модели.

Согласно методу диффузной границы, вещество в системе находится в разных фазах, его состояние описывается гладкой функцией $\phi(x, t)$ – фазовым полем. В рассматриваемой задаче значение $\phi = 1$ соответствует неповрежденной среде, $\phi = 0$ – полностью разрушенной среде, то есть веществу внутри канала пробоя. Границей раздела фаз в модели считается область, где значения ϕ существенно отличаются от 0 и 1; на границе ϕ меняется, быть может, быстро, однако непрерывно. На разрушение среды затрачивается энергия электрического поля. Уравнение модели включает в себя уравнения Максвелла в квази(электро)стационарном приближении и эволюционное уравнение типа Аллена–Кана для фазового поля. Подробно модель описана в [1].

Цель настоящей работы – исследовать качественные характеристики модели: главным образом, условия развития канала пробоя, а также границы применимости разностной схемы для численного решения задачи. Вводятся определенные краевые условия, упрощающие дифференциальную задачу, однако позволяющие проследить интересующие свойства модели. Таким образом, работа сводится к анализу следующего дифференциального уравнения в частных производных:

$$\frac{1}{m} \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{1}{2} K_{\Phi}^2 \epsilon'(\phi) + \frac{\Gamma}{l^2} f'(\phi) + \frac{1}{2} \Gamma \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \quad (1)$$

Здесь m , K_Φ , Γ , l – положительные числовые параметры; $\epsilon(\phi)$ и $f(\phi)$ – определенные нелинейные функции. Уравнение (1) – нелинейное уравнение типа Аллена–Кана. Типичное решение уравнения (1) представлено на рис. 1.

Канал пробоя может развиваться из малых возмущений свойств неповрежденной среды. Для отыскания приводящих к этому условий изучена устойчивость положений равновесия системы вида $\phi(x, t) \equiv C$, где C – некоторая константа.

Проведено численное исследование задачи. Построена явная разностная схема первого порядка на регулярной сетке; создана реализующая ее компьютерная программа. Получено содержательное условие устойчивости разностной схемы. С помощью программы экспериментально проверено условие устойчивости, подтверждена его применимость на практике. Численно проверена сходимость разностной схемы с соответствующим порядком, а также устойчивость положений равновесия и ее соответствие теоретическому анализу.

Экспериментально установлено поведение плотности каждого из нескольких, составляющих свободной энергии системы. Подтверждено его соответствие логике модели. Проверено, что полная свободная энергия не возрастает, как того требуют соображения физики.

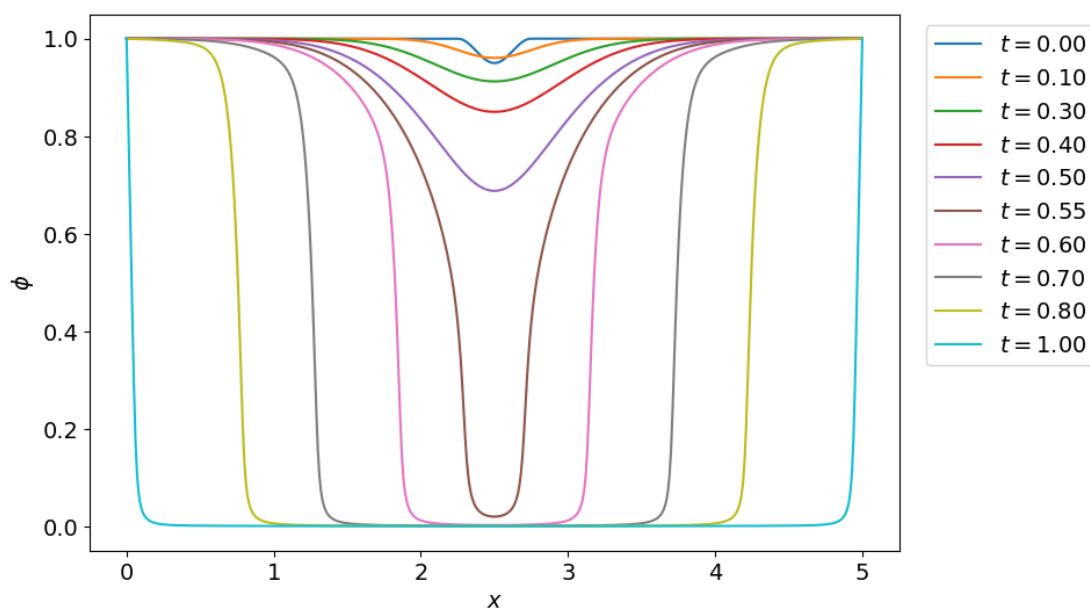


Рис. 1. Типичное решение уравнения (1).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект № 22-11-00203.

Список литературы:

1. Зипунова Е. В., Савенков Е. Б. О моделях диффузной границы для описания динамики объектов высшей коразмерности // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2020. № 122. 34 с.