ДЛИТЕЛЬНОСТЬ ПЕРЕЛЁТА МЕЖДУ КРУГОВЫМИ КОМПЛАНАРНЫМИ ОРБИТАМИ С ИДЕАЛЬНО РЕГУЛИРУЕМЫМ ДВИГАТЕЛЕМ МАЛОЙ ТЯГИ

К.Р. Корнеев

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г.Москва

korneev.kr@phystech.edu

В работе изучается зависимость функционала стоимости от длительности перелёта космического аппарата (КА) с идеально регулируемым двигателем малой тяги [1] и от фиктивного времени [2] в конечный момент времени. Для этого используется модельная задача перелёта между круговыми компланарными орбитами с соотношением полуосей равным 1.52, что примерно соответствует соотношению для орбит Земли и Марса. При этом минимизируется квадратичный функционал, возникающий при рассмотрении задачи с ограниченной электрической мощностью [1]

$$J = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t_f} a^2 dt \to \min, \tag{1}$$

где a – это величина реактивной тяги двигателя.

Целью работы является демонстрация метода исследования перелётов с малой тягой, в котором число влияющих на траекторию параметров орбиты сводится к минимуму. При этом остаётся несколько величин, характеризующих перелёт: соотношение полуосей орбит, длительность перелёта, угловая дальность и значение функционала стоимости. Фиктивное время по своей величине совпадает с угловой дальностью в невозмущённом случае (т.е. в отсутствие управления). В данной работе фиктивное время является независимой переменной при интегрировании и применяется для регуляризации уравнений движения [2].

Для изучения поведения функционала численно находится множество оптимальных согласно принципу максимума Понтрягина [3] траекторий, где пара из длительности перелёта и фиктивного времени однозначно определяет граничные условия траектории. Также каждой паре этих величин можно однозначно сопоставить разность фаз планет в начальный момент времени. Это выделяет на поверхности оптимальных значений функционала несколько семейств решений. В рамках одного семейства разность фаз планет проходит значения от 0 до 2π (от π до 2π для семейства 1), после чего номер семейства увеличивается. Результат численного моделирования представлен на рис. 1.

Если на поверхности значений функционала для каждого значения фиктивного времени найти точку минимума, то окажется, что эти точки выстраиваются в линию минимума функционала. Траектории, принадлежащие данной линии, являются спиральными траекториями без самопересечений.

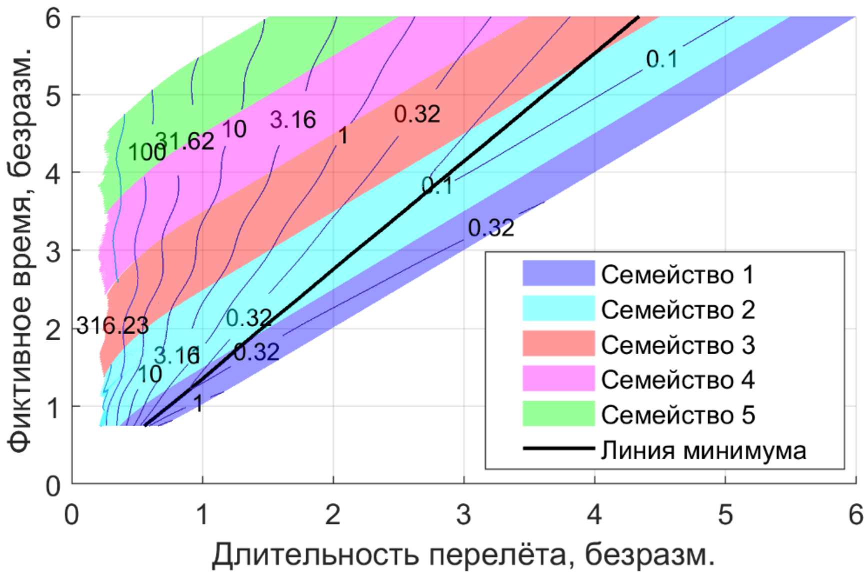

Рис. 1. Значения функционала стоимости в зависимости от длительности перелёта и фиктивного времени

Линию глобального минимума можно аппроксимировать следующей функцией

$$t_f = 0.0264 + 0.7139 s_f + 0.0011 s_f^2 \tag{2}$$

где s_f – это величина фиктивного времени, а t_f – это длительность перелёта. Это означает, что длительность таких перелётов можно оценивать, зная угловую дальность и зависимость фиктивного времени от угловой дальности. Ранее численно-аналитические формулы оценки длительности перелёта были известны для случая минимизации времени перелёта для модели двигателя с постоянной скоростью истечения [4].

Полученный результат показывает, что предложенный метод исследования позволяет аппроксимировать длительность перелёта для случая идеально регулируемой тяги и демонстрирует общую картину поведения функционала.

Список литературы:

1. Гродзовский Г.Л., Иванов Ю.Н., Токарев В.В. Механика космического полета с малой тягой. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1966. 678 с.
2. Sundman K.F. Mémoire sur le problème des trois corps // Acta mathematica. 1913. Vol. 36. P. 105–179.
3. Понтрягин Л.С. et al. Математическая теория оптимальных процессов. 3-е изд. – М.: Наука. 1976. 392 с.
4. Лебедев В.Н. Расчет движения космического аппарата с малой тягой. – М.: Вычислительный центр АН СССР. 1968. 108 с.