ОБ ОДНОЙ ПОЛНОСТЬЮ КОНСЕРВАТИВНОЙ РАЗНОСТНОЙ СХЕМЕ С ВЯЗКИМ НАПОЛНЕНИЕМ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ

М.Е. Ладонкина[1,2], Ю.А. Повещенко[1,2], **Х. Чжан[1,2]**

[1]*ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г.Москва*
[2]*МФТИ (НИУ), г. Москва*

ladonkina@imamod.ru , hecon@mail.ru, chzhan.h@phystech.edu

Принцип полной консервативности является одним из весьма эффективных критериев качества разностных схем, возникающих при численном моделировании движений сплошной среды [1–3]. Отличительной особенностью таких схем является обеспечение не только баланса полной энергии, но и детального баланса для отдельных видов энергии – внутренней и кинетической, что позволяет корректно рассчитывать сложные разрывные течения. В работе регуляризация потоков массы, импульса и внутренней энергии уравнений газовой динамики с помощью адаптивной искусственной вязкости не нарушает свойств полной консервативности.

Полностью консервативная [2] разностная схема (ПКРС) для системы уравнений Эйлера [4] может быть записана в виде:

$$m_t = -\nu DIN_D \, \vec{\mu}_D^{\sim},$$

$$(mu)_t = -\nu GRAD_\sigma \pi^{\sim} - \nu DIT_D(\vec{\mu}_D^{\sim} \cdot \vec{u}_D^{\sim}),$$

$$(\mathrm{m}\varepsilon)_t = -\frac{1}{2}\sum\nolimits_{\Omega(\omega)}\left(\pi^{\sim} \, V \, DIV_\sigma \, \overrightarrow{u^{\sim}}\right)_\Omega - \nu \, \mathrm{DIN_D}\left(\overrightarrow{\mu_{ED}^{\sim}} + \overrightarrow{\chi_D^{\sim}}\right),$$

$$\left(\mathrm{m}\frac{\vec{u}^2}{2}\right)_t = -\nu(\mathrm{u}^{\sim}, \mathrm{GRAD}_\sigma \pi^{\sim}) - \nu \mathrm{DIN_D}\left(\vec{\mu}_D^{\sim} \frac{\vec{u}_D^{2\sim}}{2}\right).$$

Подробное описание входящих величин представлено в работе [5].

В настоящей работе данная схема используется для моделирования классической задачи Сода (Sode problem) [6]. Данное решение содержит все основные виды волн и контактных разрывов, характерных для газодинамических течений. В таблице 1 представлены начальные условия этой задачи, значения указаны в безразмерном виде. Показатель адиабаты $\gamma = 1.4$.

Таблица 1: Начальные условия в задаче Сода.

Левая область			Правая область		
ρ	u	P	ρ	u	P
1.0	0.0	1.0	0.125	0.0	0.1

На рисунке 1 представлено решение задачи Сода в момент времени $T = 2.0$ с. Наряду с аналитическим решением (синяя линия), приводятся численные решения на равномерной сетке (красные точки) и на неравномерной сетке (зелёные крестики). Расчеты демонстрируют удовлетворительное совпадение численного и аналитического решений классической задачи Сода.

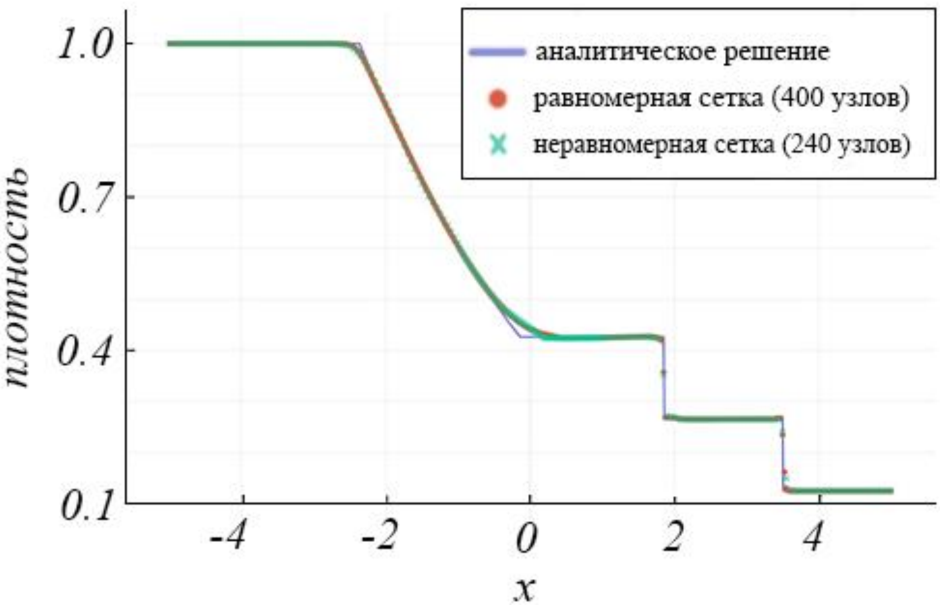

Рис. 1. Профиль плотности в момент времени Т = 2.0 с.

Список литературы:

1. Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные методы решения задач газовой динамики. – М.: Наука. 1980.
2. Попов Ю.П., Самарский А.А. Полностью консервативные разностные схемы // ЖВМиМФ. 1969. Т. 9. № 4. С. 953–958.
3. Колдоба А.В., Повещенко Ю.А. Полностью консервативные разностные схемы для уравнений газовой динамики при наличии источников массы // Препринты ИПМ им М.В. Келдыша АН СССР. 1982. № 160.
4. Повещенко Ю.А., Ладонкина М.Е., Подрыга В.О., Рагимли О.Р., Шарова Ю.С. Об одной двухслойной полностью консервативной разностной схеме газовой динамики в эйлеровых переменных с адаптивной регуляризацией // Препринты ИПМ им М.В. Келдыша. 2019. № 14. 23 с.
5. Ладонкина М.Е., Повещенко Ю.А., Рагимли О.Р., Чжан Х. Теоретическое исследование устойчивости узловых полностью консервативных разностных схем с вязким наполнением для уравнений газовой динамики в переменных Эйлера // Журнал СВМО. 2022. Т. 24. № 3. С. 317–330.
6. Sod G.A. A Survey of Several Finite Difference Methods for Systems of Nonlinear Hyperbolic Conservation Laws // Journal of Computational Physics. 1978. V. 27. No. 1. P. 1–31.