О ПРОВЕРЯЮЩИХ ТЕСТАХ РАЗМЫКАНИЯ ДЛЯ КОНТАКТНЫХ СХЕМ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ ПОЛЮСОМ

К.А. Попков

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г.Москва

kirill-formulist@mail.ru

Рассматривается задача синтеза легкотестируемых контактных схем [1], реализующих заданные булевы функции. Логический подход к тестированию контактных схем предложен С.В. Яблонским и И.А. Чегис в [2]. Представим, что имеется двухполюсная контактная схема S, реализующая булеву функцию $f(\tilde{x}^n)$, где $\tilde{x}^n = (x_1, \dots, x_n)$. Под воздействием некоторого источника неисправностей один или несколько контактов схемы S могут перейти в неисправное состояние. В качестве неисправностей контактов будем рассматривать их обрывы (размыкания): при обрыве контакта проводимость между его концами становится тождественно нулевой. В результате схема S вместо исходной функции $f(\tilde{x}^n)$ будет реализовывать некоторую булеву функцию $g(\tilde{x}^n)$, вообще говоря, отличную от f. Все такие функции $g(\tilde{x}^n)$ называются функциями неисправности схемы S.

Введём следующие определения [3]. Проверяющим тестом для схемы S называется такое множество T наборов значений переменных $x_1, \dots, x_n$, что для любой отличной от $f(\tilde{x}^n)$ функции неисправности $g(\tilde{x}^n)$ схемы S в T найдётся набор $\tilde{\sigma}$, на котором $f(\tilde{\sigma}) \neq g(\tilde{\sigma})$. Число наборов в T называется длиной теста. В качестве тривиального проверяющего теста длины 2^n для схемы S всегда можно взять множество, состоящее из всех двоичных наборов длины n. Тест называется полным, если в схеме могут быть неисправны сколько угодно контактов, и единичным, если в схеме может быть неисправен только один контакт. Единичные тесты обычно рассматривают для неизбыточных схем [3, с. 110–111], в которых любая допустимая неисправность любого одного контакта приводит к функции неисправности, отличной от исходной функции, реализуемой данной схемой.

В работе [4] для каждой булевой функции $f(\tilde{x}^n)$ была введена величина $m(f)$, достаточно просто вычисляемая по столбцу значений этой функции, и было доказано, что минимально возможные длины единичного и полного проверяющего тестов для реализующей функцию $f(\tilde{x}^n)$ двухполюсной контактной схемы при обрывах контактов (такие тесты называют тестами размыкания) совпадают и равны $m(f)$; в частности, было установлено, что указанные длины не превосходят n и существуют такие булевы функции, для которых они равны n.

Будем исследовать возможности реализации булевых функций контактными схемами с дополнительным полюсом, допускающими короткие проверяющие тесты размыкания, т.е. трёхполюсными контактными схемами, в которых между какими-то двумя полюсами реализуется заданная булева функция, а третий полюс схемы служит исключительно для её тестирования относительно обрывов контактов. Пусть контактная схема S с полюсами A, B и C реализует булеву функцию $f(\tilde{x}^n)$ между полюсами A и B и булеву функцию $f'(\tilde{x}^n)$ между полюсами A и C. При наличии в схеме S оборванных контактов она будет реализовывать некоторую булеву функцию $g(\tilde{x}^n)$ между полюсами A и B и некоторую булеву функцию $g'(\tilde{x}^n)$ между полюсами A и C. Все такие наборы $(g(\tilde{x}^n), g'(\tilde{x}^n))$ назовём наборами функций неисправности схемы S. Проверяющим тестом для схемы S назовём такое множество T наборов значений переменных $x_1, \dots, x_n$, что для любого нетривиального, т.е. отличного от $(f(\tilde{x}^n), f'(\tilde{x}^n))$, набора функций неисправности $(g(\tilde{x}^n), g'(\tilde{x}^n))$ схемы S в T найдётся набор $\tilde{\sigma}$, на котором $(f(\tilde{\sigma}), f'(\tilde{\sigma})) \neq (g(\tilde{\sigma}), g'(\tilde{\sigma}))$. Определения полного, единичного тестов и длины теста остаются неизменными. Будем рассматривать единичные тесты только для неизбыточных схем, в которых обрыв любого одного контакта приводит к нетривиальному набору функций неисправности.

Теорема. Минимально возможные длины единичного и полного проверяющего тестов размыкания при реализации произвольной булевой функции $f(\tilde{x}^n)$ трёхполюсной контактной схемой (между какой-то парой её полюсов) совпадают и равны

$$\begin{cases} m(f), \text{если } m(f) \leq 2, \\ 2, \text{если } m(f) > 2 \text{ и } f(\tilde{x}^n) \leq x_i \text{ либо } f(\tilde{x}^n) \leq \bar{x}_i \\ \text{для некоторого } i \in \{1, \dots, n\}, \\ 3 \text{ в остальных случаях.} \end{cases}$$

Следствие. Минимально возможные длины единичного и полного проверяющего тестов размыкания при реализации произвольной булевой функции трёхполюсной контактной схемой не превосходят 3, и для любого целого $n \geq 3$ существуют такие булевы функции от n переменных, для которых указанные длины равны 3.

Список литературы:

1. Лупанов О.Б. Асимптотические оценки сложности управляющих систем. – М.: Издательство Московского университета, 1984. 138 с.
2. Чегис И.А., Яблонский С.В. // Труды МИАН. 1958. Т. 51. С. 270–360.
3. Редькин Н.П. Надёжность и диагностика схем. – М.: Издательство Московского университета. 1992. 192 с.
4. Попков К.А. // Дискретная математика. 2017. Т. 29, вып. 4. С. 66–86.