ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВУХФАЗНОЙ ГИПЕРУПРУГОЙ МОДЕЛИ

И.М. Ермаков, Р.Р. Полехина, Е.Б. Савенков

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

carrot.ermakov@yandex.ru, polekhina@keldysh.ru, savenkov@keldysh.ru

Разработка вычислительных методов для моделирования ударно-волновых процессов в двухфазных средах является важной и актуальной задачей. Подобные процессы, характеризующиеся взаимодействием разнородных фаз, имеют широкое распространение в природе и технологиях. Ключевые направления исследований включают: прогнозирование воздействия ударных волн на элементы инженерных конструкций, создание численных алгоритмов для анализа разрушения материалов и определения состава исследуемых объектов.

Существует много различных моделей описания гетерогенных сред. В настоящей работе рассматривается математическая модель [1], основанная на полностью неравновесном двухскоростном приближении для описания динамики многофазных течений. Данный подход предполагает представление фаз в виде двух взаимопроникающих континуумов, обладающих независимыми кинематическими и термодинамическими параметрами, полями скоростей и тензорами механических напряжений.

Ключевое отличие предлагаемой модели от типовых неравновесных схем заключается в гиперупругом описании поведения фаз. Деформационные процессы и напряженное состояние формализуются посредством полных тензоров второго ранга при условии существования упругого потенциала. В частном случае, когда уравнение состояния учитывает исключительно

объемные компоненты деформации, модель сводится к классической модели Баера–Нунциато, демонстрируя тем самым теоретическую согласованность с устоявшимися подходами в предельном случае.

В работе рассматривается модификация модели, предложенной в [1], основанная на системе определяющих уравнений, включающей законы сохранения массы, импульса и энергии с учетом межфазного взаимодействия, дополненные уравнениями совместности деформации для отдельных фаз. Таким образом поведение каждой фазы описывается моделью, сходной с моделью Годунова-Роменского для однофазной гиперупругой среды [2]. В ходе работы доказана гиперболичность системы уравнений модели, найдены ее собственные числа и собственные векторы.

С математической точки зрения определяющая система уравнений является гиперболической и неконсервативной, численное решение которой осложнено наличием разрывных решений. Для решения этой проблемы была использована теория ДальМазо–Лефлоха–Мурата (DLM) [3], обеспечивающий построение обобщенных решений через введение параметризованного «пути» – гладкого отображения, интерполирующего между состояниями решения на разрыве. Выбор пути определяет физическую адекватность разрывных решений.

Численная реализация основана на методе конечных объемов с применением «консервативных по пути» («*path-conservative*») схем – обобщения метода Годунова для неконсервативных систем. Потоки считаются модифицированным методом HLL [4], учитывающим DLM-формализм.

В работе численно исследуется сходимость решения уравнений модели в зависимости от конкретного способа выбора пути и особенностей реализации разностной схемы. В качестве тестов используются одномерные задачи Римана о распаде разрыва.

Список литературы:

1. Алексеев М.В., Савенков Е.Б. Математическая модель двухфазной гиперупругой среды. «Скалярный» случай // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2022. № 40. 63 с. https://doi.org/10.20948/prepr-2022-40
2. Godunov S.K., Romenskii E.I. Nonstationary equations of nonlinear elasticity theory in Eulerian coordinates // J. Appl. Mech. Tech. Phys. 1972. Vol. 13. Pp. 868–884. https://doi.org/10.1007/BF01200547
3. Dal Maso G., Le Floch P., Murat F. Definition and weak stability of nonconservative products // Journal de mathématiques pures et appliquées. 1995. Vol. 74. Pp. 483–548. http://hdl.handle.net/20.500.11767/16373
4. Dumbser M., Balsara D.S. A new efficient formulation of the HLLEM Riemann solver for general conservative and non-conservative hyperbolic systems // J. of Comp. Phys. 2016. Vol. 304. Pp. 275–319 https://doi.org/10.1016/j.jcp.2015.10.014