



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН

НГПМ

ISSN 3034-3321

Новые горизонты прикладной математики

Тезисы докладов II российской
молодежной научной конференции

17-19 апреля 2025 г.
Москва



Рекомендуемая форма библиографической ссылки

Новые горизонты прикладной математики: тезисы докладов II российской молодежной научной конференции (17-19 апреля 2025 г., Москва). — М.: ИПМ им. М.В.Келдыша, 2025. — 138 с.

<https://keldysh.ru/ngpm/2025/proc.pdf>

The background features a complex, three-dimensional visualization of a mathematical grid. It consists of a series of concentric, overlapping rings and spirals that create a sense of depth and rotation. The colors transition from warm oranges and yellows on the left to cool blues and purples on the right. The grid lines are thin and intersect to form a mesh-like pattern. The overall effect is that of a dynamic, geometric structure, possibly representing a mathematical concept like a spiral or a specific type of coordinate system.

**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ
II РОССИЙСКОЙ МОЛОДЕЖНОЙ
НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ**

**НОВЫЕ
ГОРИЗОНТЫ
ПРИКЛАДНОЙ
МАТЕМАТИКИ**

2025

Федеральное государственное учреждение
Федеральный исследовательский центр
Институт прикладной математики
им. М.В. Келдыша Российской академии наук

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ
II РОССИЙСКОЙ МОЛОДЕЖНОЙ
НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ

**НОВЫЕ ГОРИЗОНТЫ
ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ**

17–19 апреля 2025 г.

г. Москва

УДК 51, 53

ББК 22

Новые горизонты прикладной математики: тезисы II Российской молодежной научной конференции (г. Москва, 17–19 апреля 2025 г.) – М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2025. – 138 стр.

Сборник содержит тезисы докладов, сделанных на II Российской молодежной научной конференции «Новые горизонты прикладной математики», которая проходила 17–19 апреля 2025 г. в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. Основное направление работы конференции – обсуждение проблем прикладной математики, механики и методов математического моделирования, а также их приложений для решения актуальных прикладных задач.

ОРГАНИЗАТОРЫ КОНФЕРЕНЦИИ



Институт прикладной
математики им. М. В. Келдыша
Российской академии наук



Московский центр
фундаментальной и
прикладной математики

Редакционный комитет: В.Е. Борисов, П.В. Родионов

СОДЕРЖАНИЕ

А.В. АГЕЕВ, А.А. БОГУСЛАВСКИЙ, С.М. СОКОЛОВ УПРАВЛЕНИЕ ПОТОКОВЫМИ ВЫЧИСЛЕНИЯМИ НА ГЕТЕРОГЕННОМ КЛАСТЕРЕ.....	10
И.Н. АГРЕЛОВ, Н.И. ХОХЛОВ ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АНИЗОТРОПИИ ТРЕЩИНОВАТЫХ СРЕД С ПОМОЩЬЮ СЕТОЧНО-ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО МЕТОДА	14
Е.В. АМОСОВА, С.Ю. ПРОКАЗЮК ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ МАГНИТНОЙ ОБРАБОТКОЙ ПРИ АДСОРБЦИИ ГАЗОВ	17
Ф.В. АНТАКОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МАЛОЙ ДВИЖУЩЕЙСЯ СФЕРЫ С ПОГРАНИЧНЫМ СЛОЕМ БЛАЗИУСА.....	18
П.С. АРОНОВ, А.О. ГУСЕВ ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ АЛЕКСАНДЕРА – ХААЗЕНА ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ПРОЦЕССА РАЗВИТИЯ ДИСЛОКАЦИЙ В МОНОКРИСТАЛЛЕ.....	21
В.М. АУШЕВ РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ В МНОГОМАСШТАБНЫХ ЗАДАЧАХ ДИФРАКЦИИ МЕТОДОМ МОМЕНТОВ	23
А.А. БАЙ, С.К. ГРИГОРЬЕВ СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ РЕАЛИЗАЦИИ ДИНАМИЧЕСКОЙ АДАПТАЦИИ РАСЧЕТНОЙ СЕТКИ.....	25
В.А. БАЛАШОВ, Е.Б. САВЕНКОВ АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СВОБОДНОЙ ЭНЕРГИИ ДЛЯ МОДЕЛЕЙ ТИПА ГРАДИЕНТА ПЛОТНОСТИ.....	27
В.А. БАЛАШОВ, М.А. БОЧЕВ, Е.Б. САВЕНКОВ, И.А. ФАХУРДИНОВ ИССЛЕДОВАНИЕ СХЕМ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ПО ВРЕМЕНИ ДЛЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ГРАДИЕНТА ПЛОТНОСТИ	30
Ю.О. БЕЛЯЕВА, В.П. БУРСКИЙ О СМЕШАННОЙ ЗАДАЧЕ С ИНВАРИАНТНЫМ ГРАНИЧНЫМ УСЛОВИЕМ ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ В ЦИЛИНДРЕ НАД ШАРОМ	31
А.В. БЕРЕЗИН МИНИМАЛЬНАЯ СХЕМА МЕТОДА РЕШЁТОЧНЫХ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА.....	32
В.И. БОНДАРЕНКО, В.О. ЕЛИСЕЕВ, А.Ю. МАКСИМОВА МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ КОНТЕКСТНО-ИНСТРУКЦИОННОГО НАБОРА ДАННЫХ ДЛЯ ДООБУЧЕНИЯ ГЕНЕРАТОРА В СИСТЕМЕ RAG	35

В.Е. БОРИСОВ, Т.В. КОНСТАНТИНОВСКАЯ, А.Е. ЛУЦКИЙ ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВИХРЕВОЙ СИСТЕМЫ ТРЕУГОЛЬНОГО КРЫЛА В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ	38
В.Е. БОРИСОВ, А.Е. ЛУЦКИЙ, Я.В. ХАНХАСАЕВА ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВОГО ТЕЧЕНИЯ В БЛИЖНЕМ СЛЕДЕ ЗА ДОННЫМ СРЕЗОМ МОДЕЛИ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА	40
А.И. ВОЛКОВ, М.В. ДОЛОТИН, С.А. КУЗИН, Е.А. ПИГУСОВ МЕТОДИКА РАСЧЕТА ОБТЕКАНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ С ИМПЕЛЛЕРНОЙ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СИЛОВОЙ УСТАНОВКОЙ.....	42
Л.С. ВОЛКОВ, А.А. ФИРСОВ ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЗМА ФОРМИРОВАНИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ НА ПЕРЕДНЕЙ ГРАНИЦЕ ПОПЕРЕЧНОЙ СТРУИ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ИСКРОВЫХ РАЗРЯДОВ.....	44
М.А. ВОРОНОВ, Т.С. ЖУК, Е.В. СТЕПАНОВА ПОИСК ПРИЗНАКОВ ДЛЯ СОЗДАНИЯ АЛГОРИТМА РАБОТЫ С ДАННЫМИ ПО СПЕКТРАЛЬНОМУ ОТРАЖЕНИЮ ПОРАЖЕННЫХ ЛИСТЬЕВ ЗЛАКОВЫХ КУЛЬТУР.....	46
Н.Г. ГАЛАНОВ, А.С. КОЗЕЛКОВ, А.В. САРАЗОВ УЛУЧШЕНИЕ МЕТОДОВ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ОБЛЕДЕНЕНИЯ В ПП ЛОГОС.....	50
Г.С. ГОЙМАН, В.В. ШАШКИН ЭФФЕКТИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ПЕРСПЕКТИВНОЙ МОДЕЛИ АТМОСФЕРЫ НА СЕТКЕ КУБИЧЕСКАЯ СФЕРА.....	51
В.И. ГОЛУБЕВ, Е.К. ГУСЕВА, И.Б. ПЕТРОВ ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЁТ МЕХАНИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ТАЯЩЕГО ЛЕДОВОГО ОСТРОВА С УЧЁТОМ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ПРОЧНОСТНЫХ СВОЙСТВ ЛЬДА.....	52
А.О. ГУСЕВ ЧИСЛЕННОЕ ИЗУЧЕНИЕ ПРОЦЕССА ВЫРАЩИВАНИЯ МОНОКРИСТАЛЛОВ МЕТОДОМ ЧОХРАЛЬСКОГО В НЕСТАЦИОНАРНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ.....	56
А.П. ДУБЕНЬ, В.А. САПОЖНИКОВ ТЕХНОЛОГИЯ ДЛЯ ВЫСОКОТОЧНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЭФФЕКТОВ В ТУРБОМАШИНАХ	58
Т.Г. ЕЛЕНИНА, М.Е. МАЙФЕТ, Е.Б. САВЕНКОВ ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ КРИСТАЛЛА ФАЗОВОГО ПОЛЯ.....	61
Т.Г. ЕЛЕНИНА, Е.Б. САВЕНКОВ, Н.А. СЕМЕНЕНКО ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ФАЗОВОГО ПОЛЯ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ СТРУКТУРЫ ПЕНЫ	62

И.М. ЕРМАКОВ, Р.Р. ПОЛЕХИНА, Е.Б. САВЕНКОВ ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВУХФАЗНОЙ ГИПЕРУПРУГОЙ МОДЕЛИ.....	63
А.Д. ЖУКОВСКИЙ, Е.Б. САВЕНКОВ ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ ДИФFUЗНОЙ ГРАНИЦЫ С ДВУХЪЯМНЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПРОБОЯ	65
Е.В. ЗИПУНОВА, А.С. ПОНОМАРЕВ, Е.Б. САВЕНКОВ СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ АДАПТАЦИИ ШАГА ПО ВРЕМЕНИ В МОДЕЛИ ТИПА ДИФFUЗНОЙ ГРАНИЦЫ, ВКЛЮЧАЮЩЕЙ УРАВНЕНИЕ АЛЛЕНА–КАНА.....	66
Д.С. ИВАНОВ, Г.Р. МАКАРОВ, Б.О. МУХАЧЕВ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ В ОБРАБОТКЕ ИЗМЕРЕНИЙ МАГНИТОМЕТРОВ КА «TUSUR GO»	69
А.В. ИСАЕВА МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОФАЗНЫХ РАВНОВЕСИЙ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СМЕСЕЙ УГЛЕВОДОРОДОВ И ДИОКСИДА УГЛЕРОДА.....	71
Е.К. КИСЛИНСКИЙ, К.Д. КОБЕЦ, С.А. КОРНЕВ, А.Ю. МАКСИМОВА, Д.В. НИКИТЕНКО ПРОГНОЗИРОВАНИЕ КОНВЕРСИИ АЦЕТИЛЕНА ДЛЯ ПРОЦЕССА ГИДРОХЛОРИРОВАНИЯ НА БЕЗМЕТАЛЛИЧЕСКИХ КАТАЛИЗАТОРАХ МЕТОДАМИ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ, ОСНОВАННЫМИ НА ДЕРЕВЬЯХ РЕШЕНИЙ.....	75
Н.А. КЛЮЕВ РАСШИРЕНИЕ ПРИМЕНИМОСТИ МЕТОДА ПЕНАЛИЗИРОВАННЫХ ПРИСТЕНОЧНЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ ЗАДАЧ АЭРОДИНАМИКИ	79
Н.В. КЛЮШНЕВ, Ю.Г. РЫКОВ РАСЧЕТ РЕШЕНИЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ИЗОБАРИЧЕСКИХ СРЕД НА ОСНОВЕ ДИНАМИКИ ПРИЛИПАНИЯ	80
А.С. КОЗЕЛКОВ, В.В. КУРУЛИН, К.С. ПЛЫГУНОВА ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВОЛНЕНИЯ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ НА ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГРЕБНОГО ВИНТА, РАБОТАЮЩЕГО ЗА КОРПУСОМ СУДНА.....	81
К.Р. КОРНЕЕВ АФФИННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СОПРЯЖЁННЫХ ПЕРЕМЕННЫХ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ НЕКОМПЛАНАРНЫХ МЕЖОРБИТАЛЬНЫХ ПЕРЕЛЁТОВ.....	82
М.А. КОТОВ ТЕПЛОВЫЕ ПОТОКИ ОТ ЛОКАЛЬНО-НЕОДНОРОДНЫХ ВОСПЛАМЕНЕНИЙ ЗА УДАРНОЙ ВОЛНОЙ	86
И.Д. КОЧУРОВА, М.Е. ЛАДОНКИНА МОДИФИКАЦИЯ РАЗРЫВНОГО МЕТОДА ГАЛЕРКИНА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БАЗИСНЫХ ФУНКЦИЙ, ЗАВИСЯЩИХ ОТ ВРЕМЕНИ.....	87

А.Е. КУВШИННИКОВ ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ СОЛВЕРОВ ПАКЕТА OPENFOAM НА ЗАДАЧЕ СВЕРХЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ ДВОЙНОГО КЛИНА	91
М.Е. ЛАДОНКИНА, Ю.А. ПОВЕЩЕНКО, Х. ЧЖАН ПРИМЕНЕНИЕ ПОЛНОСТЬЮ КОНСЕРВАТИВНЫХ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ С АДАПТИВНОЙ ИСКУССТВЕННОЙ ВЯЗКОСТЬЮ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ЭЙНФЕЛЬДТА.....	93
З.Д. ЛИВЕНЕЦ, А.Ю. ЛУГОВСКИЙ ВИХРИ РОССБИ В АККРЕЦИОННЫХ ДИСКАХ ВОКРУГ НЕЙТРОННЫХ ЗВЁЗД.....	97
О.А. ЛЯМЦЕВ, А.Ю. МАКСИМОВА, И.В. ЧЕРНЯДЬЕВ ОБУЧЕНИЕ ДЕТЕКТОРА YOLO ДЛЯ ГЕНЕРАЦИИ ВХОДНЫХ ДАННЫХ И ИНТЕГРАЦИИ В МИВАРНУЮ СИСТЕМУ ТЕХНИЧЕСКОГО ЗРЕНИЯ НА ПРИМЕРЕ ЗАДАЧИ ОБНАРУЖЕНИЯ ЛЮДЕЙ В СПАСАТЕЛЬНЫХ ОПЕРАЦИЯХ	98
Я.Р. МИРЗОЕВА, Е.В. СТЁПИН ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА УСКОРЕНИЯ ПЛАЗМЫ В СТАЦИОНАРНОМ ПЛАЗМЕННОМ ДВИГАТЕЛЕ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ	101
П.А. ОСТАНИН ЧЕТЫРЁХМЕРНОЕ ВАРИАЦИОННОЕ УСВОЕНИЕ ДАННЫХ НАБЛЮДЕНИЙ В МОДЕЛИ ИОНОСФЕРЫ INM-IM.....	102
П.В. ПОГОДИН СОХРАНЕНИЕ ЛОКАЛЬНОЙ И ГЛОБАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ДАННЫХ ПРИ СНИЖЕНИИ РАЗМЕРНОСТИ НА ПРИМЕРЕ АЛГОРИТМА UMAP	105
Р.Р. ПОЛЕХИНА, А.П. ЧУГАЙНОВА О ДОПУСТИМОСТИ РАЗРЫВОВ В РЕШЕНИЯХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ 2×2 СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ЗАКОНОВ СОХРАНЕНИЯ.....	108
А.П. ПОПОВ АНАЛИЗ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЗНАНИЙ В НЕЙРОННЫХ СЕТЯХ В КОНТЕКСТЕ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ НЕЙРОСЕТЕВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ.....	109
Б.А. ПОРОШИН СВОЙСТВА МНОГОЧЛЕНОВ ДВУХПОЛЮСНЫХ ВЕРОЯТНОСТНЫХ КОНТАКТНЫХ СХЕМ	111
Е.Н. РАДЧЕНКО МЕТОДЫ АВТОМАТИЗАЦИИ РАЗМЕТКИ ПАРАЛИНГВИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК В ЗАДАЧАХ ГЕНЕРАЦИИ РЕЧИ	112
А.А. РОМАНЮХА, Н.М. ЧЕРВЯКОВ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВИРУСОВ В ЭПИТЕЛИИ ДЫХАТЕЛЬНЫХ ПУТЕЙ.....	114

Е.Б. САВЕНКОВ, Н.А. ФИНЕНКО ЛОКАЛЬНЫЙ РАЗРЫВНЫЙ МЕТОД ГАЛЁРКИНА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЭВОЛЮЦИОННЫХ ЗАДАЧ.....	118
Х. СЕ, В.С. СМОЛИН, Х. ШЭН МЕТОД ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ТРАФИКА ПУТЕМ МУЛЬТИМОДАЛЬНОГО АГРЕГИРОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ ИСХОДНЫХ КАРТ С ПОМОЩЬЮ ГЕТЕРОГЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ	119
Х. СЕ, В.С. СМОЛИН, Х. ШЭН ПОДХОД К АДАПТИВНОМУ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ РЕСУРСОВ НЕЙРОСЕТЕЙ НА ОСНОВЕ ОШИБКИ АППРОКСИМАЦИИ	123
Д.В. ФАЕВСКИЙ АНАЛИЗ АКТИВНОСТИ ГОЛОВНОГО МОЗГА С ПОМОЩЬЮ ГИБРИДНОЙ СИСТЕМЫ ЭЭГ+FNIRS И ОБЪЯСНИМОГО ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА	127
А.С. ФРОЛОВ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПЛАВАЮЩИХ ТЕЛ С ЛЕДОВЫМИ ОБРАЗОВАНИЯМИ РАЗРЫВНЫМ МЕТОДОМ ГАЛЁРКИНА.....	129
М.А. ХАМИКОВА НЕЙРОСЕТЕВОЙ ПОДХОД К УСВОЕНИЮ ДАННЫХ О ПОЛНОМ ЭЛЕКТРОННОМ СОДЕРЖАНИИ В МОДЕЛИ ИОНОСФЕРЫ INM-IM	131
А.Ю. ЦАРЕГОРОДЦЕВ УДЕРЖАНИЕ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА НИЗКОЙ ПОЛЯРНОЙ ОКОЛОЛУННОЙ ОРБИТЕ.....	133
АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ.....	138

УПРАВЛЕНИЕ ПОТОКОВЫМИ ВЫЧИСЛЕНИЯМИ НА ГЕТЕРОГЕННОМ КЛАСТЕРЕ

А.В. Агеев, А.А. Богуславский, С.М. Соколов

ИИМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

alekseu147147@yandex.ru, anbh74@mail.ru, soklsm@list.ru

Введение

При построении автономного робототехнического комплекса (РТК) необходимо решать задачу автоматического управления, которая на основе показаний с системы датчиков принимает решения по выдаче команд на приводы устройства. Современные системы в качестве информации об окружающей среде используют зрительные данные. Это приводит к тому, что вычислительной системе необходимо обрабатывать большой объем данных [1].

При построении вычислительной системы РТК, для управления которым необходимо анализировать большой поток зрительных данных, целесообразным является использование гетерогенного вычислительного кластера. Чтобы использовать распределенную вычислительную систему, необходим механизм управления вычислениями.

Существующие системы

Стандарт MPI ([2] стр. 21) позволяет реализовывать параллельные алгоритмы на основе модели обмена сообщениями. В данной модели программирования существует множество параллельных процессов, которые не имеют общих данных, а синхронизация и обмен сообщениями выполняются через систему доставки данных. Такой подход позволяет реализовывать как параллельность на многоядерном вычислительном узле, так и распределять процессы по нескольким компьютерам, соединенным сетью.

Другой подход к реализации параллельных алгоритмов – это модель общей памяти ([2] стр. 27), в которой существуют несколько потоков, обладающие приватной памятью (стек потока) и общей памятью (куча). Общая память может быть совместно использована несколькими параллельными потоками. Использование этой модели программирования проще, чем модели обмена сообщениями, но требуется заботиться о корректной синхронизации доступа к памяти. Синхронизация доступа необходима, так как одновременный несинхронизированный доступ к одной области памяти из нескольких потоков приведет к неопределенному поведению программы. Для реализации параллельных алгоритмов существует стандарт OpenMP.

Рассмотренные технологии позволяют только реализовывать параллельные алгоритмы, но они не решают задачу управления распределенными вычислениями. В этом случае необходимо использовать менеджер ресурсов, например Mesos [3]. Менеджер ресурсов будет принимать ресурсный запрос (сколько и каких ресурсов для запуска ПО необходимо), выделять ресурсы и запускать на них вычислительную программу.

Преимущество технологии MPI + OpenMP – это возможность реализовывать любые параллельные алгоритмы. Недостаток – это сложность в использовании и отсутствие встроенного механизма отказоустойчивости, который придется реализовывать вручную [4].

Технология MapReduce [5] предоставляет модель программирования и систему управления вычислениями, которая представляет собой пакетную систему параллельной обработки большого объема данных. Пользователь системы должен запрограммировать алгоритм в виде последовательности вызова функций Map и Reduce. Пользовательская функция Map должна на вход принимать пару (ключ, значение) исходных данных и формировать промежуточную пару (ключ, значение). Затем система MapReduce автоматически выполнит группировку значений по ключу и запустит пользовательскую функцию Reduce. Функция Reduce на вход принимает ключ и список значений, которые были сгруппированы по данному ключу. Функция Reduce должна обработать список значений и сформировать результирующий массив.

Apache Spark [6] – это система, предоставляющая механизмы конвейерной обработки большого объема данных на кластере путем запуска последовательных операций преобразования данных. Пользователь системы должен реализовать управляющую программу, которая будет определять последовательность преобразований и обрабатывать результаты этих преобразований.

Преимущества MapReduce и Apache Spark заключаются в том, что они обеспечивают автоматическое распараллеливание и отказоустойчивость, а недостаток – это ограниченность применения для задачи потоковой обработки зрительных данных.

Разрабатываемая система потоковой обработки данных

Важной особенностью приложений компьютерного зрения является то, что извлечение информации из потоков сенсорных данных может быть разбито на несколько этапов. Каждый этап может быть эффективно реализован для определенного сопроцессора. В этом случае удобным и эффективным способом реализации такого программного обеспечения является конвейерная модель программирования. В конвейерной модели алгоритм описывается в виде графа работ. Граф работ представляет собой ориентированный граф без циклов (Direct Acyclic Graph, DAG). В DAG каждая стадия алгоритма – это узел графа, а связи между узлами – это потоки данных между стадиями. Для построения системы управления конвейерными вычислениями авторами работы был разработан онлайн алгоритм планирования PMR HEFT [7]. Данный алгоритм обладает следующими характеристиками. Он позволяет планировать исполнение графа работ с резервированием ресурсов. План предоставляет информацию по каждой работе: на каких ресурсах работа будет запущена; время начала исполнения работы; время завершения исполнения работы. Так же при выполнении планирования учитывается множественность конфигураций каждого этапа приложения. Конфигурация – это реализация работы, использующая определенный набор ресурсов. Разные конфигурации

используют разные наборы ресурсов. Например, алгоритм сегментации изображений может быть реализован как с использованием только многоядерного центрального процессора, так и с использованием графического ускорителя. Алгоритм планирования вводит эвристику топологической сортировки графа работ, а затем в полученном порядке для каждой работы выполняет поиск наилучшей пары (слот, конфигурация работы) для запуска. Наилучший слот запуска – это тот слот, который дает самое раннее время завершения исполнения работы (earliest finish time, EFT). Под слотом авторами подразумевается промежуток времени, в котором достаточно доступных ресурсов для запуска текущей планируемой работы на конкретном вычислительном узле.

Для использования разрабатываемой системы планирования пользователю необходимо реализовать управляющую программу. Управляющая программа – это приложение, которое будет запущено внутри кластера как часть системы планирования. Данная программа должна описать всю логику обработки потока сенсорных данных в виде вызовов «специальных» функций – операций, на основе которых будет построен граф обработки потока данных. Этот граф будет запланирован, и полученный план будет циклически исполняться на кластере до тех пор, пока его не отменят. Для того чтобы изменить исполняемый граф обработки данных, необходимо отменить текущий исполняемый граф и предоставить на планирование новый граф.

Все операции, которые необходимы для реализации управляющей программы, должны быть реализованы пользователем системы отдельно. В качестве примера приложения рассмотрим алгоритм монокулярной визуальной одометрии, который состоит из следующих этапов: (1) получение двух последовательных кадров; (2) извлечение из кадров области содержащей подстилающей поверхности; (3) вычисление ключевых точек и их дескрипторов полученных частей изображения; (4) сопоставление ключевых точек двух изображений по их дескрипторам; (5) вычисление вектора передвижения по сопоставленным ключевым точкам и обновление текущей позиции РТК.

Каждый из этапов должен быть реализован в виде динамически загружаемой библиотеки, которая должна быть расположена на каждом вычислительном узле. При этом, например, этап (3) может быть реализован не только на CPU, но и с использованием GPU. В этом случае для этапа (3) необходимы две реализации, которые будут расположены на узле, обладающем GPU. После составления управляющей программы разрабатываемая система выполнит планирование и будет циклически исполнять план. Менеджеры узлов от главного узла будут получать необходимые данные и команды на запуск. При получении команды на запуск менеджер узла выберет нужную библиотеку с реализацией операции и запустит ее.

Реализация операции (5) обладает внутренним состоянием, которое система планирования хранит отказоустойчиво. Для отказоустойчивого хранения используется кворумный алгоритм синхронной репликации ABD (Attia H., Bar-Noy A., Dolev D.) [8]. При сбое система будет автоматически перезапущена и текущий граф работ будет перепланирован в соответствии с новой аппаратной конфигурацией.

Список литературы:

1. Macenski S. et al. Robot operating system 2: Design, architecture, and uses in the wild // Science robotics. 2022. V. 7. Issue 66. С. eabm6074.
<https://doi.org/10.1126/scirobotics.abm6074>
2. Топорков В.В. Модели распределенных вычислений. – М.: Физматлит, 2011. 320 с. ISBN: 5-9221-0495-0
3. Hindman B. et al. Mesos: A platform for fine-grained resource sharing in the data center // NSDI'11: Proceedings of the 8th USENIX conference on Networked systems design and implementation. 2011. Pp. 295–308.
4. Бондаренко А.А., Якобовский М.В. Обеспечение отказоустойчивости высокопроизводительных вычислений с помощью локальных контрольных точек // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2014. Т. 3. № 3. С. 20–36.
<https://doi.org/10.14529/cmse140302>
5. Dean J., Ghemawat S. MapReduce: simplified data processing on large clusters // Communications of the ACM. 2008. Vol. 51. Issue 1. Pp. 107–113.
<https://doi.org/10.1145/1327452.132749>
6. Zaharia M. et al. Spark: Cluster computing with working sets // HotCloud'10: Proceedings of the 2nd USENIX conference on hot topics in cloud computing. 2010. P. 10.
7. Агеев А.В., Богуславский А.А., Соколов С.М. Модификация алгоритма HEFT для планирования параллельных работ на гетерогенных вычислителях // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2024. № 58. 34 с.
<https://doi.org/10.20948/prepr-2024-58>
<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2024-58>
8. Attiya H., Bar-Noy A., Dolev D. Sharing memory robustly in message-passing systems // Journal of the ACM (JACM). 1995. Vol. 42. Issue 1. Pp. 124–142.
<https://doi.org/10.1145/200836.200869>

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АНИЗОТРОПИИ ТРЕЩИНОВАТЫХ СРЕД С ПОМОЩЬЮ СЕТОЧНО- ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО МЕТОДА

И.Н. Агрелов, Н.И. Хохлов

МФТИ (НИУ), г. Долгопрудный

agrelou.in@phystech.edu, nikolay.khokhlov@phystech.edu

Нефтегазовый комплекс России играет важную роль в экономике страны, оказывая значительное влияние на её развитие. Одним из наиболее эффективных методов разведки углеводородных месторождений является сейсморазведка. Такие месторождения тесно связаны с пористыми и трещиноватыми неоднородностями геологических структур. Наличие трещин вызывает возникновение анизотропии, то есть зависимости скорости распространения волн от их направления. Это явление используется при анализе сейсмических данных. Данная работа посвящена численному исследованию анизотропии скорости распространения продольных упругих волн в трещиноватой среде. Для решения данной задачи использовался сеточно-характеристический метод [1].

В данной работе разработан метод и проведены численные измерения зависимости скорости распространения упругих волн от угла наклона трещин, содержащихся в среде. Пример расчетной области представлен на рисунке 1, белым отмечено расположение трещин. Шаг сетки составлял 0.02 мм, размер сетки – 2500×2500 узлов (5 см \times 5 см), шаг по времени – $2 \cdot 10^{-9}$ с.

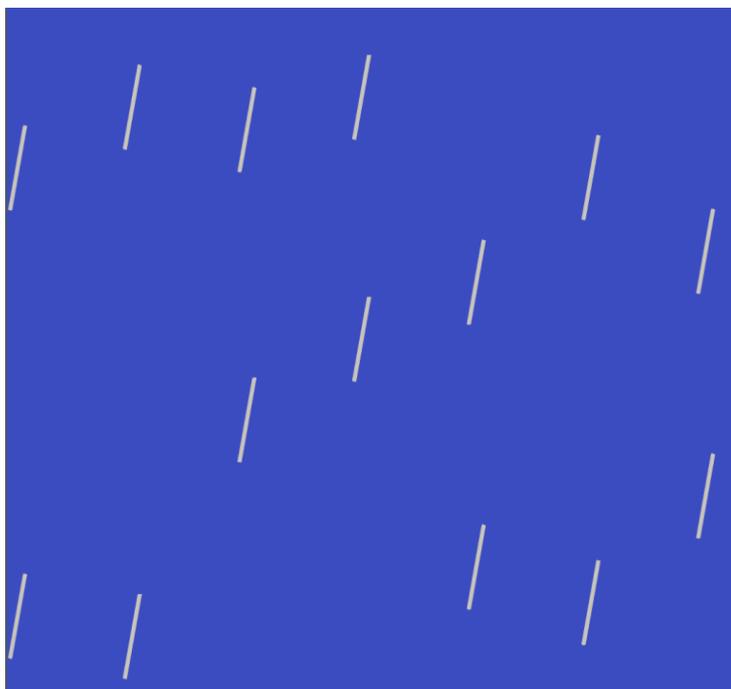


Рис. 1. Пример моделируемой области, содержащей трещины.
Расположение разлома выделено белым цветом.

Для учета ширины раскрытия трещин в работе применялись наложенные сетки [2]. На рисунке 2 представлена сеточная модель трещины. Внутренняя сетка модели имеет параметры материала заполнителя (воздуха), в то время как вокруг сетки трещины расположены четыре контактные сетки, параметры которых соответствуют характеристикам окружающей среды. Размер сетки трещины составлял 6×600 узлов ($0,06 \times 6$ мм), с шагом сетки 0,01 мм. В качестве источника возмущений использовался вейвлет Рикера с длиной волны 50 мм. Результат экспериментов и сравнение с теоретической моделью [3] представлены на рисунке 3. На рисунке 4 приведен пример численного расчета распространения упругих продольных волн в трещиноватой среде.

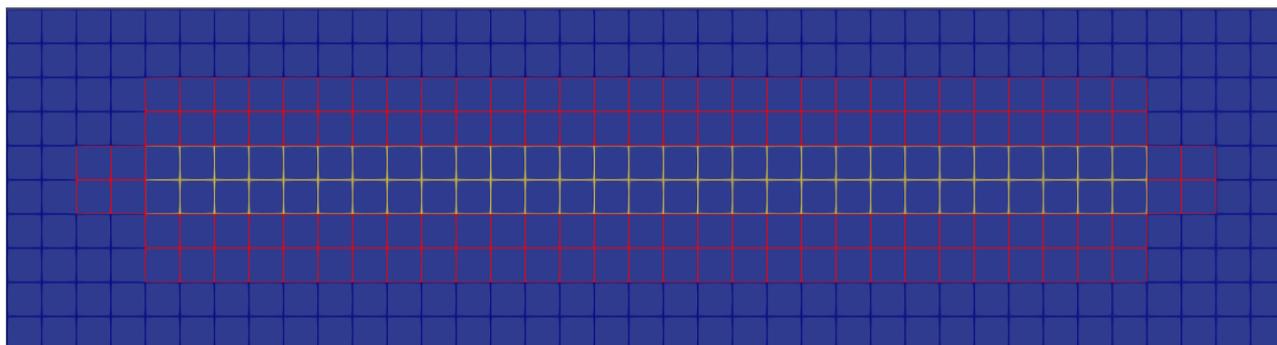


Рис. 2. Сеточная модель трещины. Сетка, содержащая параметры материала заполнителя (воды), выделена желтым цветом, а контактные сетки – красным.

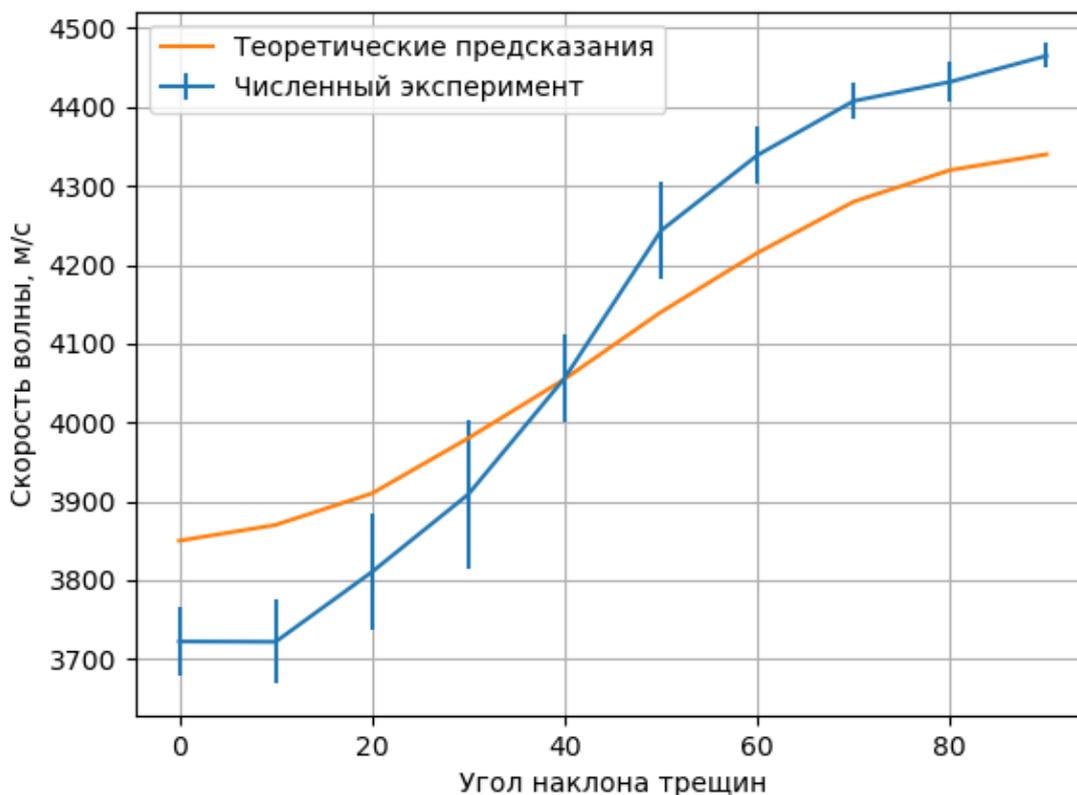


Рис. 3. График зависимости скорости распространения продольных волн в среде от угла наклона трещин.

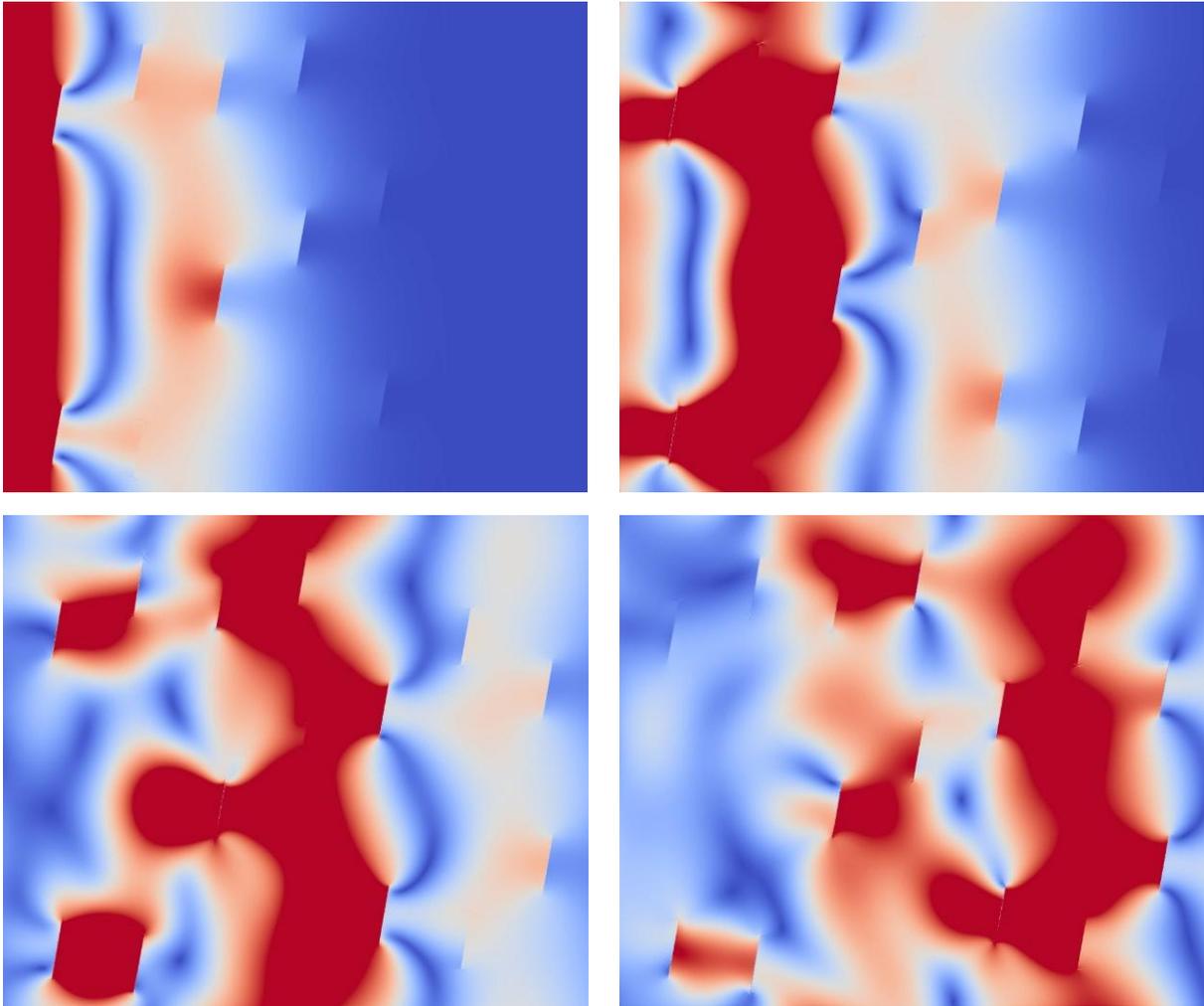


Рис. 4. Пример численного моделирования распространения волны в трещиноватой среде.

Предполагаемой причиной расхождения между полученными результатами и теоретическими предсказаниями является переход от трехмерной к двумерной постановке задачи. В дальнейшем планируется проведение численных экспериментов в трехмерном пространстве для более точного анализа.

Список литературы:

1. Mitskovets I.A., Khokhlov N.I. Simulation of propagation of dynamic perturbations in porous media by the grid-characteristic method with explicit description of heterogeneities // *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2023. V. 63(10). Pp. 1904–1917.
2. Khokhlov N. [et al.]. Grid-characteristic method using Chimera meshes for simulation of elastic waves scattering on geological fractured zones // *Journal of Computational Physics*. 2021. V. 446. P. 110637.
3. Guo J. [et al.]. Effective elastic properties of rocks with transversely isotropic background permeated by aligned penny-shaped cracks // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. 2019. V. 124(1). Pp. 400–424.

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ МАГНИТНОЙ ОБРАБОТКОЙ ПРИ АДСОРБЦИИ ГАЗОВ

Е.В. Амосова, С.Ю. Проказюк

ДВФУ, г. Владивосток

prokazyuk.sy@dvfu.ru, amosova.ev@dvfu.ru

Одним из инновационных подходов в сфере адсорбции газов является магнитная обработка, которая может существенно повысить эффективность адсорбционных процессов. Применение магнитных полей для управления процессами адсорбции газов открывает новые возможности для исследований в области динамики газа. Данное исследование направлено на оптимизацию процесса численного моделирования движение газа при воздействии на него внешних магнитных сил.

Движение вязкого теплопроводного газа в одномерном случае описывается системой уравнений Навье-Стокса [1] для сжимаемой среды:

$$\begin{cases} \rho(u_t + uu_x) = \frac{\mu}{3}u_{xx} - p_x + [B(t), J(t)] * \mathbf{1}_{[0, L_0]}, L_0 < L, x \in (0, L), \\ \rho_t + u\rho_x + u_x\rho = 0, p = R\rho\theta, \\ c_v\rho(\theta_t + u\theta_x) = \lambda\theta_{xx} + \left(\frac{\mu}{3}u_x - p\right)u_x. \end{cases} \quad (1)$$

Будем рассматривать (1) при заданных начальных условиях:

$$\rho|_{t=0} = \rho_0(x), \quad u|_{t=0} = u_0(x), \quad \theta|_{t=0} = \theta_0(x), \quad x \in (0, L). \quad (2)$$

Задача имеет следующие краевые условия, заданные на левой границе ($x=0$), соответственно задаются скорость, плотность и температура:

$$\rho|_{x=0} = \rho_1(t), \quad u|_{x=0} = u_1(t), \quad \theta|_{x=0} = \theta_1(t), \quad t \in (0, T). \quad (3)$$

На левой границе газ вытекает и соответственно ставятся условия:

$$u_x|_{x=L} = 0, \quad \theta_x|_{x=L} = 0. \quad (4)$$

Воздействие на газ осуществляется при помощи магнитного поля B .

В работе «Влияние сильного магнитного поля на адсорбцию газов» [2] экспериментально показано влияние сильных импульсных полей на процесс адсорбции газа на диэлектрические поверхности. Показано, что эффект магнитоиндуцированной сорбции проявляется изменением объема газа.

Задача оптимальной обработки управления заключается в нахождении характеристик среды ρ , u , θ , а также в определении параметров:

$$B_m \in [B_0, B_1], \quad k \in [k_0, k_1], \quad L_0 \in [0.04, 0.08], \quad r \in [0.003, 0.01]$$

при условии минимизации следующего функционала

$$I[u, \rho, \theta] = \frac{1}{TL} \int_0^T \int_0^L \frac{dx dt}{\rho^2(x, t)} \rightarrow \min. \quad (5)$$

В работе представлено моделирование данной системы (1) с помощью метода конечных элементов [3].

Полученные в результате моделирования данные подвергаются последующей обработке для обучения нейронной сети [4], которая используется для аппроксимации сложных зависимостей между параметрами магнитной обработки и эффективностью адсорбции.

Данный подход, сочетающий традиционные методы численного анализа и современные алгоритмы машинного обучения, демонстрирует высокий потенциал применения в задачах оптимального управления процессами адсорбции.

Список литературы:

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа: Учеб. для вузов – 7-е издание, испр. – М.: Дрофа, 2003. 840 с.
2. Кривошеев С.И., Шнеерсон Г.А., Платонов В.В., Селемир В.Д., Таценко О.М., Филиппов А.В., Бычкова Е.А. Влияние сильного магнитного поля на адсорбцию газов // ЖТФ. 2016. Т. 86, выпуск 1. С. 127–131.
3. Стренг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов. – М.: МИР, 1977. 351 с.
4. Саймон Хайкин. Нейронные сети: полный курс, 2-е издание: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс». 2006. 1104 с.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МАЛОЙ ДВИЖУЩЕЙСЯ СФЕРЫ С ПОГРАНИЧНЫМ СЛОЕМ БЛАЗИУСА

Ф.В. Антаков

МФТИ (НИУ), г. Долгопрудный

antakov.fv@phystech.edu

Рассмотрено ламинарное обтекание пластинки потоком вязкой несжимаемой жидкости при больших числах Рейнольдса (рис. 1). На расстоянии \bar{L} от начала пластинки и на высоте $\bar{l}_d = \bar{L} \cdot l, l \gg \text{Re}^{-1/2}$ от её поверхности расположена малая сфера, движущаяся по потоку с заданной скоростью $\bar{V}_d = \bar{V}_\infty u_w$, где \bar{V}_∞ — скорость набегающего потока. В задаче рассмотрен случай $u_w \ll 1$. Для такого течения, при учете взаимодействия пограничного слоя с внешним потоком, потенциал состоит из суммы потенциалов набегающего потока, двух расположенных симметрично диполей [1] и потенциала от вытесняющего действия самого пограничного слоя.

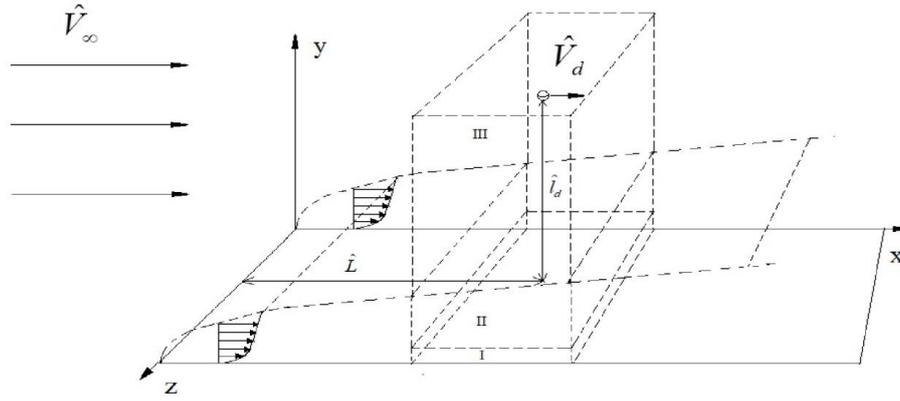


Рис. 1. Схема течения: I – вязкий подслой, II – основная часть ПС, III – потенциальный поток.

Из теории взаимодействия пограничного слоя с внешним потоком [2] известно, что возмущенное давление действует, прежде всего, на вязкий тонкий подслой (область I на рис.), расположенный на дне пограничного слоя. Высота размещения диполя $l = \text{Re}^{-3/8}h, h = O(1)$ выбрана исходя из требований теории свободного взаимодействия. Изучаемое течение является неустановившимся, но при переходе в систему координат, связанную с диполем, задача становится стационарной на движущейся вверх по потоку пластине. Для вязкого подслоя I краевая задача примет вид:

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} + W \frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}; \quad \frac{\partial P}{\partial Y} = 0,$$

$$U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} + W \frac{\partial W}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2}, \quad \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0,$$

$$P = M \cdot f + \frac{1}{2\pi H} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 A}{\partial \acute{x}^2} \frac{d\acute{x}d\acute{z}}{\sqrt{(X - \acute{x})^2 + (Z - \acute{z})^2}},$$

$$Y = 0: U = -U_W; V = W = 0; Y \rightarrow \infty: U = Y + A(X, Z) - U_W \dots; W \rightarrow 0,$$

$$X \rightarrow \infty, |Z| \rightarrow \infty: U = -U_W + Y \dots, W = 0; f = \frac{2X^2 - 1 - Z^2}{(X^2 + 1 + Z^2)^{5/2}}.$$

Задача содержит три независимых параметра: интенсивность диполя M , высота расположения диполя H и скорость стенки $-U_W$. $A(X, Z)$ – толщина вытеснения пограничного слоя. Из граничных условий ясно, что направления движения жидкости на нижней ($y = 0$) и верхней ($y \rightarrow \infty$) границах области различны. Это означает, что течение можно разделить на два противотока: пристенный слой, движущийся справа налево и верхний слой, текущий слева направо, см. [3]. Очевидно, что существует поверхность раздела противотоков $y = S(x, z)$, на которой продольная скорость равна нулю. Задача была решена в линейном приближении, при стремлении параметра M к нулю.

$$\begin{aligned}
U(X, Y, Z) &= -U_W + Y + M \cdot U_1(X, Y, Z) \dots, V(X, Y, Z) = M \cdot V_1(X, Y, Z) \dots, \\
W(X, Y, Z) &= M \cdot W_1(X, Y, Z) \dots, P = M \cdot P_1 \dots, \\
S(X, Z) &= U_W + M \cdot S_1(X, Z) \dots, A(X, Z) = M \cdot A_1(X, Z) \dots
\end{aligned}$$

После применения двойного преобразования Фурье по координатам x и z к линейной задаче, решение найдено через специальные функции [4] в виде:

$$\begin{aligned}
\widehat{V}_1(k, \zeta, l) &= \frac{(k^2 + l^2)\widehat{P}_1}{ikAi'(\zeta_0)} \int_{\zeta_0}^{\zeta} \left(\int_{\zeta_0}^{\xi} Ai(t) dt \right) d\xi, \widehat{W}_1(k, \zeta, l) \\
&= \frac{\pi il\widehat{P}_1}{(ik)^{2/3}} \left(\frac{Gi(\zeta_0)}{Ai(\zeta_0)} Ai(\zeta) - Gi(\zeta) \right),
\end{aligned}$$

$$\widehat{P}_1(k, l) = \widehat{f} \left(\frac{H(ik)^{\frac{5}{3}} Ai'(\zeta_0)}{H(ik)^{\frac{5}{3}} Ai'(\zeta_0) + k^2 \sqrt{k^2 + l^2} \int_{\zeta_0}^{\infty} Ai(t) dt} \right),$$

$$\widehat{U}_1 = \frac{i}{k} (\widehat{V}_1 + il\widehat{W}_1), \zeta = (-U_W + Y)(ik)^{1/3}, \zeta_0 = -U_W(ik)^{\frac{1}{3}}.$$

Приведем проекции линий тока на плоскость симметрии $z = 0$, $U_W = 1$, $H = 1, M = 0,5$ (рис. 2):

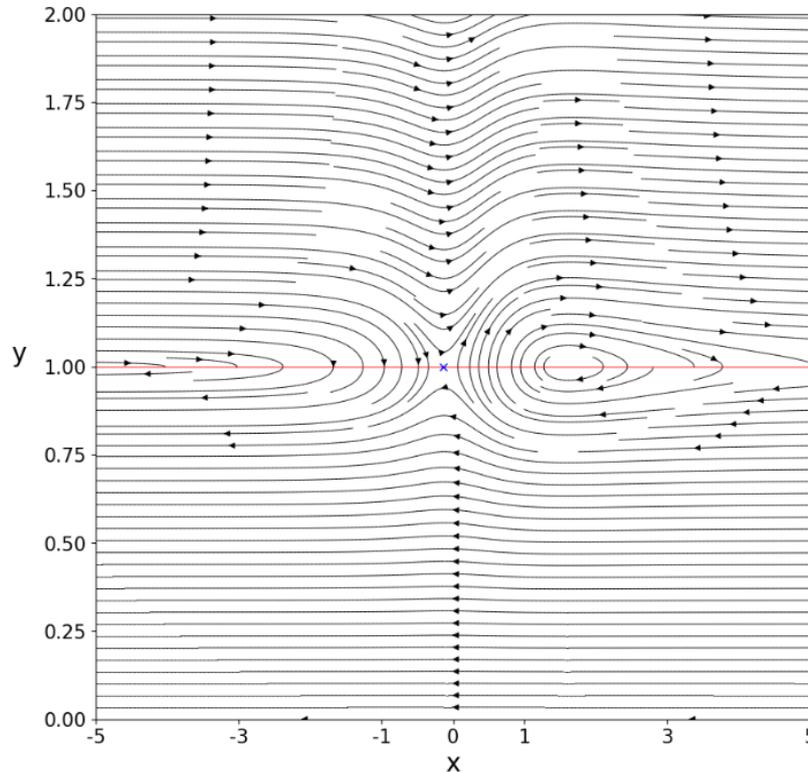


Рис. 2. Проекция линий тока на плоскость симметрии.

Выводы: решена задача о влиянии малой движущейся сферы на пограничный слой Блазиуса с учетом свободного взаимодействия. Найдено аналитическое решение линейной задачи в вязком подслое с противотоками, содержащее сложную картину пространственных отрывных зон, даже при малых M и при различных значениях H .

Работа выполнена в МФТИ при частичной поддержке РФФИ (проект № 23-19-00041 в ЦАГИ).

Список литературы:

1. Антаков Ф.В., Заметаев В.Б. Искажение формы сферы, смоделированной потенциальным диполем в равномерном потоке, из-за воздействия второго диполя // Труды МФТИ. 2022. Т. 14. № 4. С. 126–132.
2. Сычёв В.В. [и др.]. Асимптотическая теория отрывных течений. – М.: Наука, 1987. 256 с.
3. Чжун Т.Х., Безродных С.И., Заметаев В.Б. Несжимаемый пограничный слой с противотоками при заданном градиенте давления // ЖВММФ. 2022. Т. 62. № 6. С. 1007–1015.
4. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. / пер. с английск. – М.: Наука, 1979. 832 с.

**ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ АЛЕКСАНДЕРА – ХААЗЕНА
ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ПРОЦЕССА РАЗВИТИЯ
ДИСЛОКАЦИЙ В МОНОКРИСТАЛЛЕ**

П.С. Аронов, А.О. Гусев

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

aronovps@mail.ru, aogus@mail.ru

Одним из наиболее распространенных способов получения монокристаллов, используемых в приборостроении, является их направленная кристаллизация из расплавов. Однако температурные градиенты, возникающие при выращивании монокристаллов из высокотемпературных расплавов, приводят к формированию неоднородного распределения температурных напряжений, которые, в свою очередь, являются одной из главных причин образования дислокаций. Наличие дислокаций существенно влияет на механические и электрофизические свойства полупроводников, поэтому плотность дислокаций и их распределение в кристалле являются одними из самых важных характеристик качества получаемых материалов.

В работе изучено возникновение и развитие температурных напряжений и дислокаций в двухкомпонентном монокристалле A_xB_{1-x} , выращенном методом вертикальной направленной кристаллизации (методом Бриджмена).

На первом этапе решена осесимметричная задача кристаллизации двухкомпонентного расплава, в основе математической модели которой лежат уравнения Навье – Стокса, уравнения тепломассопереноса в твердой и жидкой фазах и условия термодинамического равновесия на границе раздела фаз [1]. На втором этапе температурные поля, полученные при решении задачи кристаллизации, использованы для моделирования термомеханического состояния монокристалла и распределения плотности дислокаций с помощью решения термоупругопластической задачи механики деформируемого твердого тела в квазистатическом приближении [2].

Для моделирования процесса развития дислокаций применена модель Александера – Хаазена, являющаяся одной из основных моделей макроуровня, описывающих развитие дислокаций в кристаллах. Это локальная модель, которая описывает размножение дислокаций, но не их генерацию, при этом скорость размножения не зависит от значений плотности соседних дислокаций. Изначально кристалл должен иметь небольшую ненулевую плотность дислокаций, которая будет увеличиваться с разной скоростью, в зависимости от уровня напряжений и температуры. Модель Александера – Хаазена включает в себя уравнение для изменения плотности дислокаций во времени, соотношение Орована и соотношение для функции скорости движения дислокаций [3].

Для дискретизации задачи механики деформируемого твердого тела применен метод конечных элементов, использованы четырехугольные конечные элементы второго порядка [2].

На рисунке 1 представлены двумерные распределения интенсивностей напряжений и десятичных логарифмов плотности дислокаций в момент времени 480 ч.

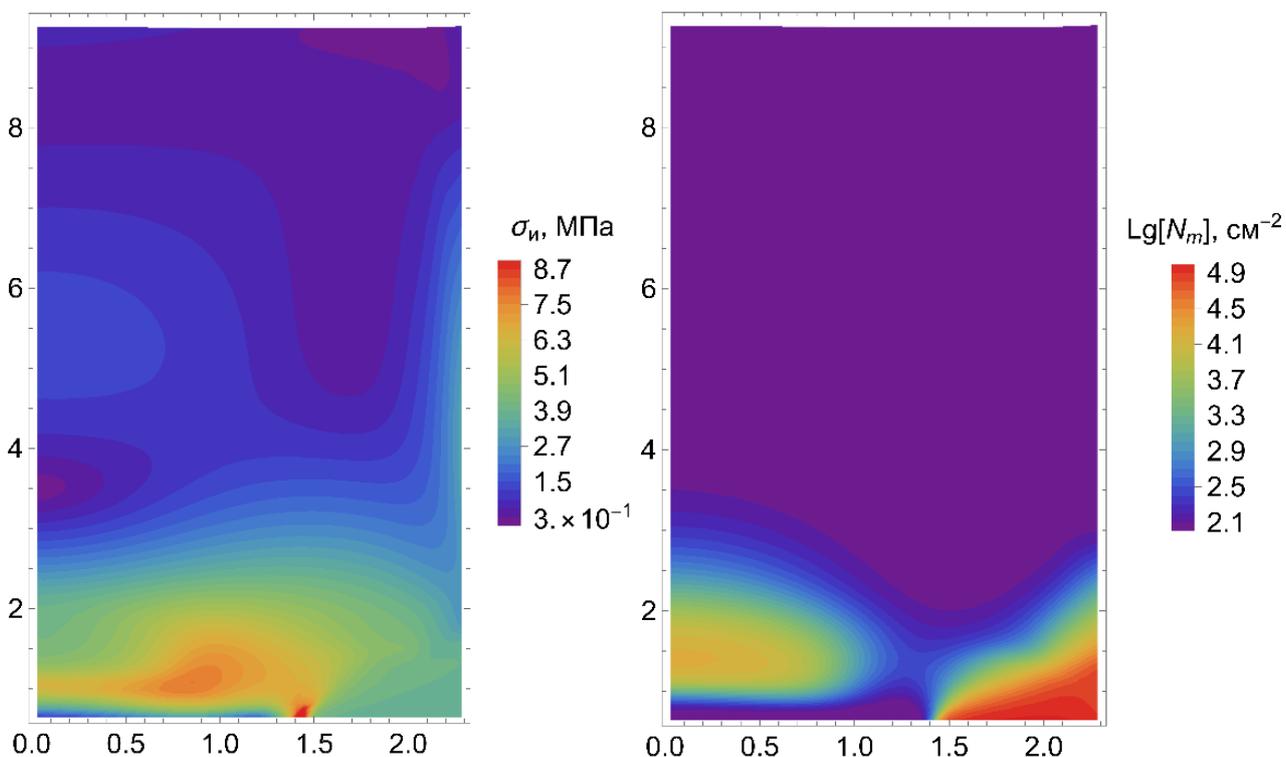


Рис. 1. Двумерные распределения на момент времени 480 ч: интенсивности напряжений (слева), плотности дислокаций (справа).

Приведенные результаты демонстрируют, что максимальные значения плотности дислокаций (около $4,5 \cdot 10^5 \text{ см}^{-2}$) достигаются в нижней области около боковой поверхности кристалла, там же, где сосредоточены наибольшие значения температурных градиентов, и следовательно, возникающие термические напряжения (см. [2]). При этом рост пластических деформаций (максимальные значения около $2,5 \cdot 10^{-3}$) и плотности дислокаций приводит к уменьшению уровня напряжений в нижней части кристалла с течением времени и смещению зоны максимальных напряжений (около 12 МПа) в направлении оси кристалла.

Список литературы:

1. Gusev A.O., Shcheritsa O.V., Mazhorova O.S. Conservative finite volume strategy for investigation of solution crystal growth techniques // Computers & fluids. 2020. Vol. 202. No. 104501.
2. Аронов П.С., Гусев А.О., Родин А.С. Моделирование напряженно-деформированного состояния монокристалла, выращенного методом Бриджмена // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2023. № 8. 26 с.
3. Аронов П.С., Галанин М.П., Гусев А.О., Родин А.С. Анализ развития дислокаций в монокристалле с помощью модели Александера – Хаазена // Необратимые процессы в природе и технике: XIII Всероссийская конференция (Москва, 28–30 января 2025 года): сборник статей. Т. 2. С. 7–10.

**РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ
В МНОГОМАСШТАБНЫХ ЗАДАЧАХ ДИФРАКЦИИ
МЕТОДОМ МОМЕНТОВ**

В.М. Аушев

МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Москва

T1 Интеграция, г. Москва

aushevvm@gmail.com

Моделирование рассеяния электромагнитных волн на сложных комбинированных структурах, содержащих проводящие и диэлектрические материалы, является одной из ключевых задач прикладной электродинамики. Особый интерес представляет анализ таких объектов в X-диапазоне (8-12 ГГц), который широко используется в радиолокации, спутниковой связи и системах дистанционного зондирования. Точный расчет эффективной площади рассеяния (ЭПР) в этом диапазоне частот необходим как для разработки малозаметных летательных аппаратов, так и для оптимизации антенн и радиопоглощающих покрытий [1, 2].

Важным аспектом моделирования в области высоких частот, в частности, в X-диапазоне, является учет радиопоглощающих материалов (РПМ), которые применяются для снижения уровня рассеяния и минимизации электромагнитных помех [1–3]. Современные РПМ, такие как углепластик, благодаря своим электромагнитным и прочностным свойствам находят применение в авиационной и космической промышленности, а также в военной технике. Корректное численное моделирование объектов с подобными материалами требует использования точных и вычислительно эффективных методов. Одним из таких инструментов для моделирования рассеяния электромагнитных волн является метод моментов, основанный на представлении решения в интегральном виде и требующий решения соответствующих интегральных уравнений [4]. Однако его прямое применение к большим объектам, содержащим десятки миллионов неизвестных, сопряжено с крайне высокими вычислительными затратами. В связи с этим в данной работе для решения системы интегральных уравнений применяется многоуровневый быстрый метод мультиполей (MLFMM), который позволяет снизить вычислительную сложность до $O(N)$ и $O(N \log N)$ в области низких и высоких частот соответственно [5].

Задачи, представляющие практический интерес, могут содержать не только миллионы неизвестных, но и компоненты разных пространственных масштабов. В результате при дискретизации расчетной области возникают элементы, линейные размеры которых отличаются на несколько порядков, что может значительно замедлить сходимость при решении СЛАУ итерационным методом. Для решения подобных задач мы предлагаем новый тип предобуславливателя, основанный на анализе топологических связей между элементами расчетной сетки в комбинации с локальными геометрическими характеристиками. Такой подход позволяет значительно сократить число итераций при решении системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) по сравнению с классическими предобуславливателями, особенно в случае многомасштабных геометрий.

В данной работе проводится численный анализ рассеяния электромагнитных волн на объектах сложной формы, включая идеальные проводники и диэлектрики, а также конструкции, содержащие радиопоглощающие материалы. Проведено сравнение с коммерческим программным обеспечением CST Studio Suite, использующим решатель на основе тех же интегральных уравнений, которые мы рассматриваем в работе. Кроме этого, реализованный программный комплекс верифицирован в широком диапазоне частот на тестовой задаче рассеяния на сфере, имеющей аналитическое решение. Показана эффективность предложенного метода для решения задач с десятками миллионов неизвестных на частотах до 18 ГГц для объектов метровых размеров.

Список литературы:

1. Knott E.F., Shaeffer J.F., Tuley M.T. Radar cross section. Raleigh: SciTech Publishing, 2004. 611 P.
2. Anand S. Planar polarization rotation reflective surface for X-band RCS reduction in microstrip patch antenna // Adv. Elect. Eng. Electron. Energy. 2023. Vol. 4. P. 100164.
3. Junior M.A.D.A. Influence of the permittivity on carbon fiber particulates applied in radiation absorbing materials // GJRE. 2017. Vol. 17. Issue F8. P. 7–14.
4. Jin J.-M. Theory and computation of electromagnetic fields. Hoboken: Wiley, 2010. 588 P.
5. Gumerov N.A., Duraiswami R. Fast multipole methods for the Helmholtz equation in three dimensions. Oxford: Elsevier. 2004. 426 P.

**СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ РЕАЛИЗАЦИИ ДИНАМИЧЕСКОЙ
АДАПТАЦИИ РАСЧЕТНОЙ СЕТКИ**

А.А. Бай, С.К. Григорьев

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

bay.aa@phystech.edu, sergejgri@gmail.com

При численном моделировании физических процессов методами механики сплошной среды широко используется технология динамической адаптации расчетной сетки.

Методы динамической адаптации реализованы для регулярных и неструктурированных сеток. В рамках работы рассматриваются методы динамической адаптации регулярной сетки. Существует несколько подходов к реализации адаптации регулярной сетки: cell-based (листовой) и block-based (блочный).

Каждый подход имеет свои особенности. Листовая модель позволяет адаптировать только ячейки, непосредственно отмеченные функциональным критерием к адаптации. Недостатком подхода являются существенные временные затраты на выполнение операции адаптации. Блочная модель адаптирует сразу несколько ячеек некоторого заранее заданного блока. Такой подход позволяет использовать более простые и быстрые структуры данных, но неизбежно влечет за собой увеличение размеров сетки.

На сегодняшний день разработано несколько пакетов прикладного программного обеспечения, реализующих эту технологию, например: t8code [1], AMReX [2].

Целью работы является сравнение листового и блочного подходов к динамической адаптации на распределённой вычислительной системе.

Выполнялось сравнение библиотек динамической адаптации *ostreemesh* и *AMReX* [2]. В качестве модельной задачи рассматривалась задача о

моделировании неустойчивости Релея–Тейлора в трёхмерной постановке (рисунок 1).

Сравнение выполнялось по следующим параметрам: Общее количество сеточных элементов, количество ячеек домена, время выполнения одной итерации, время на адаптацию и балансировку нагрузки.

Априорные предположения о том, что листовая модель позволяет сэкономить количество сеточных элементов за счёт увеличения времени обработки одного сеточного элемента. Результаты сравнения опубликованы в работе [3].

Вычисления проводились с помощью гибридного суперкомпьютера К60, установленного в Суперкомпьютерном Центре коллективного пользования ИПМ им. М. В. Келдыша РАН [4].

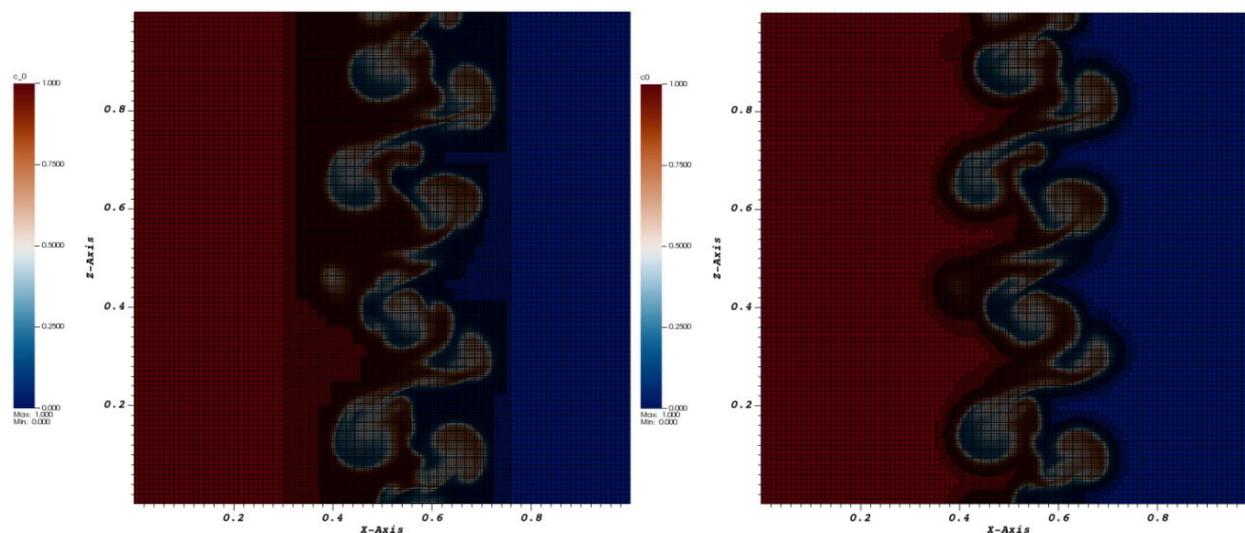


Рис.1. Концентрация первого вещества на плоскости $y = 0.5$ м в момент времени $t = 5$ мкс. Слева AMReX, справа ocreemesh.

Список литературы:

1. Holke J. [et al.]. t8code v.1.0 – Modular Adaptive Mesh Refinement in the Exascale Era. SIAM International Meshing Round Table 2023, 06.03.2023 – 09.03.2023, Amsterdam, Niederlande.
2. Zhang W., Myers A., Gott K., Almgren A., Bell J. AMReX: Block-structured adaptive mesh refinement for multiphysics applications. // The International Journal of High-Performance Computing Applications. 2021. Vol. 35(6). Pp. 508–526. <https://doi.org/10.1177/10943420211022811>
3. Григорьев С.К., Бай А.А. Сравнение подходов к динамической адаптации расчетной сетки на распределенной вычислительной системе // Вычислительные методы и программирование. 2025. Т. 26. № 1. С. 33–49. <https://doi.org/10.26089/NumMet.v26r103>
4. Центр коллективного пользования ИПМ им. М. В. Келдыша РАН. Гибридный вычислительный комплекс К60. <https://ckp.kiam.ru>

АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СВОБОДНОЙ ЭНЕРГИИ ДЛЯ МОДЕЛЕЙ ТИПА ГРАДИЕНТА ПЛОТНОСТИ

В.А. Балашов, Е.Б. Савенков

ИИМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

vladislav.balashov@imamod.ru, savenkov@keldysh.ru

Математическое моделирование многофазных микротечений, в которых существенную роль играют капиллярные эффекты, представляет большой интерес для исследования и оптимизации промышленных и природных процессов. В контексте нефтегазовой отрасли моделирование данных процессов находит применение в так называемой технологии «цифровой керн», которая ориентирована на дополнение традиционных лабораторных исследований.

Существует большое количество моделей, которые применяются для описания многофазных микротечений. Все их можно разделить на два больших класса: модели с четкой границей (например, жидкого объема и метод множеств уровня) и модели типа диффузной границы, которые в большинстве своем основаны на использовании концепции фазового поля. В первой группе межфазная граница представляет собой поверхность «нулевой толщины», на которой тем или иным образом задаются условия, связывающие уравнения движения жидкости по разные стороны от межфазной границы, а также учитывающие поверхностное натяжение. В моделях с диффузной границей, к которым относятся модели типа фазового поля, межфазная граница, напротив, представляет собой слой малой, но конечной толщины, в пределах которого действуют поверхностные силы. Модели типа фазового поля являются наиболее сложными (они как правило включают пространственные производные высоких порядков и являются сильно нелинейными), но в то же время наиболее физически обоснованными. Популярными примерами моделей данной класса служат модели, основанные на уравнениях Кана–Хилларда [1, 2], и Аллена–Кана [3].

Основным элементом моделей типа фазового поля является специальный вид функционала свободной энергии Гельмгольца Ψ (или другого термодинамического потенциала). С одной стороны он содержит невыпуклое слагаемое, которое зависит от локальных значений параметров порядка (в качестве которых могут выступать концентрации, плотности компонентов ρ_α или искусственно введенные величины) невыпуклым образом, а с другой – слагаемое, зависящее от пространственных градиентов параметров порядка. Благодаря двум этим особенностям модель обеспечивает конечную толщину межфазной границы, а также дает возможность учесть энергию, сосредоточенную в межфазном слое (другими словами, межфазное натяжение).

Важным подмножеством моделей типа фазового поля являются модели, основанные на теории градиента плотности (density gradient theory, DGT). В них в качестве параметров порядка выступают массовые (или мольные) плотности компонентов ρ_α . Функционал свободной энергии Гельмгольца в них задается в виде

$$\Psi[\rho] := \int_{\Omega} \left\{ \psi_0(\rho) + \frac{1}{2} \lambda_{\alpha\beta} \nabla \rho_\alpha \cdot \nabla \rho_\beta \right\} d\Omega, \quad (1)$$

где $\psi_0(\rho)$ – локальная объемная плотность свободной энергии (которая является невыпуклой функцией), $\lambda_{\alpha\beta}$ – параметры влияния (градиентные параметры), которые образуют положительно определенную симметричную матрицу размера $K \times K$ (по количеству компонентов).

В соотношении (1) слагаемое, зависящее от $\nabla \rho_\alpha$, представляет собой градиентную энергию. Это градиентное слагаемое существенно отличается от нуля только в межфазном слое. Вместе с невыпуклостью ψ_0 оно позволяет учесть такие эффекты, как поверхностное натяжение и смачивание, а также обеспечить конечную толщину межфазного слоя.

Здесь стоит подчеркнуть, что в моделях типа фазового поля (в моделях DGT, в частности) понятие фазы явно не вводится. Однако, благодаря специальному виду свободной энергии в области образуются устойчивые подобласти с практически однородным распределением параметра порядка. Эти подобласти интерпретируются как фазы.

Модели DGT широко применяются для детального исследования структуры и свойств межфазной границы. Одной из задач, которая часто решается с их помощью, является определение значения коэффициента поверхностного натяжения σ по заданным значениям параметров влияния $\lambda_{\alpha\beta}$ и выражению для ψ_0 . В этих задачах как правило рассматривается реалистичное уравнение состояния для ψ_0 , что приводит к очень тонкой (порядка нанометров) толщине межфазной границы. Поэтому в задачах, связанных с моделированием динамики многофазной жидкости в больших масштабах, реалистичное уравнение состояния может требовать очень сильного измельчения расчетной сетки. Кроме того, во многих постановках достаточно учитывать только капиллярные эффекты и можно пренебречь реалистичной термодинамикой. По этим причинам реалистичные уравнения состояния иногда могут оказаться избыточными, и целесообразной является их замена некоторыми модельными альтернативами. Так, например, поступают в работах [4, 5] (где также рассматривается модель типа DGT), а также во многих работах, посвященных моделям, основанным на уравнении Кана–Хилларда (вид локальной части свободной энергии заменяют на многочлен 4го порядка $\psi_0(c) = c^2(1-c)^2$, где c — концентрация, играющая роль параметра порядка).

Особенностью моделей типа фазового поля является принципиальное отсутствие прямой связи между параметрами свободной энергии и целевыми значениями коэффициента поверхностного натяжения и толщины межфазной границы. В наиболее простых случаях моделей Кана–Хилларда с

полиномиальной локальной свободной энергией $\psi_0(c) = c^2(1-c)^2$ в плоскопараллельной одномерной постановке эту связь удастся получить (более того, можно получить и аналитическое выражение для распределения параметра порядка в окрестности межфазной границы). Однако в более сложных ситуациях (например, для DGT) это сильно сложнее (если вообще возможно). Поэтому при подборе параметров модели таких, которые обеспечивают необходимые значения коэффициентов поверхностного натяжения и толщины межфазной границы (или по крайней мере, близкие к ним) обычно используют ручную «калибровку»: например, используя уже готовый солвер для задачи о равновесии круглой или шарообразной капли, и, применяя, накопленный опыт, знания об устройстве модели и закон Юнга–Лапласа постепенно в ходе многократных вычислительных экспериментов подбирают параметры. Такая методика является затратной и трудоемкой для двухфазного случая, но еще более сложна (если вообще реализуема) для трехфазных трехкомпонентных задач.

Настоящая работа посвящена разработке инструмента, который принципиально облегчает задачу подбора («калибровки») параметров для двух- и трехфазных моделей DGT с модельными $\psi_0(\rho)$.

Список литературы:

1. Cahn J.W., Hilliard J.E. Free Energy of a Nonuniform System. I. Interfacial Free Energy // The Journal of Chemical Physics. 1958. Vol. 28. Pp. 258–267. <https://doi.org/10.1063/1.1744102>
2. Lowengrub J., Truskinovsky L. Quasi-incompressible Cahn–Hilliard fluids and topological transitions // Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. 1998. Vol. 454. Pp. 2617–2654. <https://doi.org/10.1098/rspa.1998.0273>
3. Allen S.M., Cahn J.W. Coherent and incoherent equilibria in iron-rich iron-aluminum alloys // Acta Metallurgica. 1975. Vol. 23. Pp. 1017–1026. [https://doi.org/10.1016/0001-6160\(75\)90106-6](https://doi.org/10.1016/0001-6160(75)90106-6)
4. Dinariev O.Y., Evseev N.V. Application of density-functional theory to calculation of flows of three-phase mixtures with phase transitions // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2007. Vol. 80. Pp. 1247–1255. <https://doi.org/10.1007/s10891-007-0161-2>
5. Dinariev O.Y., Evseev N.V. Modeling of nanoscale liquid mixture transport by density functional hydrodynamics // Physical Review E. 2017. Vol. 95. P. 063307. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.95.063307>

ИССЛЕДОВАНИЕ СХЕМ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ПО ВРЕМЕНИ ДЛЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ГРАДИЕНТА ПЛОТНОСТИ

В.А. Балашов¹, И.А. Фахурдинов^{1,2}, М.А. Бочев¹, Е.Б. Савенков¹

¹ИИМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

²НИЯУ МИФИ, г. Москва

vladislav.balashov@imamod.ru, mv1451003@gmail.com,

botchev@kiam.ru, savenkov@keldysh.ru

В данной работе рассматривается модель типа фазового поля, описывающая динамику изотермической сжимаемой двухкомпонентной двухфазной вязкой жидкости с учётом межфазных эффектов. Разработка и совершенствование математических моделей и численных методов для анализа многофазных многокомпонентных микротечений с доминирующими капиллярными эффектами остаётся актуальной научной задачей. Подобные процессы играют ключевую роль в широком спектре природных и технических систем: от пористых сред (горные породы, биологические ткани) до промышленных установок (трубопроводы, реакторы, двигатели). Эффективное моделирование таких течений необходимо для понимания их динамики.

В настоящей работе рассматривается вариант системы уравнений, предложенной в [1] для изотермического случая. Также рассматривается расщепление системы по физическим процессам [2] на подсистему, связанную с диффузионными потоками, и подсистему с гидродинамическим расчётом.

Сравнительно недавно построены алгоритмы численного интегрирования по времени, удовлетворяющие критерию невозрастания свободной энергии в системе, что необходимо в следствие термодинамической специфики системы уравнений, на основе выпуклого расщепления энергии [3]. В работе исследуется метод интегрирования, совмещающий применение выпуклого расщепления и модифицированный метод локальных итераций (ЛИМ) [4]. Метод ЛИМ является методом численного интегрирования по времени, где устойчивость достигается за счёт применения многочленов Чебышёва.

Список литературы:

1. Liu J., Amberg G., Do-Quang M. Diffuse interface method for a compressible binary fluid // Phys. Rev. E. 2016. V. 93. № 1. P. 013121.
2. Kou J., Sun, S., Wang, X. Linearly Decoupled Energy-Stable Numerical Methods for Multicomponent Two-Phase Compressible Flow // SIAM Journal on Numerical Analysis. 2018. Vol. 56(6). Pp. 3219–3248.
3. Eyre D.J. An unconditionally stable one-step scheme for gradient systems // Tech. report, Department of Mathematics, University of Utah. 1997. unpublished.
4. Жуков В.Т. Разностные схемы локальных итераций для параболических уравнений // Препринты ИИМ им. М.В. Келдыша. 1986. № 173. 31 с.

О СМЕШАННОЙ ЗАДАЧЕ С ИНВАРИАНТНЫМ ГРАНИЧНЫМ УСЛОВИЕМ ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ В ЦИЛИНДРЕ НАД ШАРОМ

Ю.О. Беляева^{1,2}, В.П. Бурский^{2,3}

¹РУДН, г. Москва

²ИПММ, г. Донецк

³МФТИ (НИУ), г. Долгопрудный

yilia-b@yandex.ru, bvp30@mail.ru

Групповым свойствам дифференциальных уравнений и их решений посвящена обширная литература ([1, 2] и др.). Однако, задачи с общими инвариантными граничными условиями изучены в гораздо меньшей степени. В этом направлении известными являются работы [3, 4]. Значительный вклад в изучение общих инвариантных граничных задач был сделан В.П. Бурским. Общей теории граничных задач, как и граничным задачам с эквивариантными граничными условиями посвящена его монография [5].

В работе мы рассматриваем смешанную задачу для волнового уравнения в цилиндре над шаром:

$$u_{tt} = \Delta u, \quad x \in B, t \in (0, T), \quad (1)$$

где $B = \{x \in \mathbb{R}^3: |x| < 1\}$, с начальными условиями

$$u|_{t=0} = u_0(x), \quad u_t|_{t=0} = u_1(x), \quad (2)$$

и граничным условием вида

$$u|_{\partial B} * \alpha + u_\nu|_{\partial B} * \beta = 0. \quad (3)$$

Здесь мы предполагаем, что функции $\alpha(x)$, $\beta(x)$ принадлежат пространству $L_2(\partial B)$ и $\alpha = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{k=-l}^l \alpha_l^k Y_l^k$, и $\beta = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{k=-l}^l \beta_l^k Y_l^k$ – их разложения в ряды Фурье по сферическим функциям Y_l^k . Пусть далее u_0, u_1 – заданные функции, $u_0 \in H^1(B), u_1 \in L_2(B)$. Символ $*$ обозначает свертку на ∂B , она может быть записана в виде

$$\psi * \alpha = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{k=-l}^l \psi_l^k \alpha_l^k Y_l^k.$$

Граничная задача с условиями вида (3) для оператора Лапласа в круге рассматривалась в [6] для уравнения Гельмгольца. В работе [7] рассматривалось стационарное уравнение Шредингера во внешности шара. Исследован спектр и получены точные формулы для собственных функций задачи с условием вида (3). Разрешимость задачи для уравнения теплопроводности в круге была рассмотрена в работе [8].

Условие (3), как известно, обладает свойством инвариантности относительно группы поворотов шара: для любых $V \in SO(\mathbb{R}^n)$, выполняется $T_V(\alpha * u) = \alpha * T_V u$, где $T_V(f(x)) = f(Vx)$. Рассматриваемая постановка

является наиболее общей поворотно-инвариантной постановкой граничной задачи в шаре, а первая, вторая и третья краевые задачи являются ее частными случаями. В докладе будут представлены результаты о разрешимости задачи (1)–(3). Будут доказаны существование и единственность обобщенного решения задачи при определенных предположениях на граничные функции.

Список литературы:

1. Виленкин Н.Я. Специальные функции и теория представлений групп, 2-е изд., испр. – М.: Наука, 1991. 576 с.
2. Helgason S. Groups and geometric analysis: integral geometry, invariant differential operators, and spherical functions. Orlando: Academic Press, 1984. 667 P.
3. Kochubei A.N. Symmetric operators commuting with a family of unitary operators // *Funct. Anal. Appl.* 1979. Vol. 13(4). Pp. 300–301.
4. Zan N.K. On a boundary problem for the Laplace equation in the disk // *Ukr Math J.* 1972. Vol. 24. Pp. 613–619. <https://doi.org/10.1007/BF01085411>
5. Бурский В.П. Методы исследования граничных задач для общих дифференциальных уравнений. – Киев: Наукова думка, 2002. 315 с.
6. Бурский В.П. Об эквивариантных расширениях дифференциального оператора на примере оператора Лапласа в круге // *Укр. матем. журнал.* 1999. Т. 51. № 2. С.158–169.
7. Burskii V.P., Zaretskaya A.A. On the Spectrum and Eigenfunctions of the Equivariant General Boundary Value Problem Outside the Ball for the Schrödinger Operator with Coulomb Potential Laplace operator in a circle // *Quant. Phys. Lett.* 2016. V.5. Issue 2. Pp. 5–17.
8. Бурский В.П., Куракина И.И. Общая эквивариантная смешанная задача для уравнения теплопроводности в круговом цилиндре // *Труды ИПММ.* 2012. Т. 24. С. 260.

**МИНИМАЛЬНАЯ СХЕМА МЕТОДА РЕШЁТОЧНЫХ
УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА**

А.В. Березин

НИЯУ МИФИ, г. Москва

arsenbrs@mail.ru

Уравнения Максвелла – фундаментальные уравнения физики, описывающие динамику электромагнитных полей. Они являются необходимым элементом многих современных областей исследований, таких как оптика, магнитная гидродинамика (МНД), методы частиц в ячейках (PIC) и др. Наиболее распространённый инструмент для численного решения уравнений

Максвелла на текущий момент – методы конечных разностей во временной области (FDTD) [1]. В FDTD динамика электромагнитных полей моделируются с использованием конечно-разностной схемы, при этом компоненты полей относятся к сдвинутым во времени и пространстве решёткам. Точность схем FDTD главным образом ограничена численной дисперсией – фазовой ошибкой для решения в виде монохроматической волны. Для подавления численной дисперсии схемы FDTD требуют порядка 20 узлов на самую короткую длину волны в задаче [1].

В 2010 году появилась новая многообещающая численная схема для решения уравнений Максвелла [2]. Она возникла как адаптация метода решёточных уравнений Больцмана (LBM), широко применяемого для задач гидрогазодинамики. Такая схема, как и все схемы LBM-типа, принципиально отличается от схем FDTD. В частности, она не является конечно-разностной схемой, а вычисление полей происходит локально и по пространству, и по времени.

Мы построили и проанализировали простую схему метода решёточных уравнений Максвелла (LMM), описывающую динамику электромагнитных полей в вакууме. Исследуемая схема оказывается весьма компактной даже в сравнении со стандартными схемами LBM, поскольку, как и уравнения Максвелла в вакууме, является полностью линейной относительно своих переменных, а также, на языке гидрогазодинамики, отвечает нулевой вязкости. Вследствие указанных свойств нам удалось явно получить дисперсионные соотношения для характерных пространственных направлений схемы (Рис.1) и показать наличие двенадцати направлений, вдоль которых сигнал с определённой поляризацией может распространяться без дисперсии (светло-зелёные линии на правом графике рисунка 1).

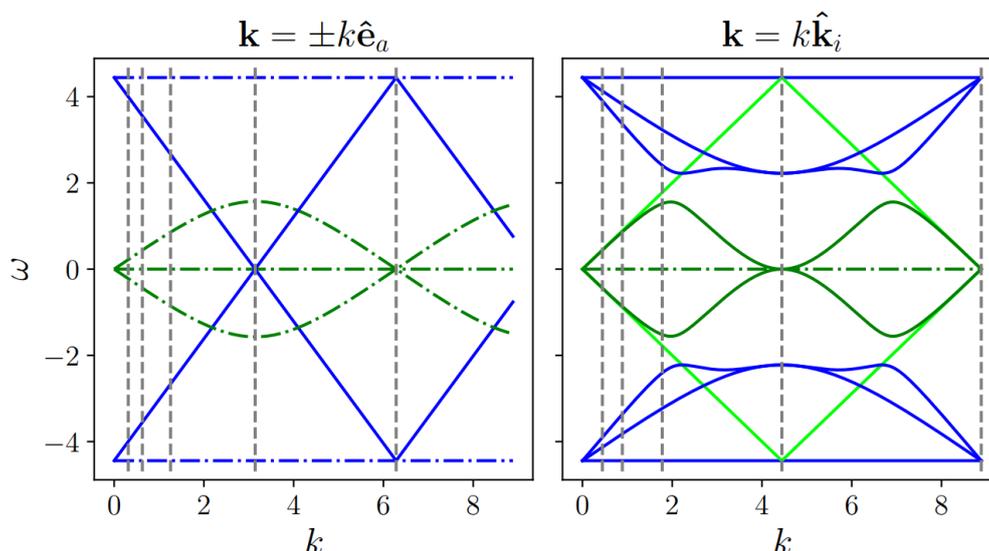


Рис. 1. Двенадцать дисперсионных ветвей схемы LMM в направлениях осей декартовой системы координат $\pm e_a$ (слева) и в направлениях переноса функций распределения k_i (справа). Зелёным цветом обозначены основные ветви, синим – побочные. Штрихпунктирные линии отвечают дублирующимся ветвям. Серые штрихованные линии соответствуют (слева направо) 20/10/5/2/1 узлам на длину волны.

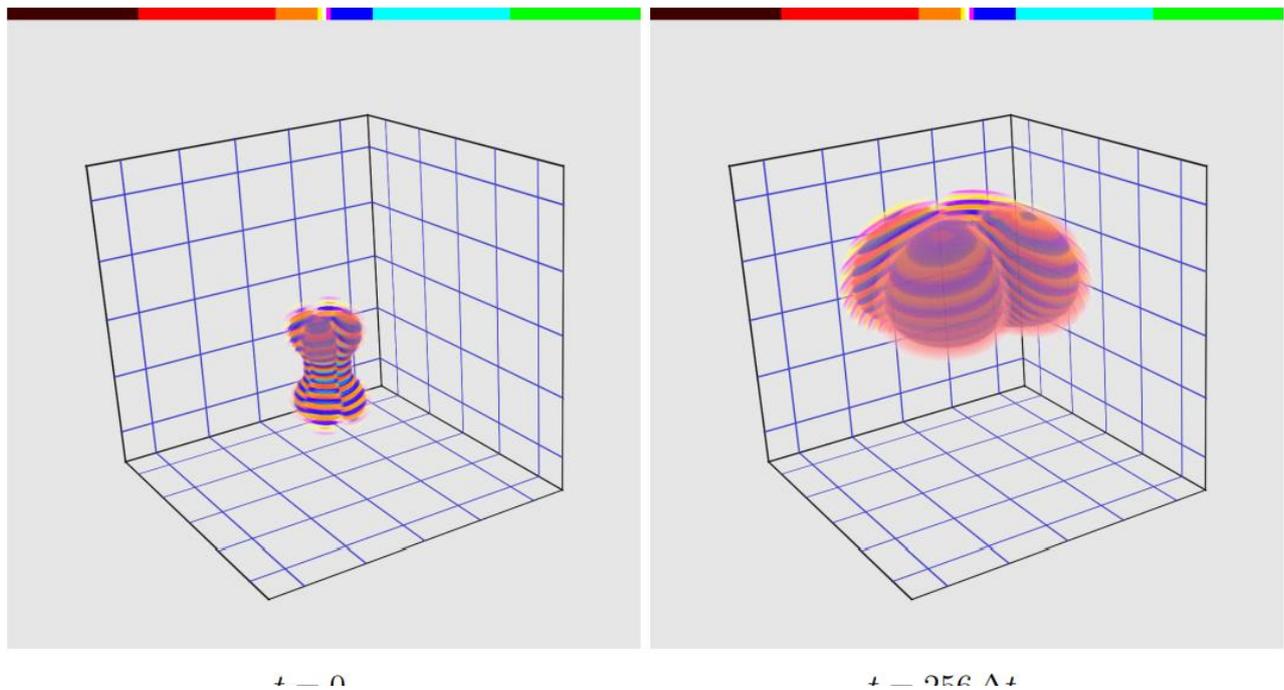


Рис. 2. Эволюция продольной компоненты магнитного поля H_z фокусированного лазерного импульса. Амплитуда поля равна 1, пределы цветовой палитры: ± 0.14 .

Также мы сформулировали корректный способ задания начальных условий для переменных схемы, необходимый для точного выполнения закона сохранения энергии. Это может быть важно для описания эволюции сложной пространственной структуры полей, к примеру продольной компоненты поля фокусированного лазерного импульса (рисунок 2).

Список литературы:

1. Taflove A., Oskooi A., Johnson S.G. Advances in FDTD computational electrodynamics: photonics and nanotechnology. Artech house, 2013. 670 P.
2. The lattice Boltzmann method: principles and practice / К. Timm, Н. Kusumaatmaja, А. Kuzmin et al. // Cham, Switzerland: Springer International Publishing AG. 2016. 690 P.
3. Mendoza M., Muñoz J.D. Three-dimensional lattice Boltzmann model for electrodynamics // Physical Review E – Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics. 2010. Vol. 82. Issue 5. P. 056708.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.82.056708>

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ КОНТЕКСТНО-ИНСТРУКЦИОННОГО НАБОРА ДАННЫХ ДЛЯ ДООБУЧЕНИЯ ГЕНЕРАТОРА В СИСТЕМЕ RAG

В.И. Бондаренко¹, В.О. Елисеев², А.Ю. Максимова²,

¹ДонГУ, г. Донецк

²ИПММ, г. Донецк

mail@vitbond.ru, eliseevv02@mail.ru, maximova.alexandra@mail.ru

С ростом количества и качества современных больших языковых моделей (LLM) появилась возможность создания интеллектуальных ассистентов, выполняющих консультационную и справочную роль в бизнес-процессах конкретных организаций. Однако мы не можем использовать LLM в чистом виде, так как в данных, на которых они обучались, нет достаточной информации об организациях, для которых строятся ассистенты.

Наиболее распространенные решения этой проблемы – дообучение LLM [1] на корпоративных данных и построение систем Retrieval Augmented Generation (RAG) [2]. Эти подходы позволяют эффективно использовать LLM для работы с корпоративными данными, однако обладают рядом недостатков.

Дообучение LLM требует значительных ресурсов и большого количества качественно размеченных данных. Главным недостатком подхода является необходимость постоянного повторного обучения модели на обновляемых данных. Даже использование самого экономного подхода к дообучению – Low-Rank Adaptation (LoRA) [3] не подходит для частого повторного обучения модели в условиях ограниченности вычислительных мощностей.

Использование RAG позволяет нам гибко взаимодействовать с корпоративными знаниями, так как в данном случае мы не обучаем модель, а передаем ей факты из базы знаний вместе с запросом. Сами факты выбираются за счет схожести с запросом на основе косинусного сходства либо L2 расстояния. Векторизация текста [4], позволяющая искать схожесть, происходит с помощью модели-ретривера, чаще всего LLM, состоящей только из энкодера [5]. Однако, RAG зависим от качества ретривера, ошибки в его работе могут нарушить работу системы. Кроме того, мы не можем напрямую управлять стилем ответов модели.

В данной работе мы предлагаем объединить эти подходы, дообучив LLM на наборе данных со специфичным форматом в качестве генератора в системе RAG. Вместо обычного инструкционного набора данных [6], состоящего из пар input-output, мы предлагаем использовать набор, с добавленным полем context, заполняемым top-n текстовыми фрагментами из векторной базы данных, построенной на корпоративных данных. Метод позволит модели научиться извлекать наиболее релевантные ответы из найденных ретривером фактов, в зависимости от запроса пользователя, вместо простого запоминания фактов.

Схожий метод был проанализирован в работах [7, 8], однако работы были направлены на решение общей задачи при использовании мультидоменных

знаний. В нашем случае мы построим контекстно-инструкционный набор данных для обучения модели-генератора RAG системы интеллектуального ассистента Донецкого Государственного Университета (ДонГУ).

В качестве источника данных был использован сайт ДонГУ [9], поскольку он содержит структурированный и машинночитаемый контент. Для парсинга был разработан набор скриптов [10], позволяющий указать тег с текстовым содержимым на страницах сайта, необходимость загружать файлы текстового формата (.pdf, .docx, .pptx и т.д.), и глубину обхода. После полного обхода сайта было загружено 2912 текстовых файлов (полученных на основе HTML-страниц), 3546 файлов различных форматов, суммарно было выгружено 14.3 Гб данных.

При анализе текстовых файлов, полученных при парсинге HTML страниц сайта, было обнаружено, что некоторые из них не содержат релевантной для разрабатываемого ассистента информации. Они были получены из промежуточных страниц, содержащих только ссылки на скачиваемые файлы либо на другие страницы. Для удаления непригодных к генерации инструкций файлов использовались в качестве судей три большие языковые модели: Gemma2-9b-it [11], LLaMA-3.1-70B-Instruct и LLaMA-3.3-70B-Instruct. Был создан запрос, включающий название и содержимое файла, и задание оценить пригодность этих данных для генерации инструкций по пятибальной шкале. После оценки было принято решение удалить файлы, у которых средняя оценка меньше двух. Проект с выбором релевантных текстовых файлов, вместе с запросами на русском и английском языках находится в открытом доступе [12].

Далее была проведена генерация инструкционного набора данных на основе 2337 оставшихся после предыдущего шага текстовых файлов. Был построен запрос, содержащий название и содержимое файла, и задание сгенерировать максимальное число пар инструкция-ответ. Он был отправлен для каждого релевантного файла модели LLaMA-3.3-70B-Instruct. Для файлов, с менее чем тремя полученными инструкциями, была проведена повторная генерация с пониженным значением температуры. Это добавило более 600 новых инструкций, всего мы получили 25633 инструкционные пары, что достаточно для обучения модели на корпоративном домене.

Построенный классический инструкционный набор данных был расширен контекстом, в соответствии с input. На основе релевантных текстовых файлов была построена векторная база с помощью модели Giga-Embeddings-instruct [13]. Размер фрагмента составил 500 токенов модели LLaMA-3.1-8B с перекрытием в 50, что позволит как получить достаточно описательные текстовые фрагменты, так и избежать сильной ресурсной нагрузки во время дообучения. Из 2337 релевантных текстовых файлов было выделено 9935 фрагментов.

Для каждого input из полученного ранее набора данных выбраны три наиболее близких фрагмента из векторной базы (по косинусному сходству) и добавлены в поле context, сформировав набор данных в формате input-context-output. Проект с созданием итогового набора данных также находится в открытом доступе [14].

В дальнейшем планируется дообучить модель LLaMA-3.1-8B на построенном в работе наборе данных и использовать ее в качестве генератора в системе RAG интеллектуального ассистента ДонГУ. В данной системе будет использована векторная база данных с текстовыми фрагментами большего размера – 2000 токенов модели Giga-Embeddings-instruct с перекрытием в 200, включающая не только рассмотренные в данной работе релевантные текстовые файлы, но и файлы различных форматов, выгруженные с сайта ДонГУ.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках научной темы «Разработка и совершенствование интеллектуальных методов классификации и прогнозирования для задач распознавания образов и моделирования информационных процессов» FREM-2024-0001 (Регистрационный номер 1023111000141-9-1.2.1).

Список литературы:

1. Gururangan S. [et al.]. Don't stop pretraining: Adapt language models to domains and tasks // arXiv:2004.10964. 2020.
2. Lewis P. [et al.]. Retrieval-augmented generation for knowledge-intensive nlp tasks // Adv Neural Inf Process Syst. 2020. Vol. 33. Pp. 9459–9474.
3. Hu E.J. [et al.]. Lora: Low-rank adaptation of large language models // ICLR. 2022. Vol. 1. Issue 2. P. 3.
4. Mikolov T. [et al.]. Distributed representations of words and phrases and their compositionality // Adv Neural Inf Process Syst. 2013. Vol. 26.
5. Karpukhin V. [et al.]. Dense Passage Retrieval for Open-Domain Question Answering // EMNLP. 2020. Pp. 6769–6781.
6. Nayak N.V. [et al.]. Learning to generate instruction tuning datasets for zero-shot task adaptation // arXiv:2402.18334. 2024.
7. Zhang T. [et al.]. Raft: Adapting language model to domain specific rag // First Conference on Language Modeling. 2024.
8. Liu W. [et al.]. RAG-Instruct: Boosting LLMs with Diverse Retrieval-Augmented Instructions // arXiv:2501.00353. 2024.
9. Официальный сайт ДонГУ. URL: <https://donnu.ru/>.
10. Website Crawler. URL: <https://github.com/EliseevVadim/WebsiteCrawler>
11. Team G. et al. Gemma 2: Improving open language models at a practical size // arXiv:2408.00118. 2024.
12. TextsEstimator. URL: <https://github.com/EliseevVadim/TextsEstimator>
13. Giga-Embeddings-instruct. Карточка модели на HuggingFace
URL: <https://huggingface.co/ai-sage/Giga-Embeddings-instruct>.
14. InstructionsGenerator.
URL: <https://github.com/EliseevVadim/InstructionsGenerator>

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВИХРЕВОЙ СИСТЕМЫ ТРЕУГОЛЬНОГО КРЫЛА В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

В.Е. Борисов, Т.В. Константиновская, А.Е. Луцкий

ИИМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

borisov@keldysh.ru

Конструкции современных летательных аппаратов для длительного атмосферного полета обладают сложными компоновками, состоящими из множества элементов различной геометрии. В случае высокоскоростных течений это неизбежно приводит к образованию отрывных областей около обрешенных частей конструкции и, как следствие, возникновению вихревых систем различной интенсивности. В зависимости от формы летательного аппарата и режимов полета вихревые структуры часто имеют очень сложную структуру, включающую в себя взаимодействие между несколькими вихрями, между вихрями и ударными волнами, а также между вихрями и конструктивными элементами изделий, что может значительно влиять на их аэродинамические характеристики.

Классическим примером элемента-вихрегенератора служит треугольное крыло, активно применяемое в сверхзвуковой авиации с середины XX века. В настоящее время интерес к треугольным крыльям в аэрокосмической отрасли усиливается в связи с разработкой многоразовых космических систем [1]. Исследования вихревых структур, образующихся при обтекании аэрокосмических аппаратов, фактически привели к формированию специальной области – аэродинамики концентрированных вихревых структур [2].

Изучению аэродинамики треугольных крыльев посвящено множество теоретических и экспериментальных работ [3–6]. Свойства течения непосредственно над подветренной стороной треугольного крыла достаточно хорошо изучены. В частности, была произведена классификация возможных режимов обтекания [6], выделены первичный (вихревая пелена), вторичный и основной вихри. Что касается эволюции вихревой системы на удалении от крыла, то здесь остается множество открытых вопросов. Специального внимания требует исследование влияния вихрей на обтекание элементов конструкции, расположенных вниз по потоку.

В настоящей работе исследуются вихревые системы, образующиеся при сверхзвуковом обтекании (при числе Маха набегающего потока $M = 2, 3$) треугольного крыла с острыми кромками и углом стреловидности 78° [6]. Изучается влияние числа Маха и угла атаки на положение и интенсивность вихрей. Отдельно рассматривается влияние вихревой системы треугольного крыла на обтекание прямоугольного крыла, расположенного на некотором расстоянии от его задней кромки ниже по потоку.

Численное моделирование проводилось на суперкомпьютерной системе К-60 [7] с использованием авторского программного комплекса ARES для расчета трехмерных турбулентных течений вязкого сжимаемого газа.

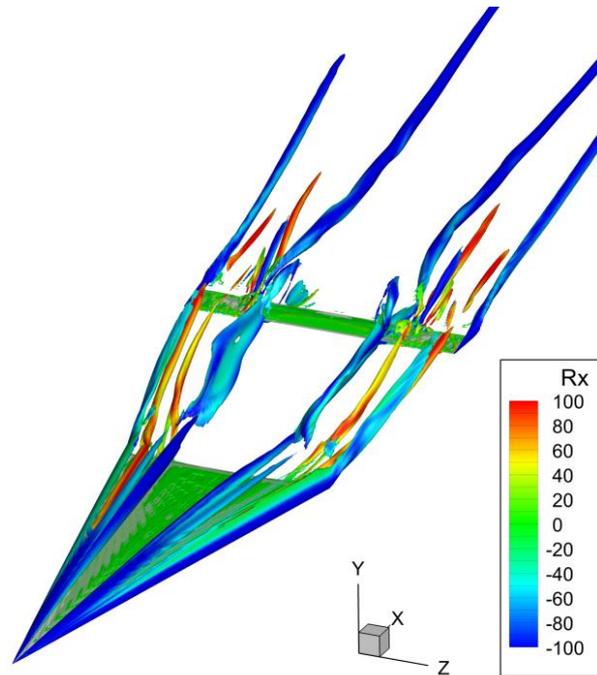


Рис.1. Вихревая система треугольного крыла. Изоповерхности нормированной величины Лютекс-критерия. Взаимодействие с прямоугольным крылом при $M = 3$.

В иллюстративных целях для одного из расчетов на рис. 1 изображено взаимодействие вихревой системы треугольного крыла с прямоугольным крылом. Анализ системы проводился с помощью Лютекс-критерия, изоповерхности раскрашены продольной составляющей Рортекс-вектора.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект № 24-21-00230.

Список литературы:

1. Dietlein I. [et al.]. Overview of system study on recovery methods for reusable first stages of future European launchers // CEAS Sp. J. 2025. V. 17. Pp. 71–88.
2. Алексеенко С.В., Куйбин П.А., Окулов В.Л. Введение в теорию концентрированных вихрей. – Ин-т компьютерных исслед., 2005. 503 с.
3. Stanbrook A., Squire L.C. Possible types of flow at swept leading edges // Aeronaut. Quart. 1964. V. 15, Issue 2. Pp. 72–82.
4. Башкин В.А. Экспериментальное исследование обтекания плоских треугольных крыльев при числе $M = 5$ в диапазоне углов атаки от 0 до 70° // Изв. АН СССР. МЖГ. 1967. № 3. С. 102–108.
5. Squire L.C. Flow regimes over delta wings of supersonic and hypersonic speeds // Aeronaut Quart. 1976. V. 27. Issue 1. Pp. 1–14.
6. Бродецкий М.Д. [и др.]. Развитие вихревых структур на подветренной стороне треугольного крыла // ПМТФ. 2001. Т. 42. № 2. С. 68–80.
7. Вычислительный комплекс К-60.
URL: <https://www.kiam.ru/MVS/resources/k60.html>

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВОГО ТЕЧЕНИЯ В БЛИЖНЕМ СЛЕДЕ ЗА ДОННЫМ СРЕЗОМ МОДЕЛИ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

В.Е. Борисов, А.Е. Луцкий, **Я.В. Ханхасаева**

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

borisov@keldysh.ru, allutsky@yandex.ru, hanhyana@mail.ru

Одной из важнейших задач численного моделирования сверхзвукового обтекания летательных аппаратов (ЛА) является корректное определение их аэродинамических характеристик. В связи с этим, особенно актуален вопрос изучения особенностей течений в протяженных отрывных зонах в донной области и следе вниз по потоку с целью определения донного сопротивления, которое вносит значительный вклад в общее сопротивление ЛА [1]. Выбор используемой математической модели оказывает значительное влияние на конечный результат.

Методы на основе RANS (URANS) уравнений были разработаны для прогнозирования таких важных характеристик течения как сила, момент, скорость и т. д., но не были напрямую предназначены для моделирования сложных нестационарных когерентных структур, колебаний давления или турбулентных напряжений, наблюдаемых в донном течении. Однако методы данного класса широко используются и для анализа различных донных конфигураций. LES метод хорошо справляется с крупномасштабными нестационарными течениями, зависящими от времени и геометрии, однако требует существенно лучшего разрешения расчетной сетки. Гибридные методы типа RANS/LES и DES используют комбинации описанных выше методов в зависимости от характеристик течения. При этом используемая в любом из этих методов модель турбулентности должна с хорошей точностью моделировать пристеночную турбулентность [2,3].

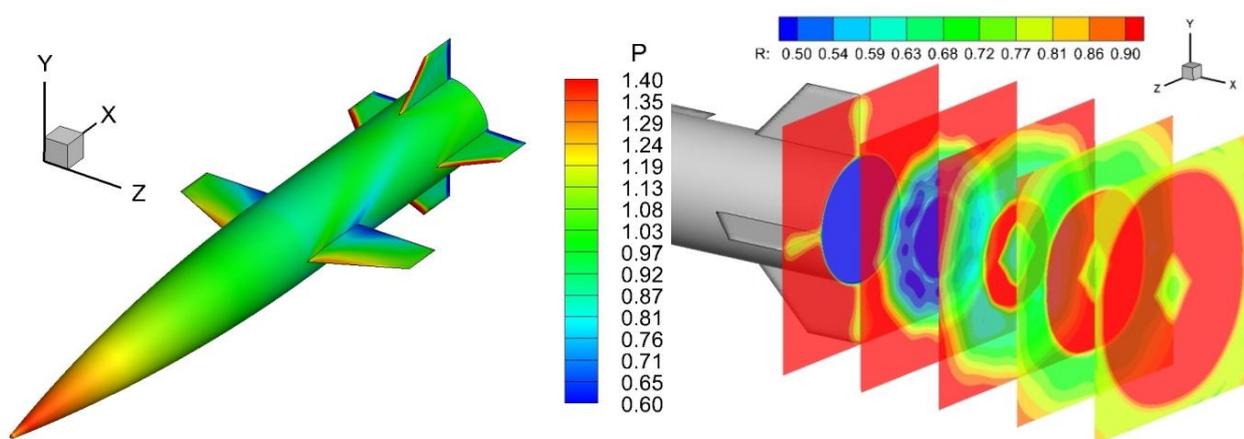


Рис.1. Модель ЛА с распределением давления (слева), срезы распределения плотности в донном течении, расчет с SA, $\alpha = 0^\circ$ (справа).

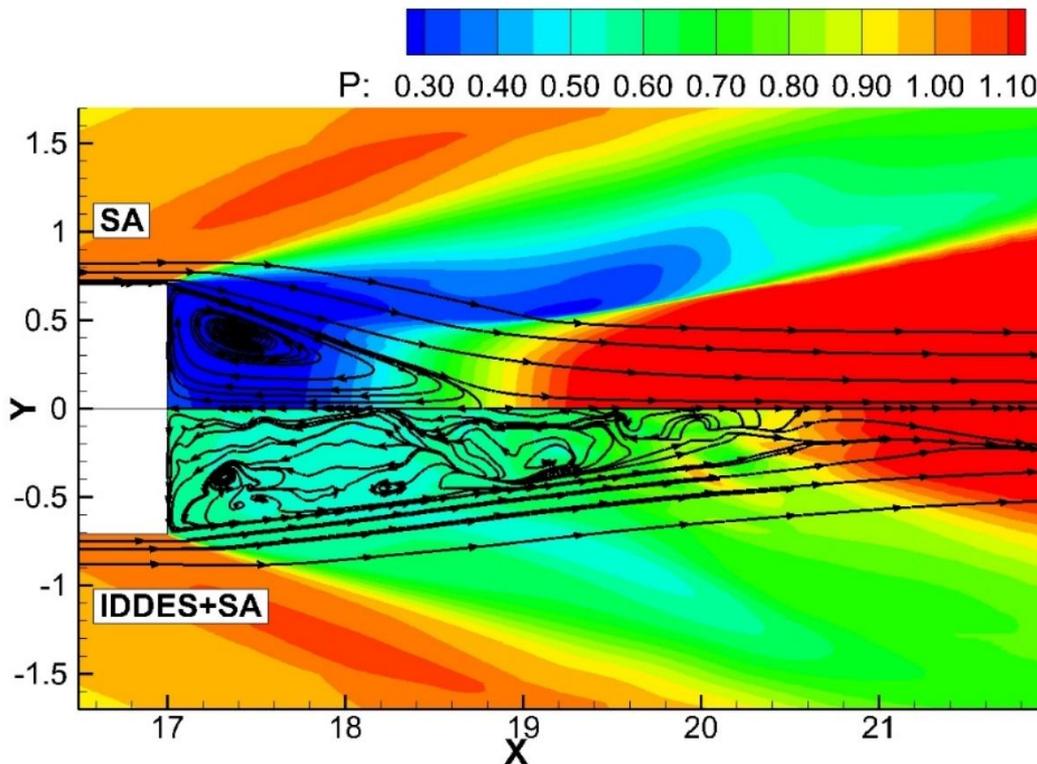


Рис. 2. Структура течения в донной области, расчет с моделью SA (сверху) и гибридным методом IDDES+SA (снизу), $\alpha = 0^\circ$ (справа).

В настоящей работе представлены результаты численного исследования сверхзвукового обтекания модели летательного аппарата, оснащенного крыльями и хвостовым оперением (Рис. 1). Рассмотрены несколько режимов полета при числе Маха $M = 2.5$ и углах атаки $\alpha = 0^\circ, 5^\circ$. Моделирование проводилось с помощью разработанного авторами программного комплекса для расчета трехмерных турбулентных течений вязкого сжимаемого газа на основе уравнений URANS с моделями турбулентности Спаларта–Аллмараса (SA), SST Менгера и реализованным на основе модели SA гибридным методом IDDES. Исследовано влияние выбора модели турбулентности на характер течения в донной области.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (Госзадание).

Список литературы:

1. Herrin J.L., Dutton J.C. Supersonic Base Flow Experiments in the Near Wake of a Cylindrical Afterbody // AIAA Journal. 1994. Vol. 32. Issue 1. Pp. 77–83.
2. Simon F., Deck S., Guillen P., Sagaut P. Reynolds-Averaged Navier-Stokes/Large-Eddy Simulations of Supersonic Base Flow // AIAA Journal. 2006. Vol. 44. Issue 11. Pp. 2578–2590.
3. Гарбарук А.В., Стрелец М.Х., Травин А.К., Шур М.Л. Современные подходы к моделированию турбулентности: учебное пособие. – СПб: Изд-во Политехн. ун-та, 2016. 234 с.

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ОБТЕКАНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ С ИМПЕЛЛЕРНОЙ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СИЛОВОЙ УСТАНОВКОЙ

А.И. Волков, **М.В. Долотин**, С.А. Кузин, Е.А. Пигусов

ЦАГИ им. Н.Е. Жуковского, г. Жуковский

dolotin.mv@phystech.edu

В настоящее время, в связи с развитием технологий электродвижения, возрос интерес к концепциям самолетов, использующих электрические распределенные силовые установки [1, 2], в частности, на базе импеллеров. Импеллер – лопаточная машина небольшого диаметра, помещенная в кольцо и приводимая во вращение электродвигателем. Интеграция импеллерной распределенной силовой установки (ИРСУ) с планером летательного аппарата (ЛА) позволяет существенным образом улучшить несущие свойства ЛА [3] на взлетно-посадочных режимах полета и расширить условия базирования воздушного судна.

При проектировании ЛА с интегрированной в планер ИРСУ одной из основных задач является определение аэродинамических характеристик (АДХ) ЛА в зависимости от конфигурации и режима работы силовой установки. Огромный интерес в данном направлении представляют расчетные исследования обтекания ЛА с ИРСУ, основанные на использовании методов вычислительной газовой динамики (методы CFD).

Простым и эффективным способом моделирования работы ИРСУ в CFD расчетах является метод «активного диска» [4], заключающийся в задании граничных условий (ГУ) на входных и выходных сечениях импеллеров. Значения параметров для задания ГУ могут быть определены по методу расчета тяги и газодинамических параметров силовой установки с электрическим импеллером [5], основанному на использовании уравнений одномерной газовой динамики и позволяющему учитывать влияние внешнего течения на внутреннее течение в силовой установке. Достоверность характеристик, получаемых с помощью данного метода, подтверждена сравнением с результатами экспериментальных исследований изолированной силовой установки с электрическим импеллером в АДТ малых скоростей.

Обеспечив режим работы силовой установки и при необходимости скорректировав его по результатам предварительных CFD расчетов, можно получить АДХ ЛА с ИРСУ с учетом тяги силовой установки. Для дальнейшего анализа влияния режима работы силовой установки на АДХ и определения уровня аэродинамической эффективности использования ИРСУ возможно разделение аэродинамических сил на внешние и внутренние с помощью соответствующей методики [6].

Для валидации используемых CFD методов расчета АДХ были проведены расчетно-экспериментальные исследования модели отсека крыла с ИРСУ, размещенной на верхней поверхности поворотного закрылка [3]. В работе

проведено сравнение расчетных и экспериментальных суммарных АДХ, распределений давления и картин течения, которое показало количественное и качественное согласование полученных данных.

Согласование с экспериментальными данными позволяет сделать вывод о допустимости использования изложенной в работе методики при проектировании ЛА с ИРСУ. АДХ крыла, полученные методами CFD, можно использовать при разработке приближенных методов расчета АДХ крыла с ИРСУ [7]. Вышеизложенная методика расчета является одним из основных инструментов, применяемых при разработке аэродинамических компоновок самолетов с ИРСУ, например, перспективного регионального самолета.

Таким образом, в работе сформирована методика расчета обтекания ЛА с ИРСУ, включающая этапы расчета характеристик изолированного импеллера, оценки влияния внешнего течения на характеристики импеллеров в составе ИРСУ и расчета суммарных АДХ самолета с ИРСУ.

Список литературы:

1. Kim Hyun D., Perry Aaron T., Ansell Phillip J. A review of distributed electric propulsion concepts for air vehicle technology // AIAA Propulsion and Energy Forum, July 9-11, 2018, Cincinnati, Ohio, AIAA/IEEE Electric Aircraft Technologies Symposium.
2. Burston M. [et al.]. Design principles and digital control of advanced distributed propulsion systems // Energy. 2022. Vol. 241. P. 122788
<https://doi.org/10.1016/j.energy.2021.122788>.
3. Волков А.И., Долотин М.В., Кузин С.А., Пигусов Е.А. Расчетно-экспериментальные исследования влияния импеллерной распределенной силовой установки на аэродинамические характеристики прямоугольного крыла малого удлинения // Ученые записки ЦАГИ. 2024. Т. LV. № 6. С. 30–59.
4. Trancossi M., Madonia M. The Efficiency of an Electric Turbofan vs. Inlet Area: A Simple Mathematical Model and CFD Simulations // SAE Technical Papers 10.
<https://doi.org/10.4271/2012-01-2217>
5. Волков А.И., Кажан В.Г., Кузин С.А., Мухаметшин М.И., Шалашов В.В. Программа расчёта тяги и газодинамических параметров силовой установки с электрическим импеллером. Свидетельство о гос. регистрации № 2024666427 от 12.07.2024 г.
6. Блищ В.Г. О внешних и внутренних аэродинамических силах и моментах летательных аппаратов с ВРД и их моделей при ненулевых углах атаки и скольжения // Труды ЦАГИ. 1987. Вып. 2328.
7. Волков А.И., Долотин М.В., Кажан В.Г., Кузин С.А., Пигусов Е.А. Метод приближенной оценки несущих свойств крыла конечного размаха с интегрированной распределенной силовой установкой // Ученые записки ЦАГИ. 2023. Т. LIV. № 6. С. 12–27.

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЗМА ФОРМИРОВАНИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ НА ПЕРЕДНЕЙ ГРАНИЦЕ ПОПЕРЕЧНОЙ СТРУИ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ИСКРОВЫХ РАЗРЯДОВ

Л.С. Волков, А.А. Фирсов

ОИВТ РАН, г. Москва

volkov.ls@phystech.su

Задача интенсификации смешения газов в условиях сверхзвукового потока часто рассматривается на примере течений, которые формируются при инъекции поперечной вторичной струи в сверхзвуковой поток воздуха через отверстие на плоской стенке. В настоящее время в нескольких странах активно развиваются исследования новых эффективных способов интенсификации смешения газов в этом течении (например, воздуха и поперечно инжектируемого топлива для горения в сверхзвуковом потоке) [1]. В недавних работах [2, 3] были предприняты попытки интенсификации смешения газов с помощью искровых разрядов. В настоящей работе проведено численное моделирование вышеописанного течения в присутствии периодических искровых разрядов, локализованных с наветренной стороны от отверстия инжектора, в отрывной зоне. Цель работы заключалась в выявлении механизмов формирования возмущений в струе и отклика струи на искровой разряд.

Для проведения расчётов был применён отечественный программный комплекс FlowVision. Расчет осуществлялся путем решения системы нестационарных уравнений Навье-Стокса, осреднённых по Рейнольдсу (URANS) с помощью моделью турбулентности KEFV (модифицированная модель k-ε). Моделировалась инъекция CO₂ с массовым расходом 3 г/с через отверстие диаметром 3 мм в сверхзвуковой поток с числом Маха 2, температурой 170 К и давлением 22 кПа (параметр инъекции J около 1). Разряд моделировался как импульсный источник тепла.

Были получены данные о мгновенных характеристиках течения без разрядов и с разрядами при различных частотах (рис. 1). Возникновение периодических возмущений с наветренной границы струи было описано в терминах завихренности. Было исследовано, как ударная волна и тепловая каверна от искрового разряда влияют на течение в области перед инжектором. Показано, что разряд приводит к увеличению градиентов плотности и давления на наветренной границе струи, и, следовательно, к увеличению соответствующего члена в уравнении завихренности и интенсификации возмущений.

Также данные о течении были обработаны с помощью собственного ортогонального разложения (POD) и спектрального собственного ортогонального разложения (SPOD). Были выявлены доминирующие моды соответствующих разложений для случаев отсутствия и наличия разрядов.

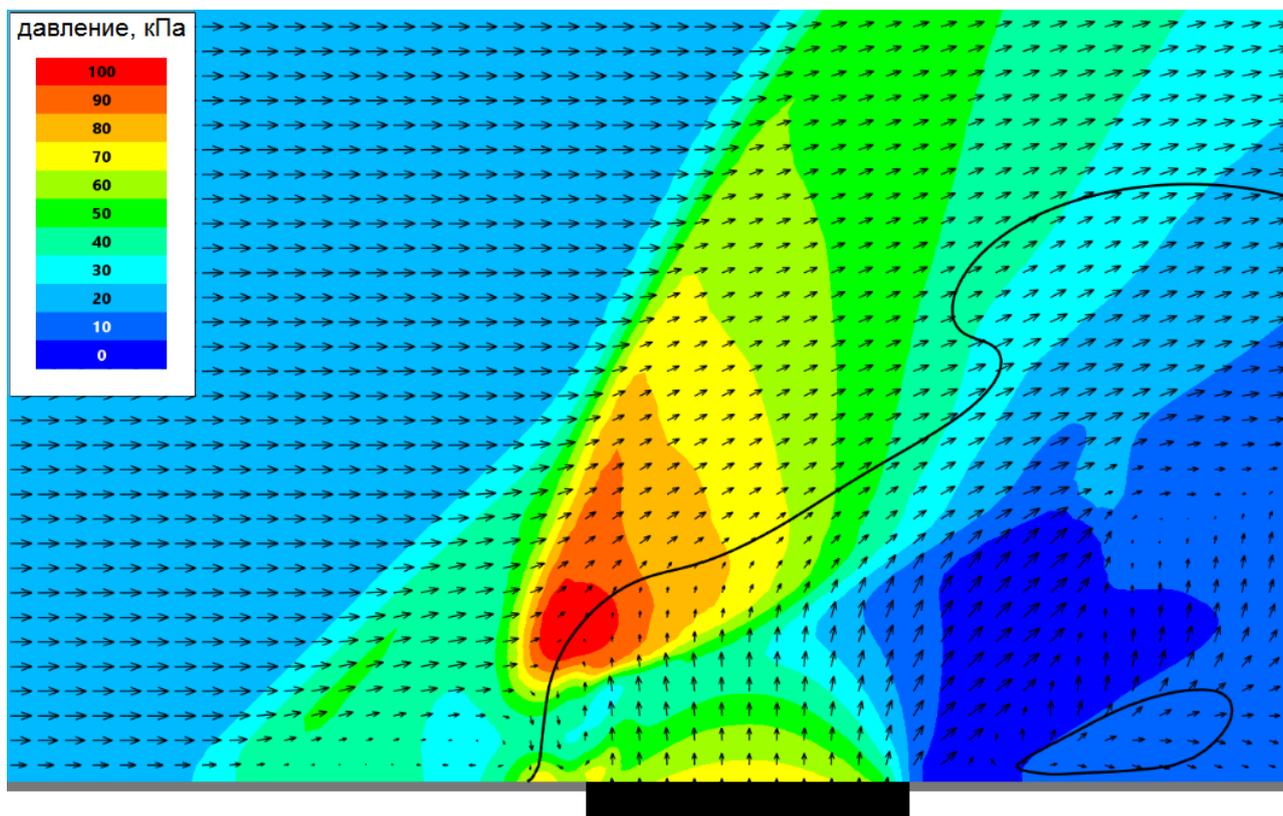


Рис. 1. Пример данных из расчета. Распределение давления в плоскости симметрии и векторы скорости. Черная линия обозначает условную границу струи (50% массовой доли CO_2). Черным прямоугольником обозначено положение отверстия инжектора.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (Госзадание).

Список литературы:

1. Liu Q., Vaccarella D., Lee T. Review of combustion stabilization for hypersonic airbreathing propulsion // Progress in Aerospace Sciences. 2020. Vol. 119. P. 100636. <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2020.100636>
2. Wang H. [et al.]. Mechanism of a transverse jet mixing enhanced by high-frequency plasma energy deposition // Physics of Fluids. 2023. Vol. 35. Issue 9. P. 096101. <https://doi.org/10.1063/5.0162441>
3. Volkov L.S., Firsov A.A. Modeling the influence of repetitively pulsed heating on the formation of perturbations at the boundary of a transverse jet in a supersonic crossflow // Computer Research and Modeling. 2023. Vol. 15. Issue 4. Pp. 845–860. <https://doi.org/10.20537/2076-7633-2023-15-4-845-860>

ПОИСК ПРИЗНАКОВ ДЛЯ СОЗДАНИЯ АЛГОРИТМА РАБОТЫ С ДАННЫМИ ПО СПЕКТРАЛЬНОМУ ОТРАЖЕНИЮ ПОРАЖЕННЫХ ЛИСТЬЕВ ЗЛАКОВЫХ КУЛЬТУР

М.А. Воронов¹, Т.С. Жук¹, Е.В. Степанова²

¹ФГБНУ ВНИИФ, р.п. Большие Вяземы, Московская обл.

²МГТУ им.Н.Э. Баумана, г. Москва

jacky-st@yandex.ru

В сельском хозяйстве использование оптических методов для определения присутствия патогенов имеет длительную историю и широко применяется [1]. При обследовании посевов и растений для распознавания присутствия вредных целевых объектов каждое «изображение» (запись спектра отраженного излучения) рассматривается как единичный случай при-/отсутствия целевого вредного организма. Фотоизображения при этом играют особую роль, т.к. допускают прямой анализ непосредственно ученым-агрономом. Применение технического зрения на самоходных носителях дает возможность уменьшить затраты времени на осмотр посевов и «добраться» до его дальних участков, собрать и автоматически рассортировать полученные данные. Для успешной работы автоматизированных систем необходим комплекс подготовительных мероприятий, базой которого служит данное исследование – поиск надежных спектральных «признаков» поражения растительных видов различными типами патогенов, а также сбор и классификация цифровых «изображений» повреждений, которые наносят растениям различные патогенные виды в зависимости от стадии и тяжести поражения.

Основная информация о физиологическом состоянии растения может быть получена из анализа отражения растениями электромагнитных волн длиной от 400 до 1000 нм [2–5]. Основное отличие данного диапазона от обычной цифровой фотосъемки – включение информации по длинным ультрафиолетовым и коротким инфракрасным волнам. Нарботанные многими поколениями агрономов приемы оценки биомассы (количественной), структуры полога посева, содержания хлорофилла в листьях, доли поглощенного излучения для активного фотосинтеза и других существенных характеристик растительности имеют цифровое выражение в специальном образом рассчитываемых индексах. В фокус внимания попали хозяйственно значимые культуры, для которых крайнюю степень опасности представляют поражения грибными инфекциями, ущерб может привести к полной потере урожая и необходимости полного уничтожения посева [6]. В качестве сенсора с необходимым спектральным разрешением использован спектрометр Ocean Insight FLAME-S-VIS-NIR-ES (FLMS 16991, размеры 140×95×40 мм, спектральное разрешение 0,3 нм).

Получены спектры отражения листьев двух экономически значимых злаковых культур – пшеницы и ячменя, пораженных двумя видами патогенов.

Масштаб исследования – на уровне отдельных листьев. Растения пшеницы и ячменя выращены и инокулированы спорами патогенных грибов в контролируемых условиях лаборатории искусственного климата (ЦКП ЛИК ФГБНУ ВНИИФ). Основной проблемой на этом масштабе обследования является получение репрезентативных и верно маркированных данных, поскольку удастся получить только смешанные спектры, включающие одновременно отражения от почвы, растения и патогена, для надежного определения наличия и степени поражения требуется анализ полученных данных (проблема также характерна для определения заболеваний гиперспектральными методами при дистанционном зондировании Земли, при анализе цифровых изображений гипер- и мультиспектральной микроскопии [7]).

Одним из примененных методов идентификации заболеваний было применение нейронной сети: точность определения больных/здоровых листьев варьировалась от 88,1 до 97,7% для разных наборов данных. Наиболее сложны для классификации растения, пораженные в средней степени. Однако при построении усредненных по выборке кривых не удается достоверно разделить усредненные кривые для больных и здоровых листьев на 4й день после заражения, когда еще не ярко выявлены пустулы. Коэффициент отражения листьев в зависимости от развития мицелия гриба в ткани хозяина изменяется, со временем возникают изменения оценить которые становится возможно.

Квантильный анализ распределения (рис. 1) был проведен с использованием усредненных по выборке данных (крайние случаи исключены). Наибольшая разница в средних значениях была обнаружена в красной части спектра (на 680 нм). Изменение спектральной яркости отражения в диапазоне 550–680 нм составило около -10% от всего диапазона для здоровых растений, около -2% для среднетяжелых поражений и $+20\%$ для тяжелых поражений: чем более выражено заболевание, тем шире общий квантильный диапазон значений в начале красной границы. При сравнении колосьев с различным процентом поражения получена более высокая вариабельность значений коэффициента отражения на длинах волн 350–450 нм по сравнению со спектрами листьев.

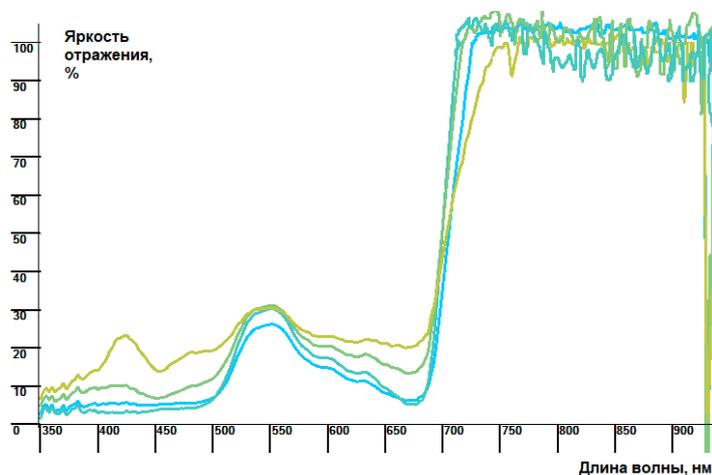


Рис. 1. Усредненные исходные данные спектрального отражения листьев ячменя разных степеней поражения

В качестве показателя различий в типе спектральных кривых яркости можно предложить угол между частями кривой. Отражение на длинах волн от 550 до 680 нм соответствует, максимальному и минимальному отражению здорового растения. Наклон «красного края» (710 – 750 нм) всегда более пологий у растений, находящихся в стрессовом состоянии, следовательно угол между данными частями графика для здоровых и больных растений отличается. У здоровых растений пшеницы среднее значение угла между ветвями графика составляло 59–65%. При средней степени тяжести заболевания это значение составляло 76–78%, а при высокой степени тяжести 86–93% (100% соответствуют развернутому углу). Такой признак может быть использован для сравнения спектральных характеристик отражения листьев для оценки степени поражения.

Полученные данные согласуются с результатами по обнаружению заболеваний с использованием гиперспектральных измерений (в диапазоне длин волн 350–1150 нм) и несколькими спектральными вегетационными индексами, которые на 15–17 день указывают на развитие заболевания [8]. Спектральные показатели связаны с различными уровнями содержания хлорофилла, антоцианов и каротиноидов в поврежденных листьях, и различия можно обнаружить в диапазоне видимого света, а изменения указывают на воздействие стрессов и болезней растений [9, 10].

Для сельскохозяйственных культур, используемых для производства пищевых продуктов, исследования следует проводить на уровне посева (отдельного поля или группы полей) для прогнозирования потерь урожая сельскохозяйственных культур [11]. В этом случае использование ручного спектрометра невозможно и необходимо использовать дистанционные методы оценки. При всех успехах современных средств обработки данных результаты во многом зависят от качества исходной информации. Нейросетевая модель справилась с идентификацией здоровых листьев и колосьев, а также определила процент встречаемости пораженных листьев и колосьев. Результаты соответствовали визуальной экспертной оценке развития заболевания, в случае здоровых растений точность определения также достигала 0,90–0,98.

Гиперспектральные измерения отражения здоровых/больных растений в полевых условиях и с использованием алгоритмов машинного обучения являются перспективными для определения присутствия заболеваний. Однако также многообещающие результаты могут быть получены при более «простых» алгоритмах обработки наборов данных, которые получены при спектрометрическом обследовании посевов.

Список литературы:

1. Gudkov S.V., Matveeva T.A., Sarimov R.M., Simakin A.V., Stepanova E.V., Moskovskiy M.N., Dorokhov A.S., Izmailov A.Yu. Optical methods for the detection of plant pathogens and diseases (Review) // AgriEngineering. 2023. Vol. 5 (4). Pp. 1789–1812. <https://doi.org/10.3390/agriengineering5040110>
2. Bock C.H., Barbedo J.G.A., Del Ponte E.M., Bohnenkamp D. and Mahlein A.-K. From visual estimates to fully automated sensor-based measurements of plant

- disease severity: status and challenges for improving accuracy // *Phytopathogenes Research*. 2020. V. 2. P. 9. <https://doi.org/10.1186/s42483-020-00049-8>
3. Bohnenkamp D., Kuska M.T., Mahlein A.-K. and Behmann J. Hyperspectral signal decomposition and symptom detection of wheat rust disease at the leaf scale using pure fungal spore spectra as reference // *Plant Pathology*. 2019. Vol. 68. Pp. 1188–1195. <https://doi.org/10.1111/ppa.13020>
 4. Paulus S., Mahlein A.K. Technical workflows for hyperspectral plant image assessment and processing on the greenhouse and laboratory scale // *Gigascience*. 2020. Vol. 9. Pp. 1–10. <https://doi.org/10.1093/gigascience/giaa090>
 5. Zhelezova S.V., Pakholkova E.V., Veller V.E., Voronov M.A., Stepanova E.V., Zhelezova A.D., Sonyushkin A.V., Zhuk T.S., Glinushkin A.P. Hyperspectral Non-Imaging Measurements and Perceptron Neural Network for Pre-Harvesting Assessment of Damage Degree Caused by Septoria/Stagonospora Blotch Diseases of Wheat // *Agronomy*. 2023. Vol. 13. P. 1045. <https://doi.org/10.3390/agronomy13041045>
 6. ГОСТ 21507 – 2013: Защита растений. Термины и определения.
 7. Mahlein A.K., Steiner U., Hillnhütter C., Dehne H.W., Oerke E.C. Hyperspectral imaging for small-scale analysis of symptoms caused by different sugar beet diseases // *Plant Methods*. 2012. Vol. 8. Pp. 1–13. <https://doi.org/10.1186/1746-4811-8-3>
 8. Odilbekov F., Armoniené R., Henriksson T., Chawade A. Proximal phenotyping and machine learning methods to identify Septoria tritici blotch disease symptoms in wheat // *Frontiers in Plant Science*. 2018. Vol. 9. Pp. 685. <https://doi.org/10.3389/fpls.2018.00685>
 9. Kremneva O.Y., Danilov R.Y., Sereda I.I., Tutubalina O.V., Pachkin A.A., Zimin M. V Spectral characteristics of winter wheat varieties, depending on the development degree of Pyrenophora tritici-repentis // *Precision Agriculture*. 2023. Vol. 24. Pp. 830–852. <https://doi.org/10.1007/s11119-022-09976-2>
 10. Wegulo S.N., Breathnach J.A., Baenziger P.S. Effect of growth stage on the relationship between tan spot and spot blotch severity and yield in winter wheat // *Crop Protection*. 2009. Vol. 28. Pp. 696–702. <https://doi.org/10.1016/j.cropro.2009.04.003>
 11. Jevtić R., Župunski V., Lalošević M., Župunski L. Predicting potential winter wheat yield losses caused by multiple disease systems and climatic conditions // *Crop Protection*. 2017. Vol. 99. Pp. 17–25. <https://doi.org/10.1016/j.cropro.2017.05.005>

УЛУЧШЕНИЕ МЕТОДОВ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ОБЛЕДЕНЕНИЯ В ПП ЛОГОС

Н.Г. Галанов, А.С. Козелков, А.В. Саразов

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров, Нижегородской обл.

nggalanov@vniief.ru, askozelkov@vniief.ru, avsarazov@vniief.ru

Опыт эксплуатации авиационной техники показывает, что обледенение является одним из опасных воздействий естественной внешней среды и создает серьезную проблему для безопасности полетов гражданских самолетов во всем мире. Для уменьшения трудозатрат при проведении экспериментов внедряются современные численные методики для расчета обледенения и влияния на аэродинамику моделей [1]. Для улучшения качества получаемых результатов в ПП «Логос» были доработаны методы, используемые при моделировании процесса обледенения аэродинамических моделей, в части учета шероховатости твердой поверхности [2] и учета температуры сплошной среды. В режимах обледенения, когда температура набегающего потока находится около нуля градусов данные улучшения, позволили прогнозировать формы ледяных наростов, которые лучше согласуются с экспериментальными данными. При таких температурах водяная фаза находится в пограничном состоянии между жидкостью и льдом, растекаясь по поверхности образует рогообразные наросты сложной формы, которые сильно влияют на аэродинамику летательных аппаратов. Правильное предсказание мест образования наледи и форм ледяных наростов, при таких температурах, позволит повысить безопасность эксплуатируемой авиационной техники. В работе приведены основные уравнения и их модификации, которые позволили получить более качественные результаты при моделировании обледенения профиля крыла NASA0012 в верификационных задачах.

Результаты получены при финансовой поддержке национального проекта «Наука и университеты» в рамках программы Минобрнауки РФ по созданию молодежных лабораторий № FSWE-2024-0001 (научная тема: «Разработка численных методов, моделей и алгоритмов для описания течений жидкостей и газов в естественных природных условиях, и условиях функционирования промышленных объектов в штатных и критических условиях на суперкомпьютерах экса- и зеттапроизводительности»).

Список литературы:

1. Kozelkov A.S., Galanov N. G., Semenov I.V., Zhuchkov R.N., Strelets D.Yu., Computational Investigation of the Water Droplet Effects on Shapes of Ice on Airfoils // Aerospace. 2023. Vol. 10. P. 906.
<https://doi.org/10.3390/aerospace10100906>
2. Ignatowicz K., Morency F., Beaugendre H. Surface Roughness in RANS Applied to Aircraft Ice Accretion Simulation: A Review // Fluids. 2023. Vol. 8. P. 278.
<https://doi.org/10.3390/fluids8100278>

ЭФФЕКТИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ПЕРСПЕКТИВНОЙ МОДЕЛИ АТМОСФЕРЫ НА СЕТКЕ КУБИЧЕСКАЯ СФЕРА

Г.С. Гойман, В.В. Шашкин

*ИВМ РАН, г. Москва
МФТИ (НИУ), г. Долгопрудный
Гидрометцентр России, г. Москва
gordeygoyman@gmail.com*

Уравнения гидротермодинамики атмосферы являются типичным примером жесткой системы, описывающей широкий спектр явлений с временными масштабами от месяцев до нескольких секунд. Вычислительная эффективность численного решения таких систем во многом зависит от выбора метода интегрирования по времени.

При использовании явных методов размер шага по времени модели ограничен (из соображений устойчивости) фазовой скоростью быстрых звуковых и инерционно-гравитационных волн, энергетический вклад которых является незначительным с точки зрения прогноза погоды и моделирования климата [1]. Таким образом, шаг по времени, определяемый из требования устойчивого интегрирования, намного меньше шага, определяемого из соображений точности получаемых решений.

Неявные методы интегрирования по времени позволяют использовать существенно большие шаги интегрирования по времени. Основные вычислительные затраты при использовании неявного метода обусловлены необходимостью решения последовательности систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с большими разреженными матрицами на каждом шаге по времени. Следовательно, эффективность применения неявного подхода практически полностью определяется численной эффективностью и параллельной масштабируемостью алгоритма решения возникающих СЛАУ.

В настоящее время в ИВМ РАН и Гидрометцентре России ведется разработка глобальной атмосферной модели следующего поколения на сетке кубическая сфера [2]. Полуявный [3] метод интегрирования времени рассматривается как один из основных вариантов для данной модели. В рамках доклада будут представлены результаты разработки и внедрения в модель параллельных методов решения СЛАУ. В частности, будут рассмотрены результаты исследования скорости сходимости, вычислительной и параллельной эффективности реализованных подходов.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (РНФ), проект № 24-71-00123

Список литературы:

1. Thuburn J. Some basic dynamics relevant to the design of atmospheric model dynamical cores / J. Thuburn // Numerical Techniques for Global Atmospheric Models. Springer, 2011. P. 3–27.
2. Shashkin V.V., Goyman G.S., Tretyak I.D. Development of the Next-generation Atmosphere Dynamics Model in Russia: Current State and Prospects // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2024. Vol. 45. Issue 7. Pp. 3159–3172.
3. Робер А. Полу неявный метод / А. Робер // Численные методы, используемые в атмосферных моделях. Т. 2 / под ред. В. Садоков. – Л.: Гидрометеиздат, 1982. С. 302–315.

**ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЁТ МЕХАНИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ
ТАЯЩЕГО ЛЕДОВОГО ОСТРОВА С УЧЁТОМ ТЕМПЕРАТУРНОЙ
ЗАВИСИМОСТИ ПРОЧНОСТНЫХ СВОЙСТВ ЛЬДА**

В.И. Голубев, Е.К. Гусева, И.Б. Петров

МФТИ (НИУ), г. Долгопрудный

guseva.ek@phystech.su

Активное развитие Арктического региона, богатого запасами полезных ископаемых, привело к появлению новых перспективных технологий развития инфраструктуры для разработки месторождений. Одной из подобных технологий является сезонное возведение искусственных ледовых островов в качестве нефтяных платформ и площадок для проведения геологоразведочных работ и исследований [1]. Использование подобных конструкций приводит к необходимости оценки их стойкости под воздействием температурных и механических воздействий. Для учёта таяния льда при наличии тепловых потоков от тёплых течений воды и воздуха ранее была поставлена и решена задача Стефана в работах [2, 3]. К тому же, были проведены предварительные оценки не разрушения льда под нагрузкой от веса буровой установки, однако, без учёта влияния температуры на прочностные свойства льда.

В рамках продолжения исследований используемая автором [3] двумерная постановка задачи была усовершенствована с помощью введения экспериментально полученных зависимостей характеристик льда от температуры [4–7]. В работе проведена серия расчётов для различных площадей приложения нагрузки. Целью исследования ставится определение минимальных значений нагрузки, при которых разрушается лёд, а также выделение характерных зон разрушения льда. Для этого решается задача установления, в которой используется динамическая определяющая система уравнений линейной изотропной теории упругости и достаточно большое время расчёта, гарантирующее затухание возникающих под нагрузкой волн и устремляющее задачу к статике. Строится модель акватории Арктических

морей, состоящая из ледового острова, окружённого водой, стоящего на смягчённом морском грунте, под которым расположен более жёсткий слой породы. Считается, что остров (поперечным размером 300 м и высотой 10 м) был построен в январе, и его период эксплуатации заканчивается в августе. В работе учитывается изменение его геометрии и рассчитанные температурные профили в конце каждого месяца.

Макет расчётной области и температурные профили приведены на рис. 1. Результаты расчётов показывают, что таяние льда происходит, в основном, на контакте с водой для 1–5 месяцев. Значительное понижение температуры вблизи верхней поверхности льда начинается в летний период (6–8 месяцы). Для каждой части расчётной области генерируются криволинейные подвижные сетки, в каждом узле которых сохраняются соответствующие упругие параметры. Пространственный шаг в острове (0) вдоль вертикального направления, h_1 , колебался от 0.04984 м до 0.04985 м, вдоль горизонтального, h_2 , – от 0.35 м до 1.2 м. Упругие и сеточные параметры остальных слоёв приведены в Таблице 1. Между сетками ставится контактное условие полного сцепления, верхняя граница считается свободной, боковые стороны – неотражающие. Расчёты проводились с временным шагом в 10 мкс до момента появления первых разрушений или до 0.2 с, когда амплитуда волновых процессов значительно снижается. Вычисления проводились с помощью сеточно-характеристического метода и монотонизированной схемы третьего порядка аппроксимации [8].

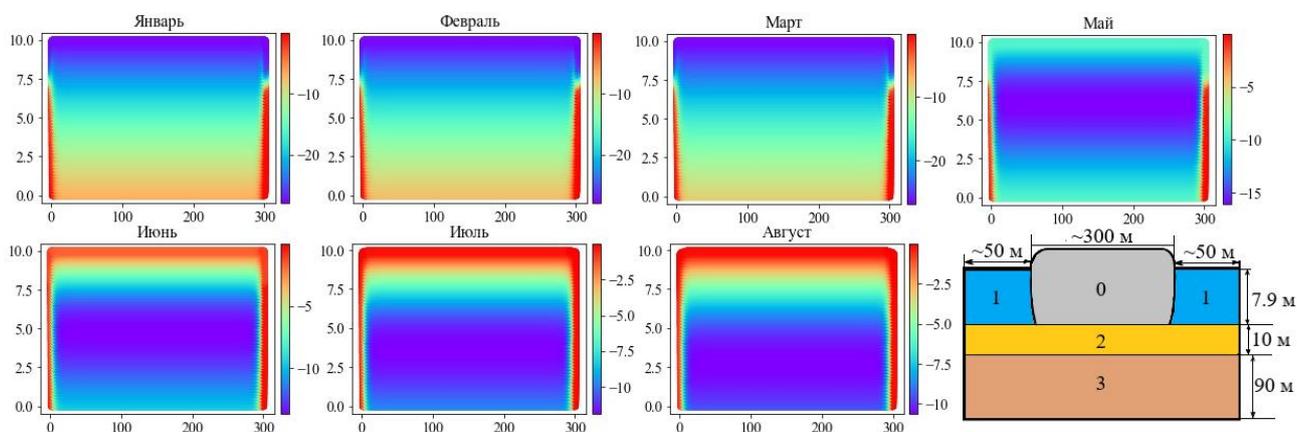


Рис. 1. Температурные профили в ледовом острове в конце каждого месяца и схема расчётной области.

Таблица 1: Упругие и сеточные характеристики слоёв.

№	Слой	h_1 , м	h_2 , м	c_p , м/с	c_s , м/с	ρ , кг/м ³
1	Вода	0.04984- 0.04985	≈ 1	1500	1	1000
2	Морское дно	1	0.35-1.2	1806	316	2500
3	Нижний грунт	1	0.35-1.2	2250	1000	2500

Для учёта нелинейного поведения льда и температурной зависимости его свойств используется вязкоупругая модель льда с разрушением. Упругие параметры льда рассчитывались по формуле Берденникова: $E = (1 - 3S/S_p)(87.6 - 0.21T - 0.0017T^2) \cdot 10^8$ Па [4], где отношение солёности льда $S = 4\%$ и солёности рассола S_p полагается равным $S/S_p = 0.25$, температура T соответствует рассчитанным профилям в конце каждого месяца. Коэффициент Пуассона льда равнялся $\nu = 0.295$, плотность вычислялась как $\rho = 917(1 + 0.000165T)^{-1}$ кг/м³ [5]. Прочность льда оценивалась согласно формуле $k = 1.76 \exp(-5.88\sqrt{\nu_b})$ МПа [6], полученной на основе аппроксимации обширного объёма экспериментальных данных. Здесь массовая доля ν_b определялась согласно зависимости Франкенштейна-Гарнера $\nu_b = S(49.185/|T| + 0.532)\%$ [7]. Вязкоупругое поведение льда реализовано с помощью модели Максвелла с характерным для льда временем релаксации в 2 мс. Зоны разрушенного льда определялись согласно критерию фон Мизеса ($0.5s_{ij}s_{ij} - k^2 > 0$, s_{ij} – девиатор тензора напряжений) [9]. В разрушенных узлах сетки реализовывалась пластичность, то есть производилась постоянная коррекция напряжений для возврата на поверхность текучести.

В качестве нагрузки в центре острова на верхней поверхности ставилось условие постоянной силы на протяжении 5, 10, 25, 50, 75, 100 и 150 м. Основное разрушение происходило в окрестности зоны приложения нагрузки, а также на тыльной поверхности острова непосредственно под этой зоной. Величина нагрузки варьировалась для определения минимальных значений, при которых начинается разрушение льда. Найденные оценки для каждого месяца изображены на рис. 2. Важно отметить, что лёд считался разрушенным даже при разрушении одного узла расчётной области, что на практике не должно приводить к существенной потере несущей способности данной конструкции. Таким образом, приведённые оценки представляются обосновано заниженными.

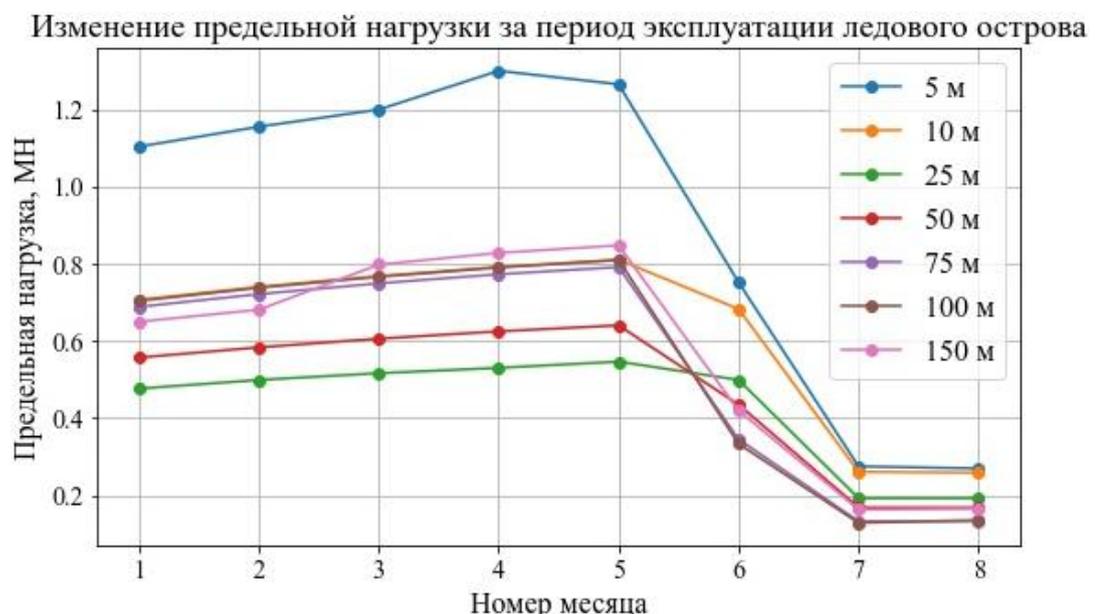


Рис. 2. Предельная нагрузка, полученная в каждый месяц.

На графике видно, что наиболее прочным лёд оказывается, в основном, в конце мая, что в полевых условиях соответствует концу зимы, когда естественные ледяные образования заканчивают своё формирование и обладают наибольшей прочностью. В летний период с июня по август лёд тает наиболее активно, температура вблизи его поверхности растёт, что приводит к уменьшению его прочности и, соответственно, меньшей стойкости. Таким образом, можно сделать вывод о необходимости разгрузки или прекращения эксплуатации острова в летний период.

При увеличении зоны приложения нагрузки с 5 до 25 м величина предельной нагрузки значительно уменьшается в зимние и весенние месяцы, однако затем немного возрастает и практически не меняется. В летние месяцы эта величина уменьшается незначительно. Если предположить, что на острове возводится некоторое здание или исследовательский комплекс, который своим весом воздействует на лёд с давлением примерно равным 2 кПа, то остров выдержит подобные воздействия только в случае малой протяжённости этой конструкции (10 м и менее). Таким образом, можно заключить, что хотя остров может выдержать вес буровой установки и небольших зданий, возводить сложную и масштабную инфраструктуру может быть опасно.

В результате настоящей работы методами численного моделирования была решена задача установления для определения устойчивости тающего ледового острова под воздействием механических воздействий от конструкций различного размера. Полученные значения предельной нагрузки могут использоваться в качестве ориентировочных оценок изменения прочности ледовых островов в процессе их эксплуатации. Предложенный подход к моделированию может применяться для построения цифровых двойников подобных платформ. В качестве направления дальнейшего исследования можно указать использование более точных температурных профилей во льду, а также проведение трёхмерных расчётов.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-11-00035.

Список литературы:

1. C-CORE. Ice Island Study. Final Report. Prepared for Minerals Management Service, US Department of the Interior Report No. R-05-014-241 v1.0, 2005.
2. Muratov M.V., Stognii P.V., Konov D.S., Petrov I.B. Numerical modeling of elastic and thermal dynamical processes in artificial ice island // Proceedings of the 26th International Conference on Port and Ocean Engineering under Arctic Conditions. 2021.
3. Golubev V.I., Muratov M.V., Guseva E.K., Konov D.S., Petrov I.B. Thermodynamic and Mechanical Problems of Ice formations: Numerical simulation results // Lobachevskii J. Math. 2022. Vol. 43. Issue 4. Pp. 970–979.
4. Берденников В.П. Изучение модуля упругости льда // Труды ГГИ. 1948. Т. 7. № 61. С. 13–23.

5. Назинцев Ю.Л., Панов В.В. Фазовый состав и теплофизические характеристики морского льда // Фазовый состав и теплофизические характеристики морского льда – Санкт-Петербург: Российский государственный гидрометеорологический университет, 2000. 84 с.
6. Ince S.T., Kumar A., Paik J.K. A new constitutive equation on ice materials // Ships Offshore Struct. 2017. Vol. 12. Issue 5. Pp. 610–623.
7. Frankenstein G., Garner R. Equations for Determining the Brine Volume of Sea Ice from -0.5° to -22.9°C // Journal of Glaciology. 1967. Vol. 6. Issue 48. Pp. 943–944.
8. Guseva E.K., Golubev V.I., Petrov I.B. Linear, Quasi-Monotonic and Hybrid Grid-Characteristic Schemes for Hyperbolic Equations // Lobachevskii J. Math. 2023. Vol. 44. Pp. 296–312.
9. Bruhns O.T. The Prandtl-Reuss equations revisited // Z. Angew. Math. Mech. 2014. Vol. 94. Issue 3. Pp. 187–202.

ЧИСЛЕННОЕ ИЗУЧЕНИЕ ПРОЦЕССА ВЫРАЩИВАНИЯ МОНОКРИСТАЛЛОВ МЕТОДОМ ЧОХРАЛЬСКОГО В НЕСТАЦИОНАРНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

А.О. Гусев

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

aogus@mail.ru

В работе рассмотрен процесс выращивания объемных монокристаллов методом Чохральского с жидкостной герметизацией расплава. Для описания процесса кристаллизации используется нестационарная термо-капиллярная математическая модель процесса [1], учитывающая теплоперенос в системе тигель-кристалл-расплав-флюс, образование мениска у боковой поверхности кристалла, движение фронта кристаллизации, изменение радиуса кристалла в ходе процесса (см. рис. 1). Для решения задачи с внутренними подвижными границами применен метод выпрямления фронта, в расчетах использована геометрически консервативная разностная схема, гарантирующая выполнение закона сохранения внутренней энергии [2].

Разработанный вычислительный алгоритм применялся для изучения методов управления радиусом кристалла с помощью внешнего температурного поля. Показано, что при использовании режимов выращивания, в которых температура нагревателя на протяжении всего процесса не изменяется, радиус кристалла уменьшается с течением времени. В случае использования интегрального регулятора температуры радиус тройной точки в ходе процесса колеблется в окрестности заданного значения; при этом частота и амплитуда колебаний радиуса с течением времени увеличиваются. При использовании пропорционально-интегрального регулятора в ходе процесса температура

нагревателя монотонно убывает, компенсируя изменение объема твердой и жидкой фаз; на развитой стадии происходит рост кристалла практически постоянного радиуса (см. рис. 2).

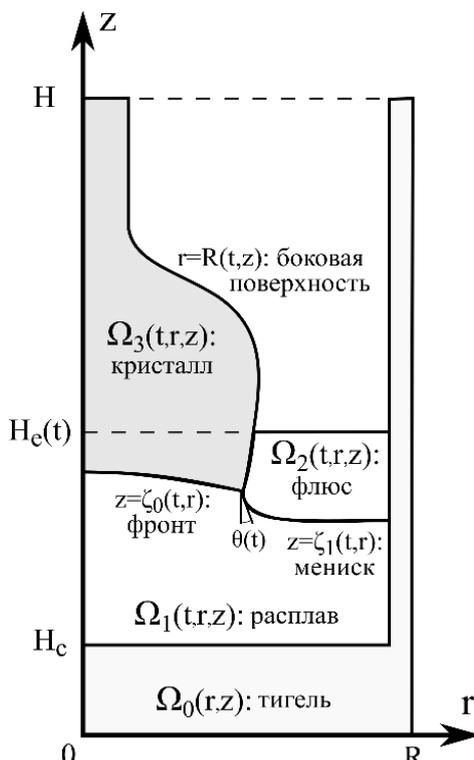


Рис. 1. Термо-капиллярная модель процесса кристаллизации, расчетная область

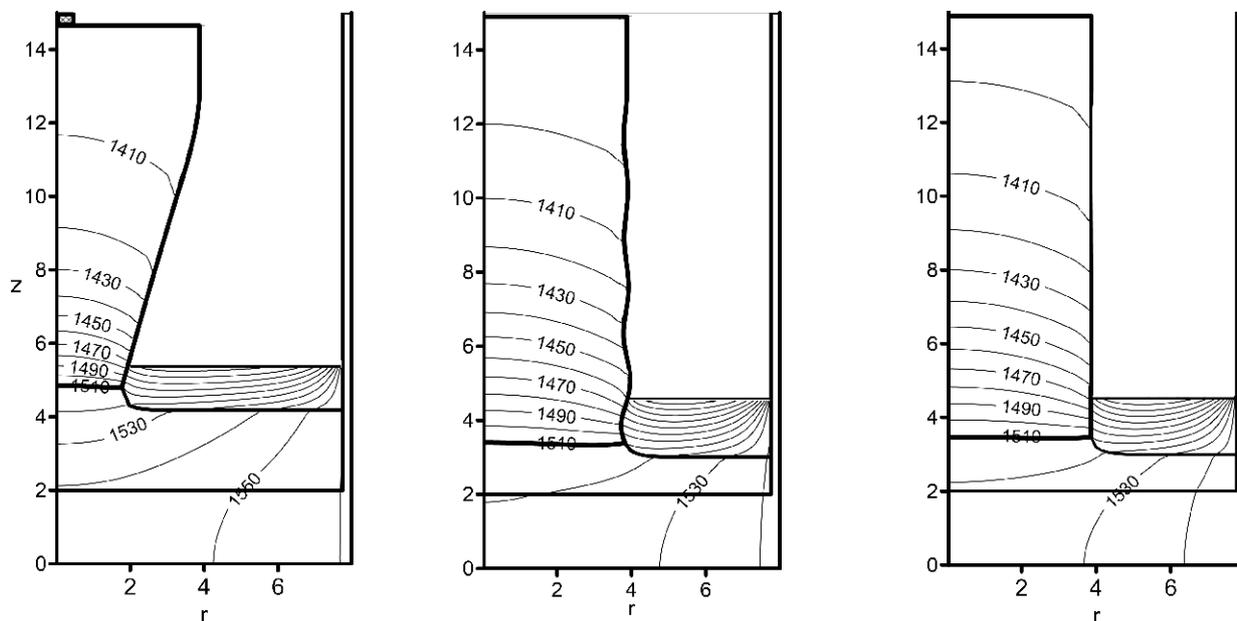


Рис. 2. Распределение температуры в кристалле, расплаве, флюсе и тигле на поздней стадии процесса при использовании постоянной температуры нагревателя (слева), пропорционального регулятора температуры (в центре) и пропорционально – интегрального регулятора (справа).

Результаты нестационарных расчетов сопоставлены с результатами, полученными в рамках квазистационарной модели процесса кристаллизации [3]. Численные эксперименты показали, что несмотря на то, что квазистационарная модель не учитывает ряд важных особенностей технологического процесса, результаты, полученные с ее помощью, хорошо согласуются с результатами нестационарного моделирования в рассмотренном диапазоне параметров.

Список литературы:

1. Derby J., Brown R. On the dynamics of Czochralski crystal growth // J. Crystal Growth. 1987. Vol. 83. Pp. 137–151.
2. Гусев А. О., Мажорова О. С. Геометрическая консервативность разностных методов решения задачи Стефана на подвижных и фиксированных сетках // Дифф. Ур. 2024. Т. 60. № 7. С. 911–927.
3. Гусев А.О., Мажорова О.С. Численное моделирование процесса выращивания монокристаллов методом Чохральского в квазистационарном приближении // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2023. № 59. 20 с.

ТЕХНОЛОГИЯ ДЛЯ ВЫСОКОТОЧНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЭФФЕКТОВ В ТУРБОМАШИНАХ

А.П. Дубень, В.А. Сапожников

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

aduben@keldysh.ru, slavik.sap@yandex.ru

Повышение производительности вычислительных ресурсов и разработка высокоточных численных моделей, методов и алгоритмов для вычислительной газовой динамики (Computational Fluid Dynamics, CFD) способствует дальнейшему использованию методов вихреразрешающего моделирования (Scale-Resolving Simulation, SRS) турбулентных течений для решения задач турбомашиностроения. SRS подходы типа LES (Large Eddy Simulation) позволяют воспроизвести тонкие эффекты, возникающие в турбомашинах. Ввиду дороговизны соответствующих расчетов исследования проводятся для отдельных ступеней межлопаточных каналов турбомашин, при этом чаще всего рассматриваются упрощенная постановка – плоскопараллельная решетка лопаток. Применение же SRS для решения практических задач сильно ограничено.

В докладе будет представлена методология исследования нестационарных эффектов в турбомашинах, связанных с периодическим воздействием следов от соседних рядов. Она заключается в проведении исследования в два последовательных этапа (см. рис. 1 для визуализации).

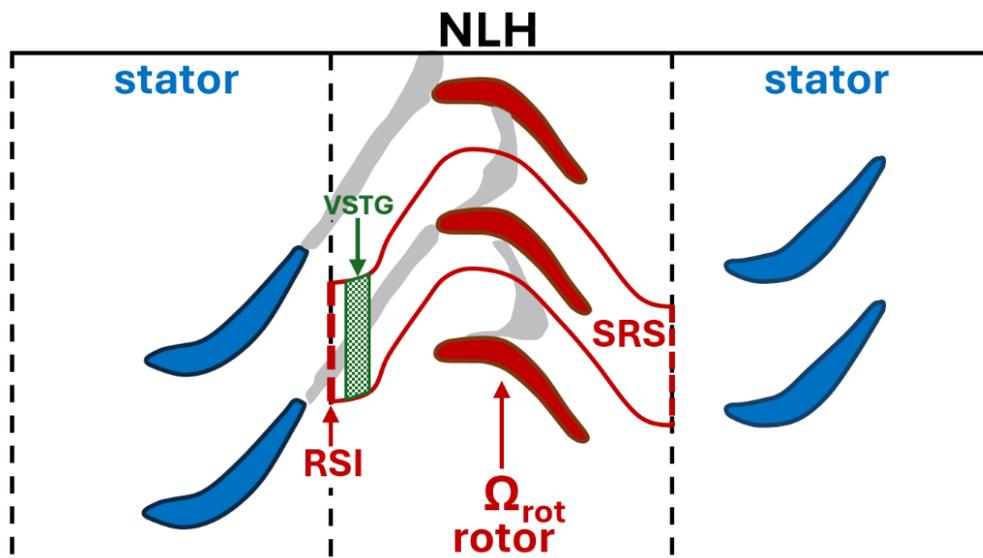


Рис. 1. Схема двухстадийной методологии расчетов.

На первом этапе моделирования (этап RANS) во всей расчетной области (включая все ступени турбомшины) получается стационарное решение в рамках подхода, основанного на решении осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса (Reynolds-Averaged Navier–Stokes, RANS). При этом используется метод нелинейных гармоник (NLH) [1], который позволяет получить нестационарные параметры потока для каждого ряда, связанные с относительным движением (вращением) его соседних рядов. Соответствующие распределения – амплитуды гармоник, связанных с частотами мелькания следа от лопаток – используются для последующего вихреразрешающего моделирования.

В рамках второго этапа (SRS) с помощью вихреразрешающего подхода детально исследуются аэродинамические характеристики отдельного ряда. При этом для преобразования нестационарного RANS решения, воспроизводящего периодическое движение следов лопаток от предыдущей ступени в турбулентные следы специальным образом в некоторой зоне (см. VSTG на Рис. 1 и Рис. 2) задаются искусственные турбулентные пульсации с помощью генератора синтетической турбулентности (Synthetic Turbulence Generator, STG) в виде объемного источника (Volume STG, VSTG) [2]. Технология VSTG, предложенная изначально для стационарного источника (то есть без изменения определяющих его параметров) была адаптирована для учета нестационарности: ключевые параметры VSTG обновляются каждые несколько шагов по времени, используя решение вверх по потоку на некотором расстоянии от источника.

Модификация генератора искусственной турбулентности была предварительно протестирована на наборе тестовых случаев, представляющих собой канонические турбулентные течения. Особое внимание в докладе будет уделено особенностям параллельной реализации алгоритма на CPU и GPU с использованием технологий MPI, OpenMP и OpenCL в рамках программного комплекса NOISEtte [3].

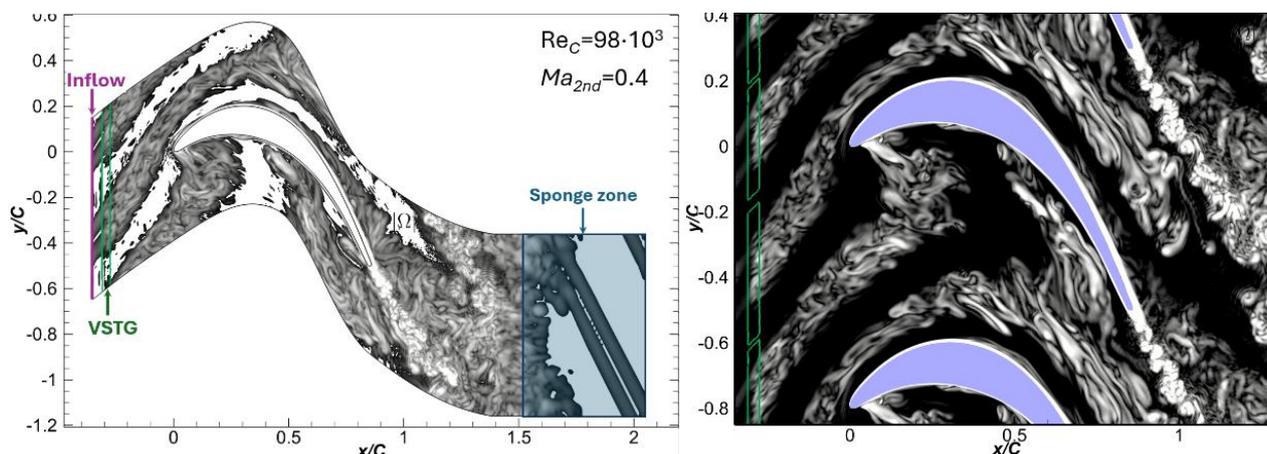


Рис. 2. Расчетная область и визуализация течения в решетке лопаток T106 в нестационарной постановке/

Для демонстрации предложенной методологии будут представлены результаты моделирования нестационарного течения для упрощенной конфигурации – в плоскопараллельной решетке лопаток турбины низкого давления T106 [4], для которой имеются эталонные данные (данные эксперимента и вихреразрешающих расчетов). Расчетная область и визуализация течения представлены на рис. 2. Характерное число Рейнольдса задачи, посчитанное по входной скорости и хорде лопатки C составляет 51000, число Маха на выходе $Ma_{2nd} = 0.4$. Следы от предыдущей ступени в данной задаче воспроизводятся периодическим движением круглых цилиндров на некотором расстоянии вверх по потоку от лопатки. В докладе будут представлены результаты расчетов и проведен их анализ.

Список литературы:

1. Duben A.P., Zagitov R.A., Shuvaev N.V. Nonlinear harmonics method for supercomputer simulations of fluid dynamics in turbomachines with higher accuracy on unstructured meshes // Lobachevskii J. Math. 2024. Vol. 45(7). Pp. 3007–3016. <https://doi.org/10.1134/S1995080224603916>
2. Shur M. [et al.]. Improved Embedded Approaches // Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design. 2017. Vol. 134. Pp. 65–69. https://doi.org/10.1007/978-3-319-52995-0_3
3. Gorobets A., Bakhvalov P. Heterogeneous CPU+GPU parallelization for high accuracy scale-resolving simulations of compressible turbulent flows on hybrid supercomputers // Comput. Phys. Commun. 2022. Vol. 271. P. 108231. <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2021.108231>
4. Fiore M. [et al.]. LES of the T106 low-pressure turbine: Spectral proper orthogonal decomposition of the flow based on a fluctuating energy norm // Computers & Fluids. 2023. Vol. 252. P. 105761. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2022.105761>

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ КРИСТАЛЛА ФАЗОВОГО ПОЛЯ

Т.Г. Еленина¹, М.Е. Майфет¹, Е.Б. Савенков²

¹МГУ имени М.В. Ломоносова, г. Москва

²ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

maifet.me21@physics.msu.ru, savenkov@keldysh.ru

В моделях фазового поля кристаллическая структура описывается заданной в пространстве гладкой функцией $\varphi = \varphi(x, t)$ [1–4]. Она может быть интерпретирована как «вероятность» нахождения частицы в момент времени t в точке пространства x . Для кристаллического тела φ имеет вид периодической функции, максимумы которой соответствуют равновесным положениям атомов в кристаллической решетке. Для жидкостей фазовое поле φ имеет распределение, близкое к постоянному [3].

Для стационарного состояния φ доставляет минимум специально выбранному функционалу свободной энергии Ψ , который может быть построен на основе потенциала взаимодействия атома [1]. В неравновесном случае эволюция φ определяется эволюционным уравнением, которое выводится из вида функционала Ψ [2, 3]. В процессе эволюции фазовое поле сохраняет свою общую фазовую концентрацию — интеграл от φ по всей области пространства остаётся неизменным [2, 3].

Для моделирования кристаллов фазового поля можно использовать систему уравнений, основанную на уравнении Гинзбурга-Ландау или на более общем функционале свободной энергии [3, 4].

В данной работе проводится численное исследование простейших моделей фазового поля, при этом особое внимание уделяется анализу динамических характеристик системы в различных начальных и граничных условиях. Работа включает в себя подробное описание используемого математического аппарата и методов численного моделирования, а также представление и анализ результатов моделирования. анализ.

Список литературы:

1. Chen L.Q. Phase-field models for microstructure evolution // Annual Review of Materials Research. 2002. Vol. 32. Pp. 113–140.
2. Elder K.R., Katakowski M., Haataja M., Grant M. Modeling Elasticity in Crystal Growth // Physical Review Letters. 2002. Vol. 88. Issue 24.
3. Elder K.R., Grant M. Modeling elastic and plastic deformations in nonequilibrium processing using phase field crystals // Physical Review E. 2004. Vol. 70. P. 051605.
4. Elsey M., Wirth B. A simple and efficient scheme for phase field crystal simulation // Journal of Computational Physics. 2012. Vol. 231. Issue 9. Pp. 3645–3663.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ФАЗОВОГО ПОЛЯ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ СТРУКТУРЫ ПЕНЫ

Т.Г. Еленина¹, Е.Б. Савенков², Н.А. Семенов¹

¹*МГУ имени М.В. Ломоносова, г. Москва*

²*ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва*

savenkov@keldysh.ru, tel-fyr@mail.ru

Потребность в моделировании многофазных систем возникает во многих областях науки и техники [1–3]. Однако из-за необходимости описания большого количества объектов (фаз, границ раздела между ними), а также учёта процессов, связанных со слиянием и разделением фаз, подобные вычисления обладают достаточно высокой сложностью. Метод фазового поля позволяет значительно упростить вычисления в ряде подобных задач, поскольку описывает всю систему одной функцией параметра порядка. В этом методе эволюция системы моделируется либо системой уравнений типа Аллена-Кана, либо системой уравнений Кана-Хилларда в зависимости от того, сохраняется ли в условиях конкретной задачи параметр порядка [4].

В данной работе метод фазового поля применён для исследования структуры пены в установившемся состоянии при различных параметрах моделирования её эволюции из заданного начального состояния. Пена представляет собой ячеистую структуру, в которой заполненные газом ячейки разделены тонкими плёнками – стенками пузырьков. В рамках представленной модели каждой ячейке пены ставится в соответствие отдельная фаза, а область раздела фаз описывается моделью диффузной границы. Из принципа минимума свободной энергии и вида эволюционных уравнений следует, что вид энергетической функции определяет процесс эволюции системы. Для воспроизведения моделью свойств пены в качестве функции плотности свободной энергии используется модифицированный потенциал двойной ямы, предложенный в работе [5]. Он обеспечивает разделение и несмешивание фаз, а также запрещает слияние ячеек пены и обеспечивает формирование стенок между ними. Таким образом поведение системы в ходе эволюции будет соответствовать поведению пены.

В результате работы были построены разностные схемы для численного моделирования эволюции пены в одномерном и двумерном случаях, а также проведён анализ влияния параметров моделирования на структуру пены в установившемся состоянии. Полученные результаты открывают возможность моделирования структур пен, обладающих заданными свойствами, путём подбора параметров моделирования.

Список литературы:

1. Lowengrub J., Rätz A., Voigt A. Phase-field modeling of the dynamics of multicomponent vesicles: Spinodal decomposition, coarsening, budding, and fission // Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics. 2009. Vol. 79. P. 031926.
2. Kobayashi R. Modeling and numerical simulations of dendritic crystal growth // Physica D: Nonlinear Phenomena. 1993. Vol. 63. Pp. 410–423.
3. Boettinger W. [et al.]. Phase-Field Simulation of Solidification 1 // Annu. Rev. Mater. Res. 2002. Vol. 32. Pp. 163–94.
4. Qin R., Bhadeshia H. Phase field method// Materials Science and Technology. 2010. Vol. 26. Pp. 803–811.
5. Lavoratti T., Heitkam S., Hampel U., Lecrivain G. A computational method to simulate mono- and polydisperse two-dimensional foams flowing in obstructed channel // Rheologica Acta. 2021. Vol. 60. Pp. 587–601.

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВУХФАЗНОЙ
ГИПЕРУПРУГОЙ МОДЕЛИ**

И.М. Ермаков, Р.Р. Полехина, Е.Б. Савенков

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

carrot.ermakov@yandex.ru, polekhina@keldysh.ru, savenkov@keldysh.ru

Разработка вычислительных методов для моделирования ударно-волновых процессов в двухфазных средах является важной и актуальной задачей. Подобные процессы, характеризующиеся взаимодействием разнородных фаз, имеют широкое распространение в природе и технологиях. Ключевые направления исследований включают: прогнозирование воздействия ударных волн на элементы инженерных конструкций, создание численных алгоритмов для анализа разрушения материалов и определения состава исследуемых объектов.

Существует много различных моделей описания гетерогенных сред. В настоящей работе рассматривается математическая модель [1], основанная на полностью неравновесном двухскоростном приближении для описания динамики многофазных течений. Данный подход предполагает представление фаз в виде двух взаимопроникающих континуумов, обладающих независимыми кинематическими и термодинамическими параметрами, полями скоростей и тензорами механических напряжений.

Ключевое отличие предлагаемой модели от типовых неравновесных схем заключается в гиперупругом описании поведения фаз. Деформационные процессы и напряженное состояние формализуются посредством полных тензоров второго ранга при условии существования упругого потенциала. В частном случае, когда уравнение состояния учитывает исключительно

объемные компоненты деформации, модель сводится к классической модели Баера–Нунциато, демонстрируя тем самым теоретическую согласованность с устоявшимися подходами в предельном случае.

В работе рассматривается модификация модели, предложенной в [1], основанная на системе определяющих уравнений, включающей законы сохранения массы, импульса и энергии с учетом межфазного взаимодействия, дополненные уравнениями совместности деформации для отдельных фаз. Таким образом поведение каждой фазы описывается моделью, сходной с моделью Годунова–Роменского для однофазной гиперупругой среды [2]. В ходе работы доказана гиперболичность системы уравнений модели, найдены ее собственные числа и собственные векторы.

С математической точки зрения определяющая система уравнений является гиперболической и неконсервативной, численное решение которой осложнено наличием разрывных решений. Для решения этой проблемы была использована теория ДальМазо–Лефлоха–Мурата (DLM) [3], обеспечивающий построение обобщенных решений через введение параметризованного «пути» – гладкого отображения, интерполирующего между состояниями решения на разрыве. Выбор пути определяет физическую адекватность разрывных решений.

Численная реализация основана на методе конечных объемов с применением «консервативных по пути» («*path-conservative*») схем – обобщения метода Годунова для неконсервативных систем. Поток считается модифицированным методом HLL [4], учитывающим DLM-формализм.

В работе численно исследуется сходимость решения уравнений модели в зависимости от конкретного способа выбора пути и особенностей реализации разностной схемы. В качестве тестов используются одномерные задачи Римана о распаде разрыва.

Список литературы:

1. Алексеев М.В., Савенков Е.Б. Математическая модель двухфазной гиперупругой среды. «Скалярный» случай // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2022. № 40. 63 с. <https://doi.org/10.20948/prepr-2022-40>
2. Godunov S.K., Romenskii E.I. Nonstationary equations of nonlinear elasticity theory in Eulerian coordinates // J. Appl. Mech. Tech. Phys. 1972. Vol. 13. Pp. 868–884. <https://doi.org/10.1007/BF01200547>
3. Dal Maso G., Le Floch P., Murat F. Definition and weak stability of nonconservative products // Journal de mathématiques pures et appliquées. 1995. Vol. 74. Pp. 483–548. <http://hdl.handle.net/20.500.11767/16373>
4. Dumbser M., Balsara D.S. A new efficient formulation of the HLLEM Riemann solver for general conservative and non-conservative hyperbolic systems // J. of Comp. Phys. 2016. Vol. 304. Pp. 275–319 <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2015.10.014>

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ ДИФFUЗНОЙ ГРАНИЦЫ С ДВУХЪЯМНЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПРОБОЯ

А.Д. Жуковский¹, Е.Б. Савенков²

¹МГУ имени М.В. Ломоносова, г. Москва

²ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

antonguk03@gmail.com, savenkov@keldysh.ru

В работе рассмотрена модель типа «диффузной границы» [1], ранее предложенная для описания трещин упругой среде [2–4], для случая развития канала электрического пробоя. В отличие от ранее предложенных моделей, рассмотренная модель описывает эволюцию фазового поля с помощью неконсервативного уравнения типа Аллена-Кана с двухъямным потенциалом и построена по аналогии моделями фазового поля для развития трещин в упругой среде [2]. Для проверки модели были проведены компьютерные эксперименты, которые качественно согласуются с основными характерными особенностями реального физического процесса.

Принцип модели диффузной границы заключается в том, что мы не имеем четкой границы раздела двух фаз, считается, что они разделены тонким слоем конечной толщины, в пределах которого свойства среды меняются быстро, но непрерывно. Добавив в свободную энергию системы поверхностную энергию диффузной границы, можно описывать временную эволюцию фаз или «фазового поля».

Для проверки модели и численной схемы, были рассчитаны модельные постановки задач для случая однородной и неоднородной среды. Результаты расчетов демонстрируют качественно корректные особенности развития процесса.

Список литературы:

1. Penrose O., Fife Paul C. Thermodynamically consistent models of phase-field type for the kinetic of phase transitions // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 1990. Vol. 43. Issue 1. Pp. 44–62. [https://doi.org/10.1016/0167-2789\(90\)90015-H](https://doi.org/10.1016/0167-2789(90)90015-H)
2. Ambati M., Gerasimov T., De Lorenzis L. A review on phase-field models of brittle fracture and a new fast hybrid formulation // *Computational Mechanics*. 2015. Vol. 55. Pp. 383–405. <http://doi.org/10.1007/s00466-014-1109-y>
3. Herve H., Herbert L. Dynamic instabilities of fracture under biaxial strain using a phase field model // *Physical review letters*. 2004. Vol. 93. Issue 10. P. 105504. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.105504>
4. Karma A., Kessler D.A, Herbert L. Phase-field model of mode III dynamic fracture // *Physical Review Letters*. 2001. Vol. 87. Issue 4. P. 045501. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.87.045501>

СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ АДАПТАЦИИ ШАГА ПО ВРЕМЕНИ В МОДЕЛИ ТИПА ДИФФУЗНОЙ ГРАНИЦЫ, ВКЛЮЧАЮЩЕЙ УРАВНЕНИЕ АЛЛЕНА–КАНА

Е.В. Зипунова¹, А.С. Пономарев^{1,2}, Е.Б. Савенков¹

¹ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

²МФТИ (НИУ), г. Долгопрудный

e.zipunova@gmail.com, ponomarev.as@phystech.edu, savenkov@keldysh.ru

В настоящее время модели типа диффузной границы составляют целый класс подходов для решения прикладных задач гидродинамики, механики деформируемого тела и теории трещин, материаловедения, солидификации и теории фазовых переходов. Предметом исследования авторов является модель подобного класса, описывающая развитие канала электрического пробоя в твердом диэлектрике, предложенная в работе [1].

Вещество в моделируемой системе находится в нескольких различных состояниях – фазах, – причем вещество в одной и той же фазе образует некоторые однородные области. В соответствии с методом диффузной границы распределение фаз вещества описывается гладкой функцией $\phi(x, t)$, называемой фазовым полем. В рассматриваемой задаче значение $\phi = 1$ соответствует неповрежденной среде, $\phi = 0$ – полностью разрушенной. В областях однородности фазовое поле близко к постоянному, а в зоне «диффузной границы» – меняется пусть и быстро, но непрерывно.

Исследуемая модель содержит два дифференциальных уравнения в частных производных. Основным интерес представляет второе из них – уравнение динамики фазового поля типа Аллена–Кана:

$$\frac{1}{m} \frac{\partial \phi}{\partial t} = -F'_\phi(\phi; |\nabla \Phi|) + \frac{\Gamma}{2} \Delta \phi. \quad (1)$$

Здесь m и Γ – числовые параметры, $\Phi(x, t)$ – электрический потенциал. Символом F обозначена определенная функция, отражающая специфику модели; будем считать F функцией от ϕ , принимающей $|\nabla \Phi|$ как параметр. Подробное описание модели см. в статье [2].

Одна из проблем при работе с моделью состоит в том, что, как правило, развитие канала пробоя происходит стремительно, но этому предшествует долгий период крайне медленных изменений в системе. Таким образом, использование в методе конечных разностей регулярной по времени расчетной сетки видится нерациональным.

Цель настоящей работы – исследовать различные подходы к адаптации расчетного шага по времени при моделировании описанной системы. К отбираемым подходам авторы предъявляли два основных требования: во-первых, подход должен быть не слишком сложен с точки зрения программной реализации, во-вторых, не требовать значительного объема дополнительных вычислений.

В результате было исследовано три различных подхода к адаптации: первый предложен в статье [3], второй – в статье [4], третий – самими авторами настоящей работы.

Введем переменный шаг по времени τ^k . Пусть каждое значение τ^k ограничивается снизу и сверху заранее выбранными τ_{min} и τ_{max} соответственно.

I подход. Шаг по времени определяется формулой

$$\tau^k = \frac{tol_1}{\|\phi'_t\|_C}, \quad (2)$$

где tol_1 – получаемый подбором коэффициент, $\|\phi'_t\|_C$ – равномерная норма производной ϕ . Рассчитать норму не составляет труда, так как ϕ'_t из левой части уравнения (1) уже используется в схеме.

II подход. Шаг по времени задается формулой

$$\tau^k = \frac{tol_2}{|\Pi'_t|}, \quad (3)$$

где tol_2 – подбираемый коэффициент, Π'_t – производная полной энергии системы Π , расчет которой можно провести по известным формулам.

III подход. В работе [2] предложено условие устойчивости используемой разностной схемы, одну из частей которого можно записать в виде

$$m\tau \max_{\phi \in [0,1]} |F''_{\phi\phi}(\phi; \nabla\Phi)| \leq 1. \quad (4)$$

Вместо максимума по всем $\phi \in [0,1]$ возьмем максимум лишь по значениям ϕ_j^k с текущей итерации расчета. Получим формулу

$$\tau^k = \frac{tol_3}{m \max_j G(\phi_j^k)}, \quad (5)$$

где $G(\phi)$ – определенная «удобная» функция, мажорирующая $|F''_{\phi\phi}|$. Можно отказаться от подбора коэффициента, положив $tol_3 = 1$, а можно зафиксировать некоторый $tol_3 < 1$ в зависимости от желаемой точности.

Для краткости первый подход будем называть адаптацией по фазовому полю, второй – по энергии, третий – по устойчивости.

Были проведены численные эксперименты с тремя описанными подходами с помощью программы, моделирующей упрощенный, одномерный случай задачи [2].

В расчетах использовались параметры модели, отражающие реальный физический эксперимент; интересны не конкретные значения параметров, а их нерегулярность, псевдослучайность.

Расчеты проводились для следующего типичного случая поведения системы: в начальный момент времени среда не повреждена ($\phi = 1$) везде, кроме небольшой зоны в середине образца, где $\phi \approx 0.95$. Продолжительное время система меняется очень слабо; канал пробоя постепенно растет в длину. Рост ускоряется, пока не происходит быстрого падения фазового поля до $\phi \approx 0$ в зоне роста канала пробоя. Затем канал начинает расти в толщину примерно с постоянной скоростью.

Падение фазового поля от немногим менее 1 до 0 происходит очень быстро, поэтому сравнение результатов по равномерной норме не удовлетворительно. Из-за адаптации временного шага возникает характерное «запаздывание» роста канала; даже если оно составит доли процента от всего времени опыта, равномерная норма разности решений будет порядка 1. Для сравнения решений каждому моменту времени одного расчета сопоставляется наиболее похожий момент времени другого; таким образом вычисляется более тонкая «норма разности» и величина запаздывания. Относительное запаздывание есть результат деления последнего на всю длительность опыта.

В табл. 1 перечислены результаты сравнений с исходным расчетом для трех перечисленных адаптаций при ускорении примерно в 100 раз. Видно, что лучше всего себя показал первый подход – адаптация по фазовому полю; лишь немного хуже – третий – по устойчивости.

Исследованные подходы к адаптации шага по времени универсальны для моделей типа диффузной границы с уравнением Аллена–Кана (особенно первый и второй); они могут получить дальнейшее развитие или быть прямо применены на практике.

Таблица 1: Результаты расчетов с адаптацией шага по времени при ускорении в 100 раз.

Подход	По фазовому полю	По энергии	По устойчивости
Отклонение	$1.23 \cdot 10^{-5}$	$3.27 \cdot 10^{-4}$	$2.23 \cdot 10^{-5}$
Относительное запаздывание	0.004%	0.19%	0.0046%

Список литературы:

1. Pitike K.C., Hong W. Phase-field model for dielectric breakdown in solids // Journal of Applied Physics. 2014. Vol. 115(4). P. 044101. <http://doi.org/10.1063/1.4862929>
2. Пономарев А.С., Зипунова Е.В., Савенков Е.Б. Устойчивость стационарных решений в модели развития канала электрического пробоя типа «диффузной границы» // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. 2024. № 73. 32 с. <https://doi.org/10.20948/prepr-2024-73>
3. Li Y., Choi Y., Kim J. Computationally efficient adaptive time step method for the Cahn–Hilliard equation // Computers & Mathematics with Applications. 2017. Vol. 73(8). Pp. 1855–1864. <https://doi.org/10.1016/j.camwa.2017.02.021>
4. Zhang Z, Qiao Z. An adaptive time-stepping strategy for the Cahn–Hilliard equation // Communications in Computational Physics. 2012. Vol. 11(4). Pp. 1261–1278. <https://doi.org/10.4208/cicp.300810.140411s>

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ В ОБРАБОТКЕ ИЗМЕРЕНИЙ МАГНИТОМЕТРОВ КА «TUSUR GO»

Г.Р. Макаров, Б.О. Мухачев, Д.С. Иванов

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

makarov.gr@phystech.edu

Методы обработки измерений являются неотъемлемой частью как постобработки телеметрии малых космических аппаратов (КА), так и бортового программного обеспечения КА. В данной работе решается задача подбора характеристик магнитометров, установленных на борту КА «TUSUR GO», с использованием метода наименьших квадратов.

Используется следующая модель измерения магнитного поля Земли ([1]):

$$\hat{\mathbf{B}}^{meas} = \mathbf{K}\mathbf{P}\mathbf{B}_{ССК}^{model} + \Delta\mathbf{B}$$

где $\mathbf{K} = \text{diag}(k_x, k_y, k_z)$ – матрица коэффициентов усиления чувствительных элементов магнитометра, \mathbf{P} – матрица направления осей чувствительных элементов, $\Delta\mathbf{B}$ – смещение нуля магнитометра. Модель IGRF позволяет получить вектор магнитного поля Земли в инерциальной системе координат (ИСК) $\mathbf{B}_{ИСК}^{model}$, который затем переводится в связную с главными осями инерции КА систему координат (ССК).

Кадр телеметрии содержит в себе измерения магнитного поля у двух магнитометров и метки времени, когда измерение было получено. Ставится задача минимизации функционала расхождения вектора магнитного поля, полученного согласно модели измерения, с данными из телеметрии:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (\mathbf{B}_{I,i}^{meas} - \hat{\mathbf{B}}_{I,i})^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (\mathbf{B}_{II,i}^{meas} - \hat{\mathbf{B}}_{II,i})^2 \rightarrow \min,$$

где индексы I и II соответствуют магнитометрам 1 и 2, а N – число измерений.

Оптимизация разделяется на 2 уровня – внутренний и внешний. На внутреннем уровне фиксируются все параметры, кроме смещений нуля магнитометра. Их можно получить аналитически за 1 шаг метода Ньютона. На внешнем уровне оптимизации используется метод роя частиц (PSO, [2]), который не требует вычисления градиента функционала от остальных параметров: матриц коэффициентов усиления \mathbf{K}_I и \mathbf{K}_{II} , матриц направления осей чувствительных элементов магнитометра \mathbf{P}_I и \mathbf{P}_{II} , а также подбираются начальные условия кватерниона ориентации \mathbf{Q}_0 и угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_0$ для интегрирования уравнений углового движения КА.

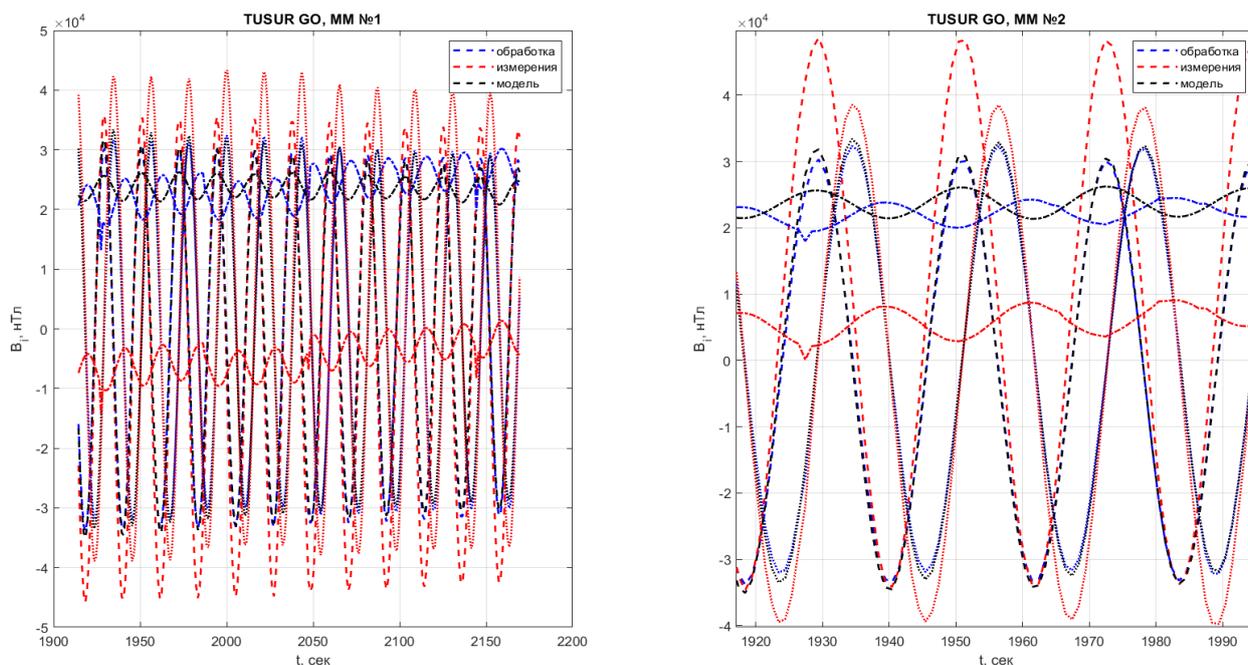


Рис. 1. Сравнение модельного значения магнитного поля Земли с измерениями без обработки и с обработкой.

В ходе работы проведено сравнение различных моделей измерения магнитометра, а в оптимизации варьировалось как число параметров, так и разделение их на внутренний и внешний уровни. Результатом работы методики является вектор оптимальных параметров и оптимальное значение функционала. Было замечено, что использование упрощенной модели измерения значительно сокращает время выполнения программы, однако даже при найденных оптимальных параметрах дает менее правдоподобный прогноз измерения магнитометра, то есть значение функционала сильно выше, чем в полной модели измерения магнитного поля.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-71-10009 (<https://rscf.ru/project/22-71-10009/>).

Список литературы:

1. Иванов Д.С. и др. Калибровка датчиков для определения ориентации малого космического аппарата // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2010. № 28. 30 с. URL: <https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2010-28>
2. Kennedy J., Eberhart R. Particle swarm optimization // Proceedings of ICNN'95 – international conference on neural networks. 1995. Vol. 4. Pp. 1942–1948. <https://doi.org/10.1109/ICNN.1995.488968>

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОФАЗНЫХ РАВНОВЕСИЙ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СМЕСЕЙ УГЛЕВОДОРОДОВ И ДИОКСИДА УГЛЕРОДА

А.В. Исаева

МГУ имени М.В. Ломоносова, г. Москва

isaevaav@my.msu.ru

Проекты по закачке диоксида углерода (CO_2) в месторождения углеводородов набирают популярность, поскольку растет внимание к вопросам изменения климата и экологии. В то же время закачка CO_2 является хорошо известной и опробованной в промышленных условиях технологией увеличения нефтеотдачи. Таким образом, применение этой технологии привлекательно как с точки зрения подземной утилизации парникового газа CO_2 , так и с точки зрения роста добычи углеводородов.

Смешение закачиваемого в нагнетательные скважины CO_2 с пластовыми флюидами усложняет их фазовое поведение. При температурах ниже 50°C смеси углеводородов с CO_2 могут разделяться на три фазы: две жидкие и одну газообразную. Формирующиеся жидкие фазы отличаются по концентрации в них CO_2 , по плотности и вязкости.

В настоящем докладе обсуждаются современные подходы, применяемые для математического моделирования фазового разделения многокомпонентных смесей углеводородов и CO_2 , когда система формирует более чем две фазы. Традиционные методы расчета фазовых равновесий многокомпонентных смесей углеводородов обычно включают: 1) проверку стабильности состояния смеси при заданных термобарических условиях; 2) итерационный расчет параметров фаз в случае, если проверка стабильности свидетельствует о разделении системы на несколько фаз. Такой способ расчета широко применим в настоящее время для моделирования парожидкостных (двухфазных) равновесий [1]. В то же время увеличение количества фаз затрудняет проведение подобных расчетов: успех процедуры зависит от удачного выбора начальных приближений для констант фазового равновесия [2].

В докладе показано, что в качестве альтернативного способа расчета фазовых равновесий смесей углеводородов и CO_2 может быть использован метод прямой минимизации энергии Гиббса изобарно-изотермической системы [3–5]. При этом нелинейная задача минимизации функционала энергии многокомпонентной системы после дискретизации сводится к задаче линейного программирования. Решение этой задачи дает информацию о фазовом состоянии термодинамически равновесной смеси заданного состава, находящейся при фиксированных термобарических условиях.

Схема проводимых расчетов показана на рис. 1. Как следует из этой схемы, итог расчетов зависит от задействованного уравнения состояния. В

настоящей работе использовалось уравнение состояния Пенга–Робинсона, которое наиболее часто применяют для численного моделирования поведения смесей углеводородов. Заметим, что алгоритм, представленный на рис.1, применим для любого уравнения состояния, в том числе не ограничен использованием кубических уравнений состояния.

Рис. 2 демонстрирует три примера результатов расчета фазового состава для смеси пропана (C_3H_8), н-гексадекана ($C_{16}H_{34}$) и CO_2 . Смесь рассматривалась при температуре $20.85^\circ C$ и содержала 6% мол. C_3H_8 , 9% мол. $C_{16}H_{34}$ и 85% мол. CO_2 . Расчеты проводились методом прямой минимизации энергии Гиббса.

Как следует из рис. 2, при давлении 5.56 МПа смесь находилась в состоянии парожидкостного равновесия, при давлении 5.59 МПа – в трехфазном состоянии, а при давлении 5.61 МПа смесь разделилась на две жидкие фазы.

Заметим, что получившиеся фазы сильно различаются по своему составу. К примеру, $C_{16}H_{34}$, как вещество с наибольшей молекулярной массой из веществ смеси, присутствует преимущественно в одной из жидких фаз. В то же время C_3H_8 , которого по содержанию в смеси меньше всего, присутствует во всех фазах. Очевидно, ввиду разного состава фазы различаются и по другим физическим свойствам (плотность, вязкость и др.).

С помощью обсуждаемого в настоящем докладе метода расчета фазового состояния смеси можно проследить, как меняется количество фаз в системе при изменении термобарических условий. Рис.3 демонстрирует пример полученной зависимости от давления мольных долей фаз, на которые разделяется смесь C_3H_8 , $C_{16}H_{34}$ и CO_2 .



Рис. 1. Схема расчета фазовых равновесий методом прямой минимизации энергии Гиббса изобарно-изотермической системы.

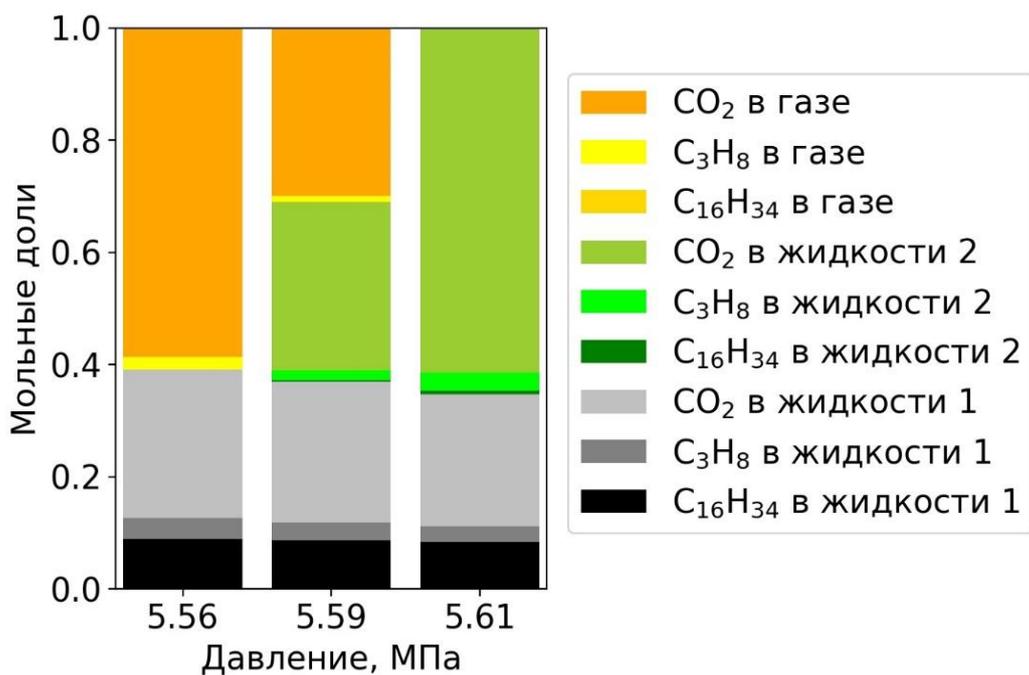


Рис. 2. Результаты расчета фазового состояния и состава фаз для смеси C_3H_8 , $C_{16}H_{34}$ и CO_2 при температуре 20.85°C.

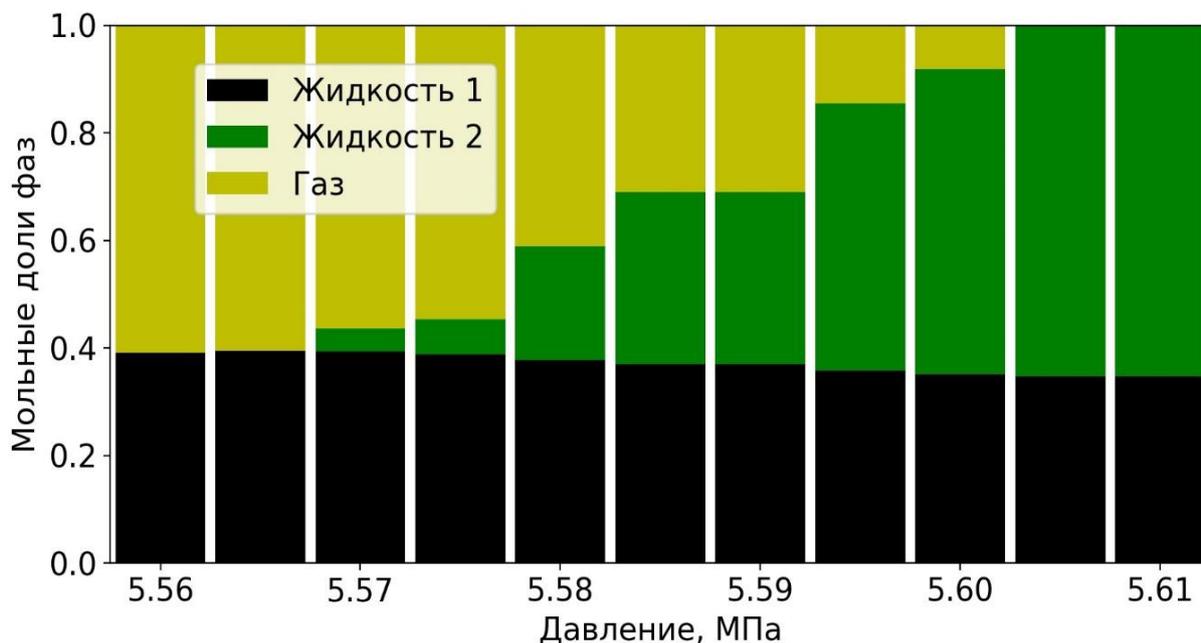


Рис. 3. Зависимость от давления мольных долей фаз, на которые разделяется смесь C_3H_8 , $C_{16}H_{34}$ и CO_2 при температуре 20.85°C.

Как видно из рис.3, с ростом давления в парожидкостной системе появляется еще одна жидкая фаза и состояние становится трехфазным. Дальнейшее увеличение давления приводит к постепенному растворению газообразной фазы в жидкой фазе, более легкой из двух имеющихся. После

полного исчезновения газообразной фазы состояние системы вновь становится двухфазным, теперь в нем сосуществуют две жидкие фазы.

Таким образом, показано, что обсуждаемый в настоящем докладе метод позволяет рассчитывать фазовые равновесия смесей углеводородов с CO_2 в случае, когда система разделяется на три фазы. Заметим, что этот же метод можно использовать для расчета фазовых равновесий систем, формирующих большее количество фаз. При этом важной положительной особенностью метода является отсутствие необходимости адаптировать схему расчета в зависимости от того, на какое максимальное количество фаз может разделиться рассматриваемая система.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-77-10022.

Список литературы:

1. Isaeva A., Grushnikov I., Dobrozhanskiy V. Analysis of Vapor-Liquid Equilibrium Parameters of Multicomponent Hydrocarbon Mixtures Using Cubic Equations of State // SPE Russian Petroleum Technology Conference. Moscow, 2018. Paper No. SPE-191619-18RPTC-MS. <https://doi.org/10.2118/191619-18RPTC-RU>
2. Pan H., Connolly M., Tchelepi H. Multiphase Equilibrium Calculation Framework for Compositional Simulation of CO_2 Injection in Low-Temperature Reservoirs // Ind. Eng. Chem. Res. 2019, Vol. 58(5). P. 2052–2070. <https://doi.org/10.1021/acs.iecr.8b05229>
3. Khakimova L., Isaeva A., Dobrozhanskiy V., Podladchikov Y. Direct Energy Minimization Algorithm for Numerical Simulation of Carbon Dioxide Injection // SPE Russian Petroleum Technology Conference. Virtual, 2021. Paper No. SPE-206611-MS. <https://doi.org/10.2118/206611-MS>
4. Исаева А.В., Доброжанский В.А., Хакимова Л.А., Подладчиков Ю.Ю. Численное моделирование фазовых равновесий многокомпонентных углеводородных систем с помощью прямой минимизации энергии // Газовая промышленность. 2021. Т. 812. № 2. С. 20–29.
5. Исаева А.В. Численное моделирование обратной конденсации бинарных углеводородных смесей методом прямой минимизации энергии // Вестник Московского Университета. Серия 3. Физика. Астрономия. 2025. Т. 80, № 1. <https://doi.org/10.55959/MSU0579-9392.80.2510903>

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ КОНВЕРСИИ АЦЕТИЛЕНА ДЛЯ ПРОЦЕССА ГИДРОХЛОРИРОВАНИЯ НА БЕЗМЕТАЛЛИЧЕСКИХ КАТАЛИЗАТОРАХ МЕТОДАМИ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ, ОСНОВАННЫМИ НА ДЕРЕВЬЯХ РЕШЕНИЙ

Е.К. Кислинский¹, Д.В. Никитенко², А.Ю.Максимова¹

К.Д. Кобец², С.А. Корнев¹

¹ИПММ, г. Донецк

²ИНФОУ им. Л.М. Литвиненко, г. Донецк

gkislinskiy@gmail.com, nykytenko.dv@gmail.com, maximova.alexandra@mail.ru,

kiriloo.ru@mail.ru, sergkornev2001@mail.ru

Введение

Производство поливинилхлорида (ПВХ), одного из самых распространенных синтетических материалов, используемых в строительстве, медицине и производстве товаров повседневного спроса, связано с серьезными экологическими проблемами. Одним из промышленных способов производства сырья (винилхлорида мономера) для получения ПВХ является процесс гидрохлорирования ацетилена, для которого традиционным катализатором является хлорид ртути, нанесенный на активированный уголь. Такие катализаторы токсичны и приводят к загрязнению окружающей среды. В связи с этим поиск альтернативных каталитических систем, таких как безметаллические углеродные материалы, становится важной задачей. Ускорить процесс подбора таких катализаторов и снизить затраты на эксперименты можно применив методы машинного обучения (МО), а именно алгоритмы, основанные на деревьях решений.

Цель данного исследования – разработать метод предсказания активности безметаллических углеродных катализаторов в реакции гидрохлорирования ацетилена на основе методов МО, а также оценить важность факторов, влияющих на реакционный процесс.

Основная часть

Так как экспериментальные данные представлены в табличном виде и содержат до 1000 примеров, для экспериментов были выбраны усовершенствованный алгоритм градиентного бустинга от Yandex Catboost и алгоритм случайного леса [1–3]. Данные алгоритмы использовались для решения задач как классификации, так и регрессии. Анализ факторов проведен с помощью алгоритма Шепли [4].

База данных включает собранные из литературы экспериментальные данные [5], содержащие следующие параметры:

- Максимальная конверсия ацетилена (Max_Conv, %);
- Температура реакции (T, K);
- Объемная скорость подачи реакционной смеси (GHSV, ч⁻¹);

- Мольное соотношение $\text{HCl}:\text{C}_2\text{H}_2$;
- Удельная поверхность катализатора (S_{cat} , $\text{м}^2/\text{г}$);
- Элементный состав катализатора (содержание N, O, S, %);
- Масса загруженного катализатора (m_{cat} , г).

Исходная база данных состояла из 377 строк (систем). Однако из-за наличия пропущенных значений количество систем, пригодных для обучения, оказалось меньше. Для обеспечения максимальной точности исследования использовались только строки с полным набором данных. Обучение проводили на семи уникальных выборках, сформированных путем комбинирования различных наборов переменных. Перед использованием данные были очищены от пустых ячеек, результат представлен в таблице 1.

Таблица 1: Структура данных обучающих выборок.

№	Число строк	Наборы параметров для обучения
1	224	Max_Conv, GHSV, T, $\text{HCl}:\text{C}_2\text{H}_2$, S_{cat} , N%
2	224	Max_Conv, GHSV, T, $\text{HCl}:\text{C}_2\text{H}_2$, S_{cat} , N%, S%
3	140	Max_Conv, GHSV, T, $\text{HCl}:\text{C}_2\text{H}_2$, S_{cat} , N%, S%, 'O%
4	154	Max_Conv, GHSV, T, $\text{HCl}:\text{C}_2\text{H}_2$, N%, m_{cat}
5	122	Max_Conv, GHSV, T, $\text{HCl}:\text{C}_2\text{H}_2$, S_{cat} , N%, m_{cat}
6	122	Max_Conv, GHSV, T, $\text{HCl}:\text{C}_2\text{H}_2$, S_{cat} , N%, S%, m_{cat}
7	91	Max_Conv, GHSV, T, $\text{HCl}:\text{C}_2\text{H}_2$, S_{cat} , N%, S%, O%, m_{cat}

Первый этап анализа данных предполагал трансформацию задачи регрессии в задачу классификации. С этой целью диапазон значений максимальной конверсии ацетилена, варьирующийся от 0 до 100%, был разделен на 10 равных интервалов (децилей), каждый из которых был обозначен как отдельный класс. Такой подход не только упрощает интерпретацию результатов, но также минимизирует влияние выбросов в данных, что особенно важно при работе с неоднородными или зашумленными наборами. Кроме того, классификация на основе децилей позволяет более четко выделить закономерности и тенденции, которые могут быть скрыты при анализе непрерывных значений. Это особенно полезно для задач, где точное прогнозирование численных значений менее критично, чем общее понимание распределения и группировки данных.

Для решения задачи классификации были выбраны два алгоритма: CatBoostClassifier и RandomForestClassifier. Эти методы были выбраны по следующим причинам:

- CatBoostClassifier: этот алгоритм эффективно работает с категориальными переменными, автоматически обрабатывает пропущенные данные и устойчив к переобучению благодаря механизму упорядоченного бустинга.
- RandomForestClassifier: этот метод прост в интерпретации, устойчив к выбросам и позволяет оценивать важность признаков, что делает его полезным для анализа данных.

Второй подход заключался в предсказании значений максимальной конверсии в качестве непрерывной переменной. Для этой задачи были выбраны модели CatBoostRegressor и RandomForestRegressor.

Для оценки производительности моделей использовались метрики: ROC-AUC (оценивает способность модели различать классы, что важно для задач классификации с несбалансированными данными), MAE (средняя абсолютная ошибка, измеряет среднюю величину ошибок в задачах регрессии), R² (коэффициент детерминации, показывает долю дисперсии, объяснённую моделью) и RMSE (среднеквадратическая ошибка, учитывает крупные отклонения за счёт квадратичного штрафа).

Для моделей классификации была получена высокая предсказательная способность: значения ROC-AUC лежат в диапазоне [0.73; 0.80].

В свою очередь, регрессионные алгоритмы случайного леса способны давать лучшие предсказания максимальной конверсии ацетилена, чем CatBoost. Для регрессионных моделей значения R² лежат в диапазоне [0.85; 0.97], в то время как для бустинга эти величины составляют [0.61; 0.74]. Значения метрик MAE и RMSE (оценка на тестовых данных) у случайного леса значительно меньше, чем у бустинга.

Для определения ключевых факторов, влияющих на максимальную конверсию ацетилена, был проведен анализ важности признаков с использованием метода SHAP [4]. Наибольшее влияние на величину максимальной конверсии ацетилена оказывают следующие параметры (перечислены в порядке убывания их значимости):

1. Количество азота в углеродном носителе (N%) – этот параметр оказывает наибольшее влияние. Каталитически активными центрами являются атомы азота, находящиеся в структуре углеродного катализатора. Чем больше каталитических центров, тем выше конверсия.
2. Температура реакции (T) – температура играет ключевую роль в кинетике реакции – скорость реакции растёт с повышением температуры.
3. Скорость потока реакционной смеси (GHSV) – этот параметр влияет на время контакта реагентов с катализатором, что напрямую связано с конверсией. Чем выше скорость потока, тем меньше время контакта реагентов с катализатором и как следствие меньше конверсия.

4. Удельная поверхность катализатора (S_{cat}) – чем больше удельная поверхность, тем больше площадь контакта реагентов с катализатором, что также важно для эффективности реакции.

Заключение

Разработаны и протестированы модели усовершенствованного алгоритма градиентного бустинга от Yandex Catboost и алгоритм случайного леса для предсказания максимальной конверсии ацетилена в реакции газофазного гидрохлорирования ацетилена. Полученные результаты позволяют сформулировать рекомендации по оптимизации процесса газофазного гидрохлорирования ацетилена: для регулирования величины максимальной конверсии ацетилена стоит сфокусироваться на основных ключевых параметрах, таких как содержание азота в катализаторе, температура реакции, скорость потока и удельная поверхность катализатора. Это может способствовать повышению эффективности процесса и снижению затрат.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках научной темы «Разработка и совершенствование интеллектуальных методов классификации и прогнозирования для задач распознавания образов и моделирования информационных процессов» FREM-2024-0001 (Регистрационный номер 1023111000141-9-1.2.1).

Список литературы:

1. Просиз Дж. Прикладное машинное обучение и искусственный интеллект для инженеров – Астана: Изд-во «АЛИСТ», 2024. 424 с. ISBN 978-60109-5051-1.
2. CatBoost – Текст: электронный // Хабр: официальный сайт. 2023. URL: <https://habr.com/ru/companies/lanit/articles/778714/> (дата обращения: 10.02.2025).
3. Scikit-learn: Machine Learning in Python // scikit-learn : [сайт]. 2024. URL: <https://scikit-learn.org/stable/index.html> (дата обращения: 10.02.2025). – Текст: электронный.
4. SHAP (SHapley Additive exPlanations) : Explain Any Machine Learning Model // SHAP Documentation : [сайт]. 2024. URL: <https://shap.readthedocs.io/en/latest/index.html> (дата обращения: 11.02.2025). – Текст: электронный.
5. Qiao X., Zhao Z.-H., Zhang J. Progress in mercury-free catalysts for acetylene hydrochlorination // Catalysis Science and Technology. 2024. Vol. 14. Issue 14. Pp. 3838–3852. <https://doi.org/10.1039/d4cy00549j>

РАСШИРЕНИЕ ПРИМЕНИМОСТИ МЕТОДА ПЕНАЛИЗИРОВАННЫХ ПРИСТЕНОЧНЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ ЗАДАЧ АЭРОДИНАМИКИ

Н.А. Ключев

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

nik_kluev@mail.ru

Использование методов пристеночных функций для моделирования турбулентных течений с применением осреднённых по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса позволяет существенно снизить требования к пристеночному разрешению, что приводит к ускорению процесса моделирования по сравнению с расчётами с разрешённым пограничным слоем.

В работе представлены модификации метода пенализированных пристеночных функций (метод ППФ) [1, 2], который имеет дифференциальную формулировку, что обуславливает его повышенную гибкость по сравнению с классическими подходами. В частности, имеется возможность изменять положение точки сшивки (место согласования пристеночной модели и внешнего решения) в зависимости от локальных характеристик течения. Например, для лучшего описания отрывных течений. В работе исследуются различные модификации формулировки адаптации положения точки сшивки. Формулировки тестируются и сравниваются на задачах об отрывном обтекании пластины и обтекании аэродинамического профиля. Вычислительный алгоритм метода ППФ реализован на базе программного комплекса NOISEtte [3].

Метод ППФ [1, 2] был сформулирован для модели турбулентности Спаларта-Аллмараса. В работе представлен вариант адаптации метода ППФ для модели $k - \omega$ SST Ментера, которая широко применяется для решения практических и научных задач. Представленный в работе способ обобщения был успешно протестирован на модельных двумерных задачах.

Список литературы:

1. Васильев О.В., Жданова Н.С. Метод моделирования турбулентного пограничного слоя на основе аналитических законов стенки в формулировке метода характеристических штрафных функций // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2023. Т. 63. № 5 С. 778–794. <https://doi.org/10.31857/S0044466923050198>
2. Vasilyev O.V., Zhdanova N.S. Generalization of the Penalized Wall Function Method for Modeling of Turbulent Flows with Adverse Pressure Gradient // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2023. Vol. 63, Issue 12. Pp. 2384–2401. <https://doi.org/10.1134/S0965542523120199>
3. Gorobets A., Bakhvalov P. Heterogeneous CPU+GPU parallelization for high-accuracy scale-resolving simulations of compressible turbulent flows on hybrid supercomputers // Computer Physics Communications. 2022. Vol. 271. P. 108231 <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2021.108231>

РАСЧЕТ РЕШЕНИЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ИЗОБАРИЧЕСКИХ СРЕД НА ОСНОВЕ ДИНАМИКИ ПРИЛИПАНИЯ

Н.В. Ключнев, Ю.Г. Рыков

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

n_klyushnev@mail.ru, yu-rykov@yandex.ru

Доклад посвящен развитию существующей программной реализации приближенной динамики прилипания, используемой для численного получения обобщенных решений системы уравнений изобарических сред, см. [1]. Подобные системы возникают, в частности, при попытках описать такие сложные физические явления как движение дисперсионных сред, эволюция многофазных потоков, формирование крупномасштабных структур во Вселенной и т.д. Необходимость численного расчета решений этой, внешне простой, системы связана с возникновением дельта-особенностей в обобщенных решениях, что значительно затрудняет строгий математический анализ для размерностей больше единицы, см. [2, 3]. В этом случае указанные особенности могут демонстрировать иерархическое поведение, т.е. образовываться на многообразиях разной размерности, см. [4] для двух пространственных переменных.

Созданная авторами численная модель была валидирована в двумерном случае [1] и позволила получить ряд интересных результатов, однако дальнейшие теоретические исследования [4], в частности, показали, что даже простые начальные условия приводят к сложной нелинейной динамике особенностей. Поэтому для более подробного исследования двумерных решений, а также для перехода к представляющему наибольший интерес трехмерному случаю [5], необходима более эффективная параллельная реализация модели.

Список литературы:

1. Klyushnev N.V., Rykov Yu.G. On Model Two-Dimensional Pressureless Gas Flows: Variational Description and Numerical Algorithm Based on Adhesion Dynamics // *Comp. Math. Math. Phys.* 2023. 63, 606–622.
2. Li J., Zhang T., Yang S.L. *The Two-Dimensional Riemann Problem in Gas Dynamics.* – London.: Longman, 1998.
3. Рыков Ю.Г. Особенности типа ударных волн в среде без давления, решения в смысле теории меры и в смысле Коломбо // *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша.* 1998. № 30.
4. Рыков Ю.Г. Об эволюции иерархии ударных волн в двумерной изобарической среде // *Известия РАН.* 2024. Т. 88, вып. 2. С. 96 – 126.
5. Rykov Yu.G. On the hierarchy of singularities in 3D pressureless gas // *Lobachevskii journal of mathematics.* 2025, to appear.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВОЛНЕНИЯ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ НА ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГРЕБНОГО ВИНТА, РАБОТАЮЩЕГО ЗА КОРПУСОМ СУДНА

К.С. Плыгунова, В.В. Курулин, А.С. Козелков

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров, Нижегородской обл.

НГТУ им. Р.Е. Алексеева, г. Нижний Новгород

ksplygunova@vniief.ru, VVKurulin@vniief.ru, ASKozelkov@vniief.ru

При перемещении судна в условиях морского волнения его гребной винт, расположенный в кормовой части, испытывает сложное движение. Глубина его погружения может меняться в зависимости от фазы волны, вследствие чего, его эффективность может быть снижена из-за потери тяги и крутящего момента. Поэтому важной задачей является анализ гидродинамических характеристик гребного винта с учетом движения судна на волнении.

В настоящей работе исследуется работа гребного винта за корпусом судна в условиях качки на встречном волнении с помощью численного моделирования в пакете программ «Логос» [1]. Используемая математическая модель основана на трехмерной системе уравнений Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу. Для учёта свободной поверхности применяется метод Volume of Fluid [2]. Моделирование вращения гребного винта осуществляется с помощью скользящих расчетных сеток с динамическими несостыкованными интерфейсами [3]. В докладе рассматривается несколько режимов волнения, проводится сравнение гидродинамических характеристик гребного винта и судна в модельном и натурном масштабах, делается вывод о влиянии параметров волны и масштабного эффекта на работу гребного винта за корпусом судна.

Результаты получены при финансовой поддержке национального проекта «Наука и университеты» в рамках программы Минобрнауки РФ по созданию молодежных лабораторий № FSWE-2024-0001 (научная тема: «Разработка численных методов, моделей и алгоритмов для описания течений жидкостей и газов в естественных природных условиях, и условиях функционирования промышленных объектов в штатных и критических условиях на суперкомпьютерах экса- и зеттапроизводительности»).

Список литературы:

1. ЛОГОС: Пакет программ инженерного анализа и суперкомпьютерного моделирования [Электронный ресурс]. Режим доступа: www.logos.vniief.ru.
2. Hirt C.W., Nichols B.D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries // J. Comput. Phys. 1981. Vol. 39. Pp. 201–225.
3. Kozelkov A. [et al.]. Numerical Approach Based on Solving 3D Navier–Stokes Equations for Simulation of the Marine Propeller Flow Problems // Fluids. 2023. Vol. 8. P. 293. <https://doi.org/10.3390/fluids8110293>

АФФИННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СОПРЯЖЁННЫХ ПЕРЕМЕННЫХ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ НЕКОМПЛАНАРНЫХ МЕЖОРБИТАЛЬНЫХ ПЕРЕЛЁТОВ

К.Р. Корнеев

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

kirill_rnd@mail.ru

Одной из проблем проектирования межпланетных перелётов малых космических аппаратов (МКА) с использованием электрореактивных двигательных установок (ЭРДУ) является выбор хорошего начального приближения для траектории. Данная работа посвящена проблеме выбора начального приближения параметров оптимального управления МКА с ЭРДУ при перелётах между некомпланарными круговыми орбитами.

Существуют две общепринятые модели работы ЭРДУ: модель идеально регулируемой двигательной установки с ограниченной мощностью (ИР-модель) [1] и модель двигательной установки с постоянной скоростью истечения (ПСИ-модель). ИР-модель даёт нижнюю оценку на расход рабочего тела, а также нередко используется в качестве начального приближения для ПСИ-модели. В случае ИР-модели с постоянной доступной электрической мощностью минимизация расхода рабочего тела эквивалентна минимизации функционала:

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} a^2 dt \rightarrow \min, \quad (1)$$

где a – это величина реактивного ускорения, t_0 и t_f – это начальное и конечное время соответственно. Траектории, на которых минимизируется данный целевой функционал, называются энергетически оптимальными. В данной работе рассматриваются энергетически оптимальные перелёты между некомпланарными круговыми орбитами в безразмерной задаче двух тел. С помощью принципа максимума Понтрягина (ПМП) [2] задача оптимизации сводится к двухточечной краевой задаче со следующей системой расширенных уравнений движения:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{r}} &= \mathbf{v}, \\ \dot{\mathbf{v}} &= -\frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} + \mathbf{p}_v, \\ \dot{\mathbf{p}}_r &= \frac{\mu}{r^3} \mathbf{p}_v - \frac{3\mu}{r^5} (\mathbf{r} \cdot \mathbf{p}_v) \mathbf{r}, \\ \dot{\mathbf{p}}_v &= -\mathbf{p}_r. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь \mathbf{r} и \mathbf{v} – это положение и скорость КА соответственно, а \mathbf{p}_r и \mathbf{p}_v – это векторы, сопряжённые положению и скорости, μ – гравитационный параметр,

который в безразмерной задаче равен единице. Граничные условия задачи встречи задаются в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(t_0) - \mathbf{r}_0 &= 0, \quad \mathbf{v}(t_0) - \mathbf{v}_0 = 0, \\ \mathbf{r}(t_f) - \mathbf{r}_f &= 0, \quad \mathbf{v}(t_f) - \mathbf{v}_f = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где \mathbf{r}_0 и \mathbf{v}_0 – это необходимые положение и скорость КА в начальный момент времени, а \mathbf{r}_f и \mathbf{v}_f – это положение и скорость КА конечный момент времени. В данной работе эти величины выбраны соответствующими круговым орбитам. Легко убедиться, что при оптимизации времени перелёта задача встречи оказывается эквивалентна некоторой задаче перелёта с фиксированным временем. Однако в случае задачи встречи конечные положение и скорость можно контролировать в явном виде. Далее термин «задача перелёта» будет использоваться в смысле задачи встречи с оптимальным временем перелёта.

Известно, что система (2) является уравнениями Гамильтона, широко известными в теоретической механике. При преобразовании фазовых переменных, сопряжённые переменные необходимо преобразовать таким образом, чтобы система сохранила каноничность [3]:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}' &= \Phi(\mathbf{x}), \\ \mathbf{p} &= \left(\frac{\partial \Phi(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \mathbf{p}' \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь \mathbf{x} и \mathbf{p} – это фазовый и сопряжённый векторы до преобразования Φ , а \mathbf{x}' и \mathbf{p}' – это фазовый и сопряжённый векторы после преобразования. Такое преобразование называется каноническим. Канонические преобразования позволяют легко менять системы координат и переходить от одного набора фазовых переменных к другому. Несмотря на удобство использования, с помощью такого преобразования нельзя осуществить переход от компланарного перелёта к пространственному перелёту. Рассмотрим следующий класс аффинных преобразований сопряжённых переменных в начальный момент времени, который нарушает условия каноничности (фазовые переменные не подвергаются преобразованию), но при этом обладает определённым удобством в использовании:

$$\begin{aligned} R &= \begin{pmatrix} \rho_1 & \nu_1 & \eta_1 \\ \rho_2 & \nu_2 & \eta_2 \\ \rho_3 & \nu_3 & \eta_3 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\rho} \times \mathbf{v}, \\ \mathbf{p}'_r(t_0) &= (R^T)^{-1} \mathbf{p}_r(t_0), \\ \mathbf{p}'_v(t_0) &= (R^T)^{-1} \mathbf{p}_v(t_0). \end{aligned} \quad (5)$$

Данное преобразование определяется векторами $\boldsymbol{\rho}$ и \mathbf{v} , а вырождается в случае равенства нулю детерминанта

$$\det R = \eta^2, \quad (6)$$

что эквивалентно коллинеарности векторов \mathbf{p} и \mathbf{v} . Если дополнить преобразование (5) соответствующим преобразованием фазовых переменных, а также взять единичные векторы \mathbf{p} и \mathbf{v} , то получится преобразование поворота системы координат. В силу этой особенности будем называть аффинное преобразование (5) R -преобразованием (от слова rotation).

Для исследования предложенного класса преобразований был построен датасет компланарных многовитковых перелётов между круговыми орбитами, в которых угловая дальность была равна 40 виткам, а параметр κ (соотношение радиусов конечной орбиты к начальной) варьировался от 0.1 до 10. В датасете содержится 991 энергетически оптимальная траектория «задачи перелёта». Начальные и конечные граничные условия на всех траекториях этого датасета одинаковы и зависят от κ :

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_0 &= (1 \ 0 \ 0)^T, \quad \mathbf{v}_0 = (0 \ 1 \ 0)^T, \\ \mathbf{r}_f &= (\kappa \ 0 \ 0)^T, \quad \mathbf{v}_f = \left(0 \ \frac{1}{\sqrt{\kappa}} \ 0\right)^T. \end{aligned} \quad (7)$$

Далее было поставлено условие на конечную орбиту после R -преобразования: эксцентриситет конечной орбиты и угол восходящего узла должны быть равны нулю. После чего был построен вспомогательный датасет, в котором варьировались 2 из 6 параметров R -преобразования (v_2 и v_3), а каждому преобразованию соответствовала некая конечная орбита с неизвестными заранее элементами орбиты. Вспомогательный датасет состоял из 14322 траекторий.

При помощи метода символьной регрессии [4] удалось обработать датасет и получить следующее преобразование, которое меняет наклонение конечной орбиты:

$$R_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{j^2 + 1} & \frac{j}{j^2 + 1} \\ 0 & -\frac{j}{j^2 + 1} & \frac{1}{j^2 + 1} \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где j – это коэффициент, квазилинейно связанный с наклонением конечной орбиты. Линейный коэффициент связи между ними является сильно нелинейной функцией, зависящей от других элементов начальной и конечной орбит.

Так как R -преобразование (8) выражено в форме матрицы, его можно преобразовывать с помощью подобных матриц:

$$R_{i\Omega} = R_{\Omega}^{-1} R_i R_{\Omega}. \quad (9)$$

Здесь R_Ω – это матрица поворота, которую можно записать в следующем виде:

$$R_\Omega = \begin{pmatrix} \cos \Omega & \sin \Omega & 0 \\ -\sin \Omega & \cos \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

где Ω – это угол восходящего узла орбиты. В этом преобразовании угол восходящего узла можно задавать явным образом.

Итоговое преобразование (9) позволяет контролировать наклонение и восходящий узел конечной орбиты без решения соответствующей краевой задачи пространственного перелёта, используя только решение задачи компланарного перелёта между круговыми орбитами. Отрицательной стороной этого преобразования является изменение радиуса конечной орбиты, что приходится компенсировать за счёт выбора другого соотношения радиусов до преобразования. Пример перелёта после преобразования представлен на рис. 1.

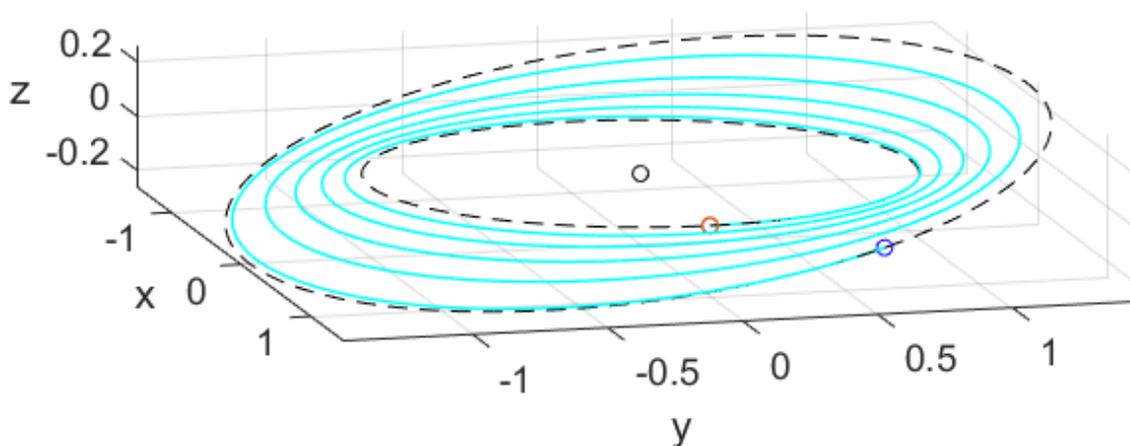


Рис. 1. Перелёт с наклонением 10° , восходящим узлом 30° и радиусом конечной орбиты 1.5. Для получения этой траектории использовался плоский перелёт с $\kappa=1.54$, $j=-1.21$ и угловой дальностью 5 витков.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ № 24-11-00038 «Эффективные методы проектирования траекторий и управления движением малых космических аппаратов в дальнем космосе».

Список литературы:

1. Гродзовский Г.Л., Иванов Ю.Н., Токарев В.В. Механика космического полета с малой тягой. – М.: Наука, 1966. 678 с.
2. Понтрягин Л.С. и др. Математическая теория оптимальных процессов. 3-е изд. – М.: Наука, 1976. 392 с.
3. Powers W.F., Tapley B.D. Canonical transformation applications to optimal trajectory analysis. // AIAA Journal. 1969. Vol. 7. Issue 3. Pp. 394–399.
4. Cranmer M. Interpretable Machine Learning for Science with PySR and SymbolicRegression.jl. arXiv, 2023. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2305.01582>

ТЕПЛОВЫЕ ПОТОКИ ОТ ЛОКАЛЬНО-НЕОДНОРОДНЫХ ВОСПЛАМЕНЕНИЙ ЗА УДАРНОЙ ВОЛНОЙ

М.А. Котов

ИПМех РАН, г. Москва

kotov@ipmnet.ru

Рассказывается об актуальных аспектах и проблемах регистрации тепловых потоков при воспламенении и горении газовых смесей за ударной волной. Получаемые результаты важны для валидации расчетных моделей и программных комплексов при численном моделировании соответствующих физических процессов и определении степени их согласования.

Использование термоэлектрических детекторов осуществлялось при экспериментальном моделировании процессов самовоспламенения и горения пропан- и пропен-воздушных смесей [1, 2]. Благодаря высокому временному разрешению получилось уточнить времена задержки самовоспламенения горючих смесей и показать перспективность использования датчиков для данных целей. Благодаря развитию экспериментальных методов стали более заметны такие нестационарные явления, как очаговые локальные воспламенения, длящиеся несколько микросекунд, или воспламенения в падающей ударной волне. Эксперименты по самовоспламенению проводились в ударной трубе с измерительной частью рядом с торцевой стенкой. По показаниям приборов возможно определить моменты прохода ударной волны и начало процессов воспламенения смеси: рост/спад давления и теплового потока, излучение свободных радикалов. Вместе с тем анализ показаний должен учитывать взаимное расположение датчиков и углы зон их максимальной чувствительности.

В силу особенностей процесса воспламенения горючей смеси за отраженной ударной волной (неидеально плоский фронт падающей ударной волны, влияние пограничного слоя ударной трубы и другие аспекты асимметрии течения и неидеальности процессов) самовоспламенение может начаться в так называемой слепой зоне, а горение может протекать с пространственной неоднородностью. Слепая зона представляет собой область, где входная апертура измерительных приборов не позволяет мгновенно регистрировать характеристики процесса. Малая инерционность датчиков позволяет получать сигналы с высоким временным разрешением. Однако их максимальную чувствительность обеспечивают возмущения давления и теплового потока, направленные перпендикулярно их приемной поверхности. Иные случаи могут вызывать задержки в показаниях каналов регистрации.

Комплексный подход к регистрации параметров воспламенения и горения смесей позволяет более точно определить характер течения таких явлений, временные задержки начала сопутствующих химических реакций и уровни их тепловыделения.

Список литературы:

1. Kotov M.A. [et al.]. Thermoelectric detector application for measuring the ignition delay time in a shock heated combustible mixture // *Acta Astronautica*. 2023. Vol. 204. Pp.787–793. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2022.11.036>
2. Kozlov P.V. [et al.]. Experimental Study of the Ignition of a Stoichiometric Propylene–Oxygen–Argon Mixture Behind a Reflected Shock Wave // *Russian Journal of Physical Chemistry B*. 2024. Vol. 18. Issue 4. Pp. 1019–1024. <http://doi.org/10.1134/S1990793124700568>

**МОДИФИКАЦИЯ РАЗРЫВНОГО МЕТОДА ГАЛЕРКИНА
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БАЗИСНЫХ ФУНКЦИЙ,
ЗАВИСЯЩИХ ОТ ВРЕМЕНИ**

И.Д. Кочурова¹, М.Е. Ладонкина²

¹*МФТИ (НИУ), г. Долгопрудный*

²*ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва*

idk157@mail.ru, ladonkina@itamod.ru

Численное моделирование классическим разрывным методом Галеркина [1] процессов, содержащих области высоких градиентов, требует применения дополнительных особых процедур монотонизации, которые в свою очередь, могут повлиять на точность полученного решения [2]. Возможная причина понижения точности аппроксимации следует из несоблюдения энтропийного неравенства. В качестве альтернативы процедуры лимитирования предлагается использование базисных функций, которые подстраиваются под решение задачи и, в случае нарушения энтропийного неравенства в ячейке, локально переводят исходный метод в метод первого порядка, но на измельченной вдвое сетке [3]. Для метода первого порядка энтропийное неравенство гарантировано выполнено.

Рассмотрим одномерную систему уравнений Эйлера:

$$\partial_t \mathbf{U} + \nabla \cdot \mathbf{F}(\mathbf{U}) = 0, \quad (1)$$

$$\mathbf{U} = (\rho, \rho u, E)^T,$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{U}) = \left(\rho u, \rho u^2 + p, (E + p)u \right)^T \quad (2)$$

где \mathbf{U} – вектор консервативных переменных и $\mathbf{F}(\mathbf{U})$ – вектор потоковых функций.

В работах [4,5] показано, что для обобщенного решения системы уравнений Эйлера и для любой гладкой функции $\varphi(x, t)$ в областях с кусочно-гладкой границей выполнено соотношение:

$$\oint U(x,t)\varphi(x,t)n_t dS + \oint F_x(U(x,t))n_x\varphi(x,t)dS - \int \left(\frac{\partial\varphi(x,t)}{\partial x} F_x(U(x,t)) + \frac{\partial\varphi(x,t)}{\partial t} U(x,t) \right) dxdt = 0 \quad (3)$$

Базис пространства выберем в виде ортогональных полиномов, где первая функция равна единице, вторая базисная функция, представляет собой функцию, вид которой зависит от времени и которая может содержать разрыв в центре ячейки.

$$\varphi_{0i} = 1, \quad \varphi_{1i}(x,t) = \begin{cases} (x-x_i)(1-\alpha(t)) + \frac{\alpha(t)\Delta x}{2}, & x \in [x_i, x_{i+1/2}], \\ (x-x_i)(1-\alpha(t)) - \frac{\alpha(t)\Delta x}{2}, & x \in [x_{i-1/2}, x_i]. \end{cases} \quad (4)$$

Приближенное решение уравнений (1,2) будем находить в виде:

$$U_i(x,t) = U_{0i}(t) + U_{1i}(t)\varphi_{1i}(x,t), \quad (5)$$

Для определения коэффициентов $U_{pi}(t)$, $p=0,1$ будем использовать формулу (6)

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \left(U_{pi}(t) \frac{1}{\Delta x} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \varphi_{pi}^2(x,t) dx \right) - \frac{1}{\Delta x} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \left(\frac{d\varphi_{pi}(x,t)}{dx} F(U(x,t)) + \frac{d\varphi_{pi}(x,t)}{dt} U(x,t) \right) dxdt + \\ & + \frac{1}{\Delta x} \left[\varphi_{pi}(x_{i+1/2}, t) F(U(x_{i+1/2}, t)) + \left[\varphi_{pi}(x_i^+, t) - \varphi_{pi}(x_i^-, t) \right] F(U(x_i, t)) - \right. \\ & \left. - \varphi_{pi}(x_{i-1/2}, t) F(U(x_{i-1/2}, t)) \right] = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где $U(x_{i-1/2}, t), U(x_{i+1/2}, t)$ получаются в результате решения задачи Римана с данными $U_{i-1}(x_{i-1/2}, t)$ и $U_i(x_{i-1/2}, t), U_i(x_{i+1/2}, t)$ и $U_{i+1}(x_{i+1/2}, t)$ слева и справа от разрыва [6].

Подставляя в (6) базисные функции (4), получаем два уравнения. Для определения первого коэффициента для $\varphi_{0i} = 1$ получим уравнение (7), которое полностью совпадает с первым уравнением в классическом разрывном методе Галеркина (7).

$$\frac{U_0(t+\Delta t) - U_0(t)}{\Delta t} + \frac{F(U_{i+1/2}) - F(U_{i-1/2})}{\Delta x} = 0. \quad (7)$$

Второе уравнение будет иметь вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{x_i - \Delta x/2}^{x_i + \Delta x/2} \left(U_0(t) + U_1(t)\varphi_1(x,t) \right) \varphi_1(x,t) dx + \int_{x_i - \Delta x/2}^{x_i + \Delta x/2} \varphi_1(x,t) \frac{\partial F(x,t)}{\partial x} dx =$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{x_i-\Delta x/2}^{x_i+\Delta x/2} \varphi_1(x,t) \frac{\partial F(x,t)}{\partial x} dx + \int_{x_i-\Delta x/2}^{x_i+\Delta x/2} (U_0(t) + U_1(t)\varphi_1(x,t)) \frac{\partial \varphi_1(x,t)}{\partial t} dx + \\
&\quad + \int_{x_i-\Delta x/2}^{x_i+\Delta x/2} \varphi_1(x,t) \frac{\partial}{\partial t} (U_0(t) + U_1(t)\varphi_1(x,t)) dx = 0.
\end{aligned} \tag{8}$$

С учетом этого и того, что $\int_{x_i-\Delta x/2}^{x_i+\Delta x/2} \varphi_1^2(x,t) dx = (1 + \alpha + \alpha^2) \frac{\Delta x^3}{12}$, получим

итоговое уравнение для коэффициента при второй базисной функции.

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial U_1(t)}{\partial t} \frac{\Delta x^3}{12} (1 + \alpha + \alpha^2) + U_1(t) \frac{\partial \alpha}{\partial t} (1 + 2\alpha) \frac{\Delta x^3}{24} - \int_{x_c-\Delta x/2}^{x_c} F(x,t) (1 - \alpha) dx - \\
&- \int_{x_c}^{x_c+\Delta x/2} F(x,t) (1 - \alpha) dx - F^*(x_c) \alpha \Delta x + F^*(x_{i-1/2}) \alpha \frac{\Delta x}{2} + F^*(x_{i+1/2}) \alpha \frac{\Delta x}{2} = 0
\end{aligned} \tag{9}$$

Для вычисления $\frac{\partial U_1(t)}{\partial t}$ в формуле (9) необходимо определить $\frac{\partial \alpha}{\partial t}$.

Приведем соответствующий алгоритм.

Для каждой конкретной задачи можем оценить границы интенсивности возникающих ударных волн. В процессе вычисления на каждом шаге по времени вычисляем конкретные максимальные числа Маха: $MMax_{i-1/2}$, $MMax_i$, $MMax_{i+1/2}$, образующиеся при решении задач распада произвольного разрыва на границах i -ой ячейки сетки и в точке x_i ; определяем α , используя параметры $M1 < M2$:

$$\begin{aligned}
&\text{если } MMax_i < M1, \text{ то } \alpha_i^{n+1} = 0, \\
&\text{если } MMax_i > M2, \text{ то } \alpha_i^{n+1} = 1, \\
&\text{если } M1 < MMax_i < M2, \text{ то } \alpha_i^{n+1} = \frac{MMax_i - M1}{M2 - M1}.
\end{aligned}$$

Рассмотрим задачу Woodward–Colella blast waves [7]. Данная задача представляет собой модель взаимодействия двух ударных волн и является одним из общепринятых тестов для проверки работоспособности численных методов решения задач газовой динамики. Расчетное время ($T=0.038$, $M1=1.1$, $M2=1.7$.)

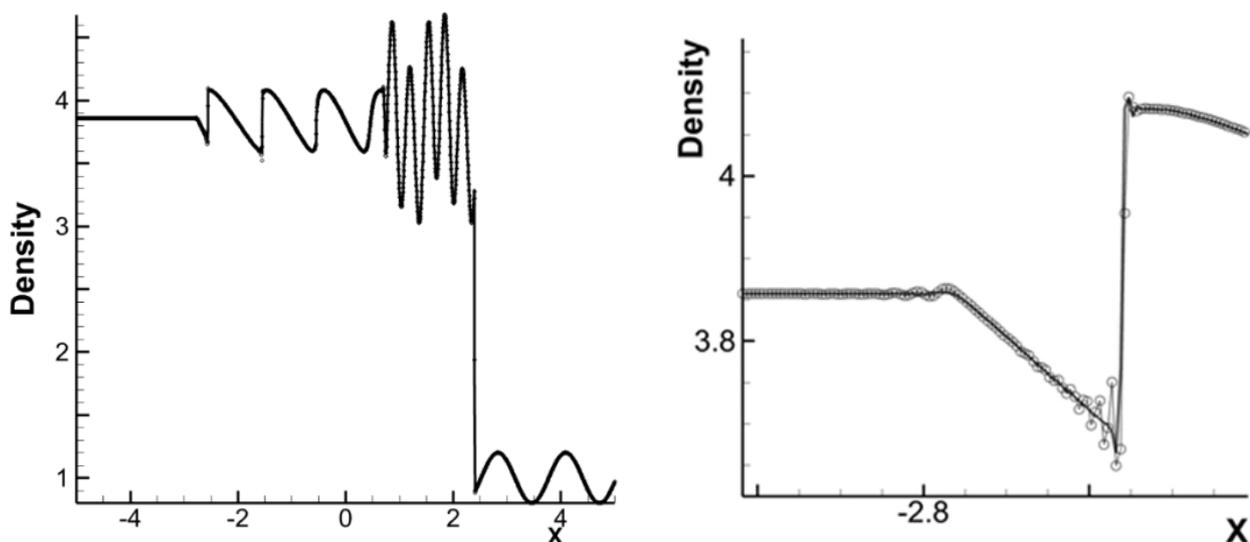


Рис. 1. Профили плотности (справа при сильном увеличении).

На рис. 1 слева представлен результат расчета модифицированным РМГ с параметрами $M1=1.1$, $M2=1.7$ (черные точки). Расчет, выполненный классическим РМГ с использованием лимитирующей функции Кокбурна, визуально не отличается от данного. Следует отметить, что без использования лимитеров, эту задачу разрывным методом Галеркина посчитать невозможно. На рис.1 справа показан фрагмент профилей плотности, расчетов, выполненных на сетке с 2000 ячеек: черная сплошная линия – модифицированным РМГ, кружки - классическим РМГ. Отметим, что при расчетах на мелких сетках, даже при использовании лимитеров, классический РМГ начинает осциллировать.

Предложенная модификация разрывного метода Галеркина, с использованием базисных функций, зависящих от времени, позволяет устойчиво рассчитывать сильные разрывные решения. Коэффициент α отвечает за точность определения положения разрывов численного решения и, соответственно, за качество вычислительной схемы.

Список литературы:

1. Cockburn B. An Introduction to the Discontinuous Galerkin Method for Convection–Dominated Problems, Advanced Numerical Approximation of Nonlinear Hyperbolic Equations // Lecture Notes in Mathematics, 1998. V. 1697. Pp. 151–268.
2. Ладонкина М.Е., Неклюдова О.А., Тишкин В.Ф. Исследование влияния лимитера на порядок точности решения разрывным методом Галеркина. // Математическое моделирование. 2012. Т. 24. № 12. С. 124–128.
3. Краснов М.М., Кучугов П.А., Ладонкина М.Е., Тишкин В.Ф. Обобщение метода Годунова, использующее кусочно-полиномиальные аппроксимации «Супервычисления и математическое моделирование», Труды XVI

Международной конференции, под ред. Р.М. Шагалиева, г. Саров, ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ» 2017. С. 168–183.

4. Ладонкина М.Е., Тишкин В.Ф. Обобщение метода Годунова, использующее кусочно-полиномиальные аппроксимации // Дифференциальные уравнения. 2015. Т. 51. № 7. С. 899–907.
5. Ладонкина М.Е., Тишкин В.Ф. О методах типа Годунова высокого порядка точности // Доклады академии наук. 2015. Т. 461. № 4. С. 390–393.
6. Годунов С.К. Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики // Мат. сборник. 1959. Т. 47(89) № 3. С. 271–306.
7. Woodward P.R., Colella P. The numerical simulation of two-dimensional fluid flow with strong shocks // Journal of Computational Physics. 1984. V. 54. Issue 1. Pp. 115–173. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(84\)90142-6](https://doi.org/10.1016/0021-9991(84)90142-6)

ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ СОЛВЕРОВ ПАКЕТА OPENFOAM НА ЗАДАЧЕ СВЕРХЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ ДВОЙНОГО КЛИНА

А.Е. Кувшинников

ИИМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

kuvsh90@yandex.ru

Моделирование сверхзвуковых течений играет ключевую роль в современной аэрокосмической промышленности, проектировании высокоскоростных летательных аппаратов и разработке новых технологий. OpenFOAM [1], как открытая платформа для численного моделирования, предоставляет широкий набор солверов для решения задач газовой динамики. Однако выбор оптимального солвера для конкретной задачи не всегда очевиден. Всё больше универсальных вычислительных комплексов предлагают широкий набор встроенных численных методов и возможность интеграции новых. Параллельно растет и число самих методов, однако их разработчики не всегда анализируют точность на разных типах задач. Сейчас точность обычно оценивают, сравнивая результат с референтным решением (точным аналитическим, проверенным численным или экспериментальными данными). Зачастую такое сравнение проводится лишь для одного фиксированного набора параметров задачи.

Предлагаемый обобщенным вычислительным экспериментом [2] подход основан на сравнении целых классов задач, охватывающих различные вариации параметров. Результаты такого анализа дадут пользователю необходимую информацию о точности, применимости, эффективности и надежности методов для конкретной задачи.

По аналогии с прошлыми работами [3, 4], была взята задача сверхзвукового обтекания двойного клина. Данная задача имеет аналитическое решение [5–7]. Для сравнительного анализа использовались 4 солвера: rhoCentralFoam, sonicFoam, pisoCentralFoam и QGDFoam. Два первых солвера входят в стандартный набор и доступны сразу после установки программного комплекса. Исходный код оставшихся есть в открытом доступе [8, 9]. Пользуясь методикой обобщенного вычислительного эксперимента [2], исследовалось влияние параметров на точность решения. Этими параметрами являются число Маха M набегающего потока, углы двойного клина α , β и используемый солвер. Рассчитано отклонение от известного точного решения в сеточном аналоге нормы L_2 для давления, скорости, плотности и температуры. Пример численного решения представлен на рис. 1.

В ходе вычислительного эксперимента получены многомерные массивы данных, размерность которых определяется числом ключевых параметров. Визуализация этих данных выполнена с помощью поверхностей ошибок. Показано, что использование OpenFOAM позволяет эффективно моделировать сложные течения газа с наличием ударных волн, даны рекомендации при выборе солвера.

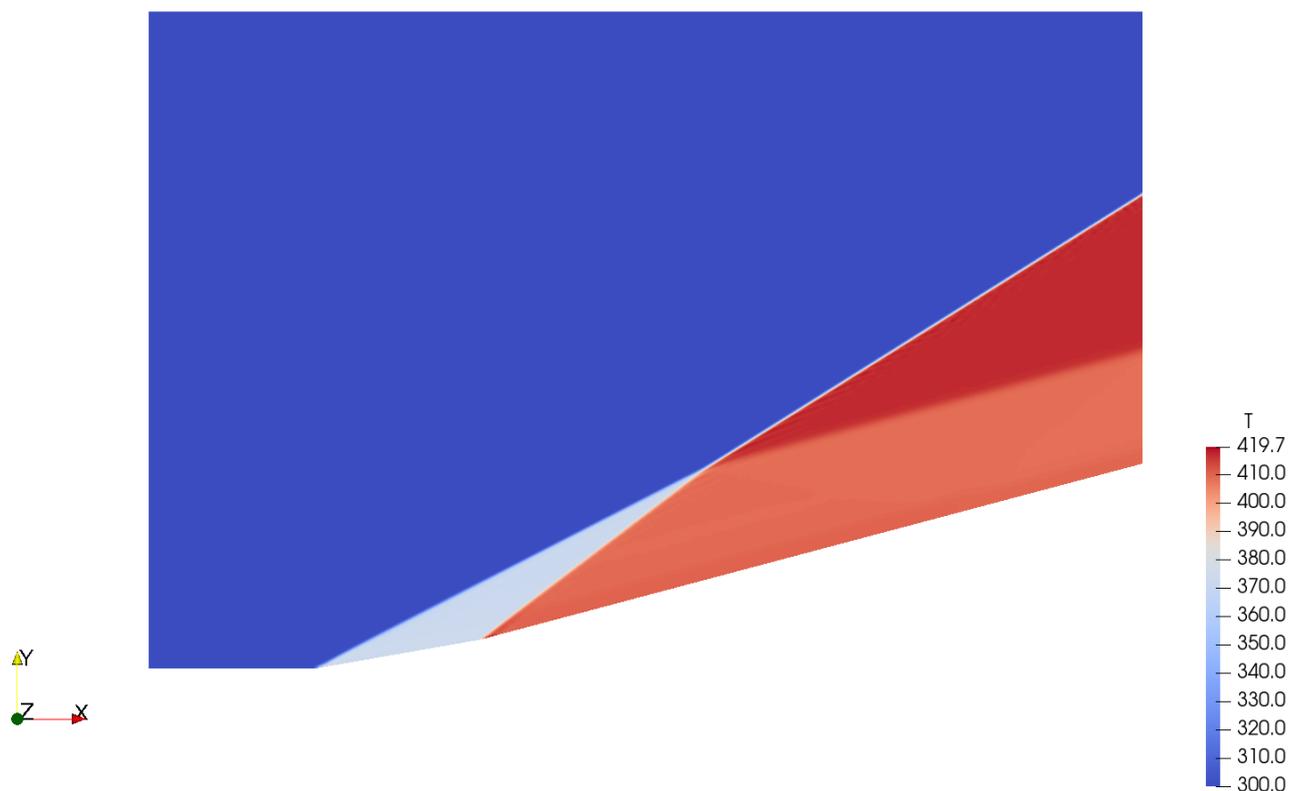


Рис. 1. Распределение температуры при $\alpha=10^\circ$, $\beta=25^\circ$ и числе Маха $M=3$ для солвера rhoCentralFoam.

Список литературы:

1. OpenFOAM Foundation. URL: <https://openfoam.org> (дата обращения 30.03.2025).
2. Bondarev A.E. On visualization problems in a generalized computational experiment // Scientific Visualization. 2019. Vol. 11. Issue 2. Pp. 156–162.
3. Bondarev A.E., Kuvshinnikov A.E. Analysis and Visualization of the Computational Experiments Results on the Comparative Assessment of OpenFOAM Solvers Accuracy for a Rarefaction Wave Problem // Scientific Visualization. 2021. Vol. 13. Issue 3. Pp. 34–46.
4. Bondarev A.E., Kuvshinnikov A.E. Comparative Evaluation of the Accuracy of Numerical Methods on Reference Solutions // Scientific Visualization. 2023. Vol. 15. Issue 3. Pp. 58–71. <https://doi.org/10.26583/sv.15.3.07>
5. Арутюнян Г.М. Отраженные ударные волны / Г.М. Арутюнян, Л.В. Карчевский. – М.: Машгиз, 1973. 376 с.
6. Anderson J.D. Modern Compressible Flow: With Historical Perspective. – McGraw-Hill Education, 2021. 778 p.
7. Ben-Dor G. Shock Wave Reflection Phenomena. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007. 342 p.
8. United collection of hybrid Central solvers – one-phase, two-phase and multicomponent versions. URL: <https://github.com/unicfdlab/hybridCentralSolvers> (дата обращения 30.03.2025).
9. OpenFOAM framework for simulation of fluid flows using regularized (QGD/QHD) equations. URL: <https://github.com/unicfdlab/QGDsolver> (дата обращения 30.03.2025).

**ПРИМЕНЕНИЕ ПОЛНОСТЬЮ КОНСЕРВАТИВНЫХ
РАЗНОСТНЫХ СХЕМ С АДАПТИВНОЙ ИСКУССТВЕННОЙ
ВЯЗКОСТЬЮ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ЭЙНФЕЛЬДТА**

М.Е. Ладонкина, Ю.А. Повещенко, **Х. Чжан**

*ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва
МФТИ (НИУ), г. Москва*

ladonkina@itamod.ru, hecon@mail.ru, chzhan.h@phystech.edu

В предыдущих наших работах и работах других авторов [1–5] были исследованы полностью консервативные разностные схемы (ПКРС) с адаптивной искусственной вязкостью (АИВ) для уравнений газовой динамики в

переменных Эйлера. Были указаны условия устойчивости АИВ для ПКРС и разработан простой метод включения АИВ [6], с помощью которого были проведены тестовые расчёты задачи о прохождении ударной волны по однородному фону и задачи Сода.

Для выбора вязкости разработаны итерационные методы [6]: метод совместных итераций (далее Метод 2) и улучшенный метод явных итераций (далее Метод 3, исходный метод явных итераций – Метод 1).

Метод 2 является методом, в котором в одной итерации одновременно увеличивается искусственная вязкость и выполняются отдельные прогоны для вычисления величин на следующей итерации.

Метод 2 реализуется следующим образом:

Если при вычислении ρ^{s+1} возникли осцилляции, то их неограниченное лимитером подавление производится только один раз на данном шаге по времени на итерации, следующей после $(s + 1)$ -ой. Этот процесс происходит следующим образом. К коэффициенту приведённой вязкости q добавляется соответствующая конкретной переменной, например ρ , константа $const_\rho$, приведённая вязкость β является произведением коэффициента q на число Куранта $\beta = q \times kr$; затем вычисляется приращение плотности $\delta\rho^{s+2}$, которое добавляется к ρ^{s+1} , т.е. $\rho^{s+2} = \delta\rho^{s+2} + \rho^{s+1}$. Далее аналогичным образом данный алгоритм повторяется для вычисления скорости и давления. Если полученные на данной итерации величины удовлетворяют условию сходимости $|y_k^{s+1} - y_k^s| < \varepsilon_{rel} \cdot y_{max} + \varepsilon_{abs}$, $y = \{\rho, u, E\} \sim k = \overline{1, n}$, и дальнейшая монотонизация не производится (осцилляции отсутствуют или соответствующие β достигают своего лимитера), то итерационный процесс заканчивается и происходит переход на следующий шаг по времени с величинами, вычисленными на последней итерации. Иначе итерационный процесс продолжается.

В Методе 3 используются результаты предыдущей итераций как значения на неявном по времени слое. Данный метод реализуется следующим образом.

На s -ой итерации сначала выполняются вычисления явной схемой и получаются предикторные величины на неявной $(s + 1)$ -ой итерации. Затем, используя эти предикторные величины, выполняется предикторно-корректирующая процедура, сходящаяся к $s + 1$ -ому неявному значению внешней итерации. Эта процедура может повторяться 1 или более раз, приближая $(s + 1)$ -ое итерационное значение к сходимости. Предикторно-корректирующая процедура выполняется с фиксированной вязкостью. При необходимости корректировки вязкости (при наличии осцилляций) итерационный процесс будет продолжаться, так же и как при нарушении условий его сходимости.

Для тестирования разработанных методов выполнены расчёты классической задачи Эйнфельда (Einfeldt problem) [7] о распространении двух симметричных волн разрежения в противоположные стороны. В таблице 1 представлены начальные условия этой задачи. За систему единиц измерения в расчетах принята СИ. Показатель адиабаты $\gamma = 1.4$.

Таблица 1: Начальные условия в задаче Эйфельдта.

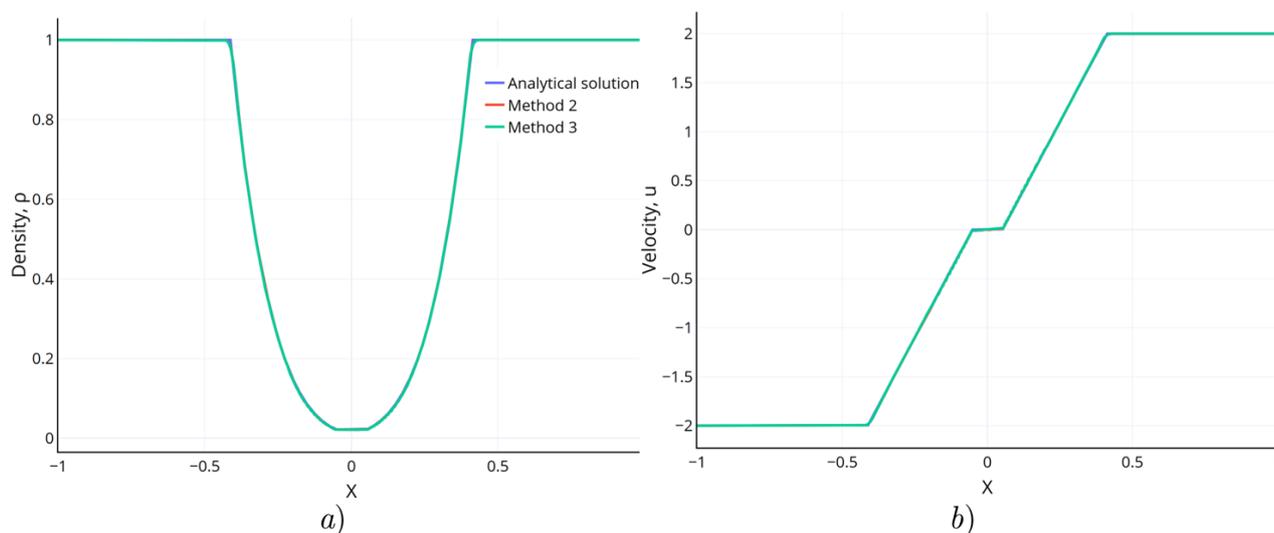
Левая область			Правая область		
ρ	u	P	ρ	u	P
1.0	-2.0	0.4	1.0	2.0	0.4

При расчёте с начального момента $T_0 = 0.0$ с возникают осцилляции в центре в профилях скорости и внутренней энергии из-за существующей в данной задаче сингулярности. Так как основной задачей является тестирование численных алгоритмов, вычислительный эксперимент производится с некоторого момента времени $T_0 \rightarrow 0$, для которого в качестве начальных данных используется аналитическое решение задачи Эйфельдта, благодаря чему уменьшается влияние начальной сингулярности. С помощью аналитического решения, полученного сшивкой инвариантов Римана с зонами постоянного течения [7], правое положение границы стабильной «горизонтальной» зоны вычисляется по формуле

$$x_* = \left(c_0 - \frac{\gamma - 1}{2} u_R \right) T_0$$

где $C = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$ – скорость звука при начальном условии, $u_R = 2.0$ – начальная скорость справа. Аналогично левое положение такой границы находится симметрично относительно точки центра. При этом для уменьшения влияния сингулярности начальное значение величины x больше длины одного пространственного шага h .

На рис.1 представлены результаты расчёта задачи Эйфельдта в момент $T = 0.15$ с при длине пространственного шага $h = 0.002$. Начальный момент $T_0 = 0.05$ с, таким образом, восемь узлов находятся правее точки центра в «горизонтальной» зоне. В результате в расчете наблюдается хорошее совпадение с аналитическим решением и отсутствие видимых осцилляций.



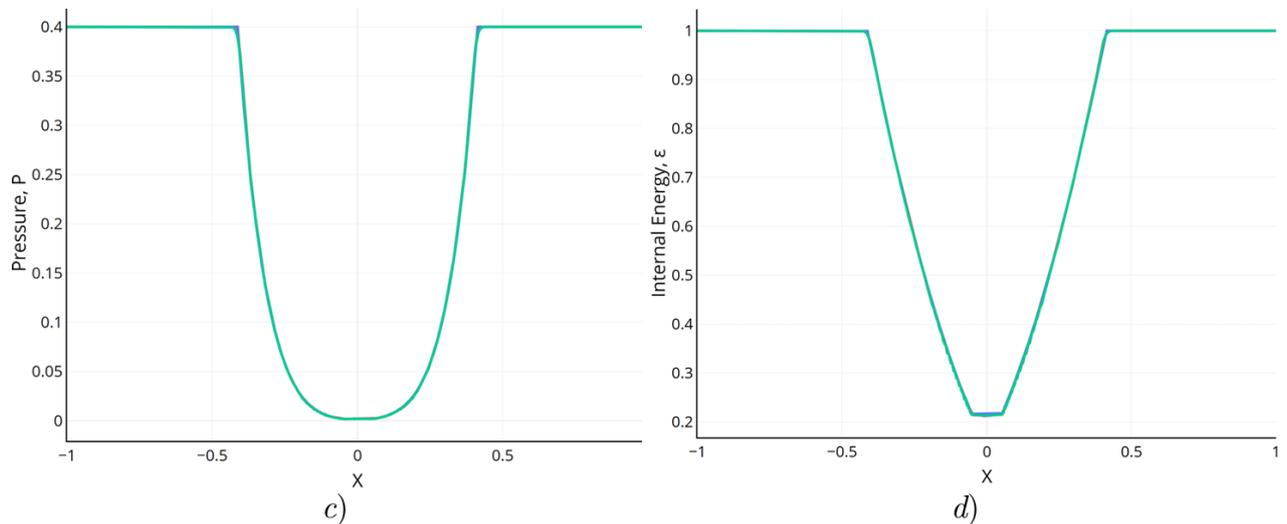


Рис. 1. Результаты расчёта задачи Эйнфельдта в момент $T=1.5$ с:
 а) плотность, б) скорость, с) давление, d) внутренняя энергия.

Список литературы:

1. Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные методы решения задач газовой динамики. – М.: Наука, 1980. 352 с.
2. Попов Ю.П., Самарский А.А. Полностью консервативные разностные схемы // ЖВМиМФ. 1969. Т. 9. № 4. С. 953–958.
3. Колдоба А.В., Повещенко Ю.А. Полностью консервативные разностные схемы для уравнений газовой динамики при наличии источников массы // Препринты ИПМ им М.В. Келдыша. 1982. № 160.
4. Повещенко Ю.А. [и др.] Об одной двухслойной полностью консервативной разностной схеме газовой динамики в эйлеровых переменных с адаптивной регуляризацией // Препринты ИПМ им М.В. Келдыша. 2019. № 14.
5. Rahimly O. [et al.] Two-Layer Completely Conservative Difference Scheme of Gas Dynamics in Eulerian Variables with Adaptive Regularization of Solution // LBTCS: Large-Scale Scientific Computing. 2019. V. 11958. Pp. 618–625. https://doi.org/10.1007/978-3-030-41032-2_71
6. Ладонкина М.Е. [и др.]. Сравнительный анализ некоторых итерационных процессов для реализации полностью консервативных разностных схем для уравнений газовой динамики в переменных Эйлера // Журнал СВМО. 2024. Т. 26. № 4. С. 404–423. <https://doi.org/10.15507/2079-6900.26.202404.404-423>
7. Einfeldt B. [et al.]. On Godunov-type methods near low densities // Journal of Computational Physics. 1991. Vol. 92. Pp. 273–295. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(91\)90211-3](https://doi.org/10.1016/0021-9991(91)90211-3)

ВИХРИ РОССБИ В АККРЕЦИОННЫХ ДИСКАХ ВОКРУГ НЕЙТРОННЫХ ЗВЁЗД

З.Д. Ливенец¹, А.Ю. Луговский^{1,2}

¹НИЯУ МИФИ, г. Москва

²ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

zaxarus@inbox.ru, alex_lugovsky@mail.ru

Работа посвящена исследованию гидродинамических явлений в аккреционных дисках. Основной астрофизической задачей является объяснение механизмов переноса момента импульса в подобных системах. Существующие исследования указывают на роль волн Россби и их неустойчивости в процессе переноса газа в аккреционном диске. Данное явление было изучено как теоретически, так и численно. Аналитические исследования позволяют описать лишь линейный этап развития неустойчивости волн Россби [1]. Для описания нелинейного роста используют численное моделирование [2]. Однако большинство работ выполнены с использованием двумерного приближения, которое не учитывает вертикальную структуру аккреционного диска. Лишь некоторые публикации посвящены моделированию рассматриваемой неустойчивости в полной трехмерной геометрии [3].

В новом исследовании динамика волн Россби будет исследована в контексте аккреционных дисков вокруг нейтронных звезд в двойных системах. Другой отличительной особенностью работы является непосредственное сравнение эволюции вихрей Россби в трехмерном диске и его двумерном аналоге. Соответствие между подходами наблюдается лишь до момента насыщения неустойчивости. На больших временных интервалах динамика вихревых структур показывает различия.

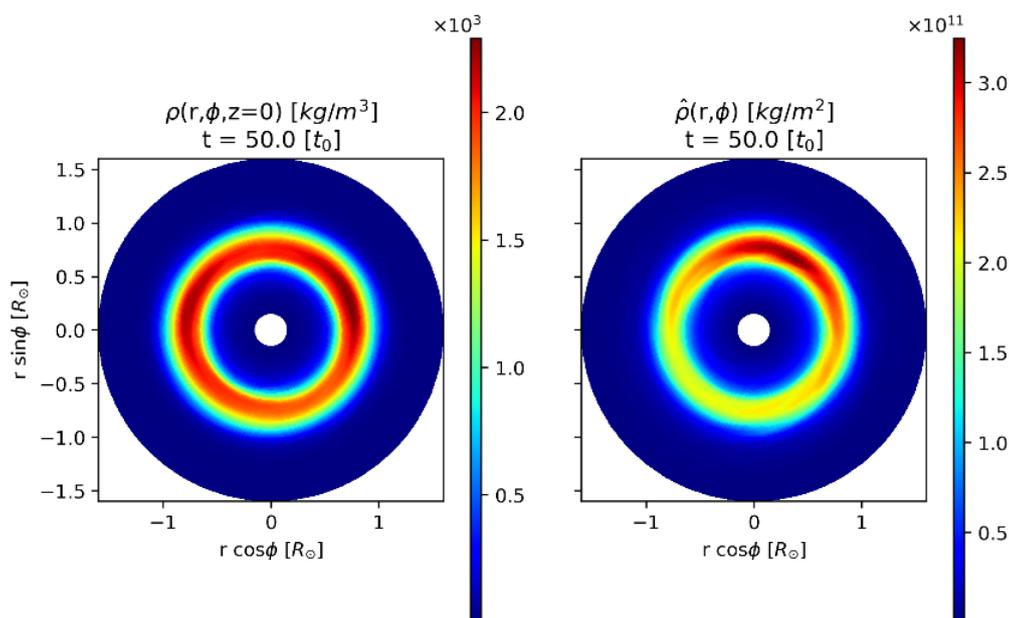


Рис. 1. Вихри Россби в 2D и 3D аккреционных дисках.

Список литературы:

1. Li H. [et al.]. Rossby Wave Instability of Thin Accretion Disks. II. Detailed Linear Theory // *The Astrophysical Journal*. 2000. Vol. 533. Issue 2. Pp. 1023–1034. <https://doi.org/10.1086/308693>
2. Li H. [et al.]. Rossby Wave Instability of Thin Accretion Disks. III. Nonlinear Simulations // *The Astrophysical Journal*. 2001. Vol. 551. Issue 2. Pp. 874–896. <https://doi.org/10.1086/320241>
3. Meheut H. [et al.]. Formation and long-term evolution of 3D vortices in protoplanetary discs // *Astronomy & Astrophysics*. 2012. Vol. 542. P A9. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201118500>

ОБУЧЕНИЕ ДЕТЕКТОРА YOLO ДЛЯ ГЕНЕРАЦИИ ВХОДНЫХ ДАННЫХ И ИНТЕГРАЦИИ В МИВАРНУЮ СИСТЕМУ ТЕХНИЧЕСКОГО ЗРЕНИЯ НА ПРИМЕРЕ ЗАДАЧИ ОБНАРУЖЕНИЯ ЛЮДЕЙ В СПАСАТЕЛЬНЫХ ОПЕРАЦИЯХ

О.А. Лямцев, А.Ю. Максимова, И.В. Чернядьев

ИПММ, г. Донецк

gelo2003@yandex.ru, maximova.alexandra@mail.ru, chernyadev-i@mail.ru,

В работе представлен гибридный подход к решению задачи определения опасной ситуации, требующей оказания помощи при осуществлении спасательных операций с использованием беспилотных летательных аппаратов (БПЛА). Основу метода составляет комбинация модели для детектирования объектов на основе YOLO (You Only Look Once) с миварной системой логического вывода, предназначенной для анализа ситуации и принятия решения. Предложенное решение за счёт интеграции современных методов компьютерного зрения и логического вывода может с высокой эффективностью применяться в реальных условиях, например, для поисковых работ или мониторинга местности. При осуществлении спасательных операций используют БПЛА с установленными на них гиперспектральными видеокамерами, осуществляющими съемку в RGB и инфракрасном режимах. На полученных изображениях необходимо определять людей и по контекстной информации делать вывод о необходимости оказания им помощи.

Для решения задачи детектирования людей была обучена нейросетевая модель YOLO [1–3] на полученных с камер изображениях двух типов: RGB и инфракрасных. В обоих экспериментах выбор архитектуры модели и ее обучение проводилось с использованием системы Ultralytics. Система предоставляет пять версий YOLOv11. YOLOv11 Nano – самый быстрый и маленький вариант, в то время как YOLOv11 Extra Large – самый точный, но самый медленный среди них. В качестве основной модели была выбрана YOLOv11 Nano с 2.5M параметров, поскольку в рамках нашей задачи важна скорость обработки данных в реальном времени. На вход нейросети подаются

изображения, а на выходе набор обнаруженных целевых объектов с координатами их местоположения. Целевыми объектами могут быть люди, видимые части их тел с учетом позы, информация о которых передается на вход системы мивароного вывода [4]. На данном этапе работы модель YOLO обучалась на двух наборах данных.

В первом эксперименте набор данных представлял собой 9960 изображений, которые были собраны в лесной местности при дневном освещении, содержали небольшие группы людей, и представляли собой RGB-изображения и соответствующие им инфракрасные изображения.

Во втором эксперименте модель обучалась наборе данных из 4900 пар инфракрасных и RGB-фотографий, сфокусированных на городской среде с высокой плотностью людей в кадре, снятых на большой высоте и вариативностью освещения – от дневного до ночного времени суток.

Данные о результатах обоих экспериментов представлены в таб. 1. Пример работы обученной модели представлен на рисунке 1.

В наборе данных первого эксперимента присутствует лесная местность, из-за чего на RGB-изображениях человека могло быть невидно из-за

Таблица 1: Результаты экспериментов.

№ эксперимента	Precision	Recall	mAP50	mAP50-95
1	0.767	0.658	0.698	0.356
2	0.595	0.453	0.468	0.272



Рис. 1. Пример работы обученной модели. Верхний ряд – исходное RGB-изображение (слева) и обработанное (справа). Нижний ряд – исходное инфракрасное изображение (слева) и обработанное (справа).

растительности. С учетом внешних факторов, модель выдает хорошие результаты по детектированию как на RGB, так и на инфракрасных изображениях. В наборе данных второго эксперимента много RGB-изображений в ночное время суток. В условиях слабой освещенности RGB-камера может полностью терять объекты, тогда как инфракрасные сенсоры регистрируют тепловое излучение, не зависящее от внешнего света [5]. Модель, обученная во время второго эксперимента, демонстрирует высокую эффективность и точность в обнаружении людей на инфракрасных изображениях.

В результате экспериментов обученные модели хорошо справляются с обнаружением людей как на RGB, так и на инфракрасных снимках.

Данные, полученные в результате работы модели, будет использовать MIVAR, для дальнейшего принятия решений. Некоторые примеры правил:

- если (поза неестественная) И (объект находится в опасной зоне), то `Необходима_помощь = True`;
- если (объект имеет высокий вертикальный контур) и (соотношение высоты к ширине > 1.8), то увеличить вероятность, что это человек;
- если (объект находится рядом с обломками зданий) И (обнаружены признаки жизни: движение, тепловая сигнатура объекта примерно $30-35^{\circ}\text{C}$), то тип угрозы = Завал.

Предложенный гибридный подход демонстрирует перспективность использования комбинации нейросетевых моделей для детектирования объектов, значимых для описания контекста ситуации, и миварной системы логического вывода для задач определения опасных ситуаций. Дальнейшие исследования будут направлены на повышение точности детектирования людей, а также расширение типов детектируемых объектов, формирование правил миварной базы знаний, учитывающих детальный анализ позы, оценку состояния окружающей среды и другие аспекты.

Список литературы:

1. Diwan T. [et al.]. Object detection using YOLO: challenges, architectural successors, datasets and applications // *Multimed Tools Appl.* 2023. Vol. 82. Pp. 9243–9275. <https://doi.org/10.1007/s11042-022-13644-y>.
2. Zaman F. [et.al.]. Human Detection from Drone using You Only Look Once (YOLOv5) for Search and Rescue Operation // *Journal of ARASET.* 2023. Vol. 30. Issue 3. Pp. 222–235. <https://doi.org/10.37934/araset.30.3.222235>
3. Nghe-Nhan T. [et.al.]. Real-time Human Detection in Fire Scenarios using Infrared and Thermal Imaging Fusion // *arXiv:2307.04223.* 2023.
4. Varlamov O. MIVAR: Transition from Productions to Bipartite Graphs MIVAR Nets and Practical Realization of Automated Constructor of Algorithms Handling More than Three Million Production Rules // *arXiv:1111.1321.* 2011.
5. Yiming S. [et. al.]. Drone-based RGB-Infrared Cross-Modality Vehicle Detection via Uncertainty-Aware Learning // *arXiv:2003.02437.* 2020.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА УСКОРЕНИЯ ПЛАЗМЫ В СТАЦИОНАРНОМ ПЛАЗМЕННОМ ДВИГАТЕЛЕ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Я.Р. Мирзоева¹, Е.В. Стёпин²

¹НИЯУ МИФИ, г. Москва

²ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

yasmin.cowork@gmail.com, eugene.v.stepin@gmail.com

Стационарные плазменные двигатели (СПД), впервые предложенные А.И. Морозовым в 1968 году, используются в ракетно-космической сфере еще с конца XX века [1]. Принцип действия стационарного плазменного двигателя заключается во взаимодействии заряженных частиц с электрическим и магнитным полями в канале двигателя. На момент 2012 года в космосе работало более трёхсот СПД. В наше время они активно применяются для корректировки орбит космических аппаратов.

Настоящая работа посвящена исследованию процессов в стационарных плазменных двигателях. Для самосогласованного описания динамики атомов и ионов в стационарном плазменном двигателе используется одномерное гидродинамическое приближение с добавлением интегрального уравнения для разрядной цепи [2]. В рамках этого приближения рассматриваются две модели: стационарная и нестационарная. В качестве исследуемых параметров взяты концентрации ионов и атомов в канале двигателя, а также скорость ионов.

Обсуждаемые математические модели реализованы численно в программном коде методами коррекции потоков для нестационарной модели [3], методом Рунге–Кутты 4-го порядка и методом Эйлера для стационарной модели. Решения стационарной задачи, полученные методами Эйлера и Рунге–Кутты совпадают, а также имеют сеточную сходимость. Решение нестационарной задачи верифицировано на результатах для стационарной задачи.

С помощью разработанного программного кода полученные зависимости были численно исследованы относительно изменения одного из главных параметров системы – электрического сопротивления цепи. В результате расчетов были обнаружены три режима течений в канале СПД – ускорительный, периодический и безускорительный.

Каждый из режимов в свою очередь также был исследован относительно вариации электрического сопротивления канала. Были получены качественные зависимости распределения концентрации атомов и ионов, а также скорости ионов в канале. В дополнение, для периодического режима была исследована зависимость периода колебаний течения от электрического сопротивления цепи.

Список литературы:

1. Морозов А.И. // Плазменные ускорители / Под ред. Л.А. Арцимовича. – М.: Машиностроение, 1973. С. 85–92.
2. Морозов А.И., Савельев В.В. // Одномерная гидродинамическая модель динамики атомов и ионов в стационарном плазменном двигателе // Физика плазмы. 2000. Т. 26. № 3. С. 238–243.
3. Boris J.P., Book D.L. Flux-corrected transport, I: SHASTA, a fluid transport algorithm that works // J. Comput. Phys. 1973. Vol. 11. Issue 1. P. 38–69. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(73\)90147-2](https://doi.org/10.1016/0021-9991(73)90147-2)

**ЧЕТЫРЁХМЕРНОЕ ВАРИАЦИОННОЕ УСВОЕНИЕ ДАННЫХ
НАБЛЮДЕНИЙ В МОДЕЛИ ИОНОСФЕРЫ INM-IM**

П.А. Останин

*МФТИ (НИУ), г. Долгопрудный
ИПП им. Е.К. Фёдорова РАН, г. Москва*

ostanin.pavel@phystech.edu

Работа посвящена задаче усвоения данных наблюдений в модели F слоя ионосферы INM-IM в рамках вариационного подхода. В качестве данных наблюдений рассматриваются ТЕС (полное электронное содержание) вдоль набора прямолинейных отрезков, соединяющих станции и спутники.

Модель INM-IM построена на основных стандартных предположениях относительно F слоя ионосферы Земли [1]. Основным уравнением, решаемым в модели INM-IM, является уравнение неразрывности для определения глобального распределения электронной плотности n , записанное в сферической магнитной системе координат в дипольном приближении (с координатами (λ, φ, z) , где $\lambda \in [0, 2\pi]$ – магнитная долгота, $\varphi \in [-\pi/2, \pi/2]$ – магнитная широта, $z \in [z_t, z_b]$ высота ($z_t = 100$ км, $z_b = 500$ км), отсчитываемая от радиуса Земли). В этой системе координат оно имеет вид

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \nabla(K\nabla(\cdot)) - \frac{\partial}{\partial z}(u \cdot (\cdot)) - \frac{\partial}{\partial y}(v \cos \varphi \cdot (\cdot)) + k \right) n + Tr(n) = P,$$

где K – симметричная матрица коэффициентов диффузии, u и v – компоненты скорости гравитационного оседания, k – коэффициент рекомбинации, слагаемое $Tr(n)$ отвечает трёхмерному переносу, а правая часть P есть сумма известной функции фотоионизации P_0 и неизвестного управления U .

В докладе представлены как результаты расчётов с приближённой моделью, не включающей трёхмерный перенос нейтральным ветром и электромагнитным дрейфом, так и первые результаты расчётов усвоения с полной моделью INM-IM.

В рамках решения задачи усвоения данных считается, что известен конечный набор интегралов от решения в моменты времени t_k вдоль заданных прямолинейных траекторий l_k . Для простоты будем вести интегрирование по тонким прямоугольникам Ω_k (аппроксимирующим прямые l_k , вдоль которых рассчитывается сигнал для вычисления ТЕС):

$$\int_{\Omega_j} n(z, \varphi, t_k) a \cos \varphi d\varphi dz = \text{Тес}_k, k = 1, \dots, N.$$

Рассматривается задача восстановления вертикальных профилей электронной концентрации по наблюдаемым ПЭС следующего вида: найти функцию $n(z, \varphi, \lambda, t)$ и управление $U(z, \varphi, \lambda, t)$ такие, что n является решением основного динамического уравнения модели, а также удовлетворяет данным наблюдений.

С помощью теории некорректных задач предложен и реализован итерационный метод решения задачи. Применена стандартная регуляризация по Тихонову: рассматривается однопараметрическое семейство задач оптимального управления

$$\begin{cases} J_\alpha(P_\alpha, n(P_\alpha)) = \inf_U J_\alpha(U, n(U)); \\ Ln_\alpha = P_\alpha, \end{cases}$$

где $P_\alpha = P_0 + U_\alpha$, а

$$J_\alpha(U, n(U)) = \alpha \|U\|_{L_2(Q_T)}^2 + \|C_{tec}n - \mathbf{Тес}\|_{R^N}^2,$$

α – параметр регуляризации, L – оператор основного уравнения прямой модели INM-IM, C_{tec} – оператор наблюдения, а вектор $\mathbf{Тес} \in R^N$ имеет компоненты Тес_k . Отметим, что на практике данные Тес_k поступают чаще, чем выбранный шаг по времени, поэтому можно считать, что они известны на всём временном отрезке, хотя положения лучей, и их конфигурация зависят от времени. Система оптимальности для функционала J_α решается итерационно, на каждом шаге итерационного процесса численно решается система прямых и сопряжённых уравнений, причём для аппроксимации диффузионных операторов в этих уравнениях используются оригинальные разностные схемы, корректно отображающие геометрические характеристики описываемых моделью диффузионных процессов [2] – амбиполярная диффузия протекает строго вдоль геомагнитных силовых линий.

На основе тестовых модельных экспериментов показано, что предложенный алгоритм позволяет достаточно точно восстановить возмущенное тестовое решение, если максимум возмущения коррелирует с максимумом электронной концентрации. Проведены численные эксперименты по усвоению реальных данных наблюдений о наклонных ТЕС, полученных с помощью алгоритма Кассиопея [4] для даты с минимумом солнечной активности для спокойных геомагнитных условий (конец марта 2021 г.). Параметры внешнего форсинга (солнечная активность, геомагнитные индексы и т. д.) были выбраны в соответствии с наблюдаемыми в выбранные даты. Результаты расчётов показывают, что усвоение значительно приближает модельный вертикальный ТЕС к наблюдениям, особенно для дневной части суточного цикла и для обеих версий INM-IM (приближённой и полной).

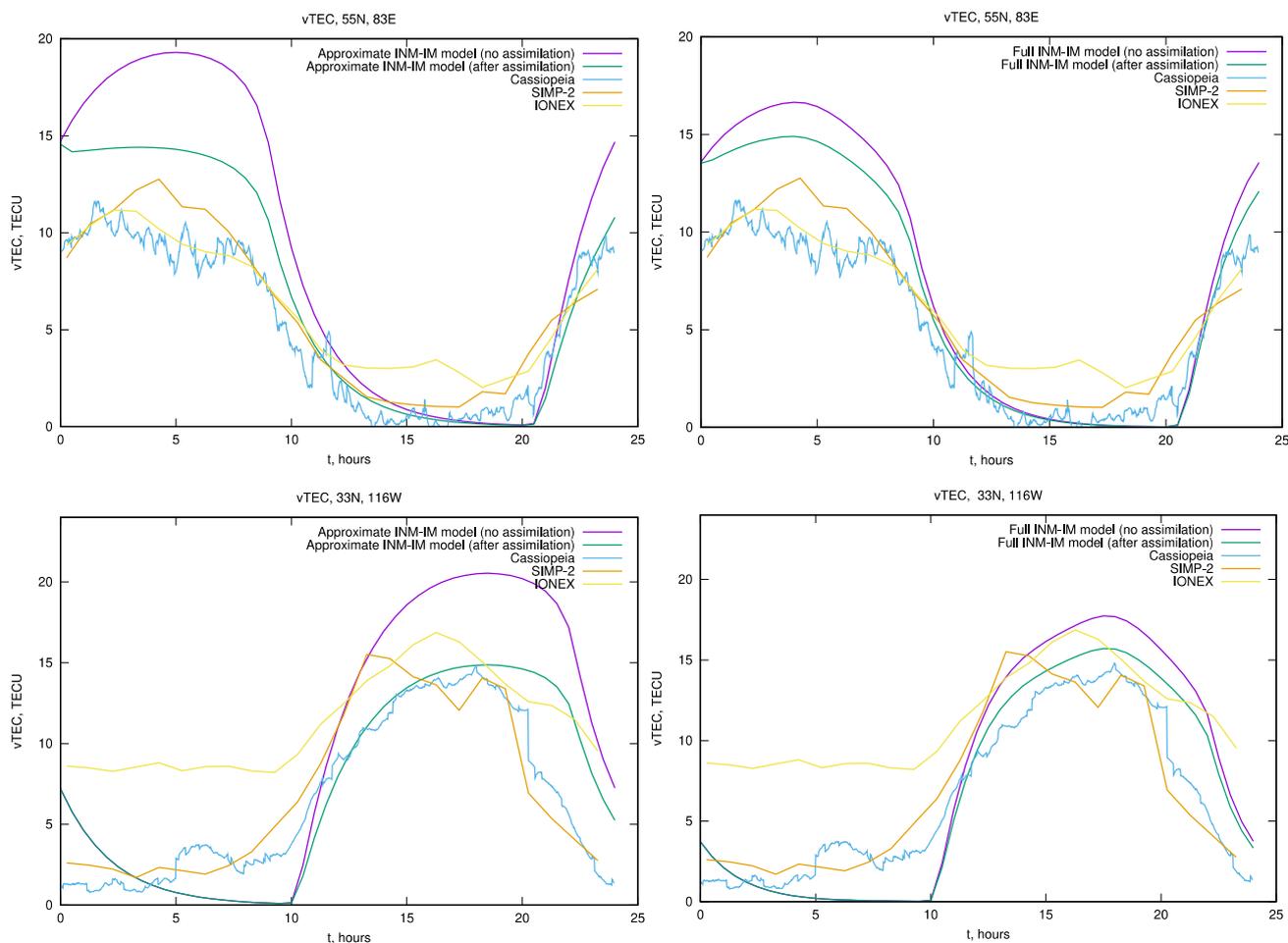


Рис. 1. Суточный ход вертикального ТЕС, полученный с помощью модели INM-IM без усвоения (фиолетовый), с усвоением (зелёный), а также вертикальный ТЕС по данным IGS Кассиопея (синий), IGS SIMP-2 (оранжевая) и IONEX (желтая). Результаты приведены для приближённой модели INM-IM (слева) и полной версии (справа) в точках 55N, 83E (сверху), 33N, 116W (снизу).

Список литературы:

1. Кулямин Д.В., Останин П.А., Дымников В.П. Моделирование F слоя земной ионосферы. Решение уравнений амбиполярной диффузии // Матем. моделирование. 2019. Т. 31. № 4. С. 57–74.
2. Dymnikov V.P. [et al.]. Data Assimilation for the Two-Dimensional Ambipolar Diffusion Equation in Earth's Ionosphere Model // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2023. Vol. 63. Issue 5. Pp. 845–867.
3. Ostanin P.A. [et al.]. Four-dimensional variational data assimilation system for the Earth ionosphere // Rus. J. of Num. Analys. and Math. Model. 2025. Vol. 40. Issue 1. Pp. 33–46.
4. Vasilev A.E. New algorithm for ionosphere tomography – Cassiopeia. First results of comparison with ionosondes. Collection of abstracts of the conference «Plasma Physics in the Solar System – 2023». Moscow. IKI RAS.

СОХРАНЕНИЕ ЛОКАЛЬНОЙ И ГЛОБАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ДАННЫХ ПРИ СНИЖЕНИИ РАЗМЕРНОСТИ НА ПРИМЕРЕ АЛГОРИТМА UMAP

П.В. Погодин

*ФГБНУ «Научно-исследовательский институт биомедицинской химии имени В.Н. Ореховича», г. Москва
pogodinpv@ibmc.msk.ru*

Снижение размерности играет важную роль в современном естествознании, так как обеспечивает возможность построения предсказательных моделей в условиях нехватки примеров для обучения и избытка описательных признаков, визуализации данных для оценки качества кластеризации и разнообразия выборок.

Для того, чтобы результаты процедуры снижения размерности были практически применимы и полезны, желательно, чтобы взаиморасположение точек данных в пространстве низкой размерности по отношению к исходному сохранялось как локально, так и глобально; также немаловажным является умеренное потребление вычислительных ресурсов.

Относительно недавно представленный нелинейный алгоритм снижения размерности UMAP характеризуется высокой скоростью работы, небольшим количеством гиперпараметров, низким потреблением памяти. Алгоритм широко используется, исследователи отмечают, что как локальная, так и глобальная структура данных хорошо сохраняются при использовании UMAP [1, 2].

Однако численным показателям качества не всегда следует доверять, если их ограничения не до конца понятны [3], а типичные примеры использования UMAP исключают возможность визуальной оценки того, насколько хорошо сохраняется глобальная и локальная структура данных, поскольку представляют собой снижение размерности представлений биологических объектов в пространстве признаков высокой размерности (десятки, сотни, тысячи признаков), недоступном восприятию человека.

В данной работе была поставлена цель – оценить качество снижения размерности с применением UMAP на удобном примере, варьируя один из гиперпараметров, – количество ближайших соседей, которые используются в UMAP для оптимизации расположения каждой точки данных при снижении размерности. В качестве удобного примера была взята поверхность планеты Земля, а точнее выборка точек с поверхности, определенных через X, Y, Z координаты (начало координат соответствует центру планеты). Численно качество сохранения локальной структуры данных было оценено как распределение соотношений расстояний в трехмерном и двухмерном пространстве между точками, принадлежащими одному континенту (чем выше плотность в районе единицы, тем лучше); а качество сохранения глобальной структуры, – как распределение соотношений расстояний между точками,

принадлежащими разным континентам. Выбранный пример удобен тем, что позволяет оценить качество снижения размерности визуально, сопоставив входные данные и результат, результат и используемые на практике двумерные карты. Оценка качества снижения размерности была проведена в двух сериях вычислительных экспериментов: в одной серии были использованы только точки, принадлежащие континентам; в другой серии точки, не принадлежащие континентам, также были включены в процедуру снижения размерности, то есть вся поверхность была представлена.

Дополнительно, качество полученных двумерных карт было оценено посредством дополнения их крупными островами (Гренландия и Мадагаскар) и архипелагом Новая Зеландия (UMAP позволяет нанести на готовую карту точки, которые не были включены в процедуру снижения размерности).

Вычислительные эксперименты были проведены в программной среде для статистических вычислений R с использованием существующих библиотек для научных вычислений, анализа и визуализации данных [4–7]. Код, написанный для выполнения работы, доступен по ссылке: https://github.com/RSF-23-73-01058/test_UMAP_for_MAP

Были получены следующие результаты: 1) согласно численным оценкам: UMAP хорошо сохраняет как глобальную, так и локальную структуру данных; количество ближайших соседей на качество влияет слабо; включение точек, не принадлежащих континентам, ведет к повышению качества сохранения структуры данных 2) согласно визуальной оценке: при использовании менее 10-15 ближайших соседей структура данных не сохраняется, включение точек, не принадлежащих континентам, ведет к существенно лучшему сохранению глобальной структуры и лучшему позиционированию новых точек на готовой карте, см. рис. 1.

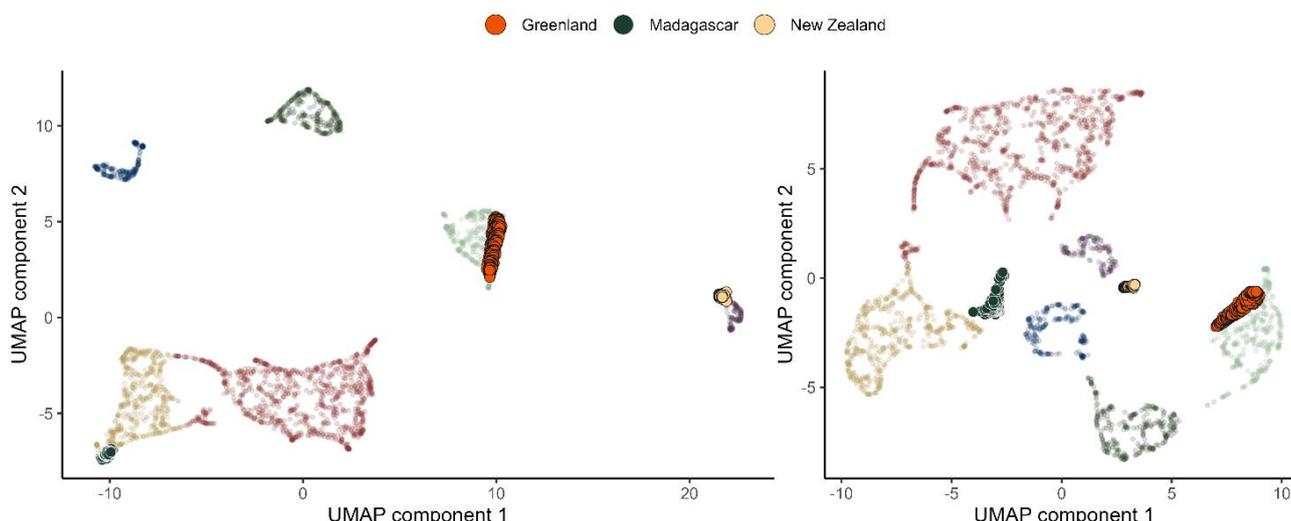


Рис. 1. Результаты размещения новых точек (Гренландия, Мадагаскар, Новая Зеландия) на готовой UMAP карте. Карта слева получена без использования не принадлежащих континентам точек, карта справа – с использованием не принадлежащих континентам точек.

Из полученных результатов следует вывод: качество снижения размерности, проведенного с помощью UMAP, можно существенно повысить, если проводить его для всего пространства признаков (в рассмотренном примере соответствует точкам со всей поверхности Земли), а не только для тех точек данных, что имеются в распоряжении отдельного ученого (в рассмотренном примере соответствует точкам с поверхности континентов). Помимо прочего, при сохранении размерности исходного пространства и типа признаков (бинарные, например) это позволит использовать единожды построенную карту многократно, вне зависимости от того на то, какой конкретно признак кодирует каждая размерность, это существенно снизит затраты на вычисления при анализе данных.

Следует отметить, что выводы сделаны на основе результатов, полученных с использованием удобного примера: исходная размерность – 3, все точки фактически расположены на поверхности сферы. Соответственно, оценка справедливости сделанных выводов в общем случае требует проведения дальнейших исследований.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-73-01058 (<https://rscf.ru/en/project/23-73-01058/>).

Список литературы:

1. Healy J., McInnes L. Uniform manifold approximation and projection // Nat. Rev. Methods Primers. 2024. Vol. 4(1). <https://doi.org/10.1038/s43586-024-00363-x>
2. Ghojogh B., Ghodsi A., Karray F., Crowley M. Uniform manifold approximation and projection (UMAP) and its variants: tutorial and survey // ArXiv. 2021. <http://arxiv.org/abs/2109.02508>
3. Li W., Cook D., Tanaka E., VanderPlas S. A plot is worth a thousand tests: assessing residual diagnostics with the lineup protocol // Journal of Computational and Graphical Statistics. 2024. Vol. 33(4). Pp. 1497–1511. <https://doi.org/10.1080/10618600.2024.2344612>
4. R Core Team. R: a language and environment for statistical computing. 2021. <https://www.R-project.org/>
5. Wickham H., Averick M., Bryan J., Chang W., McGowan L., Francois R., Grolemund G., Hayes A., Henry L., Hester J., Kuhn M., Pedersen T.L., Miller E., Milton S., Bache J., Muller K., Ooms J., Robinson D., Seidel D.P., Spinu v., Takahashi K., Vaughan D., Wilke C., Woo K., Yutani H. Welcome to the Tidyverse // Journal of Open Source Software. 2019. Vol. 4. P. 1686. <https://doi.org/10.21105/joss.01686>
6. South A. rworldmap: a new R package for mapping global data // The R Journal. 2011. Vol. 3. Issue 1. Pp. 35–43. <https://doi.org/10.32614/RJ-2011-006>
7. Konopka T. Uniform manifold approximation and projection // R packages. 2023. <https://doi.org/10.32614/CRAN.package.umap>

О ДОПУСТИМОСТИ РАЗРЫВОВ В РЕШЕНИЯХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ 2×2 СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ЗАКОНОВ СОХРАНЕНИЯ

Р.Р. Полехина¹, А.П. Чугайнова²

¹ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

²МИАН им. В.А. Стеклова, г. Москва

polekhina@keldysh.ru, anna_ch@mi-ras.ru

Работа посвящена исследованию проблемы допустимости разрывов в решениях гиперболической системы двух законов сохранения, описывающих квазипоперечные волны в нелинейно-упругих слабоанизотропных средах, полученных в [1]. Для определяющей системы уравнений используется стандартный метод вязкой регуляризации. Регуляризация приводит к тому, что разрыву могут соответствовать две различных структуры (два вязких профиля) [2, 3].

Решения изучаемой системы уравнений зависят от знака параметра при нелинейном члене четвертого порядка функции потока. В работе проведено исследование устойчивости структуры разрывов для положительного и отрицательного значения параметра нелинейности k . Для каждого из этих двух случаев определена одна устойчивая структура. Если $k > 0$, то устойчива «верхняя» структура, если $k < 0$, то устойчива «нижняя» структура. Анализ линейной (спектральной) устойчивости этих двух профилей показал, что один из них устойчив, а другой неустойчив.

Численно решена задача Римана в случае, когда начальному разрыву соответствует два различных вязких профиля. Результаты расчетов показали, что асимптотика нестационарного решения задачи Римана представляет собой линейно устойчивый вязкий профиль. Линейно неустойчивый вязкий профиль не является решением задачи Римана.

Проведенное исследование показало, что определение допустимости разрыва должно быть дополнено требованием устойчивости структуры разрыва.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 19-71-30012), <https://rscf.ru/ru/project/19-71-30012/>.

Список литературы:

1. Куликовский А.Г. Об уравнениях, описывающих распространение нелинейных квазипоперечных волн в слабоанизотропном упругом теле // ПММ. 1986. Т. 50. № 4. С. 597–604.
2. Куликовский А.Г., Свешникова Е.И. Нелинейные волны в упругих средах. – М.: Московский лицей, 1998. 412 с.
3. Чугайнова А.П., Полехина Р.Р. Неединственность автомодельного решения задачи Римана об упругих волнах в средах с отрицательным параметром нелинейности // Тр. МИАН. 2023. Т. 322. С. 251–265.

АНАЛИЗ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЗНАНИЙ В НЕЙРОННЫХ СЕТЯХ В КОНТЕКСТЕ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ НЕЙРОСЕТЕВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

А.П. Попов

ИИМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

alekspopovr68@mail.ru

Разработка методов решения задач машинного зрения – на сегодняшний день одна из ключевых задач многих исследовательских лабораторий. Алгоритмы компьютерного зрения используются в автономных робототехнических системах, в системах видеонаблюдения и в других прикладных системах. На сегодняшний день применение современных нейросетевых решений сопряжено с использованием больших вычислительных ресурсов. Улучшение нейронных сетей зачастую происходит за счет их масштабирования: увеличение сложности вычислительных операций, увеличение числа вычисляемых параметров и так далее. В контексте такого развития нейронных сетей следует учитывать необходимость их использования на конечных устройствах, которые ограничены в своей производительности и развиваются медленнее, чем нейросетевые модели.

В рамках данной работы проведен обзор методов оптимизации нейронных сетей и анализ работы методов оптимизации с точки зрения работы со знаниями и представлениями знаний внутри обученной нейросетевой архитектуры. Задача оптимизации вычислений внутри нейронной сети ставится следующим образом, требуется получить $A^* = F(A)$, где F – функция оптимизации нейронной сети, а A оптимизируемая нейронная сеть и A^* нейронная сеть, полученная в результате оптимизации, при условии, что

$$\begin{aligned} (E(A, D) - E(A^*, D)) &\geq Eps_1, (S(A^*, D) - S(A, D)) \geq Eps_2, \\ (M(A, D) - M(A^*, D)) &\geq Eps_3, \end{aligned}$$

где E, S, M – функционалы оценки ошибки, скорости, потребления памяти нейронной сети на входных данных D соответственно, а Eps_2, Eps_3 заранее заданные ограничения оптимизации, а Eps_1 качественная оценка оптимизации. В работе рассмотрены методы квантизации трансформерных и сверточных нейронных сетей [1, 2], а также больших языковых моделей, в которых точное представление знаний является основной задачей [3]. Также проведен анализ методов прунинга [4, 5] нейронных сетей и его влияния на представление знаний и избыточность нейросетевой модели. Кроме того, особое внимание уделено методам дистилляции знаний [6, 7], как методам оптимизации нейронных сетей, которые осуществляют прямое или не прямое сжатие знаний внутри нейронной сети. В докладе приводятся примеры обучения небольшой

сети ученика при помощи сети учителя за счет передачи внутренних сигналов учителя. Такой пример позволяет понять, как внутренние сигналы передают информацию о целевой решаемой задаче.

На основе анализа работ, посвященных задаче оптимизации нейронных сетей и внутреннего представления знаний, делается вывод о перспективности применения рассмотренных методов оптимизации нейронных сетей. Такой вывод позволяет заключить, что применение больших нейросетевых моделей для решения задач машинного зрения на этапе исследовательской работы вполне обоснованно, так как после получения удовлетворительных результатов экспериментов, можно провести оптимизацию и итоговую интеграцию нейросетевого решения.

Список литературы:

1. Li Y. [et al.]. Q-vit: Accurate and fully quantized low-bit vision transformer // Advances in neural information processing systems. 2022. Vol. 35. Pp. 34451–34463. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2210.06707>
2. Xu K. [et al.]. Eq-net: Elastic quantization neural networks // Proceedings of the IEEE/CVF international conference on computer vision. 2023. Pp. 1505–1514.
3. Wang C. [et al.]. Q-VLM: Post-training Quantization for Large Vision-Language Models // arXiv:2410.08119. 2024.
4. Bai S. [et al.]. Unified data-free compression: Pruning and quantization without fine-tuning // Proceedings of the IEEE/CVF International Conference on Computer Vision. 2023. Pp. 5876–5885.
5. Frantar E., Alistarh D. Optimal brain compression: A framework for accurate post-training quantization and pruning // Advances in Neural Information Processing Systems. 2022. Vol. 35. Pp. 4475–4488.
6. Wang L., Yoon K.J. Knowledge distillation and student-teacher learning for visual intelligence: A review and new outlooks // IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence. 2021. Vol. 44. Issue 6. Pp. 3048–3068. <https://doi.org/10.1109/tpami.2021.3055564>
7. Touvron H. [et al.]. Training data-efficient image transformers & distillation through attention // International conference on machine learning. PMLR. 2021. Vol. 139. Pp. 10347–10357. <https://proceedings.mlr.press/v139/touvron21a.html>

СВОЙСТВА МНОГОЧЛЕНОВ ДВУХПОЛЮСНЫХ ВЕРОЯТНОСТНЫХ КОНТАКТНЫХ СХЕМ

Б.А. Порошин

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

МГУ имени М.В. Ломоносова, г. Москва

poroshin.bogdan@mail.ru

Данная работа посвящена изучению двухполюсных вероятностных контактных схем в качестве преобразователей дискретных вероятностных распределений. Отметим, что вероятностные контактные схемы задают преобразования случайных величин в виде полиномов от этих вероятностей. Мы называем эти полиномы многочленами вероятности схем. Одним из первых вероятностные контактные схемы рассматривал К. Шеннон [1] в задаче о надежных схемах из ненадежных элементов. Затем вероятностные контактные схемы рассматривались с точки зрения задачи выразимости вероятностных распределений в работах Р.Л. Схиртладзе [2, 3], Ф.И. Салимова (например, [4]) и Р.М. Колпакова (например, [5]).

В данной работе рассматриваются многочлены, выражающие вероятности, реализуемые вероятностными контактными схемами. Изучаются некоторые свойства многочленов вероятности схем. Получены утверждения, описывающие связь между некоторыми из коэффициентов многочлена вероятности схемы и топологической структурой схемы. В частности, первая производная многочлена вероятности схемы в точке 0 равна числу рёбер, соединяющих полюса схемы напрямую, а в точке 1 – числу рёбер, размыкающих данную схему. Получено следствие из работы К. Шеннона [6], позволяющее при наличии информации о значениях производной многочлена вероятности схемы в точках 0 и 1 дать нижнюю и верхнюю оценку его значениям на интервале (0, 1). Также исследуются многочлены вероятности параллельно-последовательных схем (далее π -схем). Мы называем π -подсхемой данной π -схемы любой подграф этой схемы, являющийся π -схемой с теми же полюсами. Для π -схем предложено их описание в терминах схем из функциональных элементов в базисе $\{\&, \vee\}$, а также получен результат, позволяющий дать полное определение всех коэффициентов многочлена вероятности такой схемы посредством множества всех π -подсхем данной схемы.

Список литературы:

1. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. – Москва: Издательство иностранной литературы, 1963. 830 с.
2. Схиртладзе Р.Л. О синтезе р-схемы из контактов со случайными дискретными состояниями // Сообщения АН ГрССР. 1961. Т. 26. № 2. С. 181–186.

3. Схиртладзе Р.Л. О методе построения булевой величины с заданным распределением вероятностей // Дискретный анализ. Вып. 7. Новосибирск: ИМ СО АН СССР, 1966. С. 71–80.
4. Салимов Ф.И. К вопросу моделирования булевых случайных величин функциями алгебры логики // Вероятностные методы и кибернетика. Вып. 15. Казань, КГУ, 1979. С. 68–89.
5. Колпаков Р.М. Дискретные преобразования вероятностных распределений // Современные проблемы математики и механики. Т. III. Математика. Вып. 3. Дискретная математика. / Под ред. О. М. Касим-Заде. – М.: Изд-во МГУ, 2009. С. 35–50.
6. Кузнецов А.В. О неповторных контактных схемах и неповторных суперпозициях функций алгебры логики // Сборник статей по математической логике и ее приложениям к некоторым вопросам кибернетики. Тр. МИАН СССР. 1958. Т. 51. С. 186–225.

МЕТОДЫ АВТОМАТИЗАЦИИ РАЗМЕТКИ ПАРАЛИНГВИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК В ЗАДАЧАХ ГЕНЕРАЦИИ РЕЧИ

Е.Н. Радченко

НИТУ МИСиС, г. Москва

turnipseason@gmail.com

Цифровые технологии синтеза речи широко применяются в современных информационных системах. Они используются в голосовых ассистентах, аудиогuidaх, а также внедряются в интерфейсы мобильных устройств для автоматического озвучивания текста в режиме доступности для людей с нарушениями зрения и речи.

Исследования показывают, что наличие в речи человекоподобных характеристик значительно улучшает её восприятие [1]. В связи с этим одной из перспективных задач в данной области является разработка систем синтеза речи, максимально приближенной к естественной. Естественная речь характеризуется множеством параметров, включая тембр, громкость, паузы, а также другие особенности произношения, называемые паралингвистическими. В совокупности с такими параметрами как, например, наличие фоновых шумов или выражаемая говорящим эмоция, эти характеристики формируют *стиль* речи («speech style» в англоязычной литературе).

С развитием нейросетевых архитектур стало возможным задание стиля с помощью промптов – коротких отрывков текста, описывающих характеристики голоса, которые должна воспроизвести система. Для реализации систем, способных использовать данный метод, требуются обучающие данные, включающие в себя аудиозаписи естественной речи, соответствующие им транскрипции и аннотацию (разметку) ключевых характеристик.

Разметка таких данных является трудоёмким процессом, зачастую требующим экспертных знаний и согласованности между разметчиками. По этой причине разметка существующих русскоязычных корпусов как правило является узкоспециализированной (например, интонационная разметка в корпусе RINCO [2]) либо охватывает только базовый набор характеристик отдельного типа (как, например, пять базовых эмоций в датасете Dusha [3]). Это приводит к необходимости создания объединённого русскоязычного аудио-текстового корпуса, содержащего унифицированный набор характеристик для гибкого синтеза естественной речи.

В данной работе рассматриваются методы автоматизации стилевой разметки, направленные на улучшение качества синтеза речи. В частности, в исследовании [4] предложена система тегов (маркеров), подразделяющая характеристики на две группы: присущие говорящему (Intrinsic), такие как тембр и пол, и ситуативные (Situational), такие как эмоциональное состояние и скорость речи. Авторами представлены пайплайны для автоматического извлечения данных тегов. Присущие говорящему теги извлекаются с помощью ручной разметки «базового» датасета, который затем масштабируется с использованием модели, определяющей схожесть голосов. Если голос из неразмеченных данных определился как схожий с неким, известным модели, то он размечается как имеющий те же теги. Для разметки ситуативных тегов используется трёхступенчатый пайплайн, где проводится фильтрация по степени эмоциональной окраски высказывания, семантической схожести транскрипции текста заданной размечаемой эмоции и, наконец, акустической схожести с использованием модели Gemini 1.5 Flash. На выходе остаются только отрывки, с наибольшей долей вероятности имеющие те или иные ситуативные теги.

В работе [5] предложен иерархический подход к разметке просодических границ для китайского языка. Авторы отмечают, что поскольку разметка проводится без участия человека, система демонстрирует повышенную консистентность в сравнении с ручной разметкой, что в свою очередь приводит к улучшенному качеству синтезированной речи.

В отечественных исследованиях также наблюдается интерес к описанной теме. В частности, в работе [6] предложен комбинированный метод разметки ударений в поэтических текстах, совмещающий словарный и нейросетевой подходы. Авторы отмечают, что за счёт использования словаря при разметке ударений для однозначных слов и использовании нейросетей для разметки ударений в омографах, удалось достичь результатов, превосходящих использование только одного из методов.

Таким образом, обзор включает в себя анализ методов, используемых для автоматической разметки паралингвистических характеристик естественной речи. На основе проведённого анализа предложен пайплайн апробации подхода к автоматизации разметки, а также начата работа по созданию мультимодального русскоязычного датасета, учитывающего вышеуказанные особенности, в целях последующего обучения модели синтеза эмоционально окрашенной речи.

Список литературы:

1. Kühne K., Fischer M. H., Zhou Y. The Human Takes It All: Humanlike Synthesized Voices Are Perceived as Less Eerie and More Likable. Evidence From a Subjective Ratings Study // *Front. Neurobotics*. 2020. Vol. 14. <https://doi.org/10.3389/fnbot.2020.593732>
2. Кривнова (Крутикова) О.Ф. [и др.]. Интонация устного дискурса: русский интонационный корпус РИНКО (RINCO) // *Речевые Технологии*. 2020. № 1–2. С. 113–120.
3. Kondratenko V. [et al.]. Large Raw Emotional Dataset with Aggregation Mechanism // *arXiv:2212.12266v1*. 2022.
4. Diwan A. [et al.]. Scaling Rich Style-Prompted Text-to-Speech Datasets // *arXiv:2503.04713v1*. 2025.
5. Dai Z. [et al.]. Automatic Prosody Annotation with Pre-Trained Text-Speech Model // *arXiv:2206.07956v1*. 2022.
6. Короткова Ю.О. Комбинированный Словарно-Нейросетевой Акцентуатор Для Разметки Русского Поэтического Текста // *Труды Института Русского Языка Им В.В. Виноградова*. 2022. № 3. С. 181–190. <https://doi.org/10.31912/pvrli-2022.3.11>

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВИРУСОВ В ЭПИТЕЛИИ ДЫХАТЕЛЬНЫХ ПУТЕЙ

А.А. Романюха¹, Н.М. Червяков²,

¹*ИВМ им. Г.И. Марчука РАН, г. Москва*

²*МГУ имени М.В. Ломоносова, г. Москва*

eburg101@mail.ru, nm.chervyakov@yandex.ru

В пандемию COVID-19, в 2020 – 2021 гг. наблюдалось неожиданное и важное явление – резкое снижения заболеваемости, вызванной вирусами гриппа и другими респираторными вирусами [1, 2]. В литературе выдвигается предположение, что размножение вируса SARS-CoV-2 в эпителии дыхательных путей замедляет репликацию вируса гриппа А и других респираторных вирусов [2, 3]. Среди возможных механизмов, обеспечивающих этот эффект, называют конкуренцию вирусов за клетки мишени и действие интерферона [3, 4]. Роль интерферона во взаимодействии вирусных инфекций хорошо изучена в лабораторных условиях, но не в живом организме. Вместе с тем динамика изолированных (только гриппа, или только SARS-CoV-2 или других респираторных вирусных инфекций) подробно изучена.

Целью работы было построить модель взаимодействия вирусов в эпителии дыхательных путей, предварительно настроив модель на описание

изолированной динамики отдельных вирусов. Насколько нам известно, такая задача ставиться впервые.

Математическая модель представляет собой следующую систему ОДУ из 9 уравнений (таблица 1):

$$\frac{dV_1}{dt} = \nu_1 C_{V1} - \gamma_{V1M} V_1 - \gamma_{V1C} V_1 (C^* - C_{V1} - C_{V2} - C_R - m), \quad (1)$$

$$\frac{dV_2}{dt} = \nu_2 C_{V2} - \gamma_{V2M} V_2 - \gamma_{V2C} V_2 (C^* - C_{V1} - C_{V2} - C_R - m). \quad (2)$$

Первый член уравнений (1), (2) описывает продукцию вируса инфицированными клетками, второй – элиминацию вирусов за счет неспецифических механизмов, третий – расход вирусов на инфицирование восприимчивых клеток.

$$\frac{dC_{V1}}{dt} = \sigma_1 V_1 (C^* - C_{V1} - C_{V2} - C_R - m) - b_{m1} C_{V1}, \quad (3)$$

$$\frac{dC_{V2}}{dt} = \sigma_2 V_2 (C^* - C_{V1} - C_{V2} - C_R - m) - b_{m2} C_{V2}. \quad (4)$$

Таблица 1: Переменные и константы модели.

Переменная	Описание
V_1	концентрация вирусов SARS-CoV-2 в эпителии дыхательных путей
V_2	концентрация вирусов гриппа А в эпителии дыхательных путей
C_{V1}	концентрация клеток реснитчатого эпителия, инфицированных вирусом SARS-CoV-2
C_{V2}	концентрация клеток реснитчатого эпителия, инфицированных вирусом гриппа А
m	концентрация разрушенных клеток реснитчатого эпителия
M_1	концентрация клеток-продуцентов интерферона, активированных вирусом SARS-CoV-2
M_2	концентрация клеток-продуцентов интерферона, активированных вирусом гриппа А
I	концентрация интерферона в выстилающем слое слизистой эпителия дыхательных путей
C_R	концентрация клеток реснитчатого эпителия, защищенных интерфероном (резистентных к инфицированию).
Константа	Описание
C^*	концентрация клеток эпителия в рассматриваемом сегменте дыхательных путей
M^*	предельная концентрация клеток-продуцентов интерферона

Первый член уравнений (3), (4) описывает инфицирование восприимчивых клеток эпителия, второй - их гибель.

$$\frac{dm}{dt} = b_{m1}C_{V1} + b_{m2}C_{V2} + \alpha_C(C^* - C_{V1} - C_{V2} - C_R - m) - \alpha_m m. \quad (5)$$

Первый и второй члены уравнения (5) описывают гибель инфицированных клеток эпителия, третий – естественную гибель неинфицированных клеток эпителия, последний – регенерацию.

$$\frac{dM_1}{dt} = \chi_1(M^* - M_1 - M_2)V_1 - \alpha_{M1}M_1, \quad (6)$$

$$\frac{dM_2}{dt} = \chi_2(M^* - M_1 - M_2)V_2 - \alpha_{M2}M_2. \quad (7)$$

Первый член уравнений (6), (7) описывает привлечение активированных продуцентов интерферона к области инфицирования, второй – их выход из состояния продукции интерферона.

$$\frac{dI}{dt} = \rho_I(M_1 + M_2) - \alpha_I I - \sigma_I I(C^* - C_{V1} - C_{V2} - C_R - m). \quad (8)$$

Первый член уравнения (8) описывает продукцию интерферона активированными продуцентами, второй – распад несвязанного интерферона во внешней среде, третий – расход интерферона на защиту клеток эпителия.

$$\frac{dC_R}{dt} = \sigma_R I(C^* - C_{V1} - C_{V2} - C_R - m) - \alpha_R C_R. \quad (9)$$

Первый член уравнения (9) описывает переход клеток в состояние резистентности к инфицированию вирусами под действием интерферона, второй – выход из этого состояния.

Для идентификации параметров модели взаимодействия вирусных инфекций подготовлен набор данных, описывающий динамику моделируемых процессов по вирусологическим, гистологическим, цитометрическим и транскриптомным измерениям в назальном эпителии (in situ) человека (in vivo) на отрезке времени в 0 – 7 суток после инфицирования. Проведена процедура идентификации параметров модели.

В процедуре параметрической идентификации был использован функционал (10). Такой вид функционала удобен в случае большого разброса величин данных.

$$\Phi(\alpha) = \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N \left[\left(\frac{y^{(i)}(t_j, \alpha) - y_{obs j}^{(i)}}{y_{obs j}^{(i)}} \right)^2 + \left(\frac{y^{(i)}(t_j, \alpha) - y_{obs j}^{(i)}}{y^{(i)}(t_j, \alpha)} \right)^2 \right], \quad (10)$$

где данным для i -й переменной в момент времени t_j , обозначенным $y_{obs j}^{(i)}$, соответствует решение модели $y^{(i)}(t_j, \alpha)$; M – размер вектора данных, N – размер вектора состояний модели.

Вычислительные эксперименты демонстрируют эффект сильного или частичного угнетения репликации вируса гриппа А вирусом SARS-CoV-2 (рис. 1).

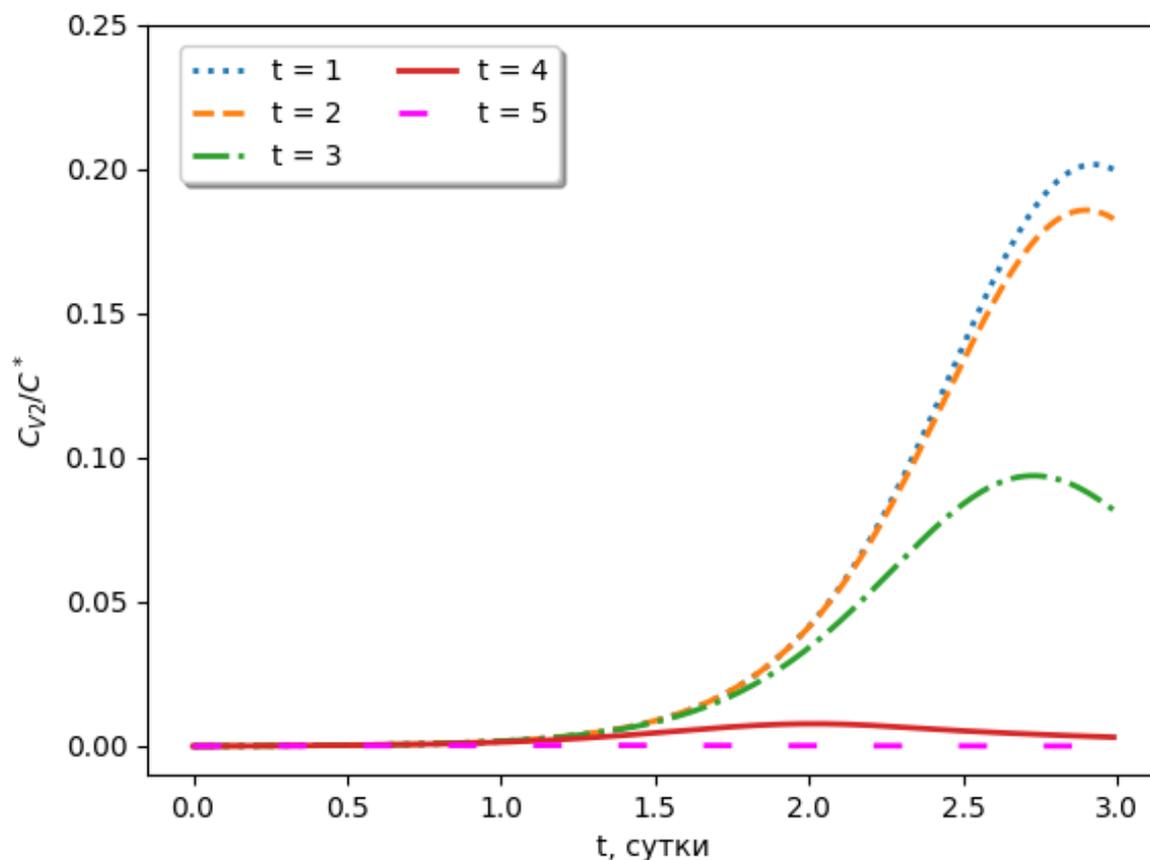


Рис. 1. Снижение доли инфицированных клеток C_{V2} при инфицировании гриппом в момент времени t [сутки] после инфицирования вирусом SARS-CoV-2

Список литературы:

1. Chow E.J., Uyeki T.M., Chu H.Y. The effects of the COVID-19 pandemic on community respiratory virus activity // *Nature Reviews Microbiology*. 2023. Vol. 21. Issue 3. Pp. 195–210. <https://doi.org/10.1038/s41579-022-00807-9>
2. Соминина А.А. [и др.]. Интерференция SARS-CoV-2 с другими возбудителями респираторных вирусных инфекций в период пандемии // *Эпидемиология и вакцинопрофилактика*. 2021. Т. 20. №. 4. С. 28–39. <https://doi.org/10.31631/2073-3046-2021-20-4-28-39>
3. Nickbakhsh S. [et al.]. Virus–virus interactions impact the population dynamics of influenza and the common cold // *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 2019. Vol. 116. Issue 52. P. 27142–27150. <https://doi.org/10.1073/pnas.1911083116>
4. Piret J., Boivin G. Viral interference between respiratory viruses // *Emerging Infectious Diseases*. 2022. Vol. 28. Issue 2. P. 273. <https://doi.org/10.3201/eid2802.211727>

ЛОКАЛЬНЫЙ РАЗРЫВНЫЙ МЕТОД ГАЛЁРКИНА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЭВОЛЮЦИОННЫХ ЗАДАЧ

Е.Б. Савенков¹, Н.А. Финенко²

¹ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

²МГУ имени М.В. Ломоносова, г. Москва

savenkov@keldysh.ru, s02210579@gse.cs.msu.ru

В работе рассмотрен локальный разрывный метод Галеркина (LDG, см. [1, 2]) для одномерной системы уравнений конвекции–диффузии с периодическими граничными условиями. Метод LDG является обобщением разрывного метода Галеркина (RKDG) для гиперболических уравнений. Суть метода LDG состоит в том, что уравнений высокого порядка представляется, с помощью замены переменных, в виде системы уравнений первого порядка. При таком переходе только одно уравнение будет содержать производную по времени. Уравнения, не содержащие производную по времени, можно разрешить локально в каждой пространственной ячейке сетки.

В методе LDG применяются базисные функции, разрывные на границах конечных элементов. Это позволяет численному решению иметь разрывы на этих границах, что особенно полезно при моделировании процессов с резкими изменениями или разрывами. В качестве системы базисных функций выбрана ортогональная система полиномов Лежандра.

В работе LDG применяется к линейным и нелинейным задачам конвекции–диффузии. Приведены результаты экспериментов для системы уравнений гидродинамики, включая моделирование течений с резкими градиентами.

Список литературы:

1. Bernardo Cockburn, Chi-wang Shu. The Local Discontinuous Galerkin method for time-dependent convection-diffusion systems // *SIAM Journal on Numerical Analysis*. 1998. Vol. 35. Issue 6. Pp. 2440–2463.
<https://doi.org/10.1137/S0036142997316712>
2. Bassi F., Rebay S. High-Order Accurate Discontinuous Finite Element Method // *Journal of computational physics*. 1997. Vol. 131. Issue 2. Pp. 267–279.
<https://doi.org/10.1006/jcph.1996.5572>

МЕТОД ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ТРАФИКА ПУТЕМ МУЛЬТИМОДАЛЬНОГО АГРЕГИРОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ ИСХОДНЫХ КАРТ С ПОМОЩЬЮ ГЕТЕРОГЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Х. Се¹, В.С. Смолин², Х. Шэн¹

¹МГУ имени М.В. Ломоносова, г. Москва

²ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

hajhaose@gmail.com, smolin@keldysh.ru, haoyuishen@yandex.ru

При прогнозировании дорожного движения необходимо учитывать топологические ограничения дорожной сети и динамические пространственно-временные закономерности, но традиционные методы, такие как STGCN [1] (Spatio-temporal Graph Convolutional Networks), основаны на статических матрицах смежности, с помощью которых трудно уловить динамические связи, вызванные трудно прогнозируемыми факторами, такими как изменения погоды и дорожно-транспортные происшествия. Также традиционные методы не учитывают ограничения физической структуры [2]. В качестве пути преодоления указанных ограничений в настоящей работе предлагается использовать мультимодальный метаграф с расширенной структурой моделирования пространственно-временной неоднородности, который объединяет функциональные атрибуты объектов, погодные явления и данные о дорожном движении в реальном времени для построения динамической графовой структуры семантического восприятия. В частности, разработан мультимодальный пространственно-временной генератор метаграфов, использующий сеть graph attention network (GATv2 [3]) для кодирования функционального сходства узлов (например, весов взаимодействия коммерческих районов и станций метро) в сочетании с диффузионной сверткой для сопоставления интенсивности осадков с коэффициентом замедления дорожной сети. Также предлагается динамически корректировать матрицу смежности с помощью стробирующего механизма для реализации моделирования связи физической топологии и внешних событий. Формула выражается следующим образом:

$$A'_{ij} = A_{ij}^{\text{phys}} \odot \sigma \left(W_g \left[w_{ij}^{\text{poi}} || h_i^{\text{rain}} || h_j^{\text{rain}} \right] \right)$$

A'_{ij} – динамические веса соседства между узлами i и j . A_{ij}^{phys} – матрица физических соседств (например, физически связаны дороги или нет). \odot – произведение Адамарда (умножение на элемент) для объединения физических кварталов с динамическими поправочными коэффициентами. σ – сигмоидальная функция, которая сжимает выход в диапазон $[0,1]$ в качестве коэффициента корректировки веса. W_g – обучаемая матрица весов для отображения признаков. $||$ – операция сращивания векторов (конкатенация). w_{ij}^{poi} – сходство POI (точек интереса) между узлом и местоположением

(например, совпадение распределения коммерческих и жилых районов). h_i^{rain} – характеристики осадков (например, интенсивность осадков, влияние осадков в прошлом и т. д.) для узла i . В графовых нейронных сетях узлы i и j обычно представляют две сущности или места в сети в зависимости от сценария применения. В нашем методе прогнозирования трафика каждый узел представляет местоположение датчика трафика (например, геосоты, камеры), дорожный перекресток).

Исходя из этого мы внедряем модуль пространственно-временного внимания с учетом каналов, используем внимание к многоглавому графу в пространственном измерении для усиления функциональной зависимости узлов (например, для распространения заторов в коммерческих районах [4]) и интегрируем деформируемую свертку и глобальное внимание во временном измерении [5], чтобы фиксировать локальные изменения, периодические колебания погоды и события и моделировать эффекты межмодальной связи с помощью механизмов перекрестного внимания (таких как ассоциация «сильный дождь – деловой район – вечерний час пик»).

Чтобы преодолеть ограничения традиционной статической графовой структуры, она заменяется динамической гетерогенной графовой структурой, строятся семантические мета-пути (такие как «раздел А – период времени – погода – раздел В») для управления неявным корреляционным анализом, а также используется гетерогенный граф. Нейронные сети (HGNN [6]) позволяют изучать динамические веса границ и объединять механизмы реагирования на события в реальном времени (такие как обнаружение дорожно-транспортных происшествий) для обновления матрицы смежности. С помощью физико-семантического моделирования с двумя модальностями этот метод позволяет четко различать функциональные характеристики дорожной сети и дифференцированные последствия чрезвычайных ситуаций, таких как проливные дожди, которые приводят к значительному увеличению коэффициента распространения заторов вокруг эпицентра события.

В работе предполагается, что механизм иерархического внимания оптимизирует учет разнородных знаний за счет двойного динамического моделирования на уровне узлов и на уровне траектории: на уровне узлов различаются разнородные типы узлов, такие как датчики дорожного движения, метеостанции и кластеры POI (например, ограничение участия узлов метеостанций только в связанных с погодой процессах взаимодействия) и динамический расчет корреляционных весов перекрестных типов узлов (например, количественная оценка коэффициента влияния станций метро на вечерний пик трафика близлежащих участков) для достижения точного семантического выравнивания мультимодальных узлов; на уровне путей он присваивает динамическую важность таким метапутям как «участок дороги – погодные условия – событие» (например, увеличение веса маршрута «авария – затор» в сценариях сильного дождя), в то время как поддержка мультимодальных узлов, основанных на семантическом метапутешествии сцены, выбирается адаптивно (например, маршрут пригородного сообщения

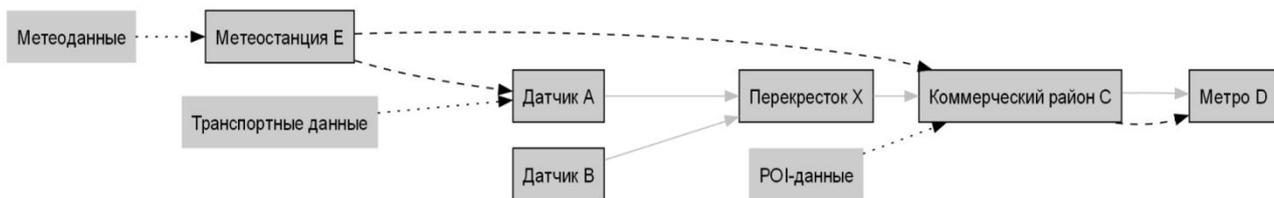


Рис. 1. Пример пространственно-временной диаграммы элементов.

в будние дни и маршрут делового района по праздникам), чтобы явно смоделировать взаимосвязь между физической топологией и внешними событиями и завершить динамическую реконструкцию и семантическое расширение структуры знаний пространственного гетерогенного графа.

Основное новшество настоящей работы заключается в оптимизации мультимодального объединения пространственно-временных метадиаграмм и разработке механизма учета разнородных знаний, который не только сохраняет преимущества моделирования свертки графа в топологии, но и повышает адаптивность сложных пространственно-временных моделей за счет динамического распределения весов.

На рисунке 1 представлены: метеостанция E – узел-источник погодных данных для анализа влияния погоды на другие сценарии (например, дорожное движение); датчики A и B – отвечают за сбор данных о трафике (например, транспортный поток, скорость и т.д.) и являются конечным пунктом сбора информации о трафике; перекресток X – узел транспортного узла, он напрямую связан с датчиками трафика, что отражает связь с физическим местоположением; коммерческая зона C – ассоциированные данные POI (Point of Interest), используемые для описания функциональных атрибутов зоны (например, коммерческой деятельности, распределения объектов); станция метро D – представляет собой узел транспортной инфраструктуры, интегрированный в мультимодальный метаграф.

В дальнейших работах планируется изучить систематическое усовершенствование исследовательской структуры в многоинтеллектуальной архитектуре, объединяющей нейронные сети с гетерогенными графами (HGNN) и теорию динамических игр. В нашей архитектуре статические элементы, такие как расположение светофора и топология дороги, и динамические элементы, такие как характеристики движения транспортных средств и пешеходов [7], единообразно кодируются как узлы гетерогенного графа, что является частью архитектуры, представляющей гетерогенные элементы. Другой важной частью архитектуры является моделирование динамических игр, которое представляет эволюционную теорию игр для анализа интересных взаимодействий между транспортными средствами и пешеходами и различными режимами движения (например, правоповоротные транспортные средства, конкурирующие с пешеходами за право проезда) [8], и устанавливает механизм поминутного обновления стратегии путем количественной оценки эволюционных законов группового поведения (например, равновесия Нэша). Точность и своевременность прогнозов для многоинтеллектуальных систем

взаимодействия тел при внезапных перегрузках (например, во время крупномасштабных мероприятий) можно дополнительно повысить за счет гетерогенной характеристики элементов и динамического игрового моделирования.

Список литературы:

1. Bing Yu, Haoteng Yin, Zhanxing Zhu. Spatio-temporal Graph Convolutional Networks: A Deep Learning Framework for Traffic Forecasting // In Proceedings of the 27th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI), 2018. Pp. 3634–3640. <https://doi.org/10.24963/ijcai.2018/505>
2. Song C., Lin Y., Guo S., Wan H. Spatial-Temporal Synchronous Graph Convolutional Networks: A New Framework for Spatial-Temporal Network Data Forecasting // Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence. 2020. Vol. 34. Issue 01. Pp. 914–921. <https://doi.org/10.1609/aaai.v34i01.5438>
3. Brody S., Alon U., Yahav E. How Attentive are Graph Attention Networks? // 2022. arXiv:2105.14491. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2105.14491>
4. Zhang J., Chen Y., Wang T. [et al.]. Mixture of Spatial–Temporal Graph Transformer Networks for urban congestion prediction using multimodal transportation data // J. Expert Systems with Applications. 2025. Vol. 268 Issue 2. P. 126108. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2024.126108>
5. Ronghui Xu, Hanyin Cheng, Chenjuan Guo, Hongfan Gao, Jilin Hu, Sean Bin Yang, Bin Yang. MM-Path: Multi-modal, Multi-granularity Path Representation Learning – Extended Version. // 2024. arXiv:2411.18428 <https://doi.org/10.48550/arXiv.2411.18428>
6. Zhao J., Wang X., Shi C., Hu B., Song G., Ye Y. Heterogeneous Graph Structure Learning for Graph Neural Networks // Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence. 2021. Vol. 35. Issue 5. Pp. 4697–4705. <https://doi.org/10.1609/aaai.v35i5.16600>
7. Meng Chen, Zechen Li, Weiming Huang, Yongshun Gong, Yilong Yin. Profiling urban streets: A semi-supervised prediction model based on street view imagery and spatial topology // In KDD '24: Proceedings of the 30th ACM SIGKDD Conference on Knowledge Discovery and Data Mining 2024. Pp. 319–328. <https://doi.org/10.1145/3637528.3671918>
8. Шмыглёв Д.Н., Судаков В.А. Модель обучения с подкреплением для оптимизации автопарка предприятия // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2024. № 39. 13 с. https://keldysh.ru/papers/2024/prep2024_39.pdf

ПОДХОД К АДАПТИВНОМУ РАСПРЕДЕЛЕНИЮ РЕСУРСОВ НЕЙРОСЕТЕЙ НА ОСНОВЕ ОШИБКИ АППРОКСИМАЦИИ

Х. Се¹, В.С. Смолин², Х. Шэн¹

¹МГУ имени М.В. Ломоносова, г. Москва

²ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

hajhaose@gmail.com, smolin@keldysh.ru, haoyuishen@yandex.ru

Введение

В последние годы нейронные сети достигли значительных успехов в различных областях – от простых задач регрессии и классификации до генеративных моделей. Изучение основного метода обучения – обратного распространения ошибки (BP) позволило не только далеко продвинуться в решении самых разных задач ИИ, но и выявило ряд проблем, встречающихся на практике. В связи с этим было проведено множество исследований, направленных на изучение причин этих проблем [1–3], но пока не все недостатки алгоритма BP удалось полностью устранить.

В данном исследовании представлен теоретический и экспериментальный (по аппроксимации функции) анализ ключевого фактора снижения эффективности нейросетей и предлагается новый метод настройки параметров, сочетающий градиентный спуск и картирование. Первые полученные результаты показывают перспективность данного метода для разработки улучшенных алгоритмов обучения.

Эффективность использования нейронных ресурсов

Исследования показывают, что увеличение размера и глубины нейронной сети не всегда повышает её производительность [4, 5], указывая на неэффективное использование части нейронов при обучении методом обратного распространения ошибки (BP). Эксперименты выявили две основные проблемы: а) многие нейроны не проявляют нелинейных свойств на участках с высокой ошибкой, застревая в локальных минимумах и б) часть нейронов работает только в линейном режиме.

Хотя существуют методы [6] для решения второй проблемы, вопрос оптимального распределения нейронных ресурсов изучен слабо. В настоящее время активация нейронов зависит от градиентного спуска, что недостаточно эффективно. Предлагается метода для улучшения распределения активации нейронов.

Введем следующие обозначения: $\vec{A}^k = \{a_i^k\}$ и $\vec{O}^k = \{o_i^k\}$ – входной и выходной вектора активации слоя k , где a_i^k – его i -ой компонент (активация i -того нейрона), \vec{W}_i^k – вектор входных весов связей i -того нейрона k -ого слоя b_i^k – смещение этого нейрона, а f – нелинейная функция, тогда компоненты векторов \vec{A}^k и \vec{O}^k зависят от \vec{W}_i^k и выходной активности \vec{O}^{k-1} предыдущего слоя следующим образом:

$$a_i^k = \vec{W}_i^k \vec{O}^{k-1} + b_i^k ; o_i^k = f(a_i^k) \quad (1)$$

Развивая идею отдельного обучения весов и смещений нейронов предложенную в [3], мы обучаем веса методом ВР, а для корректировки смещений используем метод картирования, который сдвигает положение областей проявления нелинейных свойств нейронов так, чтобы эти области распределялись по пространству векторов $\vec{\mathcal{O}}^{k-1}$ равномерно по расстояниям и уровням ошибки аппроксимирования.

Картирование

Классическое картирование (SOM, по Кохонену [7]) – это разделение векторного пространства на областей, каждая из которых представлена точкой, перемещаемой в процессе картирования в центр определяемой ей области (форма и положение которой при этом тоже изменяется). В случае глубоких нейросетей в пространстве \mathcal{O}^{k-1} (состояний векторов $\vec{\mathcal{O}}^{k-1}$) каждому элементу i слоя k сопоставляется граница \mathcal{S}_i^k размерности $N^{k-1} - 1$, где N^{k-1} – количество элементов слоя $k - 1$. Граница \mathcal{S}_i^k делит пространство \mathcal{O}^{k-1} на две части: в одной части $\mathbf{a}_i^k > \mathbf{0}$, а в другой $\mathbf{a}_i^k < \mathbf{0}$. Граница \mathcal{S}_i^k содержит все вектора $\vec{\mathcal{O}}^{k-1}$, такие, что $\mathbf{a}_i^k = \mathbf{0}$:

$$\mathcal{S}_i^k = \{\vec{\mathcal{O}}^{k-1} | \mathbf{a}_i^k = \vec{W}_i^k \vec{\mathcal{O}}^{k-1} + \mathbf{b}_i^k = \mathbf{0}\}. \quad (2)$$

Любая прямая, проведенная в \mathcal{S}_i^k будет перпендикулярна вектору \vec{W}_i^k по построению. Границы \mathcal{S}_i^k задают форму областей \mathcal{C}_i^k в пространстве \mathcal{O}^{k-1} (по одной области на каждый элемент слоя k). Свойством, определяющим принадлежность векторов $\vec{\mathcal{O}}^{k-1}$ области \mathcal{C}_i^k является минимальность длины перпендикуляра (который считается как $|\mathbf{d}_i^k| = |\mathbf{a}_i^k / \|\vec{W}_i^k\||$) опущенного из вектора $\vec{\mathcal{O}}^{k-1}$ на границу \mathcal{S}_i^k :

$$\mathcal{C}_i^k = \{\vec{\mathcal{O}}^{k-1} | |\mathbf{d}_i^k| < |\mathbf{d}_j^k|, \forall j \neq i\}. \quad (3)$$

Так же, как и при классическом нейрокартировании, границы \mathcal{S}_i^k изначально могут не находиться в середине определяемых ими областей \mathcal{C}_i^k , но в процессе картирования перемещаются в данное положение. Затем, исходя из текущего отображения сети и функции потерь, двигают положение \mathcal{S}_i^k , изменяя \mathbf{b}_i^k по закону

$$\Delta \mathbf{b}_i^k = -\gamma \mathbf{d}_i^k L, \quad (4)$$

где L – положительно определённая функция потерь, в такое состояние, при котором достигается нулевое значение суммы приращений $\Delta \mathbf{b}_i^k$ по батчу для каждой области \mathcal{C}_i^k :

$$\sum_{q=1}^{batch} \Delta \mathbf{b}_{iq}^k \cong \mathbf{0}. \quad (5)$$

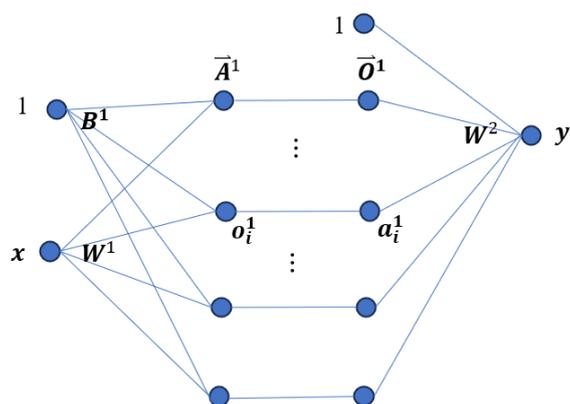


Рис. 1. Нейронная сеть с одним скрытым слоем.

Одномерная модель и эксперимент с пороговым картированием

Реализация этого метода для одномерных входных данных проста и уже достигла определенного успеха в эксперименте по аппроксимации одномерной функции. Мы построили модель с одним скрытым слоем (см. рис. 1), где в качестве нелинейной функции использовали ReLU или SoftPlus.

Инициализация: матрица входных связей скрытого слоя, состоящая из двух вектор-строк \bar{W}^1 и \bar{B}^1 инициализируется случайными значениями из интервала ± 1 и вектор \bar{W}^1 для ReLU остаётся необучаемым. Компоненты \bar{B}^1 (b_i^1) изменяются по закону (4), что постепенно приводит к выполнению условия (5).

Обновление \bar{B}^1 происходит не на каждом шаге моделирования, а после обучения сети всем эталонным преобразованием очередного батча.

Аналогично, по окончании обучения батчу, происходит и обновление \bar{W}^2 , но эти веса связей обучаются по методу ВР. В случае использования функции SoftPlus, компоненты вектора \bar{W}^1 тоже изменяются в конце батча по методике ВР.

Используя вышеописанную модель с функцией активации ReLU и SoftPlus в задаче аппроксимации одномерной функции, точность выросла на 1-2 порядка, сходимость значительно улучшилась, а также learning_rate стал более надежным. При этом нужно найти баланс между значениями learning_rate, в методе ВР и картировании и размерами батчей. Эксперименты показали, что корректировки смещений в скрытых слоях по закону (4) в процессе обучения (по сравнению с их отсутствием) дают значительный эффект – за 6000 итераций было сделано 30 корректировок, и ошибка уменьшилась более, чем вдвое.

SoftPlus и аппроксимация гладкой функции

Функция SoftPlus имеет ряд преимуществ. Она гладка во всех точках, что делает её более устойчивой в процессе градиентной оптимизации, чем ReLU [8]. При этом, SoftPlus сохраняет ключевое преимущество ReLU: отображает входы в диапазон от 0 до бесконечности. Эти характеристики обеспечивают её больший потенциал для аппроксимации гладких функций.

В вышеописанном эксперименте, градиентное обновление W^1 требуется при использовании SoftPlus для лучшей аппроксимации высокочастотных колебаний функции на заданном интервале. В отличие от ReLU, у которого изменение наклона мгновенно происходит, скорость этого процесса в SoftPlus регулируется параметром W^1 . Кроме того, встроенная константа в SoftPlus тоже позволяет эффективно решить эту проблему.

Направления дальнейшего развития исследования

Полученные результаты для одномерных задач и однослойных нейронных сетей не означают аналогичного улучшения в многомерном случае – это составляет основное направление дальнейших экспериментов.

В многомерных задачах используем формулу $|d_i^k| = |a_i^k / \|\vec{w}_i^k\||$ расстояния от вектора \vec{o}^{k-1} до гиперплоскости S_i^k для корректировки b_i^k для смещения её расположения к центру области C_i^k . В многослойных моделях градиентное обновление применяется ко всем весовым матрицам, а картирование смещения по закону (4) – ко всем слоям, кроме последнего.

Список литературы:

1. Choromanska A. [et al.]. The Loss Surfaces of Multilayer Networks // 2014. arXiv:1412.0233. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1412.0233>
2. Jakub C., Nica M. Depth Degeneracy in Neural Networks: Vanishing Angles in Fully Connected ReLU Networks on Initialization // Journal of Machine Learning Research. 2024. Vol. 25. Issue 239. Pp. 1–45.
3. Sokolov S., Smolin V., Podoprosvetov A. Separate Adjustment of Linear and Nonlinear Parameters in Neural Network Training // OpenReview. 2025.
4. Duvenaud D., Rippel O., Adams R., Ghahramani Z. Avoiding pathologies in very deep networks // Proceedings of the Seventeenth International Conference on Artificial Intelligence and Statistics. 2014. Vol. 33. Pp. 202–210.
5. Otache M.Y. [et al.]. Effects of Model Structural Complexity and Data Pre-Processing on Artificial Neural Network (ANN) Forecast Performance for Hydrological Process Modelling // Open Journal of Modern Hydrology. 2021. Vol. 11. Pp. 1–18. <https://doi.org/10.4236/ojmh.2021.111001>
6. Awais M., Iqbal M.T.B., Bae S.H. Revisiting Internal Covariate Shift for Batch Normalization // IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems. 2020. Vol. 32. Issue 11. Pp. 5082–5092. <https://doi.org/10.1109/tnnls.2020.3026784>
7. Kohonen, T. Self-Organized Formation of Topologically Correct Feature Maps // Biological Cybernetics. 1982. Vol 43. Issue 1. Pp. 59–69. <https://doi.org/10.1007/bf00337288>
8. Hammad M.M. Deep Learning Activation Functions: Fixed-Shape, Parametric, Adaptive, Stochastic, Miscellaneous, Non-Standard, Ensemble // CoRR. 2024. Vol. abs/2407.11090.

АНАЛИЗ АКТИВНОСТИ ГОЛОВНОГО МОЗГА С ПОМОЩЬЮ ГИБРИДНОЙ СИСТЕМЫ ЭЭГ+FNIRS И ОБЪЯСНИМОГО ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

Д.В. Фаевский

ИИМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

d.faevsky@gmail.com

Современная нейронаука, клиническая медицина и разработка интерфейсов «мозг-компьютер» в значительной степени опираются на анализ мозговой активности. Такой анализ позволяет глубже изучать когнитивные процессы, диагностировать неврологические расстройства и создавать инновационные системы взаимодействия человека с техникой.

В настоящее время наиболее распространёнными технологиями мониторинга в интерфейсах «мозг-компьютер» являются электроэнцефалография (ЭЭГ), функциональная магнитно-резонансная томография (фМРТ), магнитоэнцефалография (МЭГ) и функциональная спектроскопия в ближнем инфракрасном диапазоне (fNIRS). Каждая из этих технологий имеет свои преимущества и ограничения. Объединение нескольких методов мониторинга обеспечивает новый мультимодальный подход, который сочетает преимущества каждой технологии и позволяет преодолеть их ограничения. Гибридная система ЭЭГ-fNIRS представляет собой один из наиболее доступных и неинвазивных подходов к обработке данных, что расширяет возможности существующих приложений в интерфейсах «мозг-компьютер».

Однако каждая из используемых модальностей (ЭЭГ/fNIRS) имеет свои преимущества и недостатки. Например, электроэнцефалография (ЭЭГ) обеспечивает высокое временное разрешение, но обладает низкой пространственной точностью, тогда как fNIRS фиксирует гемодинамические изменения с лучшим пространственным разрешением, но уступает в скорости регистрации. Комбинация этих методов открывает путь к мультимодальному анализу, объединяющему электрическую активность нейронов и связанные с метаболизмом гемодинамические процессы, что повышает точность и глубину интерпретации данных.

Несмотря на перспективность мультимодальных систем, их внедрение сталкивается с серьёзными проблемами. Различия в природе сигналов fNIRS и ЭЭГ, а также их временных и пространственных характеристиках усложняют совместную обработку данных. Кроме того, алгоритмы искусственного интеллекта, применяемые для анализа, часто остаются «чёрными ящиками», что снижает доверие к результатам в критически важных областях, таких как медицина. Это определяет необходимость внедрения методов объяснимого искусственного интеллекта (ХАИ), способных раскрыть логику принятия решений моделями и обеспечить валидацию выводов на основе нейрофизиологических знаний.

Целью данного исследования является разработка гибридной модели для совместного анализа fNIRS и ЭЭГ, направленной на преодоление ограничений отдельных модальностей. Особый акцент сделан на интеграции методов ХАИ для интерпретации решений модели, что позволит не только повысить точность предсказаний, но и установить соответствие между выявленными паттернами активности мозга и известными нейрофизиологическими механизмами.

В качестве датасета в работе было использовано подмножество данных из открытого набора данных Open access dataset for simultaneous EEG and NIRS brain-computer interface (BCI) [1, 2], а именно та часть, в которой участникам была поставлена задача моторного воображения (Motor Imagery, MI). В выбранном подмножестве (датасет А) содержится информация о выполнении участниками тактильного моторного воображения (представление ощущения сжатия и разжатия руки, как будто участник держит мяч). На экране появлялась стрелка, указывающая на левую или правую сторону, что сигнализировало, какую руку нужно представлять. Задача выполнялась в течение 10 секунд, после чего следовал период отдыха (15–17 секунд). Каждая сессия включала 20 повторений (10 для левой и 10 для правой руки).

Для классификации двух состояний (представление правой и левой руки) использовалась сверточная нейронная сеть с долгой краткосрочной памятью (CNN-LSTM) – архитектура нейронной сети с временным распределением на основе данных fNIRS+ЭЭГ. Обработка данных включала фильтрацию ЭЭГ-сигналов с помощью низкочастотного фильтра Баттерворта 6-го порядка, а для fNIRS-данных выполнялось преобразование оптической плотности в изменения концентрации оксигемоглобина (HbO) и дезоксигемоглобина (HbR) с использованием модифицированного закона Бера–Ламберта с последующей аналогичной фильтрацией, маркировкой данных, устранением выбросов и нормализацией. Ключевым аспектом обработки стал выбор размера окна в 5 секунд с 20% перекрытием, что обусловлено задержкой гемодинамического ответа (0–9 секунд). Предложенная двухканальная архитектура нейросети с отдельными ветвями для обработки fNIRS (CNN/LSTM) и ЭЭГ (CNN/LSTM) продемонстрировала свою эффективность в классификации состояний моторного воображения по сравнению с унимодальным подходом.

Применение методов объяснимого искусственного интеллекта (ХАИ), таких как SHAP и LIME, позволило визуализировать важные временные окна для ЭЭГ и пространственные области для fNIRS, обеспечивая прозрачность принятия решений моделью. Такой подход не только повышает доверие к системе, но и открывает новые возможности для интерпретации нейрофизиологических механизмов моторного воображения, которые востребованы как в фундаментальных исследованиях, так и в клинической практике.

Список литературы:

1. Hwang H.-J., Mülle K.-R. Open Access Dataset for EEG+NIRS Single-Trial Classification // IEEE Trans. Neural Syst. Rehabil. Eng., online published.
2. Blankertz B. [et al.]. The Berlin Brain-Computer Interface: Non-Medical Uses of BCI Technology // Front Neuroscience. 2010. Vol. 4. Issue 198.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПЛАВАЮЩИХ ТЕЛ С ЛЕДОВЫМИ ОБРАЗОВАНИЯМИ РАЗРЫВНЫМ МЕТОДОМ ГАЛЁРКИНА

А.С. Фролов

МФТИ (НИУ), г. Долгопрудный

frolov.as@phystech.edu

Разрывный метод Галёркина успешно применялся для моделирования столкновений твердых тел со льдом [1]. В данной работе такой метод применяется для исследования продолжительного взаимодействия плавающих тел с ледовым полем. Рассматривается первоначальный удар о границу поля и последующее постепенное продавливание массы льда. Воздействие жидкой среды пока не учитывается.

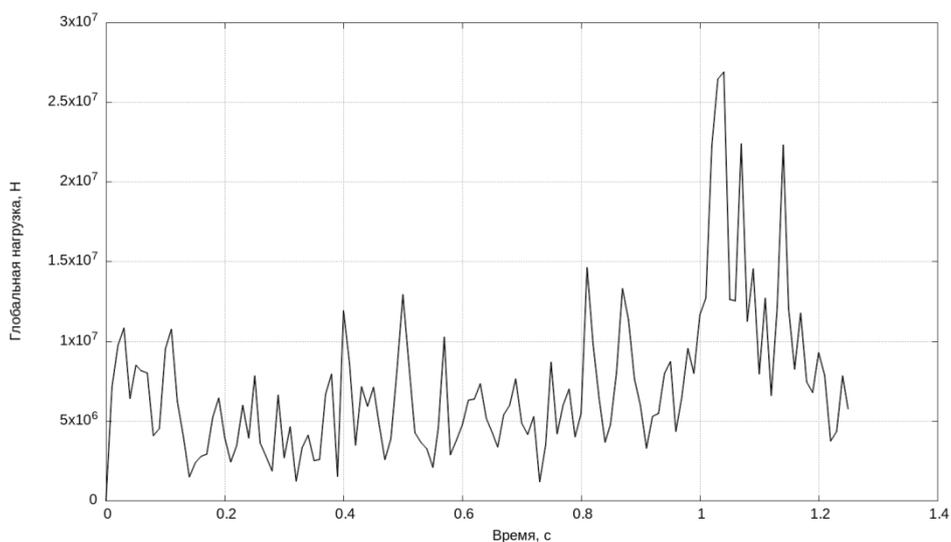
Для описания механических свойств льда используется модель упругопластичности Прандтля-Рейса с критерием текучести фон Мизеса [2]; разрушение материала учтено при помощи критериев на максимальные главные напряжения и максимальную пластическую деформацию. Во избежание построения численного метода для изначально нелинейной модели производится ее расщепление по различным физическим процессам – изначально решается линейный случай, а затем, при условии выполнения выбранного критерия текучести, производится перерасчет решения с учетом пластических эффектов и возвращением напряжений на поверхность текучести.

Разрывный метод Галёркина позволяет получить консервативную, hr-адаптивную (с возможностью локального увеличения порядка аппроксимации как по времени, так и по пространству) численную схему высокого порядка точности. Главные его недостатки – большая вычислительная сложность и появление осцилляций в разрывных решениях. Численные потоки между соседними ячейками расчетной сетки вычисляются из точного решения задачи Римана, что позволяет сохранить характеристические свойства и естественным образом задать граничные и контактные условия. В наших расчетах на боковой поверхности ледового поля задавались поглощающие граничные условия, все остальные границы – свободные. Контакты между внутренними ячейками тел – полное слипание, на поверхности динамического контакта между телами задавалось условие свободного скольжения.

В докладе представлен анализ распространения волн напряжений в массе льда после столкновения, а также общих качественных картин разрушения ледового поля. Суммарные нормальные напряжения на поверхности продавливающего тела используются для оценки величины сопротивления льда. На рис. 1 в качестве примера приведены состояние расчетной сетки через некоторое время после удара и график изменения силы сопротивления льда во времени.



(а)



(б)

Рис. 1. а) качественная картина разрушения льда; б) график зависимости глобальной нагрузки на корабль от времени.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект № 23-11-00035.

Список литературы:

1. Миряха В.А. Численное моделирование волновых и деформационных процессов в упругих и упруго–пластических средах разрывным методом Галеркина: дис. ... канд. физ–мат. наук. М., 2015.
2. Иванов В.Д., Кондауров В.И., Петров И.Б., Холодов А.С. Расчет динамического деформирования и разрушения упругопластических тел сеточно–характеристическими методами // Матем. Моделирование. 1990. Т. 2. № 11. С. 10–29.
3. Лобанов В.А. Моделирование льда в задачах с конечно–элементной постановкой // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2008. № 4. С. 10–29.

НЕЙРОСЕТЕВОЙ ПОДХОД К УСВОЕНИЮ ДАННЫХ О ПОЛНОМ ЭЛЕКТРОННОМ СОДЕРЖАНИИ В МОДЕЛИ ИОНОСФЕРЫ INM-IM

М.А. Хамикова

*МФТИ (НИУ), г. Долгопрудный
ИПП им. Е.К. Фёдорова РАН, г. Москва*

khamikova.ma@phystech.edu

В работе представлен новый подход к усвоению данных о полном электронном содержании для модели ионосферы INM-IM [1], основанный на применении нейронных сетей, обученных на модельных расчетах. Метод позволяет восстанавливать ключевые характеристики ионосферы, такие как широтное распределение максимальной электронной концентрации и высотные профили в данной пространственной точке. Работа ведется в рамках деятельности ИВМ РАН по созданию комплексных моделей Земной системы, включающих в качестве вычислительного блока ионосферный и термосферный. Проведено сравнение нейросетевого метода с вариационным подходом к усвоению данных [2], показана перспективность применения методов машинного обучения к задачам ионосферы. Рассматриваются первые результаты по решению задачи усвоения данных для двумерной диффузионной версии модели ионосферы INM-IM с одновременным управлением как по правой части, так и по начальным данным с дополнительным разбиением временного интервала на подотрезки.

Рассматривается задача усвоения данных ТЕС для двумерной диффузионной версии модели ионосферы INM-IM. Основное динамическое уравнение модели описывает процессы фотоионизации, плазмохимии, амбиполярной диффузии вдоль силовых линий геомагнитного поля, а также гравитационного оседания. В качестве данных наблюдения для ассимиляции выступают интегралы от электронной концентрации n по заданным траекториям – прямолинейным отрезкам, соединяющим станцию на земной поверхности со спутником:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\partial}{\partial t} - \nabla(K\nabla(\cdot)) - \frac{\partial}{\partial z}(u \cdot (\cdot)) - \frac{\partial}{\partial y}(v \cos \varphi \cdot (\cdot)) + k \right) n + Tr(n) = P_0 + U \\ \int_{\Omega_k} n(z, \varphi, t) a \cos \varphi d\varphi dz = Tec(t). \end{array} \right.$$

В приведённых уравнениях n – электронная концентрация, P_0 – функция фотоионизации, k – коэффициент рекомбинации,

$$K = \begin{pmatrix} K_1^2 & -K_1 K_2 \\ -K_1 K_2 & K_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D \sin^2 I & D \sin I \cos I \cos \varphi \\ D \sin I \cos I \cos \varphi & D \cos^2 I \cos^2 \varphi \end{pmatrix}$$

– матрица эффективных коэффициентов диффузии, D – коэффициент диффузии, $I = \arctan 2 \operatorname{tg} \varphi$ – угол магнитного наклона, u, v – эффективные скорости, связанные с процессами гравитационного оседания.

Нейросетевой подход к решению задачи вводится с целью оптимизации времени работы усвоения данных о ТЕС по сравнению с вариационным алгоритмом, расчет по которому является вычислительно сложной задачей. В качестве архитектуры выбран многослойный перцептрон (MLP), входной слой которого соответствует размерности данных о полном электронном содержании, а выходной — восстанавливаемым параметрам ионосферы. Обучение проводится методом стохастического градиентного спуска (SGD) с функцией потерь L_1 с весами, позволяющей учесть различные точки сетки с разными приоритетами.

Проведены численные эксперименты по обучению нейронной сети на модельных данных, полученных с помощью результатов расчета модели INM-IM в двумерной диффузионной постановке и полной трехмерной постановке INM-IM, учитывающей трехмерный адвективный перенос нейтральным ветром и электромагнитным дрейфом. Результаты показывают высокую точность восстановления нейросетью ключевых характеристик поля электронной концентрации. В работе приведены результаты для вычисления широтного распределения максимума электронной плотности по высоте, вертикальных ПЭС по данным об интегралах по наклонным прямолинейным траекториям, а также высотного профиля электронной плотности на заданной широте.

На графиках (рис. 1) приведены примеры предсказаний с помощью нейросети с наибольшей и наименьшей ошибкой. Результаты показывают, что усвоение данных оказывается наиболее точным в дневные часы, но дает несколько худший результат в ночное время и при переходах с ночного на дневной режим. Ситуация достаточно типична для восстановления всех трёх типов данных (вертикального ТЕС, максимума электронной концентрации и высотного профиля).

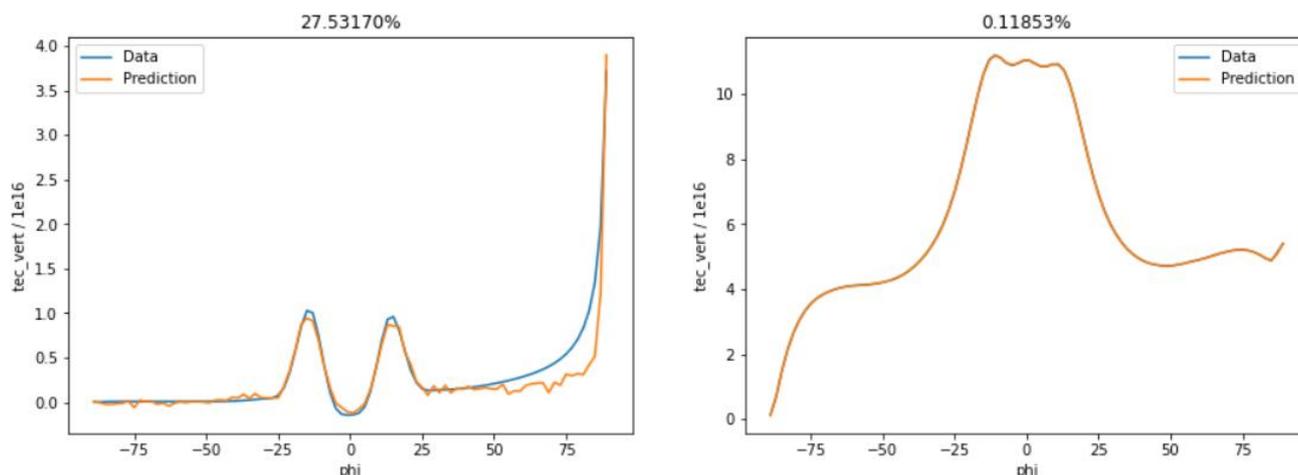


Рис. 1. Худшее и лучшее предсказание распределения вертикальных ТЕС по широте $tec_{vert}(\varphi)$. На графиках представлено искомое распределение (синяя линия), а также предсказанное нейросетью (оранжевая линия). Над графиками указана относительная ошибка в L_1 норме.

Список литературы:

1. Kulyamin D.V., Ostanin P.A., Dymnikov V.P. INM-IM: INM RAS Earth ionosphere F region dynamical model // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. 2022. Vol. 37. Issue 6. Pp. 349–362.
<https://doi.org/10.1515/rnam-2022-0028>
2. Дымников В.П., Кулямин Д.В., Останин П.А., Шутяев В.П. Усвоение данных для двумерного уравнения амбиполярной диффузии в модели ионосферы земли // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2023. Т. 63. № 5. С. 803–826.
<https://doi.org/10.31857/S0044466923050101>.

УДЕРЖАНИЕ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА НИЗКОЙ ПОЛЯРНОЙ ОКОЛОЛУННОЙ ОРБИТЕ

А.Ю. Царегородцев

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

tsaregorodtsevandrej@yandex.ru

Исследование и освоение Луны находится в центре внимания мирового научного сообщества. В частности, в ближайшие годы планируется запуск отечественного орбитального аппарата «Луна-Ресурс-1 ОА» на низкую полярную окололунную орбиту (50-80 км) для проведения дистанционного зондирования лунной поверхности в течение года. Поддержание высоты низкой орбиты космического аппарата (КА) сопряжено с существенными трудностями из-за несферичности гравитационного поля Луны. Неоднородности гравитационного поля приводят к значительным возмущениям орбиты, что может вывести КА за пределы требуемого коридора высот, критичного для корректной работы аппаратуры дистанционного зондирования. В связи с этим разработка эффективных алгоритмов поддержания низкой окололунной орбиты является актуальной задачей.

Без поддержания орбиты КА, выведенный на круговую окололунную орбиту высотой 65 км, выйдет за пределы рассматриваемого коридора высот (от 50 до 80 км) через 25 суток и столкнется с поверхностью Луны примерно через 85 суток из-за возмущений, вызванных несферичностью гравитационного поля Луны. Ограничение на высоту КА в заданном коридоре (50-80 км) эквивалентно ограничению на максимальное значение эксцентриситета орбиты, поскольку большая полуось орбиты является известной величиной и равна сумме радиуса Луны и номинальной высоты орбиты. На рис. 1 представлен график эволюции эксцентриситета и аргумента перицентра, полученный в результате численного моделирования эволюции круговой орбиты КА на 4 периода обращения Луны.

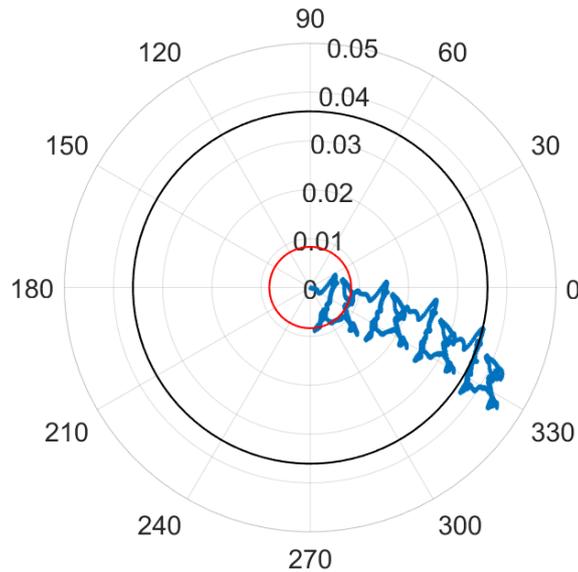


Рис. 1. График эволюции эксцентриситета и аргумента перицентра.

На графике прослеживается периодичность эволюции эксцентриситета и аргумента перицентра, формирующая повторяющиеся кривые с периодом, равным периоду обращения Луны. Из этого следует, что вид графика эволюции эксцентриситета и аргумента перицентра, построенного на период обращения Луны, будет одинаковым для любых начальных значений этих элементов орбиты при значениях эксцентриситета, близких к нулю.

Отметим также, что фазовая траектория $e-w$ может удовлетворять ограничению на максимальный эксцентриситет только на одном периоде обращения Луны, поэтому коррекции необходимо проводить не реже чем раз в период.

Свойство схожести фазовых траекторий можно использовать для построения эффективных алгоритмов поддержания орбиты, как показано в работах [1–3]. Предлагается выбрать любые начальные условия (например, нулевой эксцентриситет) и, численно проинтегрировав уравнения движения КА, построить график эволюции $e-w$ на 27.4 суток. Далее по точкам полученной траектории можно построить минимальную охватывающую окружность [4], и переместить её центр в полюс полярной системы координат (рис. 3).

Переместив начальные условия вместе с центром минимальной охватывающей окружности, получим скорректированные начальные условия, на основе которых вновь рассчитывается траектория $e-w$. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока смещение центра охватывающей окружности не станет пренебрежимо малым. В результате находятся оптимальные значения эксцентриситета и аргумента перицентра, минимизирующие отклонения высоты КА в течение лунного месяца.

Отметим также, что вид траектории $e-w$ зависит от начального значения долготы восходящего узла (ДВУ) во вращающейся системе координат, связанной с фигурой Луны. По этой причине задача поиска оптимальной для поддержания орбиты сводится к поиску оптимального начального значения ДВУ.

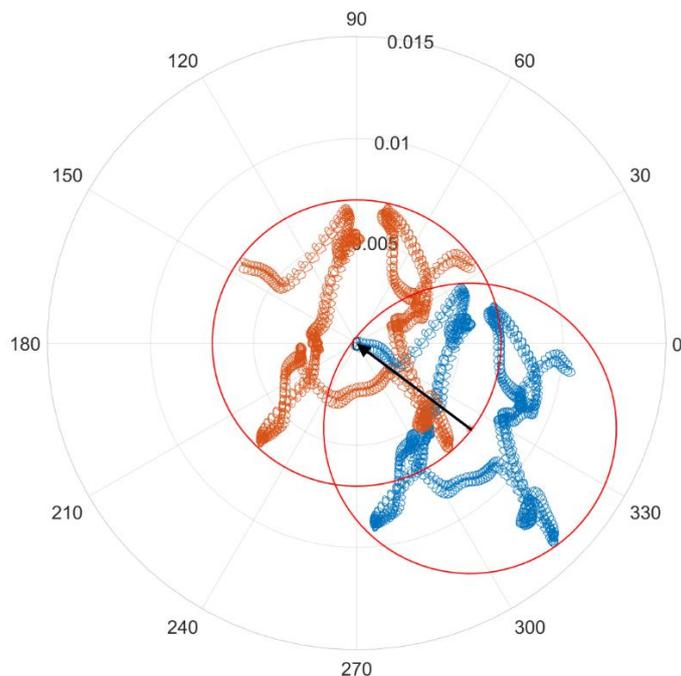


Рис. 2. Итерация алгоритма.

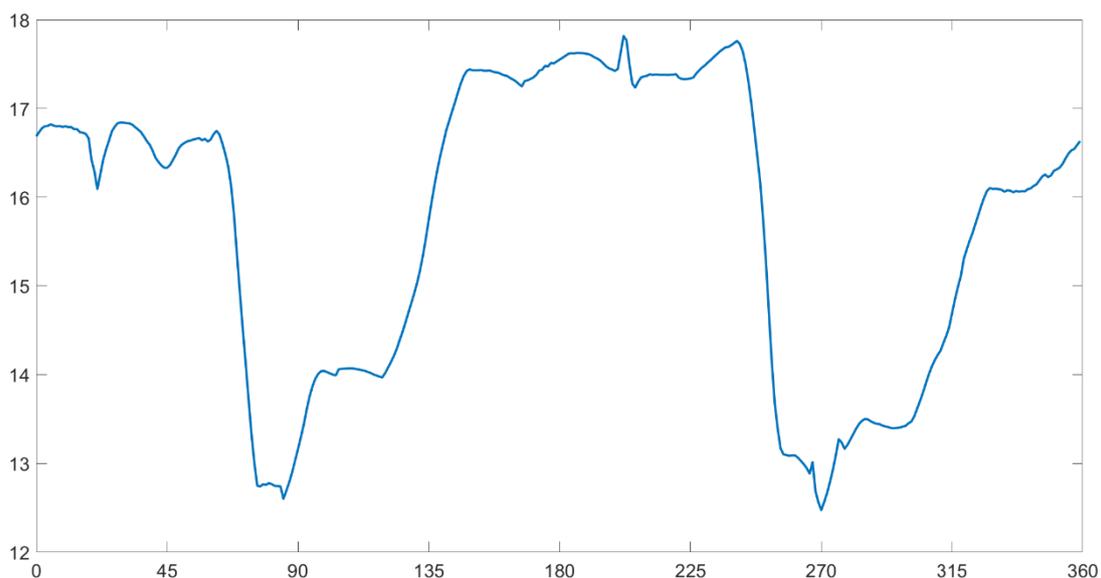


Рис. 3. Зависимость максимальных отклонений высоты КА от середины коридора высот в зависимости от начального значения ДВУ.

Для ДВУ от 0 до 359 градусов с шагом в 1 градус найдены оптимальные начальные значения эксцентриситета и аргумента перицентра, построен график максимальных отклонений высоты КА от середины рассматриваемого коридора высот в зависимости от начального значения ДВУ (рис. 3).

Наибольший интерес представляют ДВУ около 90 и 270 градусов, так как для них максимальное отклонение минимально и равно примерно 12.5 км. Эти ДВУ соответствуют случаю, когда плоскость орбиты КА в начальный момент времени перпендикулярна направлению на Землю. Из этого следует, что во время коррекции орбита так же будет перпендикулярна направлению на Землю,

а наблюдаемость КА будет ограничена только расположением наземных станций.

Отметим, что на момент выведения КА на окололунную орбиту может оказаться, что ДВУ промежуточной орбиты не равна 90 или 270 градусам. В таком случае можно вывести КА на ту часть оптимальной фазовой траектории, которая соответствует текущему значению ДВУ.

Для поддержания орбиты в заданном коридоре высот предлагается в конце периода обращения Луны совершить манёвр перехода из конечной точки фазовой траектории $e-w$ в начальную. Параметры манёвров при этом предлагается рассчитывать с использованием численно-аналитической методики, описанной в [5].

Проведено моделирование поддержания орбиты в течение года для двух начальных значений ДВУ – 85 и 270 градусов. Результаты приведены в таблице 1, в первом столбце указан номер коррекции, во втором и четвертом – затраты характеристической скорости для коррекции на орбитах с начальной ДВУ 85 и 270 градусов соответственно, в третьем и пятом – максимальное отклонение высоты от середины коридора высот на двух рассматриваемых орбитах. Суммарные затраты на проведение коррекций за год и максимальные отклонения от середины коридора высот на рассматриваемых орбитах отличаются лишь на несколько процентов.

Таблица 1: Параметры поддержания орбит.

Номер коррекции	ДВУ 85 градусов		ДВУ 270 градусов	
	Δv , м/с	max Δh , км	Δv , м/с	max Δh , км
1	9.11	12.73	9.14	12.78
2	8.94	12.67	9.13	12.80
3	9.04	12.76	8.98	12.74
4	9.01	12.85	9.13	12.75
5	8.88	12.78	9.12	12.75
6	8.98	12.88	8.96	12.66
7	8.96	12.94	9.09	12.68
8	8.84	12.86	9.09	12.70
9	8.94	12.95	9.08	12.72
10	8.91	13.02	8.93	12.65
11	8.78	12.96	9.08	12.67
12	8.88	13.04	9.07	12.67
13	8.86	13.09	8.90	12.60

Список литературы:

1. Beckman M., Lamb R. Stationkeeping for the Lunar Reconnaissance Orbiter (LRO) // Proceedings of the 20th International Symposium on Space Flight Dynamics. 2007.
2. Matsumoto S., Ogawa M., Kawakatsu Y., Konishi H., Ikeda H., Terada H., Tanaka K., Kato T., Otani K., Kamikawa E., Ikegami S. Flight Results of Selenological and Engineering Explorer «KAGUYA» on Lunar Orbit. 2009.
3. Davis D.C., Whitley R.J. Enhanced Stationkeeping Maneuver Control Technique for Delta-V Cost Reduction in the Korea Pathfinder Lunar Orbiter // Proceedings of the AAS Astrodynamics Specialists Conference. 2018.
4. Welzl E. Smallest enclosing disks (balls and ellipsoids) // New Results and New Trends in Computer Science. Lecture Notes in Computer Science. 1991. Vol. 555. Pp. 359–370.
5. Баранов А.А. Маневрирование космических аппаратов в окрестности круговой орбиты / А.А. Баранов. – Москва: Изд-во «Спутник+», 2016. 512 с.

АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

А			К			Р		
Агеев А.В.	10		Кислинский Е.К.	75		Радченко Е.Н.	112	
Агрелов Н.И.	14		Клюев Н.А.	79		Романюха А.А.	114	
Амосова Е.В.	17		Клюшнев Н.В.	80		Рыков Ю.Г.	80	
Антаков Ф.В.	18		Кобец К.Д.	75				
Аронов П.С.	21		Козелков А.С.	50, 81		С		
Аушев В.М.	23		Константиновская Т.В.	38		Савенков Е.Б.	27, 30,	
			Корнев С.А.	75			61, 62,	
Б			Корнеев К.Р.	82			63, 65,	
Бай А.А.	25		Котов М.А.	86			66, 118	
Балашов В.А.	27, 30		Кочурова И.Д.	87		Сапожников В.А.	58	
Беляева Ю.О.	31		Кувшинников А.Е.	91		Саразов А.В.	50	
Березин А.В.	32		Кузин С.А.	42		Семенов Н.А.	62	
Богуславский А.А.	10		Курулин В.В.	81		Се Хайхао	119, 123	
Бондаренко В.И.	35					Смолин В.С.	119, 123	
Борисов В.Е.	38, 40		Л			Соколов С.М.	10	
Бочев М.А.	30		Ладонкина М.Е.	87, 93		Степанова Е.В.	46	
Бурский В.П.	31		Ливенец З.Д.	97		Стёпин Е.В.	101	
			Луговский А.Ю.	97				
В			Луцкий А.Е.	38, 40		Ф		
Волков А.И.	42		Лямцев О.А.	98		Фаевский Д.В.	127	
Волков Л.С.	44					Фахурдинов И.А.	30	
Воронов М.А.	46		М			Финенко Н.А.	118	
			Майфет М.Е.	61		Фирсов А.А.	44	
Г			Макаров Г.Р.	69		Фролов А.С.	129	
Галанов Н.Г.	50		Максимова А.Ю.	35, 75,				
Гойман Г.С.	51			98		Х		
Голубев В.И.	52		Мирзоева Я.Р.	101		Хамикова М.А.	131	
Григорьев С.К.	25		Мухачев Б.О.	69		Ханхасаева Я.В.	40	
Гусев А.О.	21, 56					Хаоюй Шэн	119, 123	
Гусева Е.К.	52		Н			Хохлов Н.И.	14	
			Никитенко Д.В.	75				
Д						Ц		
Долотин М.В.	42		О			Царегородцев А.Ю.	133	
Дубень А.П.	58		Останин П.А.	102				
						Ч		
Е			П			Червяков Н.М.	114	
Еленина Т.Г.	61, 62		Пигусов Е.А.	42		Чернядьев И.В.	98	
Елисеев В.О.	35		Петров И.Б.	52		Чжан Хаочэнь	93	
Ермаков И.М.	63		Плыгунова К.С.	81		Чугайнова А.П.	108	
			Повещенко Ю.А.	93				
Ж			Погодин П.В.	105		Ш		
Жук Т.С.	46		Полехина Р.Р.	63, 108		Шашкин В.В.	51	
Жуковский А.Д.	65		Пономарев А.С.	66				
			Попов А.П.	109				
З			Порошин Б.А.	111				
Зипунова Е.В.	66		Проказюк С.Ю.	17				
И								
Иванов Д.С.	69							
Исаева А.В.	71							