

ВВЕДЕНИЕ

Процесс развития человечества ранее был объектом внимания преимущественно истории. Однако, становясь все более стремительным и глобальным, в XX веке он перешел в разряд текущих событий. На наших глазах происходит радикальное усложнение системы причинно-следственных связей, действующих в обществе, экономике, политике, культуре. Одновременно сокращаются времена срабатывания этих связей, что делает практически невозможным их отслеживание и воздействие на них. Это сулит человечеству значительное расширение спектра проблем, с которыми ему вскоре предстоит столкнуться. Довершает эту картину все возрастающая утрата преемственности, когда опыт, накопленный одним поколением, его привычки и стереотипы оказываются все в меньшей степени востребованными последующими поколениями.

По-видимому, история человечества, такая, какой она была на протяжении многих сотен и тысяч лет, близка к завершению. Как станет ясно из дальнейшего, всю предшествующую историю можно рассматривать как своего рода переходный процесс, который заканчивается в наши дни. В течение ближайших десятилетий сам феномен развития должен претерпеть радикальные изменения. Поэтому уместно оглянуться на тот путь, в конце которого мы, возможно, находимся, и попытаться заглянуть в будущее.

Для этого необходимо понять, что приводит в движение историю, выявить механизмы "главных" исторических процессов (и, вообще говоря, понять, что же является в истории главным). Если отрешиться от идеологических и религиозных догм, то единственное, что может претендовать на роль движущей пружины истории – это *рост численности человечества*. Просто потому что, вроде бы, больше нечему. Иными словами, нет никаких других *явных* претендентов на роль ключевой переменной в истории, т.е. достоверно измеримых величин, которые могли бы быть значимыми на всем ее протяжении. Разумеется, подобный "аргумент" нуждается в серьезном обосновании, т.е. в формулировке в виде полноценной теории – необходимо показать, каким именно образом демографические процессы "подчиняют" себе все прочие.

Настоящая работа представляет собой попытку создания базы *теоретической демографии*, которая, как нам кажется, должна стать существенной частью математической истории [1]. Излагаемый материал можно рассматривать как естественное развитие работ Сергея Петровича Капицы [1,2], посвященных анализу процесса роста народонаселения. В этих работах дано феноменологическое описание глобального демографического процесса и указано на его существенную нелинейность, однако на наш взгляд, в них не сформулированы принципиальные для теоретической демографии вопросы (хотя С.П. Капица вплотную подошел к ответу на некоторые из них). Следствием чего, в частности, явилась неверная интерпретация природы и параметров глобального демографического процесса.

Мы же, напротив, основное внимание уделим именно выявлению основных демографических механизмов и формализации базовых понятий теории. Настоящая работа построена следующим образом. Часть 1 посвящена анализу

имеющихся демографических данных и формулировке ключевых вопросов теории. В части 2 дается принципиальное объяснение закономерности роста численности человечества. Роль демографических процессов как двигателя истории раскрывается в части 3. Там же приводится теоретический расчет параметров роста численности человечества и обоснование периодизации Всемирной истории. Наконец, в части 4 объясняется природа демографического перехода, а также некоторых других исторических процессов и явлений.

1. ОБЗОР ДЕМОГРАФИЧЕСКИХ ДАННЫХ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Согласно данным палеодемографии зависимость численности человечества N от времени в течении более чем миллиона лет удовлетворительно описывается формулой

$$N(t) = \frac{C}{t_f - t}, \quad (1)$$

где $C \approx 2 \cdot 10^{11}$ чел.·год, а момент обострения¹ t_f , если экстраполировать формулу (1) в будущее, должен приходиться приблизительно на 2025 год.

Очевидная абсурдность такой экстраполяции означает, что в ближайшем будущем характер роста народонаселения должен кардинально измениться. И действительно, демографические процессы демонстрируют тенденцию к стабилизации численности населения в наиболее развитых странах. [1,2]

Гиперболическая зависимость (1) эквивалентна уравнению

$$\dot{N} = \frac{N^2}{C}, \quad (2)$$

которое было справедливо на протяжении всей человеческой истории вплоть до недавнего времени (примерно до 1965 г.). Несмотря на кажущуюся простоту, формула (2) нетривиальна и нуждается в трактовке и объяснении².

В работах [1,2] это делается при помощи гипотетического *информационного взаимодействия*, интенсивность которого пропорциональна количеству возможных контактов между людьми, т.е. N^2 . Однако природа этого взаимодействия остается не вполне понятной, поскольку нет никаких указаний, каким именно образом его наличие вообще приводит к росту численности челове-

¹ Процессы, характеристики которых неограниченно возрастают за конечное время, исследуются в теории режимов с обострением, построенной научной школой С.П. Курдюмова [3]. Демографические процессы с точки зрения этой теории рассматриваются в работах [4,5].

² Весьма распространенным является мнение, что квадратичная зависимость скорости от численности обусловлена парными отношениями мужчин и женщин, взаимодействующих наподобие молекул двух веществ при химической реакции, продуктом которой является рождение ребенка. Это, конечно же, недоразумение. Ведь в таком случае получается, что каждая женщина рождает детей в количестве пропорциональном полному числу мужчин, живущих на планете! Для поддержания таких темпов размножения репродуктивные возможности женщин должны были бы увеличиться на пять порядков за время существования человечества.

ства. Кроме того, довольно сложно представить себе способы обмена информацией, одинаково значимые для пещерного человека и обитателя Интернета.

Недостатки предложенного объяснения природы квадратичной зависимости скорости роста населения от его численности становятся еще более очевидными, если, как это предлагает С.П. Капица, переписать уравнение (2) в виде

$$\frac{dN}{d(t/\tau)} = \left(\frac{N}{K}\right)^2, \quad (3)$$

где t/τ – безразмерное время (в качестве τ выбрано условное поколение, равное 45 годам), а $K = (C/\tau)^{1/2} \approx 67 \cdot 10^3$ – основной параметр описания динамики роста, имеющий не вполне понятную размерность и определяющий «эффективный размер группы, в которой проявляются коллективные признаки сообщества людей. Таким может быть оптимальный масштаб города или района большого города, как правило, обладающего системной самодостаточностью». [1,2]

При этом уравнение (3), на наш взгляд, может быть проинтерпретировано единственным образом: рост численности человечества определяется парным взаимодействием городов!³ Явственно присутствующий в этом положении элемент мистики обусловлен совершенно искусственным выделением одного из уровней иерархии организации общества. Людские объединения в высшей степени масштабируемы и способны к самодостаточному существованию при численности как в десятки, так и миллионы человек. Таким образом, расщепление величины C на две константы K и τ является ошибочным и вызвано отсутствием понимания физического смысла выражения, стоящего в правой части уравнения (2).

Необходимо также учитывать, что для взаимодействия групп по K человек, по крайней мере, необходимо, чтобы они существовали. А поселения, насчитывавшие $\sim 10^5$ обитателей, появились не ранее, чем десять-двадцать тысяч лет назад. Таким образом, время их существования составляет менее одного процента от всей истории человечества.

Но все же главная проблема предложенного в работах [1,2] описания состоит в принципиальной невозможности объяснить явление *демографического перехода*, т.е. стабилизации численности населения планеты при приближении t к t_f . Согласно трактовке С.П. Капицы, демографический переход происходит, когда прирост численности человечества за одно поколение становится сравнимым с числом уже живущих людей. Тогда информационное взаимодействие не успевает подстраиваться под столь стремительные изменения. Однако, как легко понять, при этом рост населения должен вовсе не остановиться, как это происходит в действительности, а лишь замедлиться, ведь уже установившееся информационное взаимодействие (если оно существует) никуда не девается. Даже в случае полного прекращения его развития при некоторой численности населения уравнение роста (2) должно перейти в мальтузианское уравнение

³ Фактически С.П. Капица это признает, интерпретируя параметр K как «определяющий скорость роста за поколение, как результат бинарного взаимодействия групп по K человек в каждой» [2].

$$\dot{N} = \alpha N,$$

которому соответствует экспоненциальный рост величины N , а вовсе не стабилизация. Поэтому предложенное объяснение природы демографического перехода нельзя считать удовлетворительным.

Таким образом, анализ только эмпирических данных позволяет сформулировать два принципиальных вопроса, пока не имеющих удовлетворительных ответов:

1) какова природа квадратичной зависимости скорости роста человечества от его численности?

2) каков механизм стабилизации населения при демографическом переходе?

Учитывая цели, обозначенные в начале статьи, к ним следует добавить еще три:

3) чем определяется предел роста численности человечества?

4) как демографические процессы влияют на историю?

5) каковы основные отличия развития государства и этносов от развития человечества в целом?

2. ПРИРОДА КВАДРАТИЧНОГО РОСТА. ЧЕЛОВЕК РАЗУМНЫЙ

Обыкновенно при изучении популяционной динамики внимание преимущественно уделяется описанию колебательных режимов, связанных с наличием запаздывания при внутривидовой конкуренции и межвидовым взаимодействием типа хищник–жертва. Однако нас, в первую очередь, интересуют процессы, развивающиеся на временах, превышающих период подобных колебаний. Поэтому мы будем оперировать сглаженными зависимостями, что дает возможность существенно упростить анализ, исключив из него несущественные детали. Кроме того, использование осредненных величин позволяет не учитывать роль флуктуаций, а также отвлечься от рассмотрения возрастной структуры популяции.

С учетом сделанных замечаний динамику численности изолированной популяции можно описать уравнением

$$\dot{n} = kn, \tag{4}$$

где k – коэффициент роста. Его зависимость от n дается разложением

$$k(n) = k_0 - k_1 n - \dots \tag{5}$$

Здесь свободный член k_0 описывает рост популяции за счет преобладания рождаемости над смертностью, а линейный член $k_1 n$ учитывает эффект тесноты как число конкурентных столкновений конкретной особи с другими. Поскольку ограниченность доступных ресурсов приводит к увеличению смертности и сокращению рождаемости, этот член входит в формулу (5) со знаком "минус". Удерживать в разложении члены выше линейного нецелесообразно, так как величина n обычно не достигает значений, когда роль этих членов становится существенной.

Подставив разложения (5) в формулу (4), получаем

$$\dot{n} = k_0 n - k_1 n^2. \quad (6)$$

Уравнение (6) имеет устойчивую неподвижную точку $n^* = k_1/k_0$, что означает ограниченную возможность роста популяции.

В действительности численность популяций, конечно, не держится на постоянном уровне, а подвержена колебаниям (порой довольно сильным). Это связано с тем, что эффект тесноты действует не сразу, а с *запаздыванием* порядка времени смены поколений (см., например, главу IX книги [6]).

Для человека, однако, роль таких колебаний оказывается существенно меньше, чем для животных. Люди, будучи способными контролировать рождаемость, вырабатывают способы некоторого ее уменьшения (религиозные ограничения свободы сексуальных отношений, увеличение возраста совершеннолетия, необходимость уплаты калыма за невесту и т.п.). Это обычно позволяет "пригасить" колебания, не допуская в благоприятной обстановке слишком быстрого роста численности людей, который впоследствии мог бы привести к их массовой гибели из-за перенаселенности. И наоборот, если произошло резкое падение численности, вызванное форс-мажорными обстоятельствами, ее можно быстро восстановить, временно отбросив ограничения и подняв рождаемость до естественного уровня.

Наличие подобного демпфера является дополнительным доводом в пользу работы с усредненными характеристиками при описании динамики народонаселения. Тем не менее, необходимо иметь в виду, что механизмы стабилизации, основанные на уменьшении рождаемости, являются негибкими и возможны ситуации, когда они не срабатывают. С другой стороны, есть ситуации, когда эти механизмы начинают играть в демографических процессах решающую роль. Однако рассмотрение таких ситуаций мы отложим до части 4, а пока будем считать, что уменьшение рождаемости может быть адекватно учтено линейным членом формулы (5).

2.1. Человек – животное социальное.

Роль коллективного поведения

Постоянство средней численности популяций животных означает, что причину ускоряющегося роста численности человечества необходимо искать среди неучтенных пока факторов, которые специфичны для человека. Причем это не могут быть факторы, влияющие на уровень рождаемости, поскольку в нормальной ситуации он занижен и может восстанавливаться только при неприятностях. Единственное, что остается, – это уровень смертности. Оказывается, иногда он может уменьшаться при возрастании n , когда фактору тесноты противодействует фактор *взаимопомощи*, или *коллективного поведения*.

Выживать в одиночку обычно сложнее, чем в коллективе, члены которого могут при необходимости оказывать друг другу помощь. То есть, наличие коллективного поведения является фактором, уменьшающим смертность. В популяциях животных оно выражается в стайной охоте и миграции, совместной защите от хищников и заботе о потомстве. Для человека спектр форм взаимопо-

мощи становится много шире, пополняясь передачей накопленного опыта от стариков к молодым, обменом товарами и знаниями, а так же возможностью гибкой профессиональной специализации и разделения социальных функций членов популяции.

С учетом сказанного формула (5) принимает вид

$$k(n) = k_0 - k_1 n + h(n), \quad (7)$$

где член $h(n)$, который уместно назвать *коэффициентом взаимопомощи*, учитывает вклад коллективного поведения в уменьшение коэффициента смертности и, тем самым, в увеличение коэффициента роста.

Помощь ближнему является в равной степени делом каждого, поэтому коэффициент взаимопомощи можно в первом приближении считать пропорциональным численности популяции

$$h(n) = k_a n. \quad (8)$$

Подстановкой формул (7) и (8) в уравнение (4) получаем

$$\dot{n} = k_0 n + (k_a - k_1) n^2. \quad (9)$$

При этом, если взаимопомощь *эффективна*, т.е. если $k_a > k_1$, то в зависимости скорости роста от численности (9) квадратичный член имеет знак "плюс" и становится возможен нелинейный ускоряющийся рост популяции. На его начальном этапе линейный член в уравнении (9) может быть соизмерим по величине с квадратичным, однако затем последний быстро становится доминирующим.

Таким образом, мы приходим к следующему принципиальному выводу. ***Квадратичная зависимость скорости роста популяции от ее численности обусловлена тем, что остаются живы те, кто умер бы, не будь между ее членами эффективной взаимопомощи.***

Немедленно встает вопрос, почему такой закон роста не имеет места для популяций тех животных, которые демонстрируют ярко выраженное коллективное поведение? И здесь мы подходим к принципиальному различию между животными и человеком, которое имеет существенное значение для понимания роли демографических процессов в истории. Животные могут использовать лишь те схемы коллективного поведения, которые заложены в них генетически, на уровне инстинктов, тогда как люди способны вырабатывать новые способы совместных действий по мере роста своей численности.

Рассмотрим для примера ситуацию встречи человека с крупным хищником. Если человек один, то он, скорее всего, просто будет съеден. Однако если людей десяток, то часть из них разбежится и уцелеет, в то время как сотня уже сумеет отбиться. Для тысячи человек не составит проблемы организовать охрану своего поселения, а для десяти тысяч – сформировать отряды для охоты на зверя. Сто тысяч человек просто изведут всех его собратьев в округе, а если и не всех, то дойдя в численности до миллиона, переловят оставшихся для зверинца...

Таким образом, в зависимости от числа людей меняется их реакция на конкретную опасность и, что особенно важно, относительный уровень потерь от нее. Будь человек животным, описанная цепочка оборвалась бы где-то на десятке–сотне человек, а так ее легко можно продолжить вплоть до борьбы за сохранения несчастного зверька как вида (с занесением его в Красную книгу) и даже далее.

Описанное различие человека и животного схематично иллюстрирует рис. 1. По достижении популяцией животных определенной численности зависимость коэффициента взаимопомощи от численности насыщается и формула (8) перестает быть применима. При этом возможности дальнейшего уменьшения смертности с помощью коллективного поведения исчерпываются из-за отсутствия для него генетически запрограммированных схем, которые бы позволяли эффективно использовать всех имеющихся особей.

Отсутствие насыщения коэффициента взаимопомощи, присущее людям, можно рассматривать как *определение разума на уровне вида*. Основная (и единственная) задача любого биологического вида – продолжить себя в следующих поколениях. Человек справляется с этой задачей качественно лучше, чем животные, именно потому, что разумен.

Хотя появление вида *Homo Sapiens* (собственно, человек разумный) произошло существенно позже, чем начался квадратичный рост, зарождение разума правильнее отнести именно к моменту его начала, т.е. к моменту появления вида *Homo Habilis* (человек умелый). А появление *Homo Sapiens* – это, по видимому, лишь момент, когда численность некоторых человеческих популяций достигла таких величины, что никакие флуктуации уже не уменьшали ее до уровня, когда можно было бы обойтись только инстинктивными схемами коллективного поведения.

2.2. Человечество как целостная система. Распределение поселений по численности

Квадратичный закон роста был выше обоснован для изолированной популяции – племени, поселения, города. Между тем, уравнение (2) применимо лишь к полной численности человечества. Простейшим способом обобщить полученные результаты на все человечество является суммирование по всем

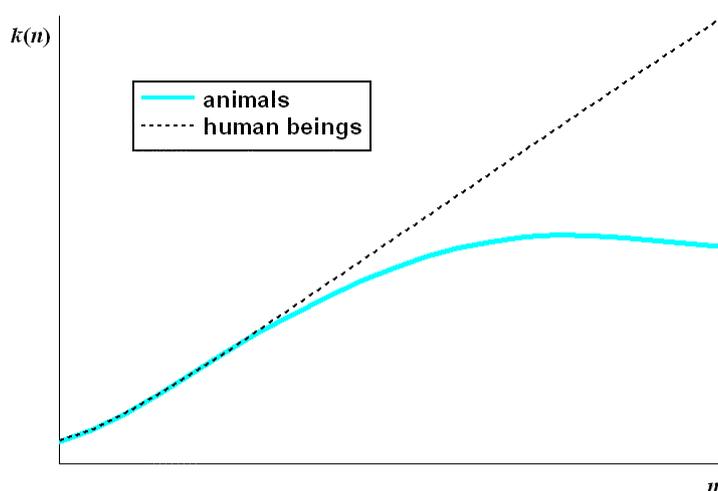


Рис. 1. Типичный вид зависимости коэффициента роста от численности популяции

Для популяций животных вклад взаимопомощи в коэффициент роста растет лишь до определенной численности, а потом эффективность взаимопомощи начинает уменьшаться. Для людей взаимопомощь одинаково эффективна при любой численности.

поселениям в предположении их независимости. Для этого необходимо знать распределение поселений по численности.

Обыкновенно подобные распределения рассматриваются только для сложившихся систем расселения, удовлетворительно описываемые гиперболической зависимостью ранг–размер⁴ $r \sim 1/n$ [7]. Это означает степенной вид плотности вероятности $u(n) \sim n^{-2}$ (см. формулу (34)). Такое распределение не является нормируемым ни слева, ни справа. Поэтому мы введем обрезание, считая $u(n) \equiv 0$ при $n < n_0$ и $n > n_1 \gg n_0$, с учетом чего распределение поселений по численности запишется как

$$u(n) = \frac{n_0}{n^2} \quad (10)$$

при $n_0 < n < n_1$ и $u(n) \equiv 0$ в противном случае. Здесь необходимо подчеркнуть, что отсечки n_0 и n_1 являются эффективными величинами, т.е. призваны учесть отклонение реального распределения поселений от степенного вида (10) в области очень малых или очень больших значений n и не имеют самостоятельного смысла.

Примечательным обстоятельством, обнаруженным С.П. Капицей, является то, что гиперболическая зависимость ранг–размер (а значит, и распределение (10)) существенно лучше описывает человечество в целом, нежели отдельные страны (для которых один или несколько крупнейших городов часто оказываются "слишком велики" и выпадают из общей зависимости) [1,2]. Это можно проинтерпретировать как свидетельство целостности человечества, которое не может быть сведено к набору систем расселения.

С другой стороны, это может быть обусловлено фактическим усреднением по системам расселения, находящимся в разных фазах развития, в которых они по разному отклоняются от формулы (10). Для выбора между этими возможностями необходимо увязать статистику поселений с их динамикой.

Рассмотрим ансамбль поселений, численности которых n_i растут независимо, но по общему для всех закону

$$\dot{n}_i = f(t, n_i). \quad (11)$$

Если бы не происходило образования новых поселений, то плотность вероятности $u(n, t)$ подчинялась уравнению неразрывности

$$u_t + (fu)_n = 0,$$

действие которого выражается в сносе и деформации профиля функции u по формуле

$$\delta u = u_t \delta t = -(fu)_n \delta t. \quad (12)$$

⁴ Под рангом поселения понимается его номер в списке поселений, упорядоченном по убыванию их численности.

Однако новые маленькие поселения образуются все время, что приводит к равномерному уменьшению амплитуды u из-за условия нормировки по формуле

$$\frac{\delta u}{u} = \frac{\delta m}{m} = \frac{\dot{m}}{m} \delta t, \quad (13)$$

где число поселений $m(t)$ есть некая функция времени.

Для существования стационарной плотности вероятности $u(n)$, необходимо чтобы эти процессы взаимно уравнивались. Сочетание формул (12) и (13) дает уравнение

$$\frac{-(fu)_n}{u} = \frac{\dot{m}}{m},$$

решение которого при $u(n) \sim n^{-2}$ имеет вид

$$f(t, n) = \frac{\dot{m}}{m} \cdot n + g(t) \cdot n^2,$$

где $g(t)$ – произвольная функция времени.

Таким образом, общий вид закона роста поселений, совместимый с распределением (10), дается уравнением

$$\dot{n} = \frac{\dot{m}}{m} \cdot n + g \cdot n^2, \quad (14)$$

входящий в которое коэффициент g далее будет полагаться постоянным. Как было показано выше, он описывает преобладание в популяции эффекта взаимопомощи над эффектом тесноты. По этой причине нет оснований считать его зависящим от времени.

Отметим, что формирование распределения (10) всецело обусловлено линейным членом в правой части уравнения (14), который отвечает за баланс между появлением новых поселений и ростом уже существующих⁵. Квадратичный член в формуле (14), напротив, никакого вклада в формирование распределения не вносит. Его роль сводится к ускоренному (по сравнению с линейным членом) продвижению поселений вдоль по оси n и он будет одинаково действовать вне зависимости от вида функции $m(t)$, в т.ч. при $m \equiv \text{const}$ (т.е. когда новых поселений вообще не образуется).

Из сказанного следует, что между формулами (9) и (14) имеется качественное различие. В первой линейным членом можно пренебречь, в то время как во второй он является существенным. Уже одно это говорит о том, что человечество не сводится к набору независимых поселений, однако это свидетельство не единственное.

⁵ Строго говоря, хотя была обоснована необходимость именно такого вида уравнения (14) для получения распределения (10), пока что не доказана достаточность. Но поскольку ее обоснование не имеет непосредственного отношения к обсуждаемому вопросу, оно вынесено в приложение.

Просуммировав уравнение (11) по всем поселениям с учетом распределения (10), получаем

$$\dot{N} = \frac{\dot{m}}{m} \cdot N + g \cdot \frac{Nn_1}{\ln v}, \quad (15)$$

где введено обозначение $v = n_1/n_0$. Поделив формулы (14) и (15), соответственно, на n и N , вычтем из первого частного второе. Это дает нам уравнение

$$\frac{d \ln(n/N)}{dt} = g \cdot \left(n - \frac{n_1}{\ln v} \right),$$

которое описывает динамику доли поселения в общей численности человечества. Для поселений с $n < n_{\max}$, где

$$n_{\max} = \frac{n_1}{\ln v}, \quad (16)$$

эта величина должна уменьшаться со временем.

Однако, необходимо учитывать, что все приводимые рассуждения верны лишь в среднем, а для отдельного поселения в силу особо благоприятного стечения обстоятельств все может оказаться совсем не так и это поселение может вырасти до крупнейшего города мира⁶. Но все же и такой "противоестественный" рост имеет свой естественный предел – n не может превысить значения n_{\max} , поскольку в противном случае дальнейший рост n/N уже ничто не могло бы остановить. Таким образом, величина n_{\max} является предельной для населения города и при достижении ее все благоприятные обстоятельства, какова бы ни была их природа, должны прекратить действовать.

Следует оговориться, что крупнейший (т.е. отчетливо доминирующий по численности город) вовсе не обязан появляться (и такие города были далеко не во все моменты человеческой истории), но если он все же появляется, то его численность не может превышать n_{\max} .

Интерпретацию величины n_{\max} , заданной формулой (16), в качестве размера крупнейшего города, разумеется, нельзя считать удовлетворительно обоснованной, поскольку она получена при помощи нестрогих рассуждений о динамике поселений. Однако оценку размера крупнейшего города можно дать и из чисто статистических соображений.

Как было показано в работе [8], для адекватного описания объектов, имеющих степенное распределение вероятностей (к числу которых относятся и людские поселения), необходимы две статистических характеристики. Первая – математическое ожидание – определяет средний, т.е. типичный, размер объекта, не неся при этом практически никакой информации о крупных объектах,

⁶ Разумеется, для такого взлета одних только благоприятных случайностей не достаточно, поскольку они не могут происходить постоянно. Однако быстрый рост может оказаться в каком-то смысле самоподдерживающимся. Дело в том, что крупные (по меркам своей эпохи) города уже не подстраиваются под исторический и географический контекст, а в значительной мере определяют его.

порой превосходящих средний уровень по размеру на много порядков величины. Вторая – масштаб, – напротив, отражает характерный размер крупных объектов и нечувствительна к мелким. Масштаб определяется как среднее, взятое с весом, пропорциональным величине объекта, [8] и его значение для распределения (10)

$$Sc n = \frac{\langle n^2 \rangle}{\langle n \rangle} = \frac{n_1}{\ln v}$$

совпадает с оценкой (16), что можно рассматривать как косвенное свидетельство справедливости приведших к ней рассуждений.

На данном этапе уже можно делать количественные оценки. Для этого необходимо лишь определить вид функции $m(t)$. Разумным представляется предположение, что число новых поселений, основываемых за какой-то промежуток времени, пропорционально приросту полной численности населения, деленному на размер создаваемых поселений.

Новые поселения во многом копируют структуру и уклад уже существующих. Поэтому размер новых поселений должен быть пропорционален среднему размеру существующих на момент их появления поселений $\langle n \rangle = n_0 \ln v$. Следовательно,

$$\dot{m} = \varepsilon \frac{\dot{N}}{\langle n \rangle} = \varepsilon \frac{\dot{N}}{N} m. \quad (17)$$

Подстановка формул (16) и (17) в уравнение (15) дает следующее соотношение

$$\frac{\dot{N}}{N} = \frac{gn_{\max}}{(1-\varepsilon)},$$

сопоставление которого с уравнением (2) позволяет окончательно получить

$$\frac{N}{n_{\max}} = \frac{gC}{1-\varepsilon} = z. \quad (18)$$

Величину ε , определяющую долю людей, уходящих в новые поселения, по-видимому, нельзя считать не зависящей от времени. Однако в предположении, что $\varepsilon \ll 1$, справедливым на протяжении всей человеческой истории за исключением, возможно, кратковременных периодов массовой колонизации, влиянием изменений величины ε на значение z можно пренебречь. На основе чего можно сделать следующее любопытное заключение. Если на некотором этапе истории образуется *один доминирующий по численности город*, то *его размер должен быть пропорционален полной численности человечества*.

Если данное заключение верно, то оно служит неоспоримым доводом в пользу того, что человечество с демографической точки зрения являет целостной системой, а вовсе не суммой отдельных людских поселений. К сожалению, имеющиеся в нашем распоряжении историко-демографические данные недо-

статочны для надежного подтверждения формулы (18). Они лишь позволяют предположить, что она все же справедлива и что $z \approx 275 \pm 50$.

С.П. Капица в работе [2] приводит оценку стартовой численности человечества, данную французским археологом и палеоантропологом Ивом Коппенсом, согласно которому в начале палеолита оно состояло приблизительно из тысячи семей по сотне человек в каждой. Каков был разброс численности семей, сказать сложно, но можно предположить, что v было порядка $10^1 \div 10^2$ (большие значения просто бы "не поместились" в столь маленьком человечестве). Из формул (10) и (16) легко получить соотношение $z = m \cdot \ln^2 v / v$, которое с учетом сказанного дает $z \approx (2 \div 5) \cdot 10^2$. Это значение вполне удовлетворительно (особенно если учесть всю зыбкость экстраполяции формулы (10) на стада наших обезьяноподобных предков) согласуется с оценкой, полученной ранее на основе исторических данных. Найденное значение z позволяет при помощи формулы (18) оценить и величину $g \sim (1 \div 2) \cdot 10^{-9} \text{ чел.}^{-1} \cdot \text{год}^{-1}$.

3. ЖИЗНЕСБЕРЕГАЮЩИЕ ТЕХНОЛОГИИ КАК СУТЬ ЧЕЛОВЕЧЕСТВА

Как было показано выше, динамика народонаселения сложнее суммарной динамики отдельных племен (поселений, популяций) и не сводится к ней. Однако если до настоящего момента при анализе мы шли в направлении от частного к общему, то теперь попробуем сразу взяться за общее – взглянуть сразу на человечество в целом. И начнем с выяснения фактора, обеспечивающего эту целостность.

Чтобы различные отдельно проживающие племена могли составлять единое человечество, между ними должно быть какое-то взаимодействие. Однако люди сегодня, как и миллион лет назад, живут довольно обособленными общинами, занимаясь преимущественно своими делами и уделяя мало внимания внешнему миру. Таким образом, искомое взаимодействие должно быть очень мощным, чтобы преодолевать огромные пространства и людскую замкнутость, не затухая. Это означает, что его "переносчик" должен очень легко перемещаться, не расходуясь при взаимодействии.

Сформулированные требования сужают круг поиска практически до одного слова, и это слово – "технология". Будучи однажды созданными, технологии уже не утрачиваются, а их распространение и тиражирование обходится намного дешевле, чем создание.

Обратим внимание, что понятие "технология" здесь понимается предельно широко и включает в себя не только способы хозяйствования, но и государственное управление, воинское искусство, религиозные доктрины, средства коммуникаций, торговлю, медицину и вообще любые знания и навыки, которые могут быть использованы для спасения человека от смерти или продления его жизни. Такие знания предлагается именовать *жизнесперегающими технологиями*.

Для распространения технологий вовсе не нужно контактов каждого человека (или объединения людей) с каждым. Достаточно общения только с ближайшими соседями. При этом распространение технологий будет происходить лишь за счет *локальных контактов*, т.е. будет носить *перколяционный* характер.

Эта возможность принципиально отличает распространение технологий от информационного взаимодействия С.П. Капицы [1,2], которое требует *глобально-го парного взаимодействия*, тем самым *a priori* предполагая целостность человечества. Собственно говоря, превышение порога перколяции плотностью населения, способного использовать и передавать некоторое знание, можно рассматривать как определение того, что при данных условиях это знание является технологией.

Справедливости ради следует отметить, что для распространения "информации вообще" связи всех со всеми действительно необходимы. Дело в том, что "информация вообще" никому реально не нужна, точнее может быть нужна конкретному человеку (каждому своя), но вовсе не нужна человечеству. Поэтому, чтобы она достигла адресата, ее и передавать нужно либо адресно, либо широковещательно, но с большой мощностью. Жизнесперегающие технологии, напротив, являются общим делом и касаются всех. Поэтому и передавать их можно локально.

Кроме того, необходимо учитывать, что любая информация постепенно утрачивается (ни люди, ни материальные носители не вечны). И выжить во времени может только та информация, которая постоянно используется и обновляется, т.е. жизненно необходима.

3.1. Вывод квадратичного закона роста

Будем считать, что технологии распространяются много быстрее, чем образуются, и все человечества характеризуется единым технологическим уровнем. Несмотря на то, что технологический прогресс идет с постоянным ускорением, скорость распространения и освоения новых технологий также возрастает. Поэтому сделанное предположение выглядит довольно разумным. Вместе с тем оно, очевидно, неточно, ведь многие технологии держались в секрете и то, что у одних народов они уже были, а у других – еще нет, успевало оставить заметный след в истории. Тем не менее, разницей в технологическом развитии разных народов мы пока пренебрежем.

Чтобы дать количественное описание технологий как основы жизнеспережения, необходим способ, позволяющий их взвешивать. Практически невозможно корректно оценить весь массив существующих в тот или иной период технологий с учетом их взаимосвязи, людских навыков и стереотипов, климата, инфраструктуры и т.п. Поэтому представляется целесообразным исходно отказаться от попыток построить какую бы то ни было оценочную шкалу, а измерять уровень технологического развития единственно по числу жизней, которые он позволяет спасти, благо такой способ измерения является *естественным* для рассматриваемой задачи.

В этом смысле теоретической демографии повезло так же, как экономике, в которой есть свой естественный "скаляризатор" – деньги, – избавляющий нас от необходимости работать с матрицей взаимных меновых стоимостей различных товаров. Вместо этого можно использовать вектор цен. Точно так же и мы вместо вектора (или даже матрицы) технологий можем оперировать одним числом p , характеризующим их эффективность в плане жизнеспережения.

Разумеется здесь надо понимать, что, как заметил Станислав Лем «все, что можно использовать как оружие, будет использовано как оружие», т.е. любая технология, которая может спасти жизни, может и отнимать их. Причем это свойство не столько технологий, сколько свойство самого человека, недостатки которого являются продолжением его достоинств. Ведь даже простейшая помощь, для оказания которой подчас и не нужны никакие технологии, оказывается нами чаще и охотней ближнему, чем дальнему, что имеет простое эволюционное объяснение [9,10].

Помогая другому, особь часто ухудшает собственное положение, а иногда и рискует жизнью. Соответственно, гены, ответственные за коллективное поведение, взаимопомощь, альтруизм, жертвенность, повышая шансы на выживание популяции в целом, в то же время ухудшают шансы своего носителя. В такой ситуации эти гены могут сохраниться и распространиться по популяции только в том случае, когда особь преимущественно оказывает помощь тем, кто похож на нее, т.е. имеет гены, близкие к ее собственным.

А значит, должны существовать механизмы отделения "своих" от "чужих" – тех, кому нужно помогать, даже в ущерб собственному положению, от тех, за чей счет можно бы его и улучшить. Таким образом, ксенофобия и обычай кровной мести являются оборотной стороной любви к ближнему и заботы о родных. Для усредненного человека **биологически невозможно возлюбить дальнего**, однако **возможно создать технологическую среду, которая увеличит шансы каждого на выживание**.

Здесь только необходимо учитывать, что какой-то процент технологий неизбежно пойдет на решение прямо противоположной задачи. Однако, если считать что этот процент один и тот же для всех технологий, то это прискорбное обстоятельство можно учесть, внося мультипликативную поправку в коэффициенты уравнений или единицы измерения технологического уровня.

В части 2 предполагалась, что вклад в коэффициент роста, обусловленный взаимопомощью, зависит непосредственно от численности людей n . Здесь и далее мы будем считать его зависящим в первую очередь от уровня жизнеспасающих технологий p , что, безусловно, правильней, так как спасение людей – это дело, где берут не числом, а умением. Вклад, вносимый жизнеспасающими технологиями в коэффициент роста k пропорционален их уровню (как это прямо следует из его определения величины p).

Таким образом, на смену формуле (7) приходит разложение

$$k(n, p) = k_0 - k_1 n + h(n) + ap + \dots, \quad (19)$$

в котором отброшены члены вида $a_j n^j p$ с $j \geq 1$, а член $h(n)$ отвечает только за "животную" взаимопомощь, обусловленную инстинктами. Суммарной величиной трех первых членов разложения (19) по сравнению с четвертым можно пренебречь. В самом деле, если $p = 0$ (жизнеспасающих технологий нет), то средняя численность популяций должна быть постоянна, как это и имеет место у животных, т.е. $k = 0$. С учетом сказанного уравнение роста принимает вид

$$\dot{n} = apn. \quad (20)$$

Поскольку технологии создаются людьми на основе уже имеющихся технологий, скорость роста технологического уровня в первом приближении определяется произведением pn , т.е.

$$\dot{p} = \frac{pn}{C}, \quad (21)$$

где C – некий коэффициент пропорциональности.

В случае перехода от отдельного племени к состоящему из многих племен человечеству система (20)–(21) запишется как

$$\begin{cases} \dot{n}_i = apn_i \\ \dot{p} = \sum_i \frac{pn_i}{C} \end{cases} \quad (22)$$

Суммирование во втором уравнении означает, что каждое племя вносит независимый вклад в общий технологический уровень, пользуясь для этого, тем не менее, всеми технологическими достижениям человечества.

Вообще говоря, это не совсем так. Одна и та же технология может создаваться повторно в случае, когда политические или географические препятствия мешают ее свободному распространению. Однако, как отмечалось выше, это ситуация не очень типичная. Кроме того, если уровень дублирования технологий неизменен, то он вообще не сказывается на уравнениях, поскольку может быть учтен в коэффициенте C .

Система (22) существенно отличается от уравнения (9) той особенностью, что при суммировании по племенам получаются породившие эту систему уравнения (20)–(21), в которых n заменено на N . Это обстоятельство позволяет нам единообразно рассматривать динамику численности отдельного людского племени и целого человечества, не делая далее различия ни между ними, ни между применяемыми для их обозначения буквами.

Деля уравнение (20) на (21) и интегрируя частное, имеем

$$apC - n = \text{const}, \quad (23)$$

что в предположении нулевого технологического уровня при отсутствии людей дает нам соотношение

$$apC = n, \quad (24)$$

после подстановки которого в формулу (20), и получается уравнение (2), которое до этого, напомним, являлось результатом обобщения эмпирических данных.

Обратим внимание на следующий любопытный факт. Если уравнение (20) заменить на

$$\dot{n} = ap^\alpha n^\beta, \quad (25)$$

то уравнение (2) все равно получается из уравнений (21) и (25) при любых значениях α и β (кроме случая $\alpha = 2, \beta \neq 0$, дающего логарифмическую поправку). То есть, квадратичность роста "заключена" не столько в действии жизнесберегающих технологий, сколько в правилах их развития.

Данное обстоятельство позволяет с известной долей небрежности относиться к отброшенным в разложении (19) членам. В разных областях фазового пространства системы могут доминировать разные члены разложения. Однако до тех пор, пока доминирующий член работает "в плюс", т.е. способствует увеличению n , рост все равно будет квадратичным (хотя, возможно, и с иным коэффициентом пропорциональности).

3.2. Параметры роста

Развитый подход позволяет определить смысл и значения входящих в формулы (20) и (21) параметров, продолжительность развития человечества и его предельную численность. Единственное, что для этого необходимо знать – численность человечества n_s на момент его образования, т.е. на момент начала квадратичного роста.

Выше упоминалась антропологическая оценка $n_s \sim 10^5$ чел. Ее же можно получить и из общих соображений. Дело в том, что средняя численность видов, обитающих в сходных условиях, примерно обратно пропорциональна массе тел их представителей. Это, в общем-то, понятно, поскольку размер ниши, занимаемой каждым видом (т.е. суммарная масса особей, которых может прокормить эта ниша) должен зависеть лишь от региона обитания и способа питания, но не от массы тела. Для сравнимых с человеком по размеру видов эта зависимость дает указанную выше численность, которую должны были иметь и наши предки, пока были животными. [2]

Можно считать, что человек стал человеком в тот момент, когда имеющихся жизнесберегающих технологий стало хватать для спасения в среднем хотя бы одного человека за поколение (реже бессмысленно, поскольку иначе эффект будет затухать со временем). Таким образом, $an_s p_s \tau \sim 1$, где p_s – соответствующий численности n_s стартовый технологический уровень. С учетом формулы (24) это дает⁷

$$n_s^2 \tau \sim C \cdot 1. \quad (26)$$

С другой стороны, квадратичный рост должен прекратиться, когда уровень жизнесберегающих технологий достигнет своего естественного предела, обусловленного тем, что нельзя спасти людей больше, чем их всего есть. Напомним, что увеличение коэффициента роста происходит лишь за счет сокращения смертности. Поэтому на момент демографического перехода будет $ap_t \sim \Delta k$, где $\Delta k = d_s - d_t$ – уменьшение коэффициента смертности. Вновь вос-

⁷ Здесь и далее единица, обозначающая одного человека, сохранена в формулах, чтобы сделать более наглядной роль дискретности людской численности.

пользовавшись формулой (24), для численности человечества на момент демографического перехода имеем⁸

$$n_t \sim \Delta k \cdot C, \quad (27)$$

Из формул (26) и (27) получаем

$$n_t = n_s^2 / 1 \cdot \tau \Delta k.$$

Коэффициент смертности первобытного человека можно оценить как $d_s \approx 0,06 \text{ год}^{-1}$, основываясь на кривой дожития шимпанзе, являющейся нашим ближайшим родственником [9]. В то же время для современного человека в наиболее развитых странах $d_t \approx 0,01 \text{ год}^{-1}$, что, по-видимому, определяется биологическим пределом продолжительности человеческой жизни. Таким образом, $\Delta k \approx 0,05 \text{ год}^{-1}$. С учетом того, что длительность одного поколения $\tau \approx 20 \text{ лет}$, находим $\tau \Delta k \approx 1$. Откуда для численности человечества на момент демографического перехода получаем $n_t \approx n_s^2 / 1 \sim 10 \text{ млрд. чел.}$, что находится в удовлетворительном согласии с оценками демографов.

Тем самым мы приходим к принципиальному заключению, что **пределы роста численности человечества** (равно как и развития жизнесперегающих технологий) **определяются исключительно соотношением характерных биологических времен человека и размером популяции его диких предков**. И нет никакой связи пределов роста со способностью планеты обеспечивать ресурсами род человеческий.

Далее, из формулы (1) и (26) находим, что дата начала антропогенеза t_s отстоит от момента обострения на $T = t_f - t_s = \tau \cdot n_s / 1 \approx 2 \text{ млн. лет}$, что не противоречит антропологическим оценкам.

И наконец, обратим внимание на величину C . Она имеет размерность трудоемкости и ее смысл становится очевиден, если переписать формулу (21) в виде

$$\frac{dp}{p} = \frac{ndt}{C}.$$

Таким образом, C – не что иное, как количество трудозатрат, необходимое для увеличения технологического уровня в e раз в условиях постоянной людской численности. Величина C , которую дает формула (26), в точности совпадает с приведенным в части 1 значением, полученным из палеодемографических данных.

В заключение необходимо сказать несколько слов про точность полученных результатов. Столь хорошее их согласие с реальностью в известной мере случайно, поскольку все оценки проводились по порядку величины, тем более, что значение n_s известно нам с такой же погрешностью. Если исключить из формул стартовую численность человечества, получаются соотношения, кото-

⁸ Объяснение самого факта стабилизации численности населения будет дано в части 4, а пока мы рассматриваем его как данность.

рые, хотя и не позволяют все рассчитать, являются довольно любопытными сами по себе

$$T \sim \sqrt{\tau \cdot C/1},$$

$$n_t \sim (T/\tau)^2 \cdot \tau \Delta k \cdot 1 \sim (T/\tau)^2 \cdot 1.$$

Первое из них означает, что продолжительность человеческого развития не зависит от его начальной численности. Второе, – что предельная численность человечества напрямую связана с числом поколений, которые сменятся за время его развития.

Помимо неопределенности n_s , приводимые выкладки содержат еще один источник погрешностей – коэффициент d_t , значение которого влияет на Δk . Если бы при возникновении вида *Homo Sapiens* предельная продолжительность жизни наших предков не увеличилась вдвое, а осталась неизменной (50 лет [9]), мы бы имели $d_t \approx 0,02 \text{ год}^{-1}$ и, соответственно, $\Delta k \approx 0,04 \text{ год}^{-1}$. Если, напротив, люди когда-нибудь станут бессмертными и значение d_t упадет до нуля, то величина Δk возрастет лишь до $d_s \approx 0,06 \text{ год}^{-1}$. Таким образом, фактор изменения предельной продолжительности жизни вносит в оценки погрешность, не превосходящую 25%, что не является существенным.

3.3. Периодизация истории

Понимание смысла величины C позволяет построить теоретически обоснованную историческую периодизацию. Для этого надо лишь осознать, что мерой пути, пройденного человечеством, служат не годы и даже не суммарное число проживавших людей (как это предлагалось в работах [1,2]), а достигнутый ими технологический прогресс, т.е. вложенный людьми в развитие жизнесберегающих технологий труд. Поэтому историю и измерять надо в человеко-годах, используя величину C в качестве единицы измерения.

С учетом формулы (1) путь исторического развития, пройденный к моменту времени t , дается формулой

$$\Delta(t) = \int_{t_s}^t \frac{C}{t_f - t} dt = C \ln \frac{t_f - t_s}{t_f - t},$$

которая позволяет по-новому взглянуть на принятую периодизацию антропологии и истории.

Суммарные трудовозатраты, приходящиеся на нижний⁹ и средний палеолит¹⁰, составляют $4C$. В течении верхнего палеолита¹¹, а также синтетического

⁹ Нижний палеолит начался свыше 2 млн. лет назад. В его течении наши предки научились использовать огонь и изготавливать каменные орудия; у них появилась речь и возникла функциональная асимметрия тела; началось заселение Евразии. [9]

¹⁰ Средний палеолит, начавшийся около 130 тыс. лет назад, – время формирования вида *Homo Sapiens*, имеющего вдвое большую предельную продолжительность жизни по сравнению

периода¹², включающего мезолит, неолит и энеолит, наши предки наработали по 1С. Таким образом, человеку разумному, чтобы подойти к началу истории, потребовалось приложить вдвое меньше усилий, чем чтобы появиться как виду.

Периодизация собственно истории затруднена тем, что на четыре традиционно выделяемых исторических периода (историю древнего мира, историю средних веков, новую и новейшую истории) приходится общие трудозатраты, равные 5С. Если же исторический промежуток времени делить на пять периодов, то моменты их завершения приходится приблизительно на II-III век н.э., середину XIV века, 70-е годы XVIII века, 1929-30 гг. и 1990 г.

Сложно сказать, действительно ли такая периодизация лучше соответствует логике исторических событий, чем общепринятая (или, вообще, любая иная). Однако нельзя не отметить, что год Великого перелома и начала Великой депрессии, является много лучшим кандидатом на роль рубежа новой и новейшей историй, нежели пресловутый 1917 г., как это традиционно полагается.

Точно так же не вызывает протеста то, что конец новейшей истории и начало эпохи демографического перехода приходится на 1990 г., являющийся формальной датой крушения коммунистической системы.

Прочие же из приведенных дат увязать с конкретными эпохальными событиями не удастся. Однако особого смысла в этом и нет. Как нам представляется, рубежи эпох надо определять не по единичным знаковым событиям, а по набору событий, сходных по своей сути и служащих прологом следующей эпохи.

Все выписанные выше рубежи эпох определяют приблизительные моменты, когда реально начинают сказываться новые исторические тенденции, которые уходят своими корнями в не очень далекое прошлое, а в скором будущем должны привести к смене существующего уклада. Это моменты, когда пик расцвета текущего исторического периода остался уже позади и начинают появляться серьезные предвестники его конца.

В самом деле, хотя окончательно черту под новой историей подвела Вторая мировая война, звонок прозвенел именно в 1929 г., в то время как тенденции были заложены уже к 1914 г. На 20-30-е гг. помимо отмеченных выше приходится также такие переломные события как расцвет национально-освободительной борьбы в Индии, реформы в Турции и кризис Китая, завершившийся приходом к власти гоминдана и захватом Японией Манчжурии.

с его предками. К этому периоду относится использование огня для выжигания лесов и возникновение заботы о стариках, калеках и сиротах. [9]

¹¹ На верхний палеолит, начавшийся 35 и завершившийся 12 тыс. лет назад, приходится завершение ледникового периода. В течении верхнего палеолита появились начатки религии и торговли, произошло изобретение многих новых орудий, усложнение социальной организации.

¹² Этот период продолжался вплоть до конца 4-го – начала 3-го тысячелетия до н.э. К нему относятся такие вехи как изобретение лука и стрел, приручение собаки, переход к земледелию и скотоводству, появление глиняной посуды и медных орудий, возникновение прядения и ткачества.

Точно так же развитие христианства, интенсифицировавшееся после падения Римской империи и восходящее, естественно, к I веку, стало значимой исторической тенденцией именно на рубеже II-III веков.

К середине XIV века (с известной натяжкой) можно отнести начало столетней войны, Куликовскую битву, завершающую фазу Реконкисты и свержение монгольской династии Юань (восстание "Красных повязок"), т.е. события после которых многие страны получили возможность какое-то время заниматься своими внутренними делами. Другой ряд событий, происходивших в то же время, включает в себя религиозную реформу хана Узбека, походы Тамерлана и становление Османской империи (происходившее на фоне агонии Византии), приведшие к широкому распространению ислама в малой и средней Азии. Европейским аналогом этих событий служит начало Ренессанса, заложившего культурную традицию Нового времени.

Наконец, во второй половине XVIII века уместно было бы выделить Войну за независимость, в результате которой образовались США, и Великую французскую революцию – события наполненные новым содержанием представления о свободе и во многом определившие вектор дальнейшего исторического развития.

Если рубежи эпох определяются проявлением новых тенденций, то сами эпохи уместно было увязать с каким-то качественным показателем, отражающим достигнутый уровень развития. Как нам представляется, в качестве такого показателя уместно избрать то, что в ту или иную эпоху являлось эквивалентом власти, основой экономического и политического могущества.

В *античном мире* слабый уровень развития военного искусства и систем управления позволял контролировать лишь то, что находилось "под носом". Поэтому основное значение имели рабы. По мере развития этих технологий Европа вступила в *раннее средневековье*, когда появилась возможность контролировать территории, что привело к возникновению феодальной системы отношений. Переход к *позднему средневековью* обусловлен развитием торговли, когда сил стало хватать на то, чтобы контролировать караванные пути, и основное значение приобрели вывозимые из колоний товары. Возникновение промышленного производства придало первостепенное значение рынкам сбыта, что является отличительной чертой *индустриального общества*. Сменившее его *постиндустриальное общество* стало периодом передела рынков сбыта и переориентации с дешевых товаров на дешевую рабочую силу и ресурсы.

Наконец, суть нынешнего этапа, который можно с равным основанием называть *эпохой демографического перехода* или *эпохой "золотого миллиарда"*, по-видимому, состоит в удержании сложившейся в мировом масштабе ситуации несправедливого обмена между более развитыми и менее развитыми странами. Основой для этого является контроль над стандартами. Причем не только техническими, но и стандартами потребления, культурными и идеологическими. "Раскрученные" торговые марки в наше время оказываются фактором более значимым, чем военная мощь, а навязать обществу те или иные стереотипы стало проще, нежели выявить естественные тенденции его развития, уловить его потребности.

Что будет дальше, какая эпоха наступит по завершении демографического перехода, сказать сложно. Уровень жизнесбережения практически достиг своего естественного предела, а это означает, что ресурс исторического развития человечества в принципе исчерпан. Поэтому ничего качественно нового ожидать, по-видимому, не следует. Хотя нельзя исключить возможность того, что вступят в действие факторы, не нашедшие отражения в предлагаемой модели.

4. ПРЕДЕЛЫ РОСТА. ИСТОКИ ИСТОРИЧЕСКИХ СОБЫТИЙ

При изучении траекторий развития обязательно встает вопрос об их устойчивости. Если возмутить $n(t)$ – решение уравнения (2) – в момент времени t_0 на величину δn_0 , то, как легко видеть, расстояние между возмущенной и невозмущенной траекториями будет возрастать по мере роста n как

$$\delta n = \frac{n^2}{n_0^2} \delta n_0,$$

т.е. решения уравнения (2) неустойчивы. Однако возмущение можно рассматривать, как сдвиг по времени, поскольку зависимость $n(t)$ сохраняет вид (1), а меняется лишь момент обострения t_f . Иными словами можно говорить о *структурной устойчивости* решений уравнения (2).

Теперь рассмотрим систему уравнений (20)–(21). Мы ее интегрировали в предположении верности соотношения (24), связывающего технологический уровень с количеством людей. Возмущение траектории может его нарушить. При этом, как следует из формулы (23), абсолютная величина отклонения n от aCp будет неизменной во времени. Однако по мере роста n ее относительная роль будет уменьшаться. Таким образом, соотношение (24) является асимптотически устойчивым.

Тем не менее необходимо понимать, что восстановление баланса между технологиями и населением происходит за счет относительного прироста населения. А это процесс тем более медленный, чем дальше мы от точки демографического перехода. Иными словами, чем дальше мы отступаем в глубь веков, тем большие промежутки времени надо брать для усреднения, чтобы устранить влияние флуктуаций.

Однако, если в силу каких-либо внешних причин соотношение (24) оказывается нарушенным, то за время, необходимое для его восстановления, могут произойти какие-то существенные исторические события, требующие отдельного анализа.

И здесь имеет место принципиальное различие между случаем, когда рост населения опережает развитие технологий, и обратной ситуацией.

Если в результате неурожаев, эпидемий, стихийных бедствий, войн и т.п. численность населения резко (и порой очень сильно – на десятки процентов) уменьшается, то, когда напасти проходят, *status quo* довольно быстро восстанавливается. Помимо отмеченных выше структурной устойчивости траекторий и демпфера, связанного с заниженной рождаемостью, здесь вступает в действие

чисто популяционный механизм, связанный со снятием перенаселенности, которая всегда в той или иной степени имеет место. Наконец, нельзя сбрасывать со счетов чисто социальный фактор, выражающийся в усилении роли взаимопомощи в лихую годину.

Все это приводит к восстановлению численности уже через поколение—другое. Таким образом, *демографический процесс малочувствителен по отношению к негативным воздействиям.*

А вот случай позитивных воздействия оказывается куда менее тривиальным.

4.1. Корни пассионарности

Связь между технологическим уровнем и численностью населения глубже, чем позволяет выявить анализ системы (20)–(21).

Для каждой технологии есть некоторое предельное число рабочих рук, которые она позволяет эффективно использовать. В самом деле, бесполезно иметь больше земледельцев, чем есть пахотной земли, или больше солдат, чем нужно для отражения реальной военной опасности. Т.е. возможности применения любой технологии для жизнеспособности ограничены. А значит, появление новых жизнеспасающих технологий является непременным условием для увеличения народонаселения.

Если же рост населения опережает развитие технологий, то начинают появляться *лишние люди*, которым просто нечего делать, но которые "потребляют" производимое другими жизнеспасающие. Максимальное количество людей, которое может быть востребовано технологической средой, есть $(1+\delta)apC$, где величина δ характеризует предельно допустимое отклонение от соотношения (24).

Появление лишних людей в количестве, превышающем уровень флуктуаций численности, является обстоятельством гораздо более стойким, чем нехватка людей. Дело в том, что социальные механизмы стабилизации траектории в случае избыточной численности малоэффективны, а популяционные – не включаются до определенного момента. Здесь существенным оказывается наличие смены поколений, т.е. роль запаздывания, которым до сих пор мы могли пренебрегать без заметного ущерба для точности описания.

Избыток детей не является серьезной проблемой, поскольку, во-первых, большинство из них обычно все равно погибает, а во-вторых, дети, которым нечем заняться или нечего есть, в отличие от бездельничающих и голодающих взрослых, не порождают социальной напряженности. Поэтому появление лишних людей – это процесс, обладающий латентной фазой и заметной инерцией, и если он успеет разогнаться, то остановить его уже непросто.

Причем именно такая ситуация оказывается типичной. Опережающий рост населения обычно обусловлен факторами, не являющимися чисто случайными и, соответственно, действующими на протяжении долгого времени. Простейшим примером может служить увеличение урожайности сельскохозяйственных культур в результате временного улучшения климата.

Однако насыщение потребности технологий в людях может происходить и по чисто внутренним причинам. Связано это с неравномерностью технологического развития, которое происходит по принципу "то пусто, то густо". Когда делается полезное в плане жизнесбережения открытие, оно порождает целый букет сопутствующих изобретений. При этом их внедрение и распространение идет рука об руку с ростом населения, т.е. становится возможным продолжительное бескризисное развитие.

Однако, если же в течение длительного времени новых открытий не делается, то начинают появляться лишние люди. Когда их количество превышает определенный уровень, наступает *кризис*. Его развитие может быть предупреждено только своевременным внедрением новых технологий, которые в этом случае оказываются востребованными и потому распространяются особенно быстро. В том случае, когда этого не происходит, события могут развиваться лишь по пути разделения популяции. И здесь возможны два различных сценария.

1. Лишние люди уходят искать счастья в иных краях. Роль в истории, которую играет их исход, определяется тем, насколько развиты технологии (военные, торговые, религиозные), носителями которых оказываются уходящие. Если по технологическому уровню они качественно превосходят соседей, то в терминах теории этногенеза Л.Н. Гумилева [11] речь может идти о *пассионарном толчке*. Если же уровень уходящих оказывается близок общему уровню, то мы имеем дело с *пассионарным перегревом*, возникающим обыкновенно во время акматической фазы.

Здесь уместно говорить именно о пассионарности, поскольку уходят преимущественно наиболее решительные и инициативные люди. Они же имеют преимущественные шансы проявиться себя в новых условиях. Причем им вовсе не обязательно уходить за тридевять земель – иной раз вполне достаточно податься в ближайший город, в столицу, к вождю соседнего племени, в бандитскую шайку на большой дороге, одним словом, туда, где человек является потенциально востребованным.

2. Если лишние люди остаются там же, где и жили ранее, то неизбежно начинаются смута и гражданские войны, обычно выбивающие значительно больше людей, чем их реально имеющийся избыток. Дело в том, что многие технологии могут нормально функционировать лишь в условиях стабильности, поэтому любые потрясения уменьшают или даже сводят к нулю их применимость (особенно это относится к системам коммуникаций и ирригационным системам, создание и поддержание которых в рабочем состоянии в условиях нестабильности просто невыносимо). Собственно говоря, умение поддерживать стабильность и порядок также следует отнести к числу жизнесберегающих технологий.

Иными словами, наличие лишних людей представляет собой фактор, способствующий выводу жизнесберегающих технологий из употребления, что означает появление все новых и новых лишних людей. Этот замкнутый круг разрывается лишь за счет того, что истребление населения идет быстрее, чем падение технологического уровня. Хотя на основе общих соображений не уда-

ется построить для этих процессов содержательную модель, понятно, что их характерные скорости не должны сильно различаться. А это означает, что гражданские войны могут длиться достаточно долго, чтобы был уничтожен заметный процент жителей. После чего начинается постепенное восстановление численности населения и уровня используемых технологий. Однако если технологическая стагнация продолжается, то через некоторое время все повторяется снова, т.е. в принципе возможно возникновение долгопериодических колебаний.

Описанное поведение наиболее характерно для *фазы пассионарного надлома* и в несколько меньшей степени для *инерционной фазы*.

Подводя итог, можно сказать, что ***отставание развития жизнесберегающих технологий от роста народонаселения может служить причиной значительных исторических событий***.

Однако более важным результатом приведенных выше рассуждений является то обстоятельство, что механизмы, поддерживающие баланс между численностью населения и уровнем жизнесберегающих технологий, действуют не только в медленном, но и в быстром времени. Т.е. соотношение (24) остается приблизительно справедливым не только при описании общего тренда развития человечества, который задается уравнениями (20) и (21), но и при анализе исторических процессов, к которым эти уравнения уже неприменимы. Именно по этой причине ***численность населения может служить адекватной мерой уровня развития***, что и позволяет рассматривать демографические процессы как "привод истории".

Основываясь на формуле (24), можно сделать вывод о двойной роли жизнесберегающих технологий. С одной стороны, в соответствии с уравнением (20) их уровень определяет скорость роста населения за счет спасения жизней. С другой – он оказывается пропорционален численности народонаселения, т.е. ресурсной базе, за счет которой эта численность поддерживается. Иными словами, один и тот же "инструмент" служит и для поддержания достигнутой людской численности и для ее дальнейшего увеличения.

4.2. Природа демографического перехода

Как уже отмечалось в части 3, возможности сокращения смертности, а следовательно, и развития жизнесберегающих технологий ограничены. А это означает, что количество людей, которые могут быть ими востребованы, тоже ограничено. ***Люди нужны человечеству как системе только для того, чтобы производить жизнесбережение, причем в объеме не большем, чем предельная способность человечества его потребить***. Остальные люди – лишние и, появившись на свет, обречены на гибель от войн, эпидемий, геноцида, наркотиков... Чтобы не происходило их появления, по мере насыщения уровня жизнесберегающих технологий должно происходить сокращение рождаемости.

Особо отметим, что сокращение рождаемости – это не причина стабилизации населения, а лишь механизм, посредством которого численность населения приводится в соответствие с технологическим уровнем. Вследствие чего любые попытки стимулировать рождаемость субсидиями, льготами или угово-

рами в долговременной перспективе обречены на неудачу¹³. В тех странах, где есть принципиальная возможность увеличить население (уровень жизнесбережения не достиг предельного значения или по каким-то причинам заметно превышает численность населения), усилия следует вкладывать в развитие и распространение жизнесберегающих технологий и увеличение востребованности людей (экономической, психологической, социальной). Если люди будут востребованы, их численность будет увеличиваться сама собой, а иначе никакие субсидии не помогут.

Прежде чем перейти к теоретическому описанию демографического перехода, необходимо сделать одно замечание. Прекращение развития жизнесберегающих технологий не означает остановки прогресса, просто создаваемые технологии начинают играть все меньшую роль для жизнесбережения. Они становятся ориентированными на другие цели. Однако такие технологии, как бы они ни были рентабельны и прогрессивны, касаются лишь небольшого числа людей и обыкновенно не оказывают заметного воздействия на демографические процессы. Сделать необходимыми людей в массе могут только жизнесберегающие технологии, каждая из которых по сути создает нишу в социальной структуре общества.

Во время демографического перехода уравнение (21) перестает верно описывать процесс развития жизнесберегающих технологий, хотя оно, вообще говоря, может оказаться адекватным, если измерять технологии в экономических или инженерных показателях. Однако при описании демографических процессов, где смысл технологий сводится единственно к спасению жизней, уравнение (21) нуждается в существенном уточнении.

Уровень жизнесберегающих технологий по определению не может превысить значения $p_t = \Delta k/a$, соответствующего предельно возможному сокращению смертности. Поэтому уравнение, описывающее скорость его роста принимает вид

$$\dot{p} = \frac{pn}{C} \cdot s(1 - p/p_t), \quad (28)$$

где функция s , учитывающая уменьшение жизнесберегающего эффекта новых технологий, удовлетворяет равенствам $s(0) = 0$ и $s(1) = 1$.

Когда отличие s от 1 становится заметным, формула (20), очевидно, также становится неприменимым. Однако прямая пропорциональность (24) между численностью человечества и уровнем жизнесберегающих технологий сохраняется, будучи обеспеченной биологическими и социальными стабилизаторами, о которых говорилось выше. Если положить $s(x) = x$, из формул (24) и (28) получаем дифференциальное уравнение

$$\dot{n} = \frac{n^2(n_t - n)}{C/n_t}, \quad (29)$$

¹³ Это все равно, что наполнять бочку с дырявой стенкой – выше дырки вода все равно не поднимется, но обязательно найдется кто-то, сумеет подставить под струю свою кастрюльку.

решение которого удовлетворяет трансцендентному уравнению

$$\frac{t_f - t}{C} = \frac{n_t}{n} + \ln\left(\frac{n_t}{n} - 1\right). \quad (30)$$

Последнее при $n \ll n_t$, т.е. вдали от момента демографического перехода, естественно, переходит в формулу (1).

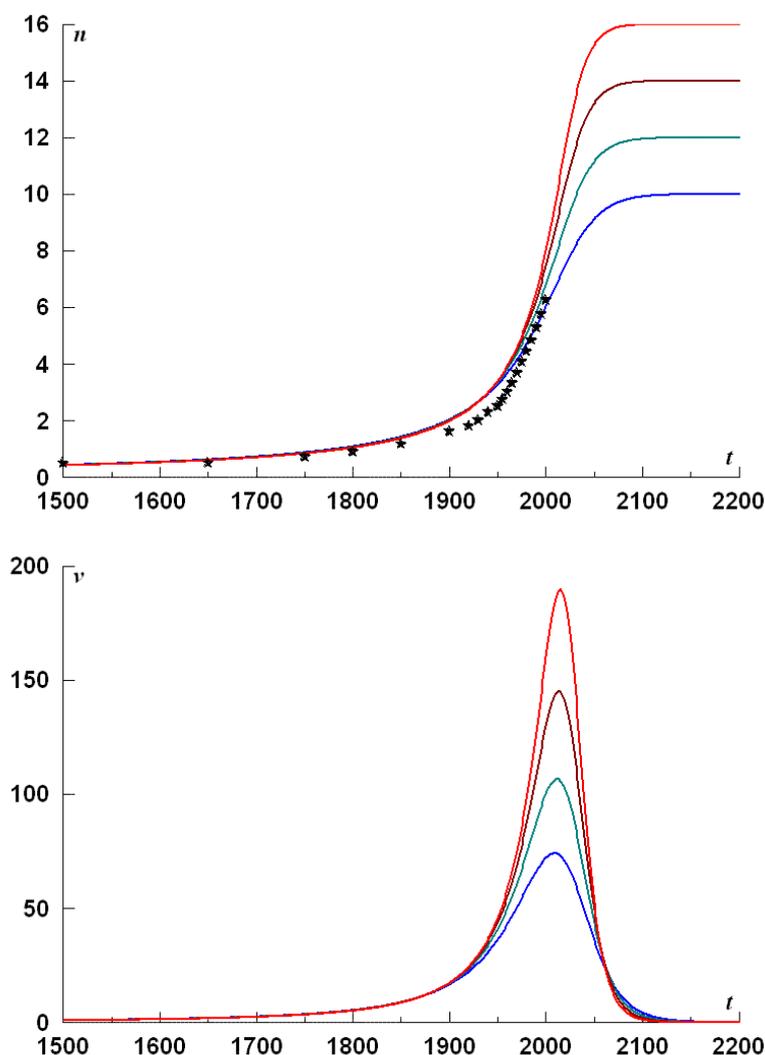


Рис. 2. Решения уравнения (29) в окрестности точки демографического перехода

На верхнем рисунке дана найденная по формуле (30) зависимость n , млрд. чел., от времени при $n_t = 10, 12, 14$ и 16 (звездочками показаны реальные значения численности человечества).

Внизу – соответствующие графики скорости роста v , млн. чел/год. Видно, что v взрывным образом возрастает на непродолжительное время, после чего падает практически до нуля.

наилучшее совпадение с реальностью. Если в качестве невязки брать относительно отклонение модельного значения n от реальности, то по методу наименьших квадратов наилучшее совпадение получается при

Графики численности населения и скорости его роста, полученные численным решением уравнения (30), показаны на рис. 2. Их вид соответствует общим представлениям о том, как должен происходить демографический переход, и качественно совпадает с приведенными там же данными демографов.

Оснований рассчитывать на получение количественно совпадения не было, поскольку выбор линейного вида функции $s(x)$ был в значительной мере произвольным. Пытаться утонить его как на основе общих соображений, так и путем анализа реальных данных довольно бессмысленно, поскольку в область значений $n \sim n_t$, где и начинает "работать" функция s , попали две мировые войны, внесшие в ее вид очень сильный и нерегулярный вклад. Соответственно, любые поправки к линейной зависимости $s(x)$ будут носить эффективный, подгоночный характер.

Поправку намного проще внести непосредственно в формулу (30), подобрав значение C , дающее

$C = 1,6 \cdot 10^{11}$ чел.·год и $n_t = 13$ млрд. чел. Соответствующий график приведен на рис. 3.

Теперь рассмотрим некоторые характеристики непосредственно самого демографического перехода. Как легко видеть из формулы (29), максимальная скорость роста народонаселения есть $v_{\max} = 4n_t^2/27C$. Если рассматривать в качестве начала и конца демографического перехода моменты, когда $v = v_{\max}/2$, то соответствующие значения численности человечества составят¹⁴

$$n_{\text{start}} = n_t/3, \quad n_{\text{final}} = (\sqrt{3} + 1)n_t/3.$$

Подставив эти значения в формулу (30) для продолжительности демографического перехода, находим $\Delta t = t_{\text{final}} - t_{\text{start}} = \gamma \cdot C/n_t$, где $\gamma \approx 4,9$. При приведенных выше подгоночных значениях C и n_t длительность демографического перехода составит $\Delta t = 60$ лет (с 1980 по 2040 годы).

Еще одной характеристикой демографического перехода является т.н. демографический мультипликатор, определяющий относительный прирост численности за время демографического перехода. Его величина в рамках данной модели не зависит от ее параметров и составляет $M = n_{\text{final}}/n_{\text{start}} \approx 2,7$. Это значение довольно близко к величине $M = 3$, полученной С.П. Капицей из других соображений [1,2].

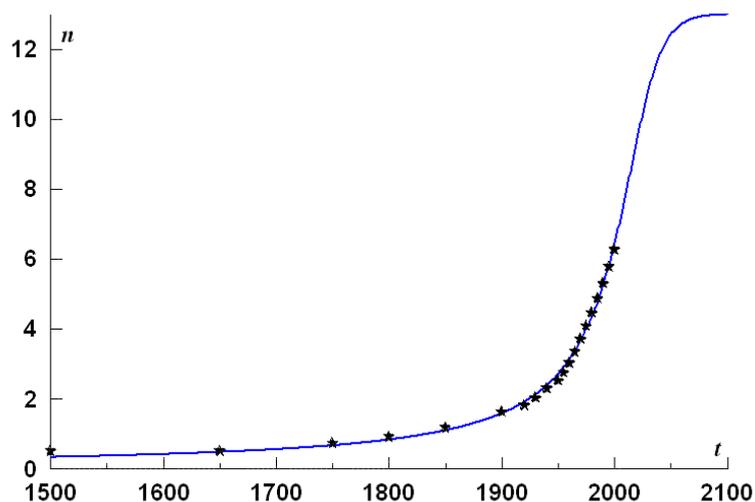


Рис. 3. Наилучшая подгонка формулы (30) под реальные данные

Здесь $C = 1,6 \cdot 10^{11}$ чел.·год и $n_t = 13$ млрд. чел.

4.3. Как гибнут империи?

Выше при анализе природы демографического перехода в целях упрощения рассуждений были оставлены без внимания два существенных обстоятельства, которые имеют ключевое значения для понимания логики некоторых исторических процессов.

Исчерпание возможностей развития жизнесберегающих технологий может быть обусловлено не только биологическими, но также и социальными причинами. Средняя продолжительность жизни зависит от социальной структуры общества (очевидно, что рабы не живут столько, сколько живут их хозяева). А это значит, что явление, сходное с демографическим переходом, в принципе может иметь место для каждого государства, достигшего предела разви-

¹⁴ Выкладки здесь и далее тривиальны, но довольно громоздки и по этой причине не приводятся.

тия, связанного с его общественным строем. При этом, казалось бы, должна происходить остановка технологического развития, сопровождающаяся стабилизацией численности населения.

Однако, как правило, этого не происходит. Дело в том, что невозможность наращивать собственное производство жизнесбережения не означает непереносимости остановки роста населения страны. Жизнесбережение можно "добывать на стороне" при помощи военных захватов, грабежа, обложения данью, использования рабского труда, навязывания определенного образа жизни или верований и т.п. методов, которые мы будем называть *имперскими технологиями*¹⁵.

К их числу относятся также такой сравнительно гуманный способ отъема жизненных ресурсов, как выпуск собственных денег. При этом значительный процент их номинальной стоимости, достается в виде ресурсов эмитенту, лишь за то, что своим могуществом он обеспечивает их хождение. В этом, вообще говоря, состоит суть имперских технологий. Мало отнять нечто у другого – надо еще и суметь удержать это и использовать, а для этого нужен известный запас мощи.

Когда государство, не имеющее сильных соседей, достигает предела развития жизнесбережения, начинается его превращение в империю. По мере того как оно добивается военного и экономического господства в регионе, происходит постепенный отказ от производства собственного жизнесбережения. Понятно, что грабить проще, чем создавать самому, управлять доходней, чем работать, а торговать безопаснее, чем воевать...

Для определенности положим, что конвертирование жизнесберегающих технологий в имперские происходит один к одному. Тогда математически оно выражается в увеличении величины a , входящей в формулу (24). Это обеспечивает некоторые дополнительные возможности роста. Но и они рано или поздно исчерпываются, лишь отсрочив кризис развития. Через какое-то время все житницы государства оказываются в провинциях, а армия – состоящей исключительно из наемников. Уже одно это является фактором нестабильности, при наличии которого достаточно сильное внешнее воздействие способно разрушить империю.

Однако сильного воздействия, вообще говоря, не требуется в силу кардинального различий между жизнесберегающими и имперскими технологиями. Преобразование технологий в имперские является в принципе необратимым¹⁶, а дальнейшее совершенствование имперских технологий невозможно. Это обстоятельство имеет двоякое объяснение. С одной стороны, зачем их совершенствовать, если все равно нельзя отбирать больше ресурсов, чем их производится? А с другой – владение имперскими технологиями оказывается сосредоточенным в

¹⁵ От латинского *imperium* – власть, господство.

¹⁶ Возврат от имперских технологий к жизнесберегающим означал бы уменьшение a , т.е. неизбежное появление лишних людей. Кроме того, кто же откажется от возможности воровать ради необходимости работать?

узких социальных группах – элитах¹⁷, т.е. в развитие этих технологий не вкладываются общие усилия, что можно трактовать как значительное уменьшение для них величины C .

Кроме того, даже если новые имперские технологии и создаются, то их внедрению часто противодействуют сами элиты, поскольку оно может привести к их смене. С внедрением бизнесберегающих технологий такой проблемы обыкновенно не возникает. Ведь в процесс их развития вовлекаются большие массы людей и поэтому он имеет значительную инерцию, в то время как его потенциальные противники обыкновенно неорганизованны и не обладают властью, достаточной для того, чтобы повлиять на ход событий.

Технологическая стагнация неизбежно рано или поздно приводит к регрессу просто потому, что любые технологии имеют конечный "срок годности", а имперские – в особенности. Когда-то доказавшие свою эффективность военные приемы не совершенствуются (хотя время не стоит на месте), у вершины государственной власти оказываются случайные люди – "халифы на час", нравственные ориентиры и табу постепенно размываются, происходит перерождение общественных и государственных институтов, аппарат управления разбухает, утрачивая гибкость и способность реагировать на неожиданные ситуации, и т.д. и т.п.

А утрата технологий означает в конечном итоге одно – появление лишних людей, что делает гибель империи неизбежной.

ВЫВОДЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

В работе дано объяснение квадратичного роста численности человечества, возникающего в результате спасения жизни людей на основе их непосредственной взаимопомощи или действия бизнесберегающих технологий. Предложенный подход позволил сформулировать определение разума на видовом уровне и обосновать однозначную связь численности человечества с уровнем его развития, измеряемым в естественных единицах. Последнее обстоятельство дает возможность рассматривать демографические процессы в качестве движущей силы истории.

Также были получены теоретические оценки значений всех параметров глобального демографического процесса и показано, что пределы роста народонаселения ограничены не ресурсами, а внутренней логикой его развития.

Выявлена связь степенного распределения людских поселений по численности с демографическими процессами. При этом была продемонстрирована целостность человечества как системы и высказана гипотеза о наличии прямой пропорциональности между полной численностью человечества и населением крупнейшего города мира, отчетливо доминирующего по численности (в те эпохи, когда такой город есть).

На основе чисто теоретических рассуждений была предложена система периодизации истории, представляющаяся нам вполне адекватной.

¹⁷ При этом значительная часть общества превращается в службу элит (а то и вовсе в иждивенцев). Ее роль сводится к обеспечению комфорта или удовлетворению амбиций.

Кроме перечисленных результатов, касающихся глобальных процессов, были с демографической точки зрения объяснены такие явления как гражданские войны, пассионарные толчки, возникновение и крах империй. Указано на принципиальную роль востребованности человека для возможности роста населения. Наконец, была предложена полуэвристическая модель демографического перехода и найдены некоторые его параметры.

Таким образом, построен теоретический аппарат, обладающий предсказательной силой, и позволяющий на основе анализа демографических явлений говорить о процессе развития человека как вида, глобальных исторических процессах и конкретных исторических событиях. Т.е. связывающий биологию с историей примерно так же, как этология связывает ее с социологией.

Чтобы построенный теоретический аппарат развился в полноценную теорию, его необходимо применять для решения задач. Поэтому особое значение имеют не уже решенные вопросы, а те, которые только встают перед теоретической демографией. Радует, что их пока больше, чем решенных.

1. При анализе мы пренебрегли возрастной структурой населения, что не совсем корректно. Так например, при демографическом переходе возрастная структура населения очень сильно изменяется. С другой стороны, даже незначительное изменение возрастной структуры на ранних этапах развития человечества может оказаться существенным, поскольку при этом изменяется число женщин, пребывающих в репродуктивном возрасте, что должно сказываться на социальных регуляторах рождаемости.

2. Технологии требуется какое-то время после ее создания, чтобы распространиться повсеместно. При этом интерес представляет как исследование роли, которую могут оказывать факторы, препятствующие ее распространению, так и положение, в котором оказываются страны, вынужденные форсировано догонять более развитых соседей.

3. Количественный анализ процессов развития и упадка империй мог бы позволить уточнить вид функции s , описывающей демографический переход, поскольку эти процессы родственны ему.

4. Аналогично анализ данных по гражданским войнам может оказаться полезным для построения их количественной модели.

5. При описании процесса демографического перехода не учитывался эффект запаздывания. Его учет может оказаться решающим для построения модели, не содержащей подгоночных параметров, поскольку, как можно видеть из рис. 2, модельные графики опережают реальный примерно на 20 лет, т.е. на одно поколение.

6. Многие выводы, касающиеся современного мирового устройства и состояния России, умышленно не были сделаны в работе, поскольку они неизбежно оказались бы поверхностными и спорными, что перевело бы анализ в политическую плоскость. Однако обсуждение этих вопросов, очевидно, необходимо.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор пользуется приятной возможностью поблагодарить С.П. Курдюмова, Г.Г. Малинецкого, С.Ю. Малкова, А.Б. Потапова, Д.С. Чернавского, А.И. Ноарова, Ю.Н. Орлова, П.В. Турчина и А.Б. Бахура за полезное обсуждение и помощь при подготовке настоящей статьи.

Особую благодарность хочется высказать в адрес С.П. Капицы, который привлек внимание широкой аудитории к этой важнейшей проблематике.

ПРИЛОЖЕНИЕ. ЗАКОН КОНКУРЕНТОВ

Представим себе, что у нас есть система *агентов* (поселений), в которую на каждом временном шаге извне поступает *единица ресурса* (человек или группа людей). С вероятностью p она становится новым агентом единичного размера (основывается новое поселение), а с вероятностью $q = 1-p$ – прилипает к кому-то из имеющихся агентов с вероятностью пропорциональной его размеру (линейный рост населения). Поскольку суммарный размер агентов t в любом случае увеличивается на единицу за один шаг, уместно использовать его для измерения модельного времени. В таком случае среднее число агентов на момент t есть $m(t) = pt$.

Чем раньше появился агент, тем больше будет его размер, поэтому можно считать, что ранги агентов соответствуют порядку их появления. Тогда агент ранга r появляется (в среднем) в момент времени

$$t(r) = r/p. \quad (31)$$

Рост агентов определяется уравнением

$$n(r, t+1) = (n(r, t) + 1)p_+ + n(r, t)(1 - p_+) = p_+ + n(r, t), \quad (32)$$

где $p_+ = q \cdot n(r, t)/t$ – вероятность, что именно агенту ранга r в момент времени t достанется единица ресурса. При переходе от дискретного времени к непрерывному, уравнение (32) принимает вид

$$\frac{dn}{n} = \frac{qdt}{t},$$

что с учетом соотношения (31) дает

$$n(r, t) = \left(\frac{pt}{r} \right)^q, \quad (33)$$

поскольку на момент своего появления все агенты имеют единичный размер.

Плотность вероятности $u(n)$ распределения агентов по размеру выражается очевидным соотношением

$$u(n) = -\frac{1}{m} \frac{dr}{dn}, \quad (34)$$

подстановка в которое решения (33) приводит к формуле

$$u(n) = \frac{1}{qn^{2+p/q}},$$

переходящей при $p \ll 1$ в распределение (10) с $n_0 = 1$. Таким образом, применительно к численности людских поселений возникновение этого распределения действительно обусловлено линейным членом в уравнении роста (14).

Это распределение известно во многих областях знания с первой половины XX века и в каждой области носит имя соответствующего первооткрывателя (Ауэрбах, Лотке, Эсту, Ципф, Парето, Брэдфорд, Мандельброт...). Однако теоретически было оно обосновано впервые, по-видимому, лишь в 1993 г. Б.А. Трубниковым [12], который предложил для него название *закона конкурентов*.

Логика такого названия состоит в том, что зависимость (10) обыкновенно возникает в многокомпонентных системах, где имеет место конкуренция за некий общий ресурс (так, например, растущие города делят между собой общий прирост людской численности). Приведенные выше выкладки построены именно на этой основе и отчасти представляют собой более строгое изложение идей самого Трубникова, который рассуждал примерно следующим образом (отталкиваясь от анализа процесса слипания космической пыли и, соответственно, используя термины "частица" и "масса" вместо терминов "агент" и "ресурс").

Рост частиц представляет собой движение вдоль координаты масс. Соответственно, рост всех имеющихся частиц можно рассматривать как непрерывный поток массы вдоль этой координаты. Если считать, что скорость v движения частицы вдоль координаты масс пропорциональна ее массе m , то для интенсивности потока j_m частиц массы m находим

$$j_m = mvn_m \sim m^2 n_m,$$

где n_m – концентрация частиц массы m . Откуда и получаем зависимость $n_m \sim m^{-2}$, полагая $j_m = \text{const.}$ [12] Предположение о независимости потока частиц от их массы представляется вполне оправданным для сложных целостных систем, где нет характерного масштаба для m .

В завершение темы приведем еще один способ вывода закона конкурентов, нечаянно полученный в работе [13] и позволяющий взглянуть на его природу под несколько отличным углом зрения. Пусть у нас есть дерево, в вершинах которого расположены случайные числа, характеризующие *силу* этих вершин. *Контролируемым* деревом будем считать такое, где наибольшее число находится в корне (можно считать, что контроль сильного над слабым возможен только сверху вниз). Любое реальное дерево можно разбить на лес, состоящий из контролируемых деревьев (будем просто спускаться от корня к листьям, стирая ребра, ведущие к вершинам более сильным, чем те, через которые мы уже прошли), *размер* которых определяется числом доставшихся им листьев исходного дерева. Оказывается, что контролируемые деревья распределены по своему размеру в соответствии с формулой (10).

Это легко понять при помощи следующего простого рассуждения. Число различных поддеревьев исходного дерева, имеющих размер n , обратно пропорционально n . Вероятность того, что сильнейшая вершина поддерева окажется в его корне, обратно пропорциональна числу вершин, которое в свою очередь пропорционально числу листьев в нем, т.е. n . Таким образом, вероятность получить контролируемое дерево размера n обратно пропорциональна n^2 .

Такой подход к закону конкурентов может быть полезен при анализе пространственно распределенных неоднородных систем, типа систем расселения. В этом случае близость к корню дерева (т.е. потенциальный размер контролируемого дерева) характеризует благоприятность географического положения некоторого места для создания в нем поселения, а сила вершины – способность этого поселения к самостоятельному существованию. Понятно, что если есть более сильное и благоприятное место, нежели данное, то данное место не заселяется.

Хочется особо обратить внимание на исключительную простоту механизмов, приводящих к возникновению не имеющего характерных масштабов степенного распределения (10). Из них лишь последний можно считать в каком-то смысле нелинейным. Однако все они исходно предполагают целостность системы.

Литература

1. *Капица С.П., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г.* Синергетика и прогнозы будущего/ Кибернетика: неограниченные возможности и возможные ограничения. – М.: Наука, 1997. – 285 с.
2. *Капица С.П.* Сколько людей жило, живет и будет жить на Земле. Очерк теории роста человечества. – М.: Международная программа образования, 1999. – 240 с.
3. Режимы с обострением. Эволюция идеи: законы коэволюции сложных структур. – М. Наука, 1998. – 255 с.
4. *Белавин В.А., Капица С.П., Курдюмов С.П.* Математическая модель глобальных демографических процессов с учетом пространственного распределения// ЖВМ и МФ. 1998. Т.38, №6, с.885-902.
5. *Белавин В.А., Курдюмов С.П.* Режимы с обострением в демографической системе. Сценарий усиления нелинейности// ЖВМ и МФ. 2000. Т.40, №2, с.238-251.
6. *Владимиров В.А., Воробьев Ю.Л.* и др. Управление риском. Риск, устойчивое развитие, синергетика. М.: Наука, 2000.
7. *Хаггет П.* География: синтез современных знаний. – М: Прогресс, 1979.
8. *Малинецкий Г.Г., Подлазов А.В.* Парадигма самоорганизованной критичности. Иерархия моделей и пределы предсказуемости// Известия ВУЗов. Прикладная нелинейная динамика. 1997. Т.5, №5, с.89-106.
9. *Ичас М.* О природе живого: Механизмы и смысл. – М.: Мир, 1994. – 496 с.
10. *Эфроимсон В.П.* Генетика этики и эстетики. – СПб.: Талисман, 1995. – 258 с.
11. *Гумилев Л.Н.* Этносфера: История людей и история природы. – М.: Экопрос, 1993. – 554 с.
12. *Трубников Б.А.* Закон распределения конкурентов// Природа. 1993, №11, с.3-13.
13. *Wilke C, Martinetz T.* Hierarchical noise in large systems of independent agents// Phys. Rev. E. 1998 . V.58, p.7101-7108.