

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ им.М.В.КЕЛДЫША

УДК: 519.6; 533.9

А.Н.Козлов

ПРИСТЕНОЧНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ В ОКРЕСТНОСТИ
ЗЕРКАЛЬНО ОТРАЖАЮЩЕЙ МАКРОНЕОДНОРОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ
В КАНАЛЕ СТАЦИОНАРНОГО ПЛАЗМЕННОГО ДВИГАТЕЛЯ (СПД)

МОСКВА, 2001 г.

ПРИСТЕНОЧНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ В ОКРЕСТНОСТИ
ЗЕРКАЛЬНО ОТРАЖАЮЩЕЙ МАКРОНЕОДНОРОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ
В КАНАЛЕ СТАЦИОНАРНОГО ПЛАЗМЕННОГО ДВИГАТЕЛЯ (СПД)

А.Н. Козлов

Препринт Института Прикладной Математики им. М.В. Келдыша РАН

Аннотация

Исследованы особенности взаимодействия электронной компоненты разреженной плазмы с зеркально отражающей макронеоднородной поверхностью при наличии взаимно перпендикулярных электрического и магнитного полей. Найдено аналитическое решение бесстолкновительного кинетического уравнения в пространстве $(2R+3V)$ измерений. Обнаружена нетривиальная структура возникающих пристеночных токов, проведен детальный анализ их двумерного распределения. С практической точки зрения работа ориентирована на изучение пристеночной проводимости в стационарном плазменном двигателе. Результаты работы в той части, в которой это возможно, соответствуют имеющимся здесь экспериментальным данным. Более того, проведенные исследования делают правомерной постановку вопроса о создании искусственных профилей изолятора в канале с целью подавления аномальной эрозии и обеспечения необходимого ресурса работы плазменных двигателей.

21 стр., 3 рис., библиография - 11 наименований

THE NEAR-WALL CONDUCTIVITY IN THE MIRROR REFLECTION
REGIME DUE TO SURFACE MACROINHOMOGENEITIES
IN THE STATIONARY PLASMA THRUSTER CHANNEL

A.N. Kozlov

Preprint of Keldysh Institute of Appl.Math. R.A.S.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований : проекты N 00-01-00395 (моделирование процессов в плазме) и N 99-07-90443 (расчеты на МВС-1000).

1. Введение

В данной работе рассматривается взаимодействие разреженной электронной компоненты плазмы с макронеоднородной поверхностью, находящихся во взаимно перпендикулярных электрическом и магнитном полях (Рис. 1). Дебаевский слой на поверхности, являющийся, как правило, неотъемлемой принадлежностью большинства плазменных установок, предполагается достаточно тонким по сравнению с размером макронеоднородностей. В то же время дебаевский скачок обеспечивает зеркальное отражение для рассматриваемой группы электронов. В таком виде постановка задачи имеет весьма общий характер. В дальнейшем конкретизируем ее непосредственно для исследования пристеночной проводимости (ПП) на макронеоднородной гофрированной поверхности изолятора в стационарном плазменном двигателе (СПД). Пристеночная проводимость является одним из основных факторов, обеспечивающих нормальный режим работы плазменного двигателя.

В рассмотренном здесь случае основное внимание уделяется изучению процесса возникновения и структуры пристеночных токов, обусловленных макронеоднородностью поверхности. Подобного рода теоретические исследования практически отсутствуют. В настоящее время распространенным является представление об особой важности для ПП многократных отражений и «запутывании» частиц в макронеоднородностях. Однако проведенное исследование говорит о том, что уже однократное отражение от зеркальной рифленой поверхности приводит к возникновению пристеночных токов с четко выраженной нетривиальной структурой и в широком диапазоне параметров задачи такое отражение является определяющим. Возникновение ПП и изменение скорости дрейфа за счет столкновений с макронеоднородной поверхностью - это два взаимосвязанных процесса.

Понятие пристеночной проводимости впервые было введено в работе [1]. Представленные там исследования проводились в связи с разработкой теории физических процессов в стационарном плазменном двигателе [2,3]. В дальнейшем эффект появления пристеночной проводимости был обнаружен и подвергнут более детальному анализу в экспериментах [4, 5]. Обобщение теорий процессов, происходящих в стационарном плазменном двигателе, изложено в обзоре [6].

Пристеночная проводимость, как и классический перенос поперек магнитного поля, обязаны срыву дрейфа электронов в скрещенных (E, H) - полях за счет столкновений с тяжелыми частицами. Правда, в случае пристеночной проводимости, когда объемные рассеяния не играют существенной роли, этот срыв обусловлен столкновениями электронов со стенками, которые можно рассматривать как сверхтяжелые частицы. В зависимости от шероховатости поверхности и ее геометрии, а также толщины дебаевского слоя, срыв дрейфа может происходить как за счет диффузного рассеяния, так и благодаря зеркальному отражению от элементов поверхности. Естественно, что ПП по своей природе и значениям отличается от проводимости плазмы поперек магнитного поля $\sigma^B \sim \frac{1}{H}$, предложенный

Д. Бомом на основе ряда экспериментальных данных, а также классической электронной проводимости $\sigma_{\perp} \sim \frac{1}{H^2}$.

В основе исследования лежит аналитическое решение бесстолкновительного кинетического уравнения для электронной компоненты плазмы в пространстве (2R+3V) измерений. Полученное решение описывает, в частности, пристеночную проводимость, обусловленную зеркальным отражением от макронеоднородной поверхности, когда толщина дебаевского слоя много меньше не только размеров неоднородности, но и толщины слоя, в котором сосредоточен пристеночный ток.

Макронеоднородности поверхностей изоляторов могут возникать за счет аномальной эрозии в результате продолжительной эксплуатации существующих стационарных плазменных двигателей. Они также могут быть созданы искусственно для обеспечения нужной пристеночной проводимости в плазменных двигателях следующего поколения, обладающих необходимым ресурсом. Искусственно созданные профили, независимые от свойств материала изолятора, дадут возможность радикально подавить аномальную эрозию, ограничивающую ресурс работы двигателя. Результаты проведенного исследования позволяют надеяться на возможное разрешение этой проблемы. В настоящее время стационарный плазменный двигатель является весьма успешной разработкой, наиболее продвинутой по сравнению, например, с коаксиальным плазменным ускорителем [7, 8]. С помощью СПД на протяжении последних десятилетий осуществляется коррекция орбит спутников. В ближайшем будущем предполагается использование их в качестве маршевого двигателя для длительных космических полетов.

2. Постановка задачи

Зададим зеркально отражающую рифленую поверхность так, что проекцией этой поверхности, допустим, на плоскость (y,z) является, например, синусоида $Y_1(z) = A \sin(\varpi_p z)$. Здесь ϖ_p определяет длину волны

рифленой поверхности $\lambda_p = \frac{2\pi}{\varpi_p}$, A - амплитуда. На рис. 1 изображена

геометрия задачи в координатах (x, y, z) . При этом построенная далее модель будет иметь плоскую симметрию, а не осевую, как в современных СПД. Это обстоятельство не имеет принципиального значения для исследуемых эффектов.

Плазма расположена в полосе $Y_1(z) \leq y \leq h$. Направления взаимно перпендикулярных электрического и магнитного полей выбраны так, что $\mathbf{E} = (E, 0, 0)$; $\mathbf{H} = (0, H, 0)$, где E и H предполагаются постоянными величинами.

При выборе конкретных значений электромагнитного поля будем руководствоваться имеющимися экспериментальными данными, согласно которым величина магнитного поля $H \approx 200 \div 300$ Э, длина разрядного промежутка $L \approx 2 \div 3$ см. В этом случае ларморовский радиус электронов R_e и ионов R_i удовлетворяют неравенству

$$R_e \ll L \ll R_i$$

Разность потенциалов в разрядном промежутке $U_p \approx 250$ В. Поскольку плазменная конфигурация в целом устойчива в канале, образуется также устойчивое распределение электрического поля, которое направлено вдоль оси системы (ось x на рис.1). Согласно общей схеме процессов в СПД в скрещенных \mathbf{E} и \mathbf{H} - полях траектории замагниченных электронов представляют собой спирали, навитые на магнитные силовые линии. Электронное облако в целом дрейфует по азимуту (ось z на рис. 1) со скоростью $\mathbf{V}_d = \frac{c[\mathbf{E}, \mathbf{H}]}{H^2}$. Образующаяся электронная система является прозрачной для ионов, ларморовский радиус которых много больше L . При условии квазинейтральности плазмы характерная концентрация частиц по порядку величины равна $n \approx 10^{11}$ см⁻³.

Наиболее существенным с точки зрения представленной здесь кинетической модели является то обстоятельство, что согласно экспериментальным данным доля самосогласованного поля весьма мала.

Поскольку электронная плазма является достаточно разреженной, динамика электронов описывается бесстолкновительным кинетическим уравнением для функции распределения электронов $f(t, \mathbf{R}, \mathbf{V})$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{V} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{R}} + \frac{\mathbf{F}}{m} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{V}} = 0 \quad (1)$$

где

$$\mathbf{F} = -e(\mathbf{E} + \frac{1}{c}[\mathbf{V}, \mathbf{H}]) = -e(E - \frac{V_z}{c} H, 0, \frac{V_x}{c} H)$$

Характеристики линейного уравнения (1) определяются системой

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= V_x, & \frac{dV_x}{dt} &= -\frac{eE}{m} + \omega V_z \\ \frac{dy}{dt} &= V_y, & \frac{dV_y}{dt} &= 0 & \omega &= \frac{eH}{mc} \\ \frac{dz}{dt} &= V_z, & \frac{dV_z}{dt} &= -\omega V_x \end{aligned} \quad (2)$$

Интегрирование уравнений (2) приводит к соотношениям, определяющим траектории движения частиц

$$\begin{aligned} V_x &= V_{x0} \cos \omega t + (V_{z0} - V_d) \sin \omega t \\ x &= x_0 + \frac{V_{x0}}{\omega} \sin \omega t + \frac{V_{z0} - V_d}{\omega} (1 - \cos \omega t) \\ V_y &= V_{y0} \\ y &= y_0 + V_{y0} t \\ V_z &= V_{z0} \cos \omega t - V_{x0} \sin \omega t + V_d (1 - \cos \omega t) \\ z &= z_0 + \frac{V_{z0}}{\omega} \sin \omega t - \frac{V_{x0}}{\omega} (1 - \cos \omega t) + V_d t - \frac{V_d}{\omega} \sin \omega t \end{aligned} \quad (3)$$

где $V_d = c \frac{E}{H}$ - скорость электрического дрейфа.

В данном случае движение как падающих, так и отраженных частиц является трахоидальным. Вдоль траекторий, являющимися характеристиками, функция распределения электронов постоянна.

3. Решение кинетического уравнения

В основе решения исходного кинетического уравнения (1) лежит метод характеристик и использование соответствующего граничного условия для функции распределения на зеркально отражающей поверхности.

Для того, чтобы найти функцию распределения во всей области необходимо в первую очередь задать значения этой функции для частиц, входящих в область на границе $y=h$. Естественно предположить, что функция распределения падающих частиц $f^- = f(y=h, V_y < 0)$ известна. Одним из интегралов уравнения (1), является максвелловская функция распределения со сдвигом в пространстве скоростей вдоль оси z (рис. 1), равным скорости дрейфа V_d . Возьмем эту функцию, например, в качестве f^-

$$f^- = c \exp\{-\beta [V_x^2 + V_y^2 + (V_z - V_d)^2]\} \quad (4)$$

где

$$\beta = \frac{m}{2T}, \quad c = n \left(\frac{m}{2\pi T}\right)^{3/2} - \text{нормировочная константа.}$$

Так как функция (4) является интегралом уравнения (1) и тем самым неизменна при любых значениях координат, в том числе и на зеркальной поверхности при $y = Y_1(z)$, то падающие на стенку частицы ($V_y < 0$) не дают вклада в искомый пристеночный ток $j_x = -e \iiint V_x f d\mathbf{V}$ ($e > 0$) в силу четности функции распределения по V_x . Поэтому возникающий в итоге ток j_x и соответственно пристеночная проводимость является в каком-то смысле «чистым» эффектом воздействия зеркально отражающей стенки. Возможное отличие функции распределения от максвелловской при $y=h$ не меняет по сути логики построений и может представлять интерес в дальнейших исследованиях.

Учитывая, что распределение (4) не зависит от времени, ограничимся стационарной задачей, используя далее возможность исключения времени с помощью одного из соотношений (3).

На зеркально отражающей поверхности при $y = Y_1(z)$ воспользуемся стандартным в теории кинетических уравнений [9-11] условием : функции

распределения падающих и отраженных частиц равны при условии изменения в них знака нормальной компоненты скорости V_n .

Граничное условие при $y = Y_1(z)$, связывающие функции распределения падающих (f^-) и отраженных (f^+) частиц, задается следующим образом

$$f^-(V_x, V_n, V_\tau) = f^+(V_x, -V_n, V_\tau) \quad (5)$$

Учитывая сложный характер траекторий, на зеркально отражающей макронеоднородной, в данном случае рифленой, поверхности могут происходить многократные отражения. Однако в данной модели воспользуемся приближением однократного отражения, условие применимости которого будет рассмотрено далее.

В пространстве скоростей перейдем от (V_x, V_y, V_z) к (V_x, V_n, V_τ) с помощью соотношений, справедливых на рассматриваемой поверхности

$$y = Y_1(z), \quad \mathbf{V}_n = \frac{1}{a}(\mathbf{V}_y - Y_1'(z) \mathbf{V}_z); \quad \mathbf{V}_\tau = \frac{1}{a}(\mathbf{V}_z + Y_1'(z) \mathbf{V}_y) \quad (6)$$

где $a = \sqrt{1 + (Y_1'(z))^2}$, $Y_1'(z) = \frac{d y_1}{d z}$

Напомним, что согласно выбранной геометрии задачи скорость $\mathbf{V}_d = V_d \vec{\mathbf{i}}$, где $\vec{\mathbf{i}}$ - единичный вектор вдоль оси z . Тогда функцию распределения падающих частиц (4) с учетом обратных к (6) преобразований можно представить в виде

$$f^- = c \exp \left\{ -\frac{\beta}{a^2} \left[a^2 \mathbf{V}_x^2 + (a \mathbf{V}_n + \mathbf{V}_d Y_1'(z))^2 + (a \mathbf{V}_\tau - \mathbf{V}_d)^2 \right] \right\}$$

Используя условие зеркального отражения (5) и преобразования (6), в пространстве скоростей (V_x, V_y, V_z) получим после однократного отражения функцию распределения вблизи поверхности

$$f_1^+ = c \exp \left\{ -\beta \left[V_x^2 + V_y^2 + (V_z - V_1)^2 \right] \right\} \exp(-\beta B_1) \quad (7)$$

где $V_1 = V_d \delta$; $\delta = \frac{2}{a^2} - 1$; $B_1 = \frac{4V_d^2}{a^4} (Y_1'(z))^2$

Видно, что в отраженной функции изменилось значение дрейфовой скорости V_d на V_1 . Данная функция уже не является интегралом уравнения (1), поэтому ее вид и значения будут меняться при удалении от зеркальной поверхности, что в итоге определит структуру возникающего тока.

В работе [5] было высказано предположение о том, что взаимодействие с неоднородной поверхностью может приводить к изменению дрейфовой скорости. Формула (7) является наглядным тому подтверждением.

Время можно исключить с помощью одного из уравнений (3) $y = y_0 + V_{y0} t$, где $y_0 = Y_1(z)$ при $t = 0$,

$$t = \frac{y - Y_1(z)}{V_y} \quad (8)$$

Будем считать, что в соотношениях (3) V_{x0}, V_{y0}, V_{z0} - скорости частиц, стартующих с любой точки зеркальной поверхности одновременно в начальный момент времени $t = 0$. В формуле (7) при $y = Y_1(z)$ соответственно V_x, V_y, V_z заменим на V_{x0}, V_{y0}, V_{z0} . Согласно (3) обратное преобразование, типа $V_x \Rightarrow V_{x0}$, приводит к следующим соотношениям

$$\begin{aligned} V_{x0} &= V_x \cos \omega t - (V_z - V_d) \sin \omega t \\ V_{y0} &= V_y \\ V_{z0} &= V_z \cos \omega t + V_x \sin \omega t + V_d (1 - \cos \omega t) \end{aligned} \quad (9)$$

Подставив (8) и (9) в выражение (7), где вместо V_x, V_y, V_z будет V_{x0}, V_{y0}, V_{z0} , найдем функцию распределения отраженных частиц при любых значениях y и z

$$f_1^+ = c \exp \left\{ -\beta \left\{ \left[V_x + (V_d - V_1) \sin \theta \right]^2 + V_y^2 + \left[V_z + (V_d - V_1) \cos \theta - V_d \right]^2 + B_1 \right\} \right\} \quad (10)$$

Здесь $\theta = \frac{y - Y_1(z)}{|V_y|} \omega$.

Вычислим x -компоненту плотности электрического тока

$$j_x = -e \int_{V_x=-\infty}^0 \int V_x f^- dV - e \int_{V_x=0}^{\infty} \int V_x f_1^+ dV .$$

Функция f^- при $V_y < 0$ не дает

вклад в ток j_x в силу ее четности по V_x . Подставим значение f_1^+ согласно (10). В результате после интегрирования получим

$$j_x(y, z) = enV_d G\left(\frac{y - Y_1(z)}{R_e}\right) (1 - \delta) \exp\{-\beta B_1\} \quad (11)$$

где $G(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \exp(-\xi^2) \sin \frac{x}{\xi} d\xi$, $R_e = \frac{V_T}{\omega}$, $V_T = \sqrt{\frac{2T}{m}}$

4. Границы применимости приближения однократного отражения

Введем оператор зеркального отражения F . Данный оператор отображает функцию распределения падающих частиц в функцию распределения отраженных частиц в соответствии с выше изложенной процедурой. В рассматриваемом приближении однократного отражения ($F f^- = f_1^+$) предполагается, что все отраженные частицы n_I уходят на бесконечность ($y = h$). С помощью (10) легко вычислить, что

$$n_I = \iint_{V_y=0}^{\infty} \int f_1^+ dV = \frac{1}{2} n \exp(-\beta B_1) .$$

На самом деле большая часть частиц

уйдет на бесконечность $f_{1,\infty}$, а другая меньшая часть после первого отражения снова пойдет на стенку рифленой поверхности $f_{1,CT}^{from}$, т.е.

$$F f^- = f_{1,\infty} + f_{1,CT}^{from} .$$

Согласно (8) изменение знака V_y означает переход от отраженных частиц $f_{1,CT}^{from}$ к частицам, падающим в данном случае со стороны рифленой

поверхности $f_{1,CT}^{from} \Rightarrow f_{1,CT}^{on}$. Повторное применение операции зеркального отражения опять приводит к тому, что часть частиц уйдет на бесконечность $f_{2,\infty}$, т.е. $F f_{1,CT}^{on} = f_{2,\infty} + f_{2,CT}^{from}$. В следующем приближении естественно предположить, что $f_{2,CT}^{from} = 0$. Тогда $f_{2,\infty} = F(F f^- - f_{1,\infty})$, где $F f_{1,\infty} = f_{1,\infty}$. Следовательно,

$$f_{1,\infty} + f_{2,\infty} = F^2 f^-.$$

Повторное применение процедуры зеркального отражения дает

$$F^2 f^- = c \exp \left\{ -\beta \left[V_x^2 + V_y^2 + (V_z - V_2)^2 \right] - \beta B_1 (1 + \delta^2) \right\},$$

где $V_2 = V_d \delta^2$. Далее нетрудно оценить концентрацию частиц, которые уйдут на бесконечность, с учетом двукратного отражения

$$n_{II} = \iint_{V_y=0}^{\infty} (f_{1,\infty} + f_{2,\infty}) d\mathbf{V} = \frac{1}{2} n \exp(-\beta B_1 (1 + \delta^2)).$$

В тех точках рифленой поверхности, где $Y_1' \approx 0$, концентрации отраженных частиц в любом приближении равны $n_I \approx n_{II} \approx \frac{n}{2}$, поскольку

$B_1 \sim (Y_1')^2$. Соответственно доля частиц, испытавших только второе

отражение \tilde{n}_2 , ничтожна мала. В других точках рифленой поверхности, где

$Y_1' \neq 0$, количество таких частиц в рамках используемого приближения

также должно быть существенно меньше количества однократно отраженных

частиц $\tilde{n}_1 \approx n_I$. Поскольку $\frac{\tilde{n}_2}{\tilde{n}_1} \approx \frac{|n_I - n_{II}|}{n_I} = 1 - \exp(-\beta B_1 \delta^2)$, неравенство

$\frac{\tilde{n}_2}{\tilde{n}_1} \ll 1$ означает, что $\beta B_1 \delta^2 \ll 1$ или

$$4\left(\frac{V_d}{V_T}\right)^2 Q(Y_1'(z)) \ll 1, \quad (12)$$

где $Q(\xi) = \frac{\xi^2 (1 - \xi^2)^2}{(1 + \xi^2)^4}$ и для рассматриваемой рифленой поверхности

$$Y_1'(z) = \frac{2\pi A}{\lambda_p} \cos(\tilde{\omega}_p z). \quad \text{Элементарные вычисления показывают, что}$$

$Q(\xi) \leq 0.06$ при любых значениях ξ . Поэтому неравенство (12) справедливо для широкого диапазона значений A и λ_p при условии, что

$$\frac{V_d}{V_T} \leq 1 \quad (13)$$

Таким образом, приближение однократного отражения оправдано для рифленой поверхности достаточно произвольного профиля в случае высокой температуры электронной плазмы ($V_T \geq V_d$), что отвечает имеющимся экспериментальным данным, согласно которым температура составляет несколько десятков эВ.

5. Основные результаты

Во-первых, сам факт появления пристеночного тока, в данном случае j_x , обусловлен исключительно макронеоднородностью поверхности. Вследствие формулы (11), полученной в приближении однократного отражения, в отсутствие рифленой поверхности при $A = 0$ ток тождественно равен нулю $j_x \equiv 0$ во всем объеме, прилегающем к поверхности. Во-вторых, нетривиальной оказалась структура пристеночного тока. Прежде следует заметить, что аналитическое решение рассмотренной двумерной в конфигурационном пространстве кинетической задачи приводит к необходимости вычисления в каждой точке этого пространства интеграла $G(x)$ согласно (11). На рис. 2 представлен один из возможных вариантов

распределения плотности тока j_x , нормированного на величину $e n V_d$.

Здесь изображены изолинии плотности тока, направление которого ортогонально плоскости рисунка, при следующих параметрах задачи :

$\frac{A}{\lambda_p} = 0.3$; $\frac{R_L}{\lambda_p} = 0.3$; $\frac{h}{\lambda_p} = 3$; $\frac{V_d}{V_T} = 0.5$. В этом случае ларморовский радиус

R_e при движении электрона в электромагнитном поле равен амплитуде A для синусоидально заданной зеркально отражающей рифленной поверхности.

Верхняя граница $y = h$ соответствует условию $h \gg A$. Напомним, что на данной границе изначально для падающих частиц предполагалось задание максвелловской функции распределения (4) , сдвинутой в пространстве скоростей по оси z .

В соответствии с рис. 2 и формулой (11) удовлетворены очевидные требования, предъявляемые к решению и соответственно току j_x . Картина - симметрична по оси z . На самой зеркальной поверхности при $y = Y_1(z)$ ток тождественно равен нулю $j_x \equiv 0$. При достаточном удалении от зеркальной поверхности $j_x \rightarrow 0$.

Как видно на рисунке, пристеночный ток в основном локализован в слоях, толщиной порядка R_e , разделенных между собой промежутками, где $Y_1'(z) \approx 0$ и ток равен нулю. Кроме того, проявляется отмеченный в экспериментах [4] осцилляционный характер распределения тока по поперечной координате y . На «островах» при $y \approx (0.2 \div 0.4)h$ направление тока j_x противоположно тому, что вблизи отражающей поверхности. Правда, значения тока в указанных областях по модулю существенно меньше, чем непосредственно у поверхности, что также соответствует экспериментальным данным о затухании осцилляций. То обстоятельство, что некоторые изображенные на рисунке кривые не являются гладкими,

обусловлено погрешностью вычислительного алгоритма при расчете в каждой точке плоскости (y,z) интеграла $G(x)$ в (11).

В силу постановки задачи и по существу понятия пристеночной проводимости и пристеночного тока адекватны, поскольку в выражении $j_x = \sigma_{nn} E$ совпадают значения пристеночной проводимости σ_{nn} , нормированной на величину $\frac{n e^2}{m \omega}$, и плотности тока, нормированного на enV_d .

Варьирование параметров задачи выявило ряд закономерностей в поведении электрического тока или пристеночной проводимости. В частности, при достаточно малых значениях амплитуды A гофрированной поверхности ($A\tilde{\omega}_p < 1$) зависимость максимального значения пристеночного тока от параметров согласно (11) определяется следующим

соотношением $\frac{j_x^{\max}}{enV_d} \sim \left(\frac{A}{\lambda_p}\right)^2 \exp\left[-16\pi^2\left(\frac{V_d}{V_T}\right)^2\left(\frac{A}{\lambda_p}\right)^2\right]$. Наоборот, при

больших значениях амплитуды A получим, что

$\frac{j_x^{\max}}{enV_d} \sim \exp\left[-\frac{1}{\pi^2}\left(\frac{V_d}{V_T}\right)^2\left(\frac{\lambda_p}{A}\right)^2\right]$. Действительно, как показали

полномасштабные расчеты двумерного распределения тока с увеличением глубины рельефа или амплитуды рифленой поверхности A в соответствии с приведенными выше соотношениями растет значение тока в окрестности зеркальной поверхности. При этом картина двумерного распределения существенно не меняется. С увеличением тепловой скорости V_T или температуры T значения тока также возрастают, а пространственное распределение по-прежнему остается неизменным при условии, что $V_d < V_T$.

Перестройка пространственного распределения пристеночного тока происходит при достаточно большой величине отношения $\frac{V_d}{V_T}$, т.е. в том числе при низких, не характерных для экспериментов, значениях температуры. Рис. 3 отвечает $\frac{V_d}{V_T} = 2$ и указанным выше остальным параметрам. Значения тока здесь согласно приведенному закону существенно меньше, чем в предыдущем варианте. Кроме того, в распределении пристеночного тока наблюдается тенденция формирования «собственной» длины волны λ_C в направлении дрейфа (ось z). Если на рис. 2 $\lambda_C \approx \frac{\lambda_p}{2}$, то в данном случае $\lambda_C \approx \frac{\lambda_p}{6}$. При дальнейшем увеличении отношения $\frac{V_d}{V_T}$ ток еще меньше и локализуется в областях, где $Y_1' \approx 0$. Такое поведение пристеночного тока, когда $V_T < V_d$, согласуется с экспериментальными данными в той части, в какой это возможно. В экспериментах [5] отмечается ослабление ПП с уменьшением температуры. При $V_T < V_d$ для любого конкретного варианта задания параметров задачи, включая представленный на рис. 3, следует обращаться к более общему условию применимости (12) используемой модели однократного отражения, которое может быть выполнено даже при нарушении неравенства (13). В случае если не выполняется более общее условие, уточнение результатов возможно после разработки теории ПП на макронеоднородной поверхности с учетом многократных отражений.

В дополнение к сказанному необходимо отметить, что варьирование параметров, определяющих двумерное распределение тока, подтвердило еще одну закономерность : с уменьшением ларморовского радиуса R_e уменьшается толщина слоя пристеночной проводимости h_{nn} так, что $h_{nn} \approx R_e$ в соответствии с результатами экспериментов [4].

6. Выводы и заключение

Таким образом, найдено решение бесстолкновительного кинетического уравнения в пространстве $(2R+3V)$ измерений для электронной компоненты плазмы в окрестности зеркально отражающей макронеоднородной поверхности, в присутствии взаимно перпендикулярных электрического и магнитного полей. В результате обнаружена нетривиальная структура пристеночных токов, возникновение которых в данном случае взаимосвязано с соответствующим изменением дрейфовой скорости отраженных частиц и обусловлено исключительно неоднородностью зеркально отражающей поверхности. Детальный анализ структуры возникающих токов выполнен на основе построенной здесь аналитической модели в приближении однократного отражения и позволил выявить основные закономерности двумерного распределения пристеночных токов.

Полученные результаты существенно дополняют имеющиеся представления о причинах возникновения и поведении пристеночных токов, несмотря на то, что использованная модель, как и любая аналитическая модель, позволяя исследовать явление преимущественно на качественном уровне, не дает возможности для детального сопоставления с экспериментальными данными. Тем не менее, проведенное исследование, ориентированное на изучение пристеночной проводимости вблизи макронеоднородной гофрированной поверхности изолятора в стационарном плазменном двигателе, указывает на возможное практическое приложение полученных результатов, учитывая, что пристеночные токи обеспечивают основной токоперенос и нормальный режим работы СПД.

Кроме того, данная работа стимулирует дальнейшие теоретические и экспериментальные исследования такого мало изученного и практически важного явления, как пристеночная проводимость.

В заключение автор благодарит А.И.Морозова, за постановку задачи, а также К.В.Брушлинского и В.В.Савельева за проявленный к данной работе интерес и плодотворные обсуждения.

Все необходимые расчеты для построения картины возникающих пристеночных токов выполнены с использованием технологии параллельных вычислений на электронно-вычислительном комплексе МВС-100 .

Литература

1. Морозов А.И. Эффект пристеночной проводимости в хорошо замагниченной плазме. // Прикл. механика и техн. физика, № 3, с.19, 1968.
2. Морозов А.И. Плазменные ускорители. // Плазменные ускорители / Под ред. Арцимовича Л.А., М.: Машиностроение, с.5, 1973.
3. Морозов А.И., Физические основы космических электрореактивных двигателей, М.: Атомиздат, 1978, 328 с.
4. Бугрова А.И., Морозов А.И. Особенности физических процессов в УЗДП. // Ионные инжекторы и плазменные ускорители/ Под ред. Морозова А.И., Семашко Н.Н., М.: Энергоатомиздат, с.42-56, 1990.
5. Егоров В.В., Ким В., Семенов А.А., Шкарбман И.И. Пристеночные процессы и их влияние на работу ускорителей с замкнутым дрейфом электронов. // Ионные инжекторы и плазменные ускорители/ Под ред. Морозова А.И., Семашко Н.Н., М.: Энергоатомиздат, с.56-68, 1990.
6. Morozov A.I. and Savelyev V.V. Fundamentals of stationary plasma thruster theory.// Reviews of plasma physics / Edited by V.V.Kadomtsev (deceased) and V.D.Shafranov , Consultants Bureau, Vol. 21, pp. 203-391, 2000.
7. Морозов А.И. Принципы коаксиальных (квази)стационарных плазменных ускорителей (КСПУ). // Физика плазмы, т.16, вып. 2, с. 131-146, 1990.
8. Брушлинский К.В., Заборов А.М., Козлов А.Н., Морозов А.И., Савельев В.В. Численное моделирование течений плазмы в КСПУ. // Физика плазмы, т. 16, вып. 2, с. 147-157, 1990.

9. К. Черчиньяни. Математические методы в кинетической теории газов. М.: Мир, 1973.
10. Масленников М.В. Аксиоматическая модель явлений переноса частиц. М.: Наука, 1989, 192 с.
11. Веденяпин В.В. О классификации стационарных решений уравнения Власова на торе и граничная задача. // Доклады Академии Наук, Математика, т.323, N 6, с.1004-1006, 1992.

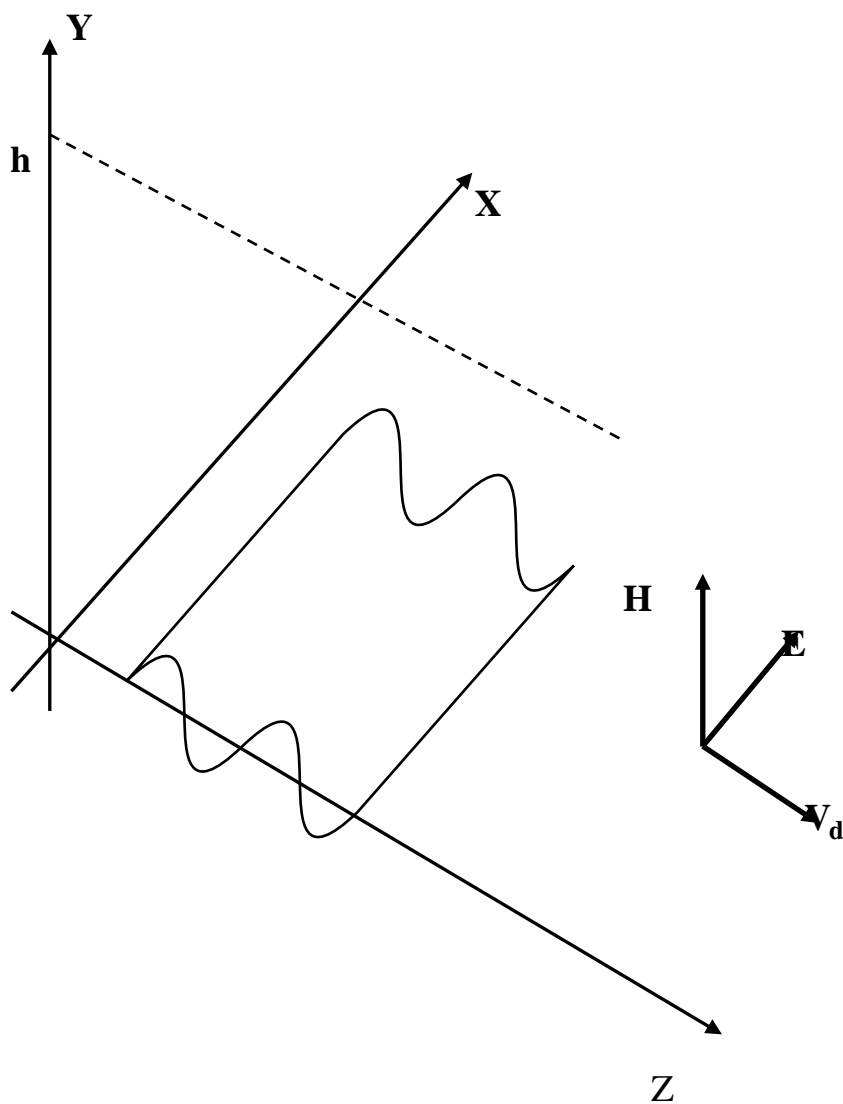


Рис.1. Геометрия задачи

Рис. 2. Распределение плотности электрического тока $j_x(y, z)$ при $\frac{V_d}{V_T} = 0.5$

Рис. 3. Плотность электрического тока при $\frac{V_d}{V_T} = 2$