

1

Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В. Келдыша
Российской Академии наук

Проф. Егорову Всеволоду Александровичу и
Prof. Martinez Garcia Juan Jose
посвящается

В.В. Ивашкин

ОБ ОПТИМАЛЬНЫХ ТРАЕКТОРИЯХ
ПОЛЕТА КА К ЛУНЕ
В СИСТЕМЕ ЗЕМЛЯ-ЛУНА-СОЛНЦЕ

Москва - 2001

ОБ ОПТИМАЛЬНЫХ ТРАЕКТОРИЯХ
ПОЛЕТА КА К ЛУНЕ
В СИСТЕМЕ ЗЕМЛЯ-ЛУНА-СОЛНЦЕ

Аннотация. Исследуются траектории нового типа для космического полета от Земли к Луне. В отличие от обычных траекторий прямого полета к Луне исследуемые траектории предполагают сначала полет за орбиту Луны и за границу сферы действия Земли, на расстояние около 1,5 млн. км от Земли и только затем – полет к Луне. При этом подлет к Луне происходит не по гиперболической, а по эллиптической неустойчивой селеноцентрической орбите, т.е. осуществляется временный захват космического аппарата (КА) Луной. Это приводит к существенной экономии энергетики при торможении движения КА вблизи Луны для перехода на конечную устойчивую орбиту спутника Луны или для посадки на ее поверхность. Дается качественный анализ возмущения Солнцем для увеличения перигейного расстояния орбиты КА и возмущения Землей для гашения селеноцентрической энергии движения КА. Приведены характеристики траекторий полета от Земли к Луне, полученных с помощью численного интегрирования уравнений движения КА в системе Земля-Луна-Солнце.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (Гранты NN 01-01-00133, 00-15-96036).

Ключевые слова: полет к Луне, оптимальные траектории, торможение у Луны, гравитационные возмущения, захват Луной.

ON OPTIMAL TRAJECTORIES OF SPACE FLIGHT TO THE MOON IN THE EARTH-MOON-SUN SYSTEM

Abstract. New trajectories for space flight from the Earth to the Moon founded recently are studied in the paper. These trajectories, unlike usual ones of direct flight to the Moon, use at first a flight beyond the Moon and the Earth sphere of influence, at a distance of about 1.5 m km from the Earth and only then a flight to the Moon. In this case a celenocentric flight near the Moon takes place not along a hyperbolic orbit but along an unstable elliptic one, that is a temporary capture by the Moon. This results in essential economy of a fuel outlay when braking the spacecraft (SC) motion near the Moon for transfer to a final stable orbit of the Moon's satellite or for a soft landing on its surface. A qualitative analysis of the Sun's perturbations for increasing a perigee distance of the SC orbit as well the Earth's perturbations for decreasing a celenocentric energy of the SC motion is given. Characteristics of a trajectories of the space flight from the Earth to the Moon received by a numerical integration of the SC motion equations in the Earth-Moon-Sun system are presented.

The study is supported by the Russian Foundation for the Basic Studies (Grants NN 01-01-00133, 00-15-96036).

Key words: flight to Moon, optimal trajectories, braking near Moon, gravity perturbations, capture by Moon.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ	6
2. ТРАЕКТОРИИ "ПРЯМОГО" ПОЛЕТА КА ОТ ЗЕМЛИ К ЛУНЕ.....	6
3. БИЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ ТРАЕКТОРИИ ПОЛЕТА КА К ЛУНЕ В СИСТЕМЕ ЗЕМЛЯ-ЛУНА	10
3.1. Переходы между орбитами в центральном гравитационном поле.....	10
3.2. Биэллиптический полет к Луне в модельной системе Земля-Луна.....	12
4. АНАЛИЗ "ОБХОДНОГО" ПОЛЕТА КА К ЛУНЕ В СИСТЕМЕ ЗЕМЛЯ-ЛУНА-СОЛНЦЕ	13
4.1. Схема и основные особенности "обходного" полета	13
4.2. Оценка влияния гравитации Солнца на перигейное расстояние орбиты КА	14
4.3. Оценка влияния гравитации Земли на гашение энергии селеноцентрического движения КА	16
4.4. Оценка влияния гравитации Земли при эволюции на конечную эллиптическую орбиту у Луны.....	18
5. ЧИСЛЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТРАЕКТОРИЙ "ОБХОДНОГО" ПОЛЕТА К ЛУНЕ	19
5.1. Модель расчета траектории	19
5.2. Характеристики "обходного" полета к Луне.....	20
6. ВЫВОДЫ	30
7. ЛИТЕРАТУРА	31

CONTENTS

1. INTRODUCTION	6
2. TRAJECTORIES OF DIRECT SPACE FLIGHT FROM THE EARTH TO THE MOON	6
3. TRAJECTORIES OF BIELLIPTICAL SPACE FLIGHT TO THE MOON IN THE EARTH-MOON SYSTEM	10
3.1. Orbital transfers in central gravitational field	10
3.2. Bielliptical space flight to the Moon in model Earth-Moon system	12
4. ANALYSIS OF “BYPASS” SPACE FLIGHT TO THE MOON IN THE EARTH-MOON-SUN SYSTEM	13
4.1. Scheme and principal peculiarities of “bypass” flight	13
4.2. Evaluation of the Sun gravity influence on a spacecraft orbit perigee	14
4.3. Evaluation of the Earth gravity influence on a spacecraft celenocentric energy extinguishing	16
4.4. Evaluation of the Earth gravity influence for evolution to final celenocentric elliptical orbit.....	18
5. NUMERICAL CHARACTERISTICS OF TRAJECTORY OF “BYPASS” FLIGHT TO THE MOON	19
5.1. Model of a trajectory calculation	19
5.2. Some characteristics of “bypass” flight to the Moon	20
6. CONCLUSIONS	30
7. REFERENCES	31

1. ВВЕДЕНИЕ

В работе делается анализ траекторий полета к Луне нового типа, для которых характерны большие (> 1 млн. км) расстояния отлета от Земли, большое (~ 100 сут.) время полета, но и уменьшенные энергетические затраты на торможение у Луны за счет эллиптичности орбиты подлета к Луне. Сначала, в п. 2, дан анализ обычных траекторий "прямого" полета к Луне. Затем, в п. 3, исследованы характеристики биэллиптических траекторий полета к Луне в модельной системе Земля-Луна. На основе этого в п. 4 описана схема и выделены особенности построения "обходных" траекторий в реальной системе Земля - Луна - Солнце, даны оценки гравитационных возмущений для этих траекторий, доказывающие реализуемость временного захвата КА Луной. В п. 5 приведена модель численного расчета и представлены основные численные характеристики некоторых полученных траекторий, на которых осуществляется захват КА Луной и уменьшается энергетика торможения при переходе на орбиту спутника или при посадке на ее поверхность.

2. ТРАЕКТОРИИ "ПРЯМОГО" ПОЛЕТА КА ОТ ЗЕМЛИ К ЛУНЕ

Исследование характеристик космического полета от Земли к Луне важно как для космонавтики, так и для небесной механики. Это явилось стимулом появления множества работ, посвященных данной проблеме. Особенно важными, как с практической, так и с теоретической точек зрения, оказались работы В.А. Егорова [1 – 4 и др.], в которых выполнен очень полный анализ траекторий полета от Земли к Луне.

Важными являются также результаты В.А. Егорова по захвату точки Луной, ибо даже в случае временного захвата точки оказывается возможным пассивное, без затрат топлива создание спутника Луны, а в случае торможения затраты топлива будут меньше, чем при гиперболическом подлете к Луне. Анализ В.Г. Фесенкова [5] и В.А. Егорова [1 –4] показал, что вопрос о полном захвате Луной точки является достаточно сложным и до конца нерешенным. Для случая движения в рамках круговой ограниченной задачи трех тел оказался невозможным захват Луной КА, запущенного с Земли на первом витке его траектории. Для произвольных траекторий была доказана теорема о невозможности захвата точки лишь для случая достаточно малого отношения

масс главных тел ($< 10^{-4}$). Однако В.А. Егоров (1957г.) отметил, что возможен временный захват точки Луной и дал идею построения траекторий временного захвата, проходящих вблизи точки либрации L_1 . Это было затем подтверждено результатами ряда исследований, см., например, М.С. Davidson [6], В. Себехей [7], Е. Velbruno [8]. Правда, эти траектории захвата проходили далеко от Земли.

В связи с выполненным В.А. Егоровым и в большинстве других работ анализом траекторий КА от Земли к Луне следует отметить два обстоятельства. В.А. Егоров [1] сделал оценку возмущения Солнцем ΔF_S движения точки в сфере действия Земли, при $r < 930$ тыс. км, и получил, что это возмущение мало по сравнению с притяжением Земли F_E , $\Delta F_S / F_E < 0,14$. При движении точки в пределах орбиты Луны это возмущение будет еще меньше, $\Delta F_S / F_E < 0,01$. Поэтому В.А. Егоров свой анализ выполнил для движения точки (КА) в рамках системы Земля – Луна. Во-вторых, построенные траектории полета от Земли к Луне лежали, в основном, в пределах орбиты Луны и, если удалялись за ее пределы, то недалеко.

Выполненный В.А. Егоровым анализ траекторий полета от Земли к Луне в рамках указанной модели – системы Земля – Луна – имел фундаментальный характер и послужил основой определения практически всех траекторий полета от Земли к Луне. Эти траектории имеют ряд общих черт и иногда сейчас называют траекториями “прямого” полета. Для примера на рис. 1 приведена схематично траектория полета к Луне советского КА «Луна-9», запущенного 31.01.1966 г. и осуществившего 3.02.1966 г. первую мягкую посадку на Луну [9].

Для этой траектории время полета на Луну составляет ~ 3.5 сут. КА удаляется от Земли на расстояние до ~ 405 тыс. км. Подлет к Луне осуществляется по гиперболической селеноцентрической орбите, скорость «на бесконечности» $V_\infty \approx 1$ км/с, скорость торможения при посадке $\Delta V_2 \approx 2600$ м/с.

На рис. 2 представлена схема траекторий полета советского КА «Луна-10», запущенного 31.03.1966 г. и выведенного впервые на орбиту искусственного спутника Луны (ИСЛ) 3.4.1966 г. [9]. Эта траектория имеет примерно те же характеристики, что и траектория КА «Луна-9», только после торможения получается не нулевая скорость, а эллиптическая для орбиты с периселением $H_\pi = 350$ км, апоселением $H_\alpha = 1017$ км, поэтому скорость торможения меньше, $\Delta V_2 \approx 0,75$ км/с.

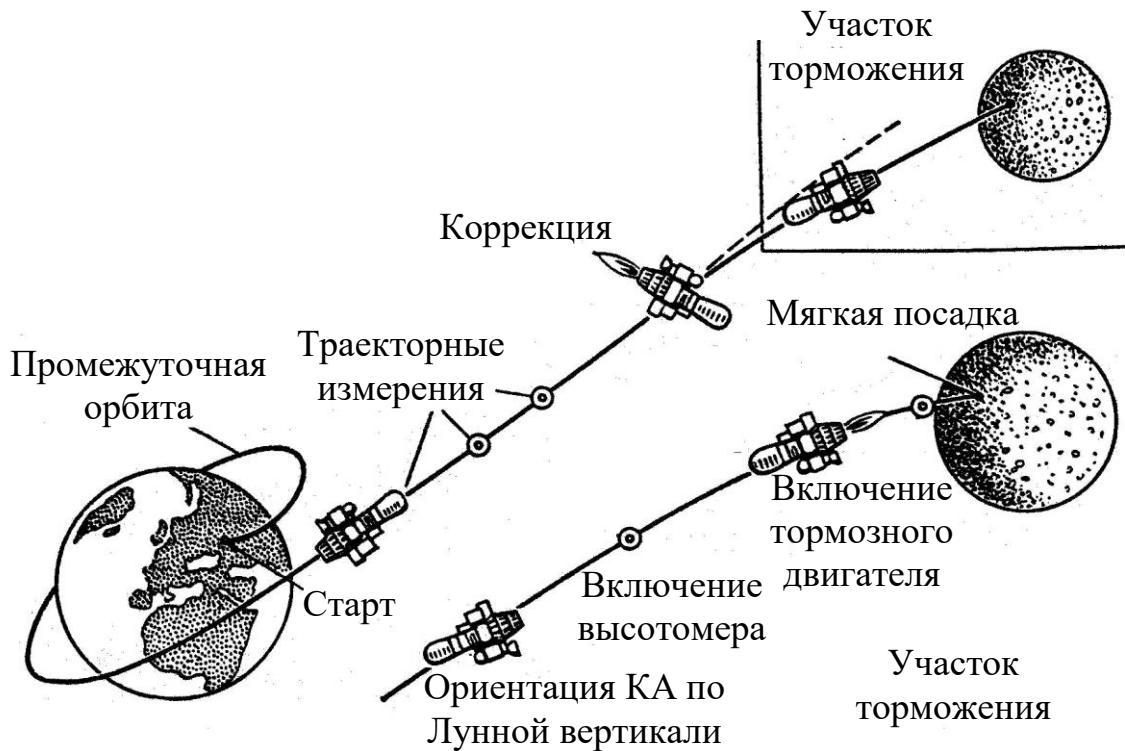


Рис. 1. Траектория полета КА "Луна-9".

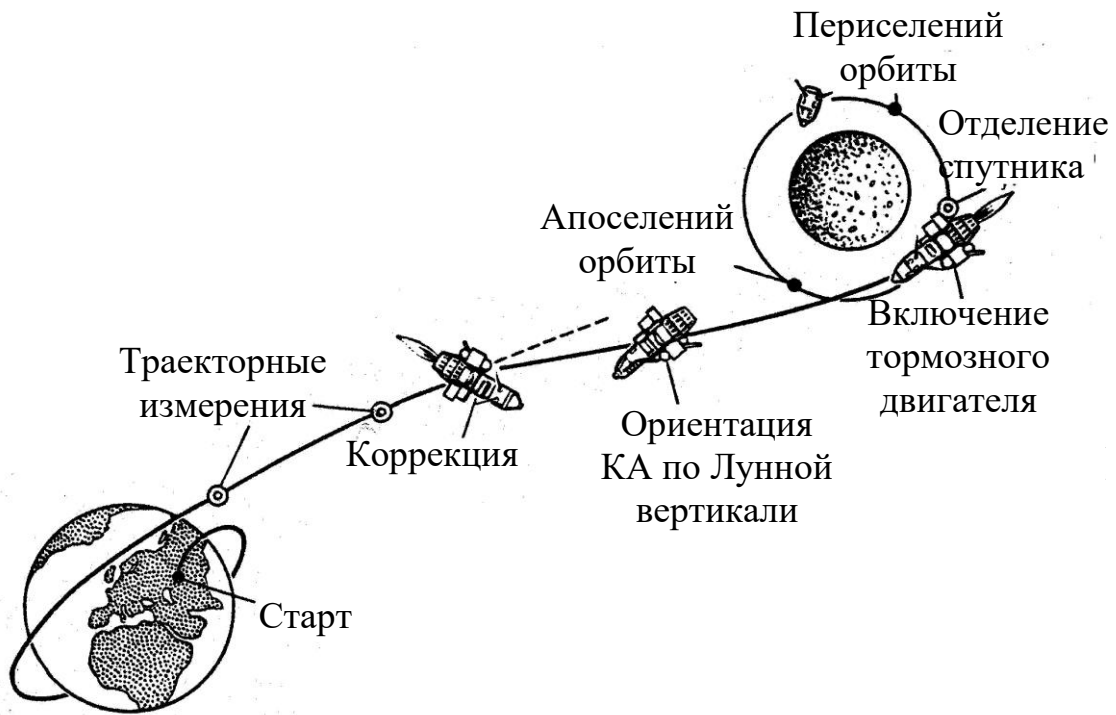


Рис. 2. Траектория полета КА "Луна-10".

В таблице 1 в первой колонке (прямой полет) приведены основные характеристики данного класса траекторий полета к Луне. Они осуществляются в гравитационном поле системы Земля – Луна, расстояния до Земли меняется до ~ 400 тыс. км, время полета до Луны не превышает $\sim 5,4$ сут. Захвата Луной нет, КА подлетает к Луне по гиперболе со скоростью $V_{\infty} \approx 0,8$ –

Табл. 1. ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ
НЕСКОЛЬКИХ СХЕМ ПОЛЕТА К ЛУНЕ

Полет Хар-ки	Прямой	Биэллиптический в поле Земля-Луна	Обходной в поле Земля- Луна-Солнце
Поле	Земля-Луна	Земля-Луна	Земля-Луна- Солнце
Расстояние до Земли	До ~ 400 тыс.км.	Превышает ради- ус орбиты Луны	~ 1.5 млн. км
Время полета, суток	< 6	90; 350; ∞ для $r_\alpha = (1.5; 4; \infty)$ млн.км	100-130
Селеноцентри- ческая орбита подлета к Луне	Гиперболи- ческая, $V_\infty \sim$ 0.8 -1.1 км/с	Гиперболическая, $V_\infty \sim$ 0.25;0.34; 0.4 км/с	Эллиптическая, $R_\alpha \sim 80$ т.км.
Захват Луной	нет	Нет	Есть времен- ный захват
Число импульсов скорости	2	3	2
Промежуточный импульс ΔV_2 , км/с	0	0.27; 0.11; 0	0
Конечный им- пульс ΔV_f , км/с	0.81-0.93	0.69; 0.70; 0.71	0.65
Суммарный импульс скорости $\Delta V_2 + \Delta V_f$, км/с, $H_f = 100$ км	0.81-0.93	0.96; 0.81; 0.71	0.65

1,1 км/с. Не считая импульсов коррекции, на траектории сообщается два импульса (в импульсном приближении): при разгоне с орбиты ожидания у Земли и при переходе на орбиту спутника или посадке. Первый импульс меняется мало, $\Delta V_1 = 3,126 - 3,224$ км/с, при увеличении начальной энергии от минимальной до нулевой параболической. Во второй снизу и в последней строках для данной схемы приведена величина тормозного импульса ΔV_f для перехода на круговую орбиту спутника высотой 100 км, $\Delta V_f \approx 0,81 - 0,93$ км/с

для $V_\infty = 0,8 - 1,1$ км/с. Оптимальным без учета коррекций будет плоский касательный перелет в апогей Лунной орбиты. По аналогии с обычным касательным двухимпульсным переходом в центральном поле такой перелет к Луне сейчас иногда называется также Гомановским перелетом.

Отметим теперь, что если бы был осуществлен захват КА Луной и подлет к Луне происходил по эллипсу с апоселением, например, $r_\alpha = 80$ тыс. км, то скорость в периселении и импульс торможения уменьшатся, $\Delta V_f \approx 0,65$ км/с (или $\sim 2,4$ км/с для посадки), что меньше на $\sim 0,2$ км/с импульса торможения для обычного «прямого» перелета. Это может дать заметную экономию топлива и увеличение полезной массы. Например, пусть начальная масса перед посадкой $m_0 = 1000$ кг, скорость истечения $c = 2,9$ км/с, масса конструкции $m_1 \sim 308$ кг. Тогда при $\Delta V_2 = 2,6$ км/с масса топлива $m_2 \sim 592$ кг, полезная масса $m_f = 100$ кг. При уменьшении импульса до $\Delta V_2 = 2,4$ км/с масса топлива ~ 563 кг, и, при прежней конструкции, полезная масса $m_f \approx 129$ кг, т.е. больше на $\sim 30\%$.

Поэтому важно для практики и интересно с теоретической точки зрения найти и исследовать траектории полета к Луне с захватом точки на эллиптическую орбиту. Предварительно выполним, аналогично [10 - 12], анализ еще одной схемы полета к Луне в рамках системы Земля – Луна.

3. БИЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ ТРАЕКТОРИИ ПОЛЕТА К ЛУНЕ В СИСТЕМЕ ЗЕМЛЯ – ЛУНА

3.1. Межорбитальные переходы в центральном поле

Для прояснения ситуации сначала рассмотрим основные типы плоских переходов между круговыми орбитами в центральном ньютоновском гравитационном поле.

Задача оптимизации перехода между орбитами встала перед учеными на заре космонавтики в связи с анализом проблемы перелета с Земли на Марс и Венеру. Практически одновременно, в 20-х годах XX века, немецкий ученый В. Гоман [13] и советский ученый Ф.А. Цандер [14] показали, что в классе двухимпульсных плоских переходов между круговыми орбитами оптимальным по сумме величин импульсов является перелет по касательному эллипсу, см. рис. 3. Работы Ф.А. Цандера стали известны широкой научной общественности

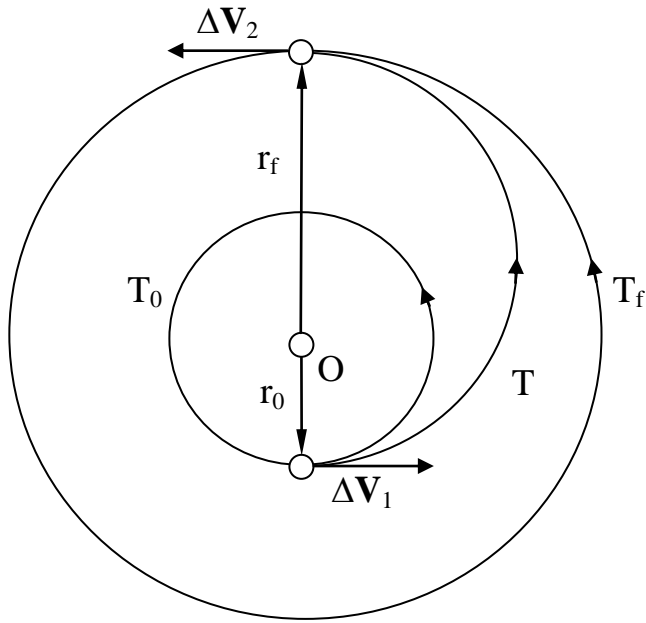


Рис. 3. Двухимпульсный Гомановский переход между круговыми орбитами.

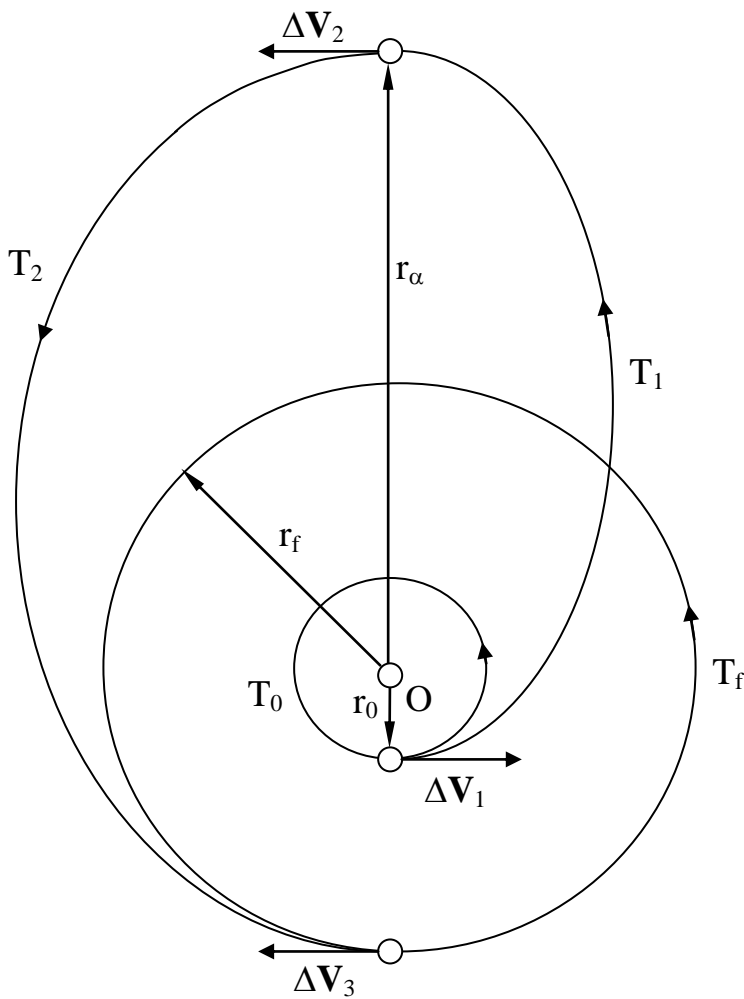


Рис. 4. Трехимпульсный биэллиптический переход Штернфельда между круговыми орбитами.

значительно позже, поэтому данный переход обычно называют Гомановским. В случае перелета между эллиптическими орбитами T_0 , T_f со свободной ориентацией линий асид переходная орбита T соединяет перицентр внутренней орбиты, имеющей менее удаленный апоцентр, и апоцентр внешней орбиты. Если $r_{\alpha 0} < r_{\alpha f}$, то $r_{\pi} = r_{\pi 0}$, $r_{\alpha} = r_{\alpha f}$.

А.А. Штернфельд затем открыл, что при большом отношении радиусов исходных круговых орбит T_0 , T_f указанный «классический» перелет по касательному эллипсу может уступать в энергетике т.н. биэллиптическому перелету, см. рис. 4. В этом случае используются две эллиптические орбиты: сначала КА отлетает с начальной орбиты T_0 по первой переходной орбите T_1 на расстояние r_{α} , большее радиусов обеих исходных орбит ($r_{\alpha} > r_0$, $r_{\alpha} > r_f$), затем, после сообщения там некоторого импульса ΔV_2 , летит по второй орбите

T_2 к конечной орбите T_f . Такой перелет А.А. Штернфельд получил сначала (в 1934 г.) для задачи спуска с орбиты [15], затем - для перехода между орбитами [16]. В случае перехода между эллиптическими орбитами $r_\alpha > \max(r_{\alpha 0}, r_{\alpha f})$, переходные орбиты T_1 и T_2 соединяют перицентры исходных орбит и удаленный апоцентр: $r_{\pi 1} = r_{\pi 0}$, $r_{\alpha 1} = r_{\alpha 2} = r_\alpha$, $r_{\pi 2} = r_{\pi f}$. А.А. Штернфельд назвал такие перелеты «обходными». В приложении к задаче перелета от Земли к Луне оптимальный прямой перелет к Луне будет моделироваться Гомановским касательным перелетом с околоземной круговой орбиты на орбиту Луны, при учете ее эллиптичности – в ее апогей. При этом второй импульс этого перехода ΔV_2 будет играть роль скорости на бесконечности ($V_\infty = -\Delta V_2$) для гиперболической орбиты селеноцентрического движения КА.

Рассмотрим характеристики перелета от Земли к Луне при использовании биэллиптических «обходных» траекторий.

3.2. Биэллиптический полет к Луне в модельной системе Земля - Луна

Для оценки характеристик биэллиптического полета к Луне полагаем, что сначала осуществляется перелет с круговой околоземной орбиты высотой $H_0 = 200$ км в перигей орбиты Луны в центральном поле притяжения Земли. Последний импульс скорости этого перехода ΔV_3 физически не сообщается, а станет, по величине, скоростью «на бесконечности», $V_\infty = -\Delta V_3$, для гиперболической орбиты дальнейшего селеноцентрического подлета КА к Луне. Полагаем, что в периселении этой орбиты происходит переход на круговую орбиту спутника Луны высотой $H_f = 100$ км, импульс этого маневра торможения

$$\Delta V_f = (V_\infty^2 + 2 \mu_M / (R_M + H_f))^{1/2} - (\mu_M / (R_M + H_f))^{1/2}, \quad (3.1)$$

здесь $R_M = 1738$ км – радиус Луны, $\mu_M = 4902,65 \text{ км}^3/\text{с}^2$ – ее гравитационная постоянная. Максимальное расстояние r_α , достигаемое в точке приложения промежуточного импульса ΔV_2 , будет параметром задачи. В таблице 1, во втором столбце приведены основные характеристики данной схемы полеты для $r_\alpha = (1,5 \text{ млн. км; } 4 \text{ млн. км; } \infty)$. Величина второго импульса $\Delta V_2 = (0,27; 0,11; 0)$ км/с, величина конечного импульса $\Delta V_f = (0,69; 0,70; 0,71)$ км/с, при этом

скорость V_{∞} уменьшается до (0.25; 0.34; 0.4) км/с. Учитывая, что увеличение r_{α} достигается небольшим изменением начального импульса ΔV_1 и, более того, может быть обеспечено, в основном, пассивно, с помощью гравитационного маневра у Луны, будем сравнивать переходы этого семейства по сумме величин двух последних импульсов:

$$w_f = \Delta V_2 + \Delta V_f. \quad (3.2)$$

Получаем, что $w_f = (0,96; 0,81; 0,71)$ км/с, т.е. данный перелет экономичнее лучшего прямого перелета при $r_{\alpha} > 4$ млн. км. Время перелета для данной схемы очень велико, $\Delta t = (90; 350; \infty)$ сут для данных вариантов, не считая времени селеноцентрического полета.

Таким образом, биэллиптическая схема полета к Луне, в принципе, при большом расстоянии отлета от Земли позволяет уменьшить энергетику полета. Однако, так как при таких больших расстояниях от Земли велико влияние возмущения от Солнца, в чистом виде эта схема полета нереальна, следует рассмотреть движение КА Земля - Луна - Солнце.

4. АНАЛИЗ «ОБХОДНОГО» ПОЛЕТА КА В СИСТЕМЕ ЗЕМЛЯ – ЛУНА - СОЛНЦЕ

4.1. Схема и основные особенности «обходного» полета от Земли к Луне

Рассматривая идею биэллиптического перелета к Луне в рамках реальной системы Земля – Луна – Солнце, получаем прежнюю схему полета, рис. 4. Сначала КА разгоняется с начальной околоземной орбиты и выходит на сильно вытянутую эллиптическую орбиту (при этом может быть гравитационный маневр у Луны для уменьшения импульса ΔV_1). После пролета апогея, где, может быть, сообщается промежуточный импульс ΔV_2 , поднимающий, вместе с Солнечными возмущениями, перигей до Лунной орбиты, КА движется к Лунной орбите. Затем осуществляется сближение с Луной, и, если нужно, торможение для перехода на орбиту спутника Луны или для посадки.

Рассматривая в рамках реального силового поля эту схему полета с учетом полученных выше, в п. 3, характеристик модельной схемы полета, отметим некоторые особенности данного «обходного» полета.

Во-первых, интересно понять, можно ли увеличить перигейное расстояние орбиты КА до радиуса лунной орбиты с помощью, в основном, солнечной гравитации. При положительном ответе второй импульс исчезает (или существенно уменьшается), тогда значительно уменьшается энергетика полета (на $\sim 0,2 - 0,3$ км/с).

Далее, характерным для биэллиптического перелета является существенно меньшая (по сравнению с прямым полетом) скорость V_∞ . Встает вопрос, нельзя ли погасить гравитацией Земли энергию селеноцентрического гиперболического движения КА и осуществить захват КА Луной, пусть даже временный. Это еще уменьшит энергетика полета и снимет ряд геометрических ограничений на ориентацию орбиты подлета к Луне. Отметим, что с этой точки зрения выгодно иметь орбиты с минимально возможным апогеем r_α , это уменьшит скорость V_∞ и время полета.

Сделаем оценки указанных влияний гравитационных возмущений Солнца и Земли.

4.2. Оценка влияния гравитации Солнца на перигей орбиты КА

Для оценки влияния солнечных возмущения на перигей орбиты КА применим результаты М.Л. Лидова [17]. В этом методе определяются возмущения Δq_{ij} , причем $i = 1$ и $i = 2$ соответствуют линейному и квадратичному членам в разложении возмущающего ускорения, а $j = 1$ и $j = 2$ соответствуют неподвижному и переменному положению возмущающего тела.

Аналогично [17, 18], оценим изменение перигея геоцентрической орбиты КА за промежуток времени от отлета с начальной орбиты до подлета к Лунной орбите в рамках первого приближения, как возмущение от Солнца за виток орбиты КА:

$$\Delta r_\pi = - a \Delta e_{11} \approx (15 / 2) \pi (\mu_S / \mu_E) (a / r_S)^3 a e (1 - e^2)^{1/2} \beta_3' \quad (4.1)$$

Здесь: μ_E , μ_S – гравитационные параметры Земли и Солнца; r_S – расстояние до Солнца; a , e – элементы орбиты КА;

$$\beta_3' = \cos^2 \gamma \sin 2\alpha, \quad (4.2)$$

γ - угол наклона радиус-вектора Солнца к плоскости орбиты КА, α - угол между проекцией на эту плоскость и направлением на перицентр орбиты КА, $|\beta_3'| \leq 1$. Получаем, аналогично [17, 18, 12], что для увеличения r_π должно быть $\sin 2\alpha > 0$, $0 < \alpha < \pi/2$, $\pi < \alpha < 3\pi/2$. Преобразуем (4.1), учитывая, что $1 - e = r_\pi / a$, полагая для данной орбиты $e \approx 1$, $1 - e^2 \approx 2 r_\pi / a$ и принимая в качестве r_π среднее значение

$$r_\pi = (2r_0 + \Delta r_\pi) / 2 \approx \Delta r_\pi / 2. \quad (4.3)$$

Тогда

$$\Delta r_\pi \approx ((15/2) \pi (\mu_S / \mu_E) \beta_3')^2 a^7 / r_S^6, \quad (4.4)$$

или

$$a \approx [\Delta r_\pi r_S^6 / ((15/2) \pi (\mu_S / \mu_E) \beta_3')^2]^{1/7}. \quad (4.5)$$

Для оценки значения большой полуоси орбиты КА, приводящей к необходимому поднятию ее перигея, полагаем $\Delta r_\pi = 500$ тыс. км. Тогда $a \approx 0,71$ млн. км, $r_\alpha = 1,2$ млн. км при $\beta_3' = 1$; $a \approx 0,87$ млн. км, $r_\alpha = 1,5$ млн. км при $\beta_3' = 0,5$.

Таким образом, оценка влияния гравитации Солнца на перигей орбиты КА показывает, что отлет КА на расстояние $r_\alpha \approx (1,2 - 1,5)$ млн. км при подходящей ориентации Солнца относительно линии апсид орбиты КА позволяет осуществить пассивное увеличение перигейного расстояния орбиты КА до радиуса лунной орбиты. Численные расчеты движения КА соответствуют эти оценкам.

Заметим, что оценка дополнительного изменения перигея за счет члена Δ_{12a} дает существенно меньшую величину, чем (4.4).

4.3. Оценка влияния гравитации Земли на гашение энергии селеноцентрического гиперболического движения КА

Для оценки влияния гравитации Земли на гашение энергии селеноцентрического гиперболического движения КА при его подлете к Луне рассмотрим простейшую модель радиального движения КА. На рис. 5

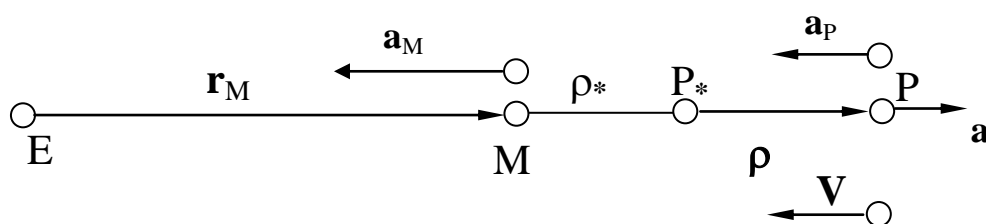


Рис. 5. Схема селеноцентрического движения КА к Луне.

приведена схема этого движения КА к Луне. Здесь E, M – центры масс Земли, Луны, $\mathbf{EM} = \mathbf{r}_M$ – радиус-вектор Луны относительно Земли, P – положение КА, $\mathbf{MP} = \boldsymbol{\rho}$, \mathbf{V} – селеноцентрические радиус-вектор и вектор скорости КА. Полагаем, что скорость \mathbf{V} направлена к Луне и $d\rho / dt = -V < 0$.

Возмущающее ускорение Земли

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_P - \mathbf{a}_M = -(\mu_E / (r_M + \rho)^2)((\mathbf{r}_M + \boldsymbol{\rho}) / (r_M + \rho)) + (\mu_E / r_M^2)(\mathbf{r}_M / r_M). \quad (4.6)$$

Здесь \mathbf{a}_P , \mathbf{a}_M – ускорения притяжения Землей КА и Луны. Так как $a_M > a_P$, то возмущение \mathbf{a} будет направлено противоположно скорости \mathbf{V} и будет тормозить движение КА. Величина возмущения

$$a = a_M - a_P = \mu_E / r_M^2 - \mu_E / (r_M + \rho)^2. \quad (4.7)$$

Энергия движения относительно Луны

$$E = V^2 / 2 - \mu_M / \rho. \quad (4.8)$$

Ее изменение определяется уравнением:

$$dE / dt \equiv (dE / d\rho) (d\rho / dt) \equiv -V dE / d\rho = V dV / dt = -V a,$$

т.е.

$$dE / d\rho = a = \mu_E / r_M^2 - \mu_E / (r_M + \rho)^2. \quad (4.9)$$

Полагаем $r_M = \text{const}$, тогда

$$E = (\mu_E / r_M^2) (\rho - \rho_E) + \mu_E / (r_M + \rho) - \mu_E / (r_M + \rho^*). \quad (4.10)$$

Здесь ρ^* - расстояние до Луны при захвате:

$$E(\rho^*) = 0. \quad (4.11)$$

Разлагая (4.10) в ряд по степеням $(\rho - \rho^*)$, получим в квадратичном приближении:

$$E \approx a (\rho - \rho^*) - a_p (\rho - \rho^*)^2 / (r_M + \rho). \quad (4.12)$$

Отсюда следует, что

$$\rho^* \cong \rho - (r_M + \rho) [(a/2 a_p) - ((a/2 a_p)^2 - E / a_p / (r_M + \rho))^{1/2}]. \quad (4.13)$$

Рассмотрим численный пример. Пусть $V_\infty = 0,41$ км/с, $\rho = 161$ тыс. км, $r_M = 390$ тыс. км. Тогда (4.13) дает $\rho - \rho^* = 74$ тыс. км, а $\rho^* = 87$ тыс. км. При этом $a \approx 1,3 \cdot 10^{-6}$ км/с². Время достижения нулевой энергии $\Delta t_* \approx 3,6$ сут. «Точный» численный расчет траектории движения КА в системе Земля – Луна – Солнце показал, что захват Луной происходит даже быстрее: $\rho^* \approx 105$ тыс. км, а $\Delta t_* \approx 2,7$ сут.

Таким образом, гравитация Земли позволяет для данного класса орбит осуществить гашение гиперболической скорости движения КА относительно Луны и осуществить захват Луной КА.

4.4. Оценка влияния гравитации Земли при эволюции на конечную эллиптическую орбиту у Земли

Оценим влияние гравитации Земли на уменьшение энергии движения КА относительно Луны от нулевой до значения, соответствующего конечной эллиптической орбите. Пусть в конце перелета КА находится у Луны в периселении орбиты, для которой высота периселения $H_{\text{пф}} = 100$ км. Оскулирующее расстояние в апоселении $r_{\alpha f} \approx 70$ тыс. км, т.е. большая полуось $a_f \approx 35$ тыс. км, энергия $E_f \approx -0.07$ км²/с².

Согласно [17], в линейном приближении изменение большой полуоси за виток орбиты КА

$$\Delta_{12} a = - (3/2) (\mu_E / \mu_M) (a / r_M)^3 a T \beta_{12}. \quad (4.14)$$

Здесь $\beta_{12} = e (e + 4) (d\beta_2 / dt - d\beta_6 / dt / 3) + (2 e^2 + 4 e - 1) (d\beta_1 / dt - d\beta_2 / dt)$, $\beta_1 = \xi_1^2 \Delta_M^3$, $\beta_2 = \xi_2^2 \Delta_M^3$, $\beta_6 = \Delta_M^3$, $\Delta_M = 1 + e_M \cos v$, $\xi_1 = \cos \gamma_E \cos \alpha_E$, $\xi_2 = \cos \gamma_E \sin \alpha_E$, γ_E , α_E – углы, определяющие ориентацию радиус-вектора Земли относительно орбиты КА, T – период орбиты КА. Полагаем приближенно, что эксцентриситет Лунной орбиты $e_M = 0$, $e = 1$, $d\gamma_E / dt = 0$. Тогда

$$\Delta_{12} a \approx (15/2) (\mu_E / \mu_M) (a / r_M)^3 a T \beta_3' n_M, \quad (4.15)$$

где β_3' дано в (4.2), $n_M = 2\pi / T_M$ – угловая скорость орбитального движения Луны. Переходим от большой полуоси a к энергии E , тогда получим

$$\Delta E \cong (15/2) \pi \mu_E (-\mu_M / 2 E r_M)^3 n_M \beta_3' / (-2 E)^{-1/2}. \quad (4.16)$$

Положим, что среднее значение энергии $E \approx \Delta E / 2$. Тогда

$$\Delta E \cong \text{sign}(\beta_3') \left((15/2) \pi \mu_E (\mu_M / r_M)^3 n_M |\beta_3'| \right)^{2/9}. \quad (4.17)$$

Оценка (4.17) дает $\Delta E = -0,11 \text{ км}^2 / \text{с}^2$ при $\beta_3' = -1$, $\Delta E = -0,09 \text{ км}^2 / \text{с}^2$ при $\beta_3' = -0,5$. Следовательно, оценка возмущения Землей показывает, что необходимое уменьшение энергии до $E_f = -0,07 \text{ км}^2 / \text{с}^2$ может быть обеспечено с помощью гравитации Земли примерно за виток орбиты спутника при ее хорошей ориентации. Отметим, что в данном случае, в отличие от п. 4.2, где поднимался перигей и требовалось положительное значение β_3' , теперь необходима отрицательная величина β_3' , что отмечено в [12].

Суммируя результаты анализа в п. 4.2, 4.3, 4.4, видим, что есть принципиальная возможность реализации «обходного» полета от Земли к Луне с захватом КА Луной на указанную эллиптическую орбиту. Численные расчеты траекторий подтверждают этот вывод. Сначала, почти одновременно, американские и японские ученые получили «обходные» траектории полета к Луне [10, 11], причем японские ученые реализовали такой полет в проекте Hiten. Недавно европейские ученые также получили траектории данной схемы [12]. Ниже приводятся характеристики некоторых полученных автором траекторий.

5. ЧИСЛЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТРАЕКТОРИЙ «ОБХОДНОГО» ПОЛЕТА К ЛУНЕ

5.1. Модель расчета траектории

Траектория полета КА определяется численным интегрированием системы дифференциальных уравнений движения точки в невращающейся геоэквиаториальной геоцентрической системе прямоугольных координат в поле притяжения Земли, Луны и Солнца с учетом главной гармоники S_{20} . Эта система уравнений имеет вид:

$$d\mathbf{r} / dt = \mathbf{V}, d\mathbf{V} / dt = -\mu_E \mathbf{r} / r^3 + \mathbf{a}_E + \mathbf{a}_M + \mathbf{a}_S. \quad (5.1)$$

Здесь \mathbf{r} , \mathbf{v} – радиус-вектор и вектор скорости КА, $r = |\mathbf{r}|$, \mathbf{a}_E , \mathbf{a}_M , \mathbf{a}_S – возмущающие ускорения, вызванные нецентральностью поля тяготения Земли, притяжением Луны, Солнца [19]. Интегрирование системы (5.1) производится методом ИПМ им. М.В.Келдыша РАН [20], с определением координат Луны и Солнца по JPL – эфемеридам DE403. При этом используется среднее равнодействие и средний геоэкватор стандартной эпохи J2000.0. Расчет ведется с двойной точностью.

5.2. Характеристики «обходного» полета к Луне

Приведем некоторые характеристики двух из полученных автором траекторий «обходного» полета от Земли к Луне. Для одной траектории (T_1) осуществляется довольно быстрый захват КА Луной, для другой (T_2) сравнительно долгий.

На рис. 6 - 10 приведены характеристики первого варианта. Рис. 6 дает проекцию геоцентрической траектории на плоскость XY. Отлет от Земли ($r_{\pi 0} \approx 6578$ км) происходит 1.1.1997 г. КА отлетает от Земли на расстояние $r_{\max} \approx r_{\alpha \max} \approx 1,54 \cdot 10^6$ км. После этого КА летит к Луне, при этом перигейное расстояние под влиянием Солнечной гравитации увеличивается до $r_{\pi} \approx 480$ тыс. км, большая полуось достигает значения $a \approx 890$ тыс.км, затем уменьшается. После подлета КА к Луне на расстояние $\rho \approx 182$ тыс. км в течение $\sim 2,6$ сут его селеноцентрическая скорость V_{∞} уменьшается от $\sim 0,4$ км/с до 0 при $\rho \approx 105$ тыс. км. Далее, в течение ~ 14 сут. происходит эволюция окололунной эллиптической орбиты. Через $\sim 130,5$ сут. полета КА приходит в периселений конечной орбиты, для которой $r_{\pi f} = 1838$ км, $r_{\alpha f} = 75072$ км, $a_f = 38455$ км, $i = 90^{\circ}$, $\Omega = -45^{\circ}$ (относительно геоэкваториальной селеноцентрической системы координат). Полет является полностью пассивным после отлета от Земли. Основные характеристики траекторий этого типа приведены в третьем столбце таблицы 1 (стр. 9).

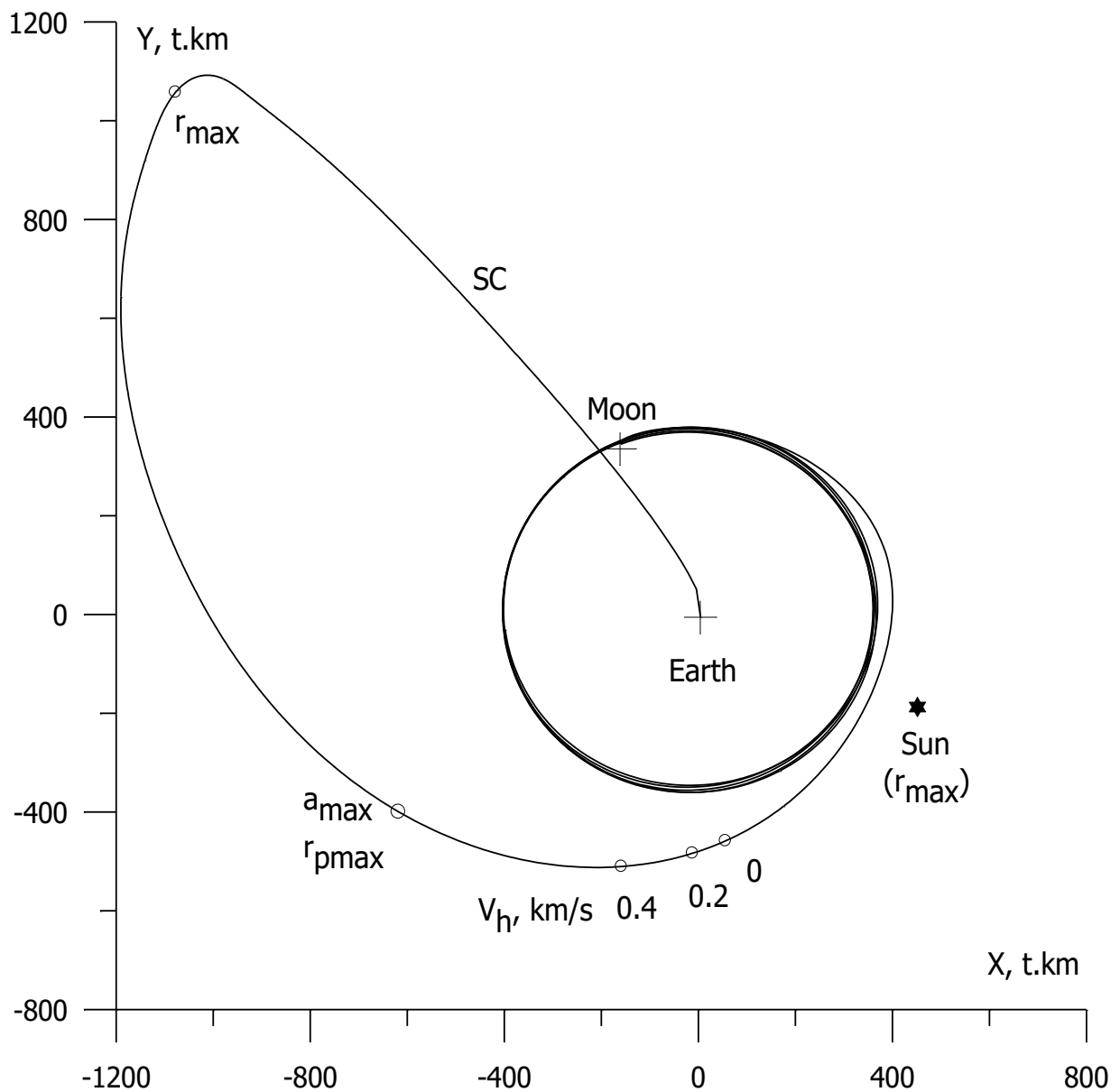


Рис. 6. Геоцентрическая траектория T_1 полета от Земли к Луне в проекции на плоскость XY.

На рис. 6 отмечены точки достижения максимального расстояния от Земли r_{max} , направление на Солнце в этот момент, моменты достижения максимального перигейного расстояния $r_{pmax} = r_{lmax}$ и максимальной (до сближения с Луной) большой полуоси a_{max} . Здесь же отмечены точки, соответствующие определенной скорости на бесконечности $V_{\infty} = V_h$.

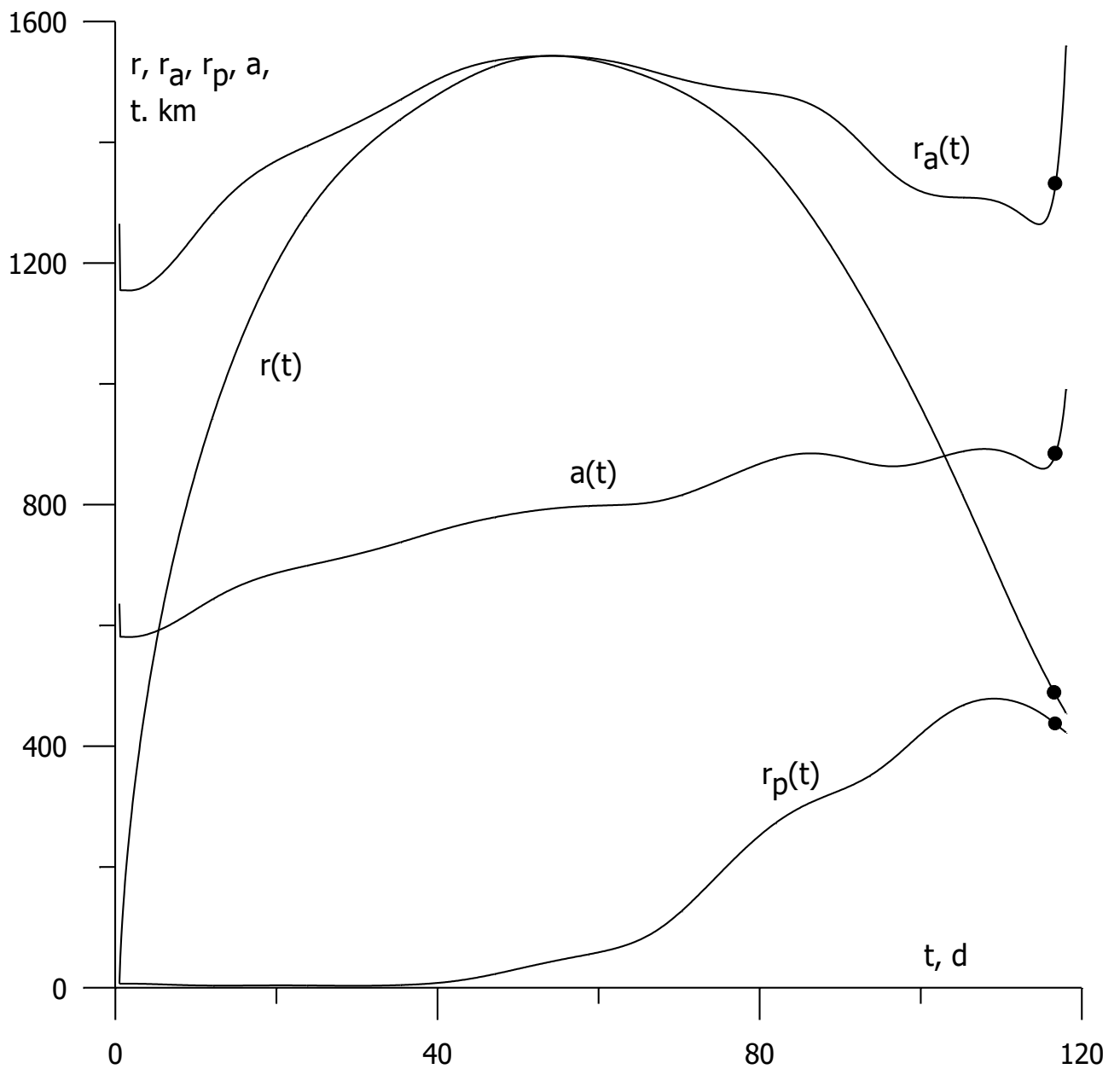


Рис. 7. Изменение большой полуоси a , перигея r_p , апогея r_a , расстояния от Земли r со временем вдоль начальной части геоцентрической траектории T_1

На рис. 7 приведены для данной траектории T_1 зависимости от времени расстояния до Земли $r(t)$, большой полуоси $a(t)$, апогейного расстояния $r_a=r_\alpha(t)$, перигейного расстояния $r_p=r_\pi(t)$ для начальной части геоцентрического полета до сближения с Луной. На кривых даны точки, соответствующие началу захвата, $V_\infty = 0$.

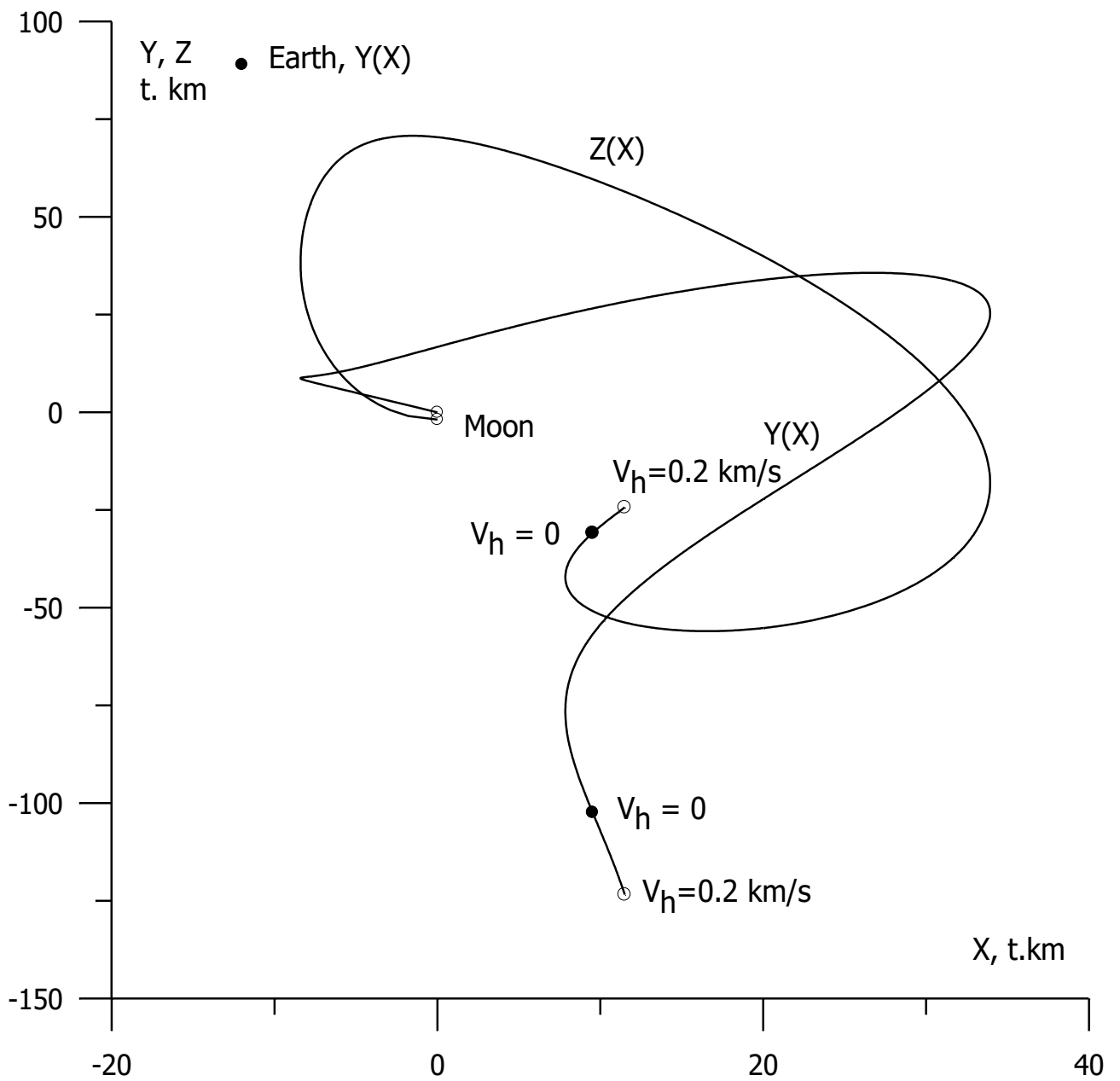


Рис. 8. Селеноцентрическая траектория T_1 в проекциях $Y(X)$, $Z(X)$, на конечной фазе захвата Луной

На рис. 8 приведена селеноцентрическая траектория полета для второй, окологлуной фазы полета, в проекциях на плоскости XY , XZ . Здесь отмечены у Луны точка, соответствующая концу полета, и точки, соответствующие определенной величине скорости на бесконечности $V_\infty = V_h$. Отмечено также направление на Землю в начале захвата, при $V_\infty=0$.

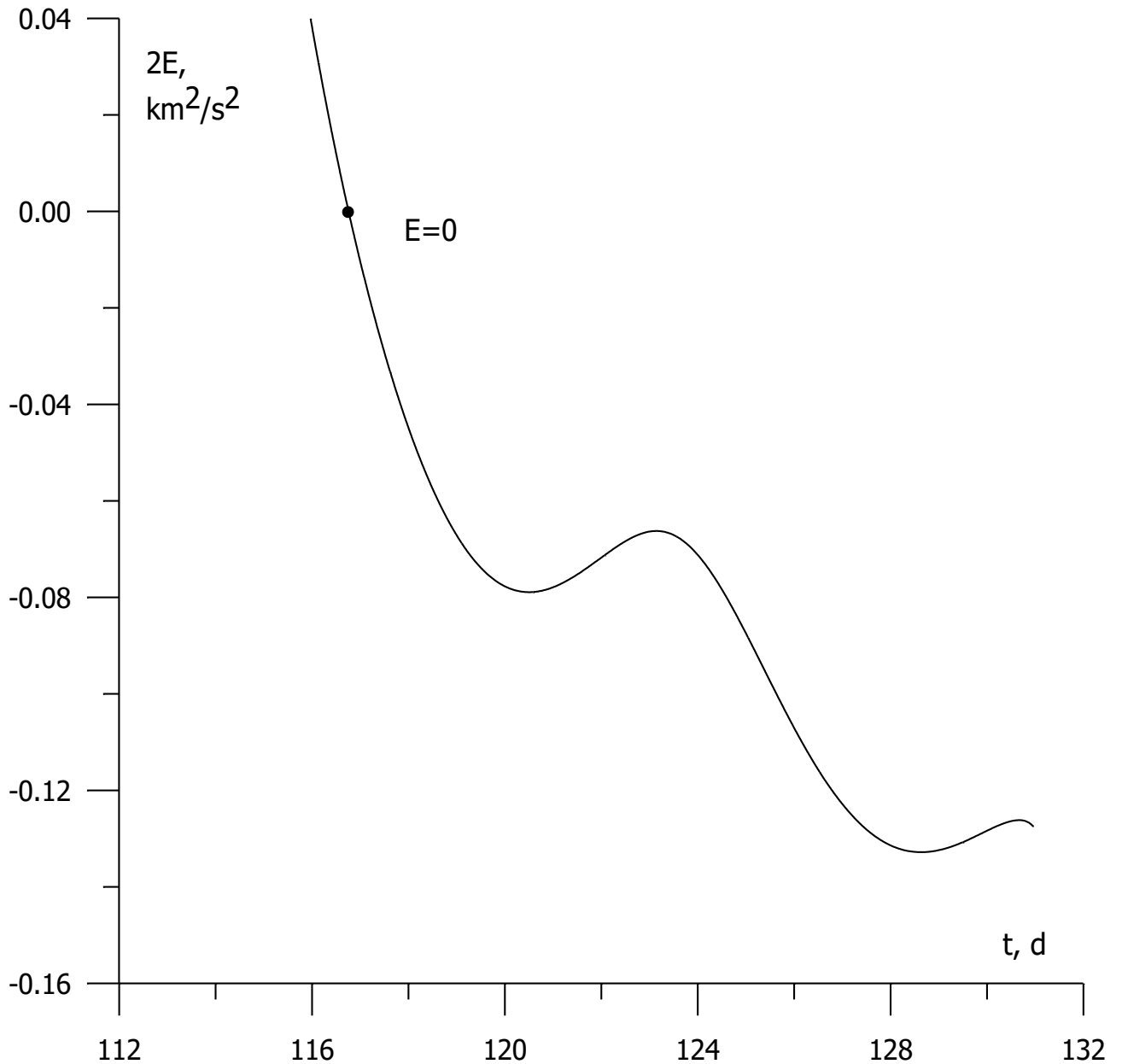


Рис. 9. Изменение селеноцентрической энергии со временем на последней фазе полета, при захвате Луной.

На рис. 9 дана зависимость от времени константы селеноцентрической энергии $h = 2E$ для этой части траектории. Отмечена точка начала захвата, $E = 0$. Конечная энергия соответствует приходу в периселений конечной эллиптической окололунной орбиты.

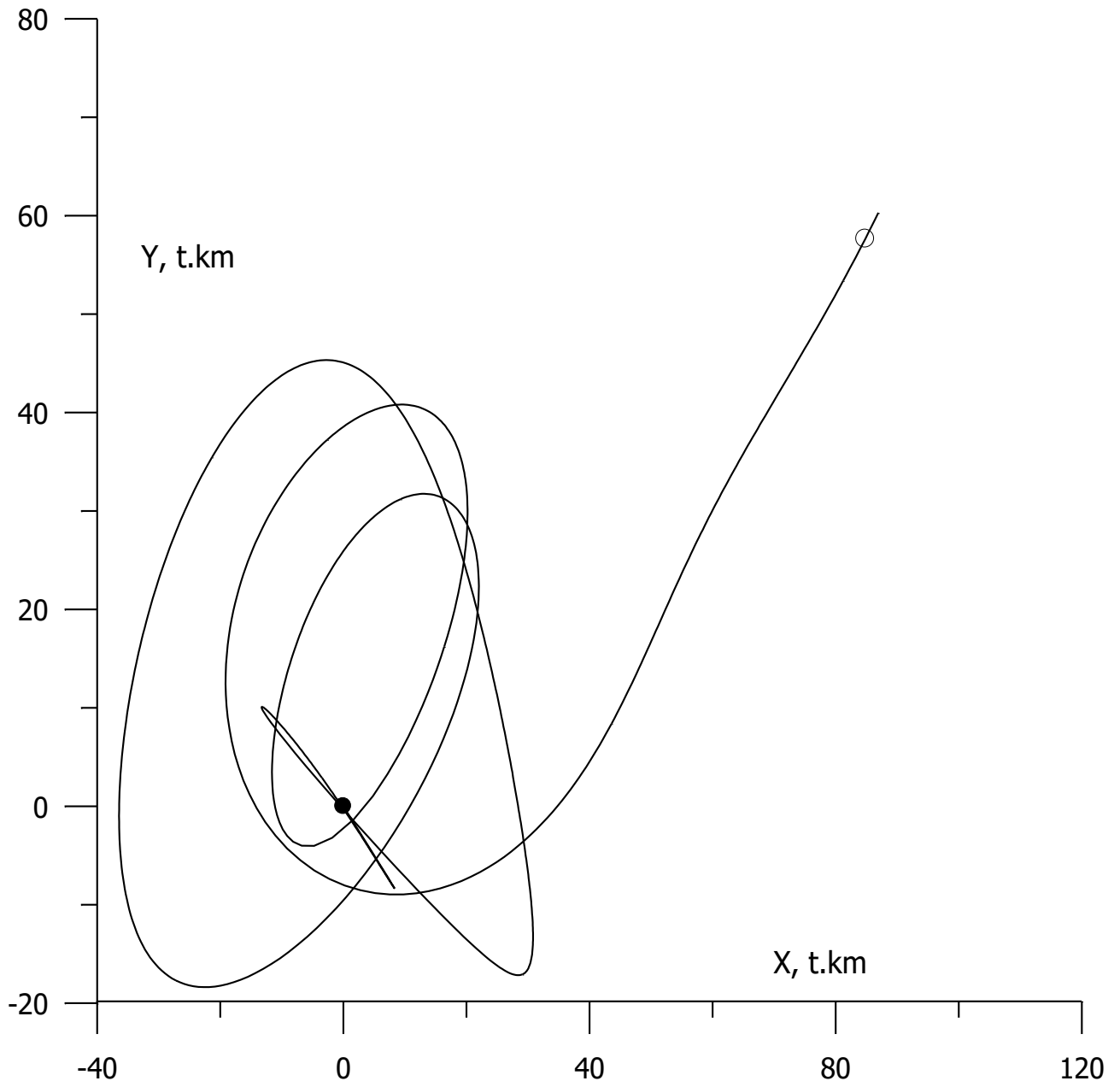


Рис. 10. Продолжение селеноцентрической траектории T_1 за конечный периселений (освобождение \sim через 37 сут)

На рис. 10 дано продолжение селеноцентрической траектории полета КА за конечную точку, если бы там не произошло торможение КА. Через ~ 37 сут. КА опять приобретет положительную энергию, захват будет закончен.

На рис. 11 – 15 приведены некоторые характеристики для другой траектории, T_2 , с более длительным захватом. В данном случае отлет происходит 20.1.2001. Максимальное расстояние отлета от Земли $r_{\max} \approx r_{\text{сmax}} \approx 1,3$ млн. км, максимальное перигейное расстояние $r_{\text{тmax}} \approx 510$ тыс. км, максимальная большая полуось до сближения с Луной $a_{\max} \approx 876$ тыс. км, время

полета ~ 111 сут., время захвата ~ 28 сут. При уменьшении скорости на бесконечности с ~ 0.4 км/с до 0 расстояние до Луны уменьшается с ~ 161 тыс. км. до ~ 105 тыс.км.

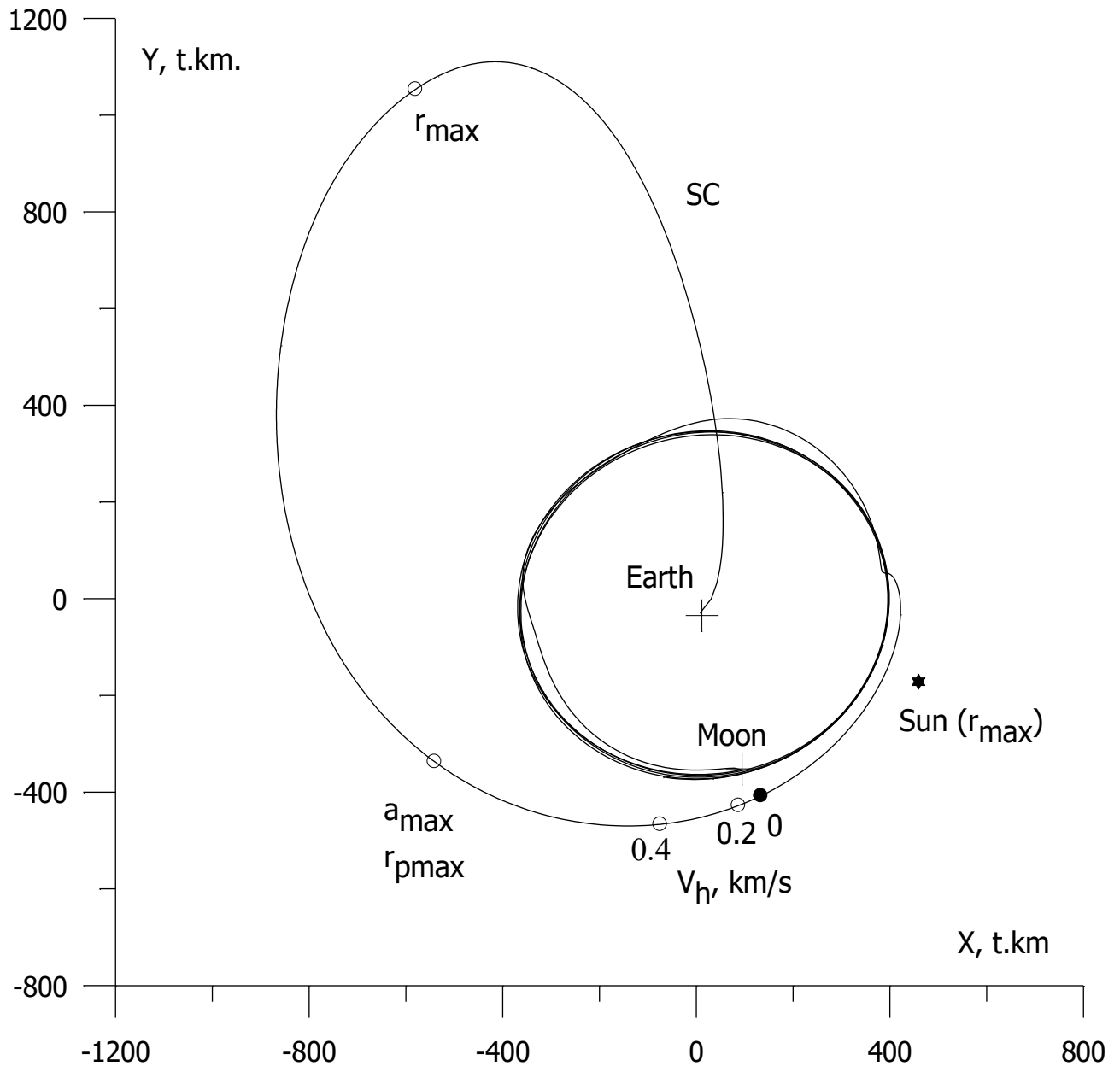


Рис. 11. Геоцентрическая траектория T_2 полета от Земли к Луне в проекции на плоскость XY

На рис. 11 дана проекция на плоскость XY геоцентрической траектории T_2 полета КА. Здесь отмечены точки достижения максимального расстояния от Земли r_{\max} , направление на Солнце в этот момент, моменты достижения максимального перигейного расстояния $r_{\text{л max}}$ и максимальной (до сближения с

Луной) большой полуоси a_{\max} . Здесь же отмечены точки, соответствующие определенной скорости на бесконечности $V_{\infty}=V_h$.

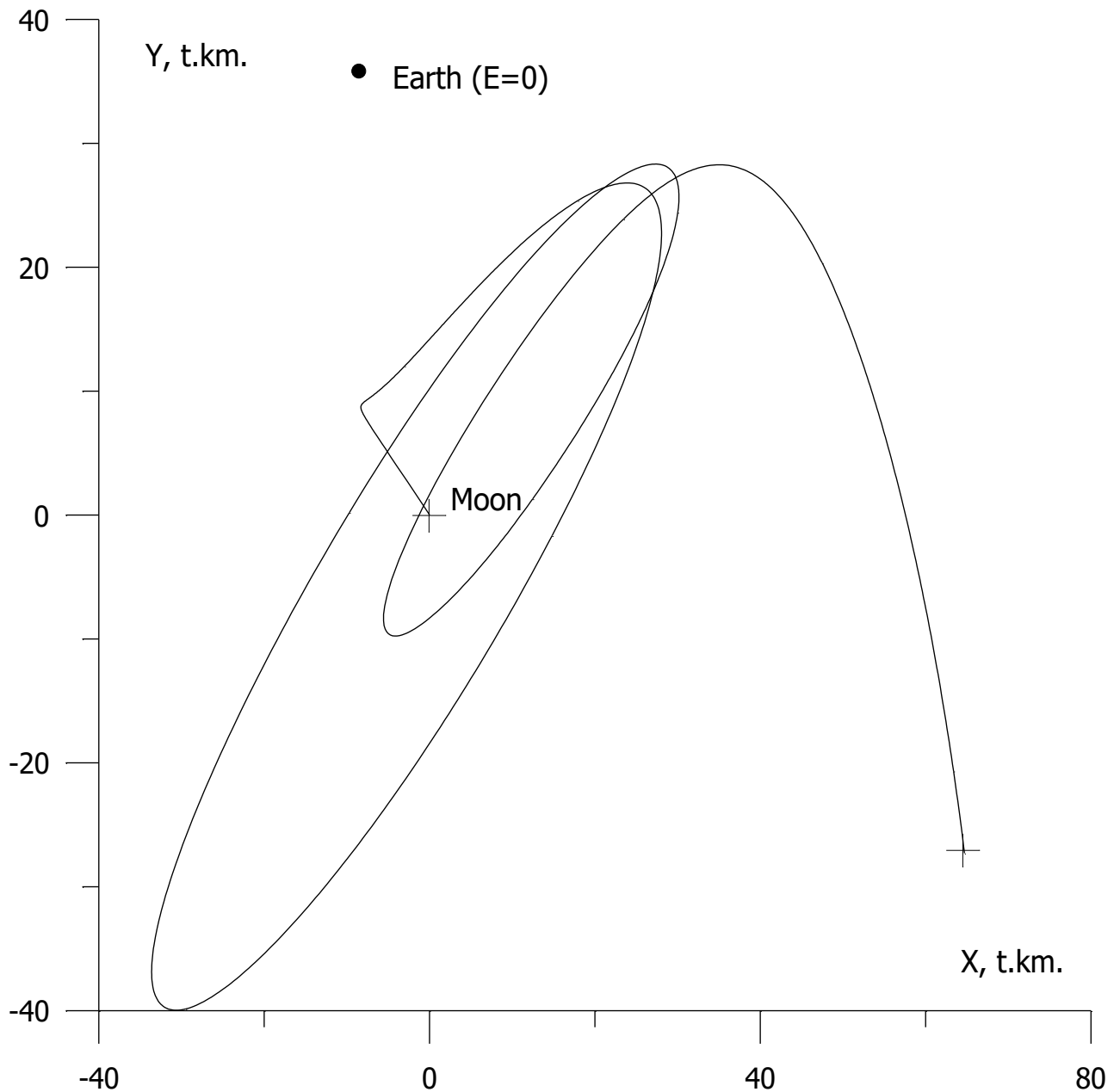


Рис. 12. Заключительная часть селеноцентрической траектории T_2 полета к Луне в проекции на плоскость XY .

Рис. 12 представляет селеноцентрический полет для заключительной части траектории, фазы захвата, в проекции на плоскость XY . Точкой отмечено направление на Землю в момент начала захвата КА Луной.

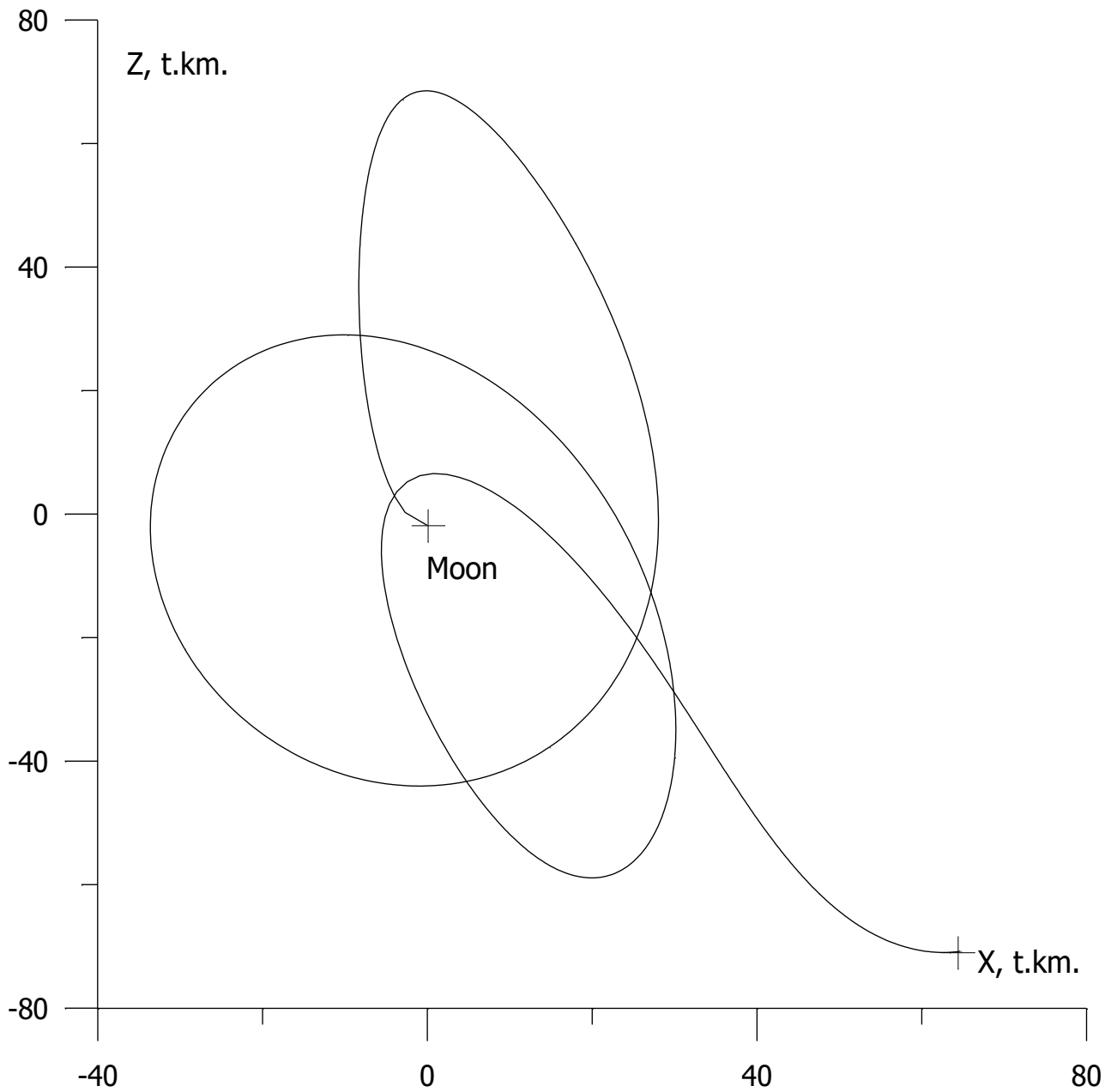


Рис. 13. Заключительная часть селеноцентрической траектории T_2 полета к Луне в проекции на плоскость XZ .

На рис. 13 для данной траектории представлена проекция на плоскость XZ этой заключительной фазы полета к Луне – фазы захвата КА Луной. В конце движения фактически видна половина витка конечной орбиты, ортогональной плоскости XY .

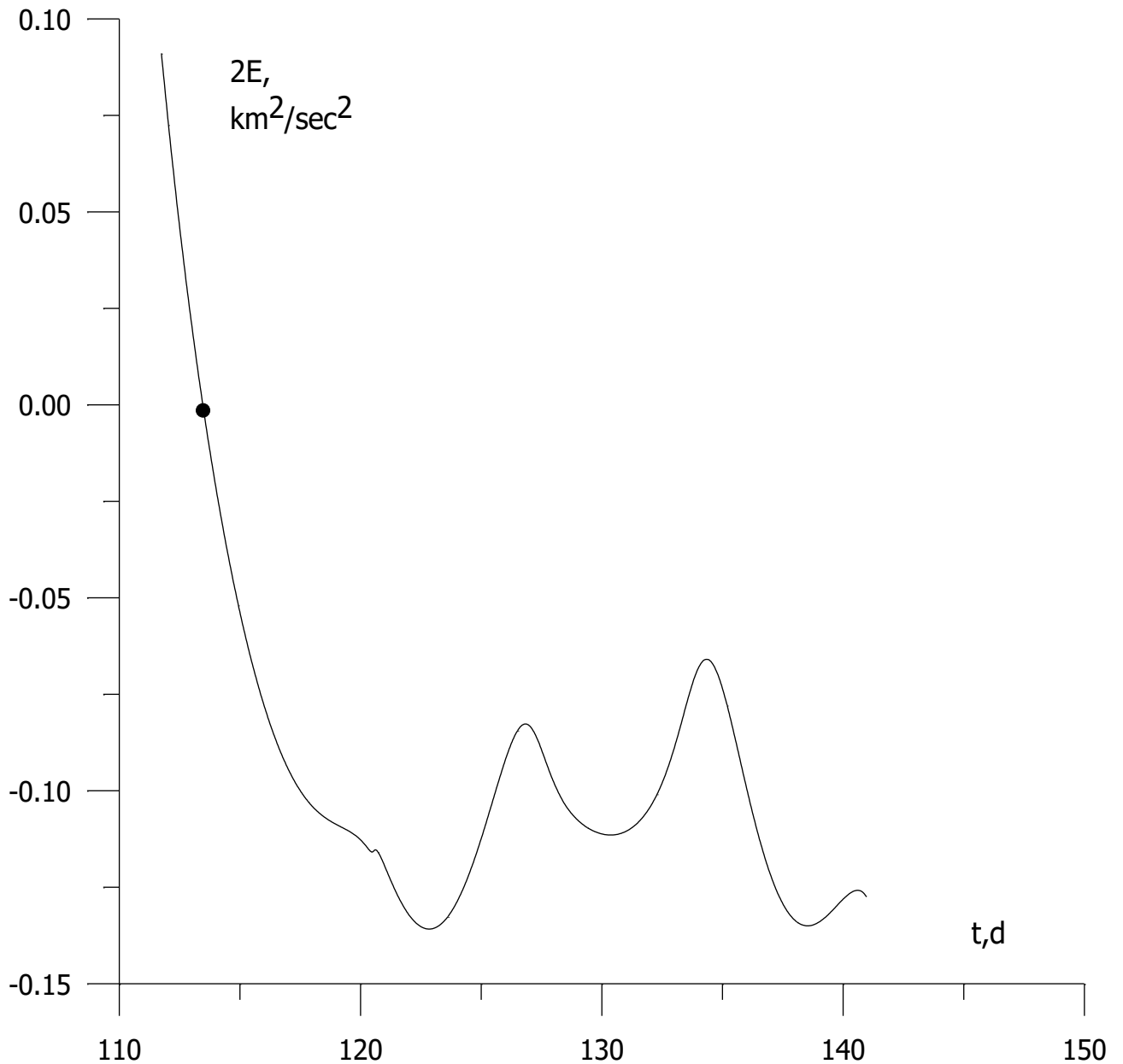


Рис. 14. Зависимость селеноцентрической константы энергии $h = 2E$ от времени для заключительной фазы полета при захвате Луной.

Рис. 14 представляет зависимость от времени механической энергии селеноцентрического движения КА на заключительной фазе полета при захвате Луной до достижения периселения конечной орбиты. Точкой отмечен момент начала захвата, $E(t)=0$.

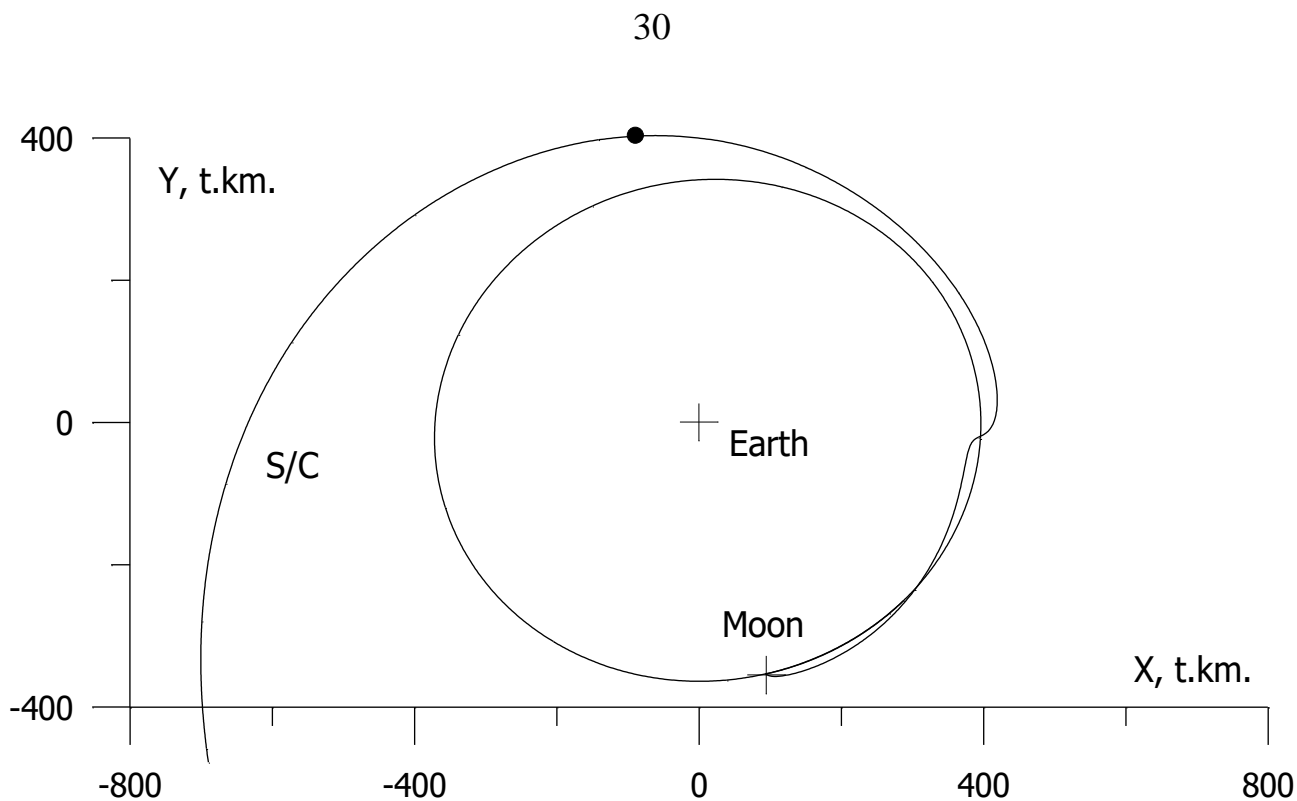


Рис. 15. Геоцентрическое продолжение траектории T_2 за конечный периселений

На рис. 15 дано геоцентрическое продолжение этой траектории за конечную точку (при условии отсутствия в ней торможения). Следовательно, данный захват тоже временный, он продолжается ~ 42 сут.

Анализ численных результатов полного моделирования движения КА в системе Земля – Луна – Солнце показывает, что они хорошо соответствуют качественным аналитическим оценкам, выполненным в п. 4.

6. ВЫВОДЫ

Анализ выполненных современной наукой исследований позволяет сделать вывод о существовании траекторий полета от Земли к Луне нового, «обходного» типа. В отличие от обычных траекторий прямого полета с малым временем перелета, они используют отлет от Земли на большое расстояние, $\sim 1,5$ млн. км, имеют большое время полета, ~ 100 сут, и временный захват Луной КА на эллиптическую орбиту, что заметно сокращает энергетику торможения для перехода на орбиту искусственного спутника Луны или для посадки на ее поверхность. В работе дан анализ особенностей траекторий этого типа, даны

оценки влияния гравитационных возмущений, раскрывающие качественную картину эволюции орбиты точки, приводящей к захвату ее Луной. Выполнен численный анализ, позволивший получить ряд траекторий этого типа. Приведены характеристики таких полетов, находящиеся в хорошем соответствии с качественными результатами.

В заключение автор считает своим приятным долгом отметить поддержку, которую оказали автору Ф.И.Баум, С.В.Белоусов, В.Г.Жаров, В.В.Сазонов, В.А.Степаньянц, А.В.Чернов в разработке численного алгоритма. А.В.Чернов оказал также большую помощь в подготовке препринта к печати.

Автор благодарен д-ру М. Bello Moga и безвременно скончавшемуся проф. J.J.Martinez Garcia, которые обратили внимание автора на данную проблему и оказали поддержку в ее анализе.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных исследований (Гранты NN 01-01-00133, 00-15-96036).

7. ЛИТЕРАТУРА

1. Егоров В.А. О некоторых задачах динамики полета к Луне. – Успехи физических наук, т. 63, вып. 1а, 1957, 73 – 117.
2. Егоров В.А. К вопросу о захвате в ограниченной круговой проблеме трех точек. – ИСЗ, 1959, вып. 3.
3. Егоров В.А. Пространственная задача достижения Луны. – М.: Наука, 1965.
4. Егоров В.А., Гусев Л.И. Динамика перелетов между Землей и Луной. – М.: Наука, 1980.
5. Фесенков В.Г. О возможности захвата при близком прохождении. – *Астрономический журнал*, N 23, вып. 1, 1946, 45-58.
6. Davidson M.C. Numerical examples of transition orbits in the restricted three body problem. – *Astronaut. Acta*, 1964, 10, 308-313.
7. Себехей, В. Теория орбит. Ограниченная задача трех тел. – Пер. с англ. М.: Наука, 1982.
8. Belbruno E. Lunar capture orbits, a method of constructing Earth – Moon trajectories and the Lunar GAS Mission. – *AIAA Paper No 87-1054. International Electric Propulsion Conference*, 1987.
9. Космонавтика, энциклопедия. Главный редактор В.П. Глушко. М.: Советская энциклопедия, 1985.

10. Miller, J.K. and Belbruno, E.A. A method for the construction of Lunar transfer trajectory, using ballistic capture. – AAS/AIAA Spaceflight Mechanics Meeting, AAS Paper 91-100, 1991.
11. Belbruno, E.A., and Miller, J.K. Sun-perturbed Earth – to – Moon transfer with ballistic capture. – Journal of Guidance, Control and Dynamics, vol. 16, No. 4, July – August 1993, 770-775.
12. Biesbroek R., Janin G. Ways to the Moon? - ESA Bulletin, 103, August 2000, 92-99.
13. Hohmann W. Die Erreichbarkeit der Himmelskoerper. – R. Oldenbourg, Munich, 1925.
14. Цандер Ф.А. Полеты на другие планеты. (Теория межпланетных путешествий), 1924-1925 гг.
 - а) Проблема полета при помощи реактивных аппаратов. Межпланетные полеты. Сборник статей». - М.: Оборонгиз, 1961, 285-360.
 - б) Пионеры ракетной техники. Кибальчич, Циолковский, Цандер, Кондратюк. Избранные труды. - М.: Наука, 1964, 277 – 359.
15. Штернфельд А.А. Введение в космонавтику. – а) М. – Л. – ОНТИ. 1937. б) М.: Наука, 1974.
16. Штернфельд А.А. Искусственные спутники. - М.: Гостехиздат, 1958.
17. Лидов М.Л. Эволюция орбит искусственных спутников планет под действием гравитационных возмущения внешних тел. – Искусственные спутники Земли, вып. 8, 1961, 5 –45.
18. Эльясберг П.Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. – М.: Наука, 1965.
19. Ивашкин В.В., Баум Ф.И. Использование гравитационного маневра у Луны для полета космического аппарата к сближающемуся с Землей астероиду. – Препринт ИПМ им. Келдыша РАН, 2000, N 67.
20. Степаньянц В.А. , Львов Д.В. Эффективный алгоритм решения системы дифференциальных уравнений движения. - Математическое моделирование. 2000, т.12, вып. 6, 9-14.

В.В. Ивашкин

**ОБ ОПТИМАЛЬНЫХ ТРАЕКТОРИЯХ
ПОЛЕТА КА К ЛУНЕ
В СИСТЕМЕ ЗЕМЛЯ-ЛУНА-СОЛНЦЕ**