

ОРДЕНА ЛЕНИНА  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
ИМЕНИ М.В. КЕЛДЫША  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

А.В. Чернов

АНАЛИЗ ОПТИМАЛЬНЫХ ПЕРЕЛЕТОВ КОСМИЧЕСКОГО  
АППАРАТА К СБЛИЖАЮЩЕМУСЯ С ЗЕМЛЕЙ АСТЕРОИДУ С  
КУСОЧНО-ПОСТОЯННОЙ ЭЛЕКТРОРЕАКТИВНОЙ ТЯГОЙ

Москва

2001

А.В. Чернов

АНАЛИЗ ОПТИМАЛЬНЫХ ПЕРЕЛЕТОВ КОСМИЧЕСКОГО  
АППАРАТА К СБЛИЖАЮЩЕМУСЯ С ЗЕМЛЕЙ АСТЕРОИДУ С  
КУСОЧНО-ПОСТОЯННОЙ ЭЛЕКТРОРЕАКТИВНОЙ ТЯГОЙ

**Аннотация.** В работе определяются и анализируются оптимальные перелеты космического аппарата к сближающемуся с Землей астероиду с применением электрореактивной тяги. Цель перелета состоит в ударно-кинетическом воздействии КА на астероид, в результате которого орбита астероида меняется и астероид отклоняется от Земли. Предполагается, что электрореактивная тяга кусочно-постоянная. Критерием оптимальности является максимальное отклонение астероида от Земли. Применяется эффективный способ определения оптимальной траектории, основанный на принципе максимума Понтрягина. Численные результаты приведены для перелета КА к астероиду Toutatis.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда  
Фундаментальных Исследований (Грант N 01-01-00133).

**Ключевые слова:** астероидная опасность, сближающийся с Землей астероид, перелет к астероиду, электрореактивная тяга

A. V. Chernov

AN ANALYSIS OF SPACECRAFT OPTIMAL FLIGHTS TO NEAR-EARTH ASTEROID WITH STEPPED ELECTRIC-JET THRUST

**Abstract.** Optimal trajectories of a spacecraft flight to a near-Earth asteroid with using electric-jet thrust are determined and analysed. A goal of the spacecraft flight to the asteroid is the spacecraft impact influence on the asteroid to change the asteroid orbit and deflect it from the Earth. The electric thrust is suggested to be stepped. Maximization of asteroid deflection from the Earth is carried out in this paper. Effective method based on the Pontrjagin maximum principle for the optimal trajectories determination is used. Numerical analysis is given for the asteroid Toutatis orbit.

The study is supported by the Russian Foundation for the Basic Studies (Grant N 01-01-00133).

**Key words:** asteroid hazard, near-Earth asteroid, flight to asteroid, electric jet thrust.

## Содержание

Введение .....	5
1. Постановка задачи. Схема перелета КА .....	7
2. Необходимые условия оптимальности .....	11
3. Схема решения задачи .....	13
4. Численные результаты.....	14
Заключение.....	17
Литература.....	18
Рисунки.....	20

## Introduction

Introduction.....	5
1. Statement of the Problem. Scheme of the S/C Flight.....	7
2. Necessary Conditions of Optimality.....	11
3. Scheme of the Problem Solution.....	13
4. Numerical Results.....	14
Conclusions.....	17
References.....	18
Figures.....	20

## Введение

В работе определяются и анализируются оптимальные траектории перелета космического аппарата (КА) к сближающемуся с Землей астероиду (АСЗ) с применением малой электрореактивной тяги с целью ударно-кинетического воздействия КА на АСЗ и, тем самым, предотвращения столкновения АСЗ с Землей. Предполагается, что малая тяга кусочно-постоянная.

Ударно-кинетическое воздействие является одним из "экологически чистых" методов предотвращения столкновения опасного тела с Землей. Это воздействие заключается в механическом соударении КА с опасным астероидом, в результате которого АСЗ сообщается импульс скорости, орбита АСЗ изменяется, и астероид пролетает на безопасном расстоянии от Земли. Предварительные оценки, представленные в работе [1] показали, что метод ударно-кинетического воздействия имеет большую эффективность по сравнению с другими рассмотренными "экологически чистыми" механическими методами, хотя и меньшую, чем метод термоядерного воздействия [2]. Тем не менее, метод ударно-кинетического воздействия в силу "экологической чистоты" и большей "простоты" в реализации может иногда оказаться более приемлемым, чем метод термоядерного воздействия. В силу этого, исследование ударно-кинетического воздействия было продолжено в работах [3 - 7] для различных схем перелета КА к АСЗ. В работах [3, 4] ударно-кинетическое воздействие исследовалось для одноимпульсных перелетов КА к астероиду, в работе [5] рассматривался случай оптимального двухимпульсного перелета КА к АСЗ, в работе [6] рассматривался случай перелета КА к АСЗ с применением гравитационного маневра КА около Луны, в работе [7] рассматривалось движение КА к АСЗ с применением малой идеальной тяги. Было показано, что применение малой тяги при движении КА к АСЗ существенно увеличивает эффективность ударно-

кинетического воздействия для отклонения опасного астероида от Земли по сравнению с перелетом КА только с большой тягой. В данной работе рассматривается случай перелета КА к АСЗ с применением малой кусочно-постоянной тяги. Для определения оптимальной траектории КА с кусочно-постоянной малой тягой применяется эффективный способ, основанный на принципе максимума Понтрягина. Как и в работах [3-7] приводятся численные результаты для перелета к АСЗ, движущемуся по орбите астероида Toutatis.

## 1. Постановка задачи. Схема перелета КА

Целью перелета КА к АСЗ является ударно-кинетическое воздействие на АСЗ для предотвращения столкновения АСЗ с Землей. Ударно-кинетическое воздействие заключается в следующем. Заблаговременно к опасному астероиду посылается КА, который сталкивается с астероидом, в результате чего астероиду сообщается импульс скорости, орбита астероида меняется, и астероид пролетает на безопасном расстоянии около Земли.

При исследовании движения КА его траектория разбивается на две части: геоцентрическую (в поле притяжения Земли) и гелиоцентрическую (в поле притяжения Солнца) и делается допущение, что КА на каждом участке движется в поле одного центра тяготения (Земли или Солнца). Рассматривается схема перелета, при которой КА имеет комбинированную двигательную установку большой и малой тяги: большая тяга служит для геоцентрического разгона, малая тяга – для гелиоцентрического движения, при этом управление малой тягой ограничено. Предполагаем, что малая тяга кусочно-постоянная: скорость истечения  $c_2$  реактивной струи двигателя малой тяги может принимать максимальное  $c_{2\max}$  или нулевое значение, а мощность двигателя может меняться от 0 до максимального значения  $N_{\max}$ .

В случае геоцентрического движения с большой тягой предполагаем, что в некоторый момент времени КА сообщается импульс скорости  $\Delta V_1$ , в результате чего КА переходит с круговой орбиты "ожидания" около Земли на гиперболическую с некоторым вектором скорости "на бесконечности"  $V_{\infty 1}$ :

$$V_{\infty 1} = V(t_1) - V_E(t_1), \quad (1.1)$$

где  $V$  и  $V_E$  – векторы гелиоцентрической скорости КА и Земли соответственно,  $t_1$  – момент начала гелиоцентрического движения КА. Величина импульса скорости  $\Delta V_1$  и масса КА  $M_1$  в момент  $t_1$

определяются соотношениями:

$$\Delta V_1 = |\Delta \mathbf{V}_1| = (V_{\infty 1}^2 + 2\mu_E/R_0)^{1/2} - (\mu_E/R_0)^{1/2}, \quad (1.2)$$

$$M_1 = M_0 \exp(-\Delta V/c_1), \quad (1.3)$$

где  $c_1$  - скорость истечения струи из сопла двигателя большой тяги на геоцентрическом участке движения,  $M_0$  - масса КА на круговой орбите "ожидания" около Земли,  $R_0$  - радиус этой орбиты,  $\mu_E$  - гравитационный параметр Земли,  $V_{\infty 1} = |\mathbf{V}_{\infty 1}|$ . Пренебрегаем гравитационными потерями и расходом массы на коррекцию.

Гелиоцентрическое движение рассматривается в гелиоцентрической эллиптической прямоугольной системе координат OXYZ, ось OX которой направлена в точку весеннего равноденствия, ось OZ в северный полюс эклиптики, ось OY дополняет систему до правой. Уравнения гелиоцентрического движения КА имеют вид [8]:

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{R}}{dt} = \mathbf{V}, \\ \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{2N}{c_2 M} \mathbf{e} + \mathbf{g}, \\ \frac{dM}{dt} = -\frac{2N}{c_2^2}, \end{cases} \quad (1.4)$$

где  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{V}$  – радиус-вектор и вектор скорости КА в системе OXYZ,  $\mathbf{e}$  – направление реактивной тяги, мощность  $N \in [0, N_{\max}]$ ,  $t_1 \leq t \leq t_2$ ,  $t_2$  – момент подлета КА к астероиду. Управлением движения является скорость истечения  $c_2$ , мощность  $N$  и вектор направления тяги  $\mathbf{e}$ .

При гелиоцентрическом движении размерами сфер действия Земли и астероида пренебрегаем, поэтому имеем условия:

$$\mathbf{R}(t_1) = \mathbf{R}_E(t_1), \quad (1.5)$$

$$\mathbf{R}(t_2) = \mathbf{R}_A(t_2), \quad (1.6)$$

где  $\mathbf{R}_E$  и  $\mathbf{R}_A$  - радиус-векторы Земли и астероида в выбранной системе координат, соответственно. На скорость КА  $\mathbf{V}(t_2)$  ограничений не накладываемся.



Целью перелета является предотвращение столкновения астероида с Землей, поэтому за критерий оптимальности выберем максимальное расстояние астероида  $d$  относительно Земли в момент  $t_3$  их наибольшего сближения.

Расстояние астероида  $d$  будем определять в картинной плоскости Земли [9]. За картинную возьмем плоскость, проходящую через центр Земли в момент  $t_3$  и перпендикулярную скорости  $\mathbf{V}_{\infty 3}$  подлета астероида к Земле без воздействия на астероид КА:

$$\mathbf{V}_{\infty 3} = \mathbf{V}_A(t_3) - \mathbf{V}_E(t_3), \quad (1.8)$$

где  $\mathbf{V}_A$ ,  $\mathbf{V}_E$  - векторы скорости астероида и Земли, соответственно. Пусть  $O_E \xi \eta \zeta$  - система координат, центр которой  $O_E$  совпадает с центром Земли, ось  $O_E \zeta$  направлена по вектору скорости  $\mathbf{V}_{\infty 3}$ , ось  $O_E \xi$  совпадает с проекцией скорости Земли  $\mathbf{V}_E(t_3)$  на картинную плоскость, ось  $O_E \eta$  дополняет систему до правой. Пусть  $\zeta_0$ ,  $\xi_0$ ,  $\eta_0$  - орты, направленные вдоль осей  $O_E \zeta$ ,  $O_E \xi$  и  $O_E \eta$ , соответственно. Орты определяются с помощью выражений [4]:

$$\zeta_0 = \frac{\mathbf{V}_{\infty 3}}{|\mathbf{V}_{\infty 3}|}, \quad \xi_0 = \frac{\mathbf{V}_E(t_3) - (\mathbf{V}_E(t_3)\zeta_0)\zeta_0}{\sqrt{|\mathbf{V}_E(t_3)|^2 - (\mathbf{V}_E(t_3)\zeta_0)^2}}, \quad \eta_0 = \zeta_0 \times \xi_0. \quad (1.9)$$

Величина отклонения астероида  $d$  от Земли в ее картинной плоскости равняется:

$$d = |\mathbf{d}| = |\mathbf{d}_0 + \Delta \mathbf{d}|, \quad (1.10)$$

где  $\mathbf{d}_0$  - вектор положения астероида относительно Земли в ее картинной плоскости в момент  $t_3$  без влияния КА,  $\Delta \mathbf{d}$  - вектор вызванного воздействием КА отклонения астероида в картинной плоскости Земли от положения астероида в этой плоскости в момент  $t_3$  без влияния КА. Так как импульс скорости  $\Delta \mathbf{V}_A$ , прикладываемый к астероиду, мал [4], то для определения отклонения используем матрицу частных производных [9]:

$$\Delta \mathbf{R}_A(t_3) = \mathbf{B} \Delta \mathbf{V}_A, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{R}_A(t_3)}{\partial \mathbf{V}_A(t_2)} \end{bmatrix}, \quad (1.11)$$

где  $\Delta \mathbf{R}_A$  - вектор отклонения астероида в системе координат OXYZ. Определим матрицу C:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \left[ \begin{matrix} \xi_0 \\ \eta_0 \end{matrix} \right]^T \end{bmatrix} \mathbf{B}. \quad (1.12)$$

Тогда вектор отклонения  $\Delta \mathbf{d}$  определяется с помощью выражения:

$$\Delta \mathbf{d} = \mathbf{C} \Delta \mathbf{V}_A. \quad (1.13)$$

Следуя работам [4-7], импульс скорости определяем для трех моделей соударения КА с астероидом: абсолютно-неупругой, абсолютно-упругой и "взрывной":

$$\Delta \mathbf{V}_A = (1+k) M_f \mathbf{V}_{\infty 2} / M_A, \quad (1.14)$$

где  $M_A$  - масса астероида,  $M_f$  - конечная масса КА,  $\mathbf{V}_{\infty 2} = \mathbf{V}(t_2) - \mathbf{V}_A(t_2)$ ,  $k$  - коэффициент, зависящий от модели соударения КА и астероида. При абсолютно-неупругом соударении коэффициент  $k = 0$ , при абсолютно-упругом -  $k = 1$ . Столкновения КА с астероидом характеризуются большими величинами скоростей:  $\sim 15-25$  км/с [4-7]. В этом случае, согласно [10], возможно "взрывное" столкновение КА и астероида, при котором происходит разрушение материала КА и структуры астероида в области соударения, испарение веществ КА и астероида, образование большого количества мелких частиц вещества астероида, отлетающих от него с большими скоростями, из-за чего возникает эффект реактивной тяги, и астероиду сообщается дополнительный импульс скорости. Для этого случая рассмотрим взрывную модель, на основании которой положим:

$$k = 0.6 V_{\infty 2} / u_k, \quad (1.15)$$

где  $u_k$  - величина, зависящая от материала соударяющихся тел. В работе принято:  $u_k = 2$  км/с, что соответствует столкновению алюминия и камня [10].

Обозначим через  $d_e$  и  $\Delta d_e$  расстояние астероида от Земли и его отклонение при "взрывном" соударении КА и астероида, соответственно, а для абсолютно-неупругого и абсолютно-упругого соударений оставим прежние обозначения  $d$  и  $\Delta d$ . Тогда имеем два критерия оптимальности:

$$d \rightarrow \max, \quad (1.16)$$

$$d_e \rightarrow \max. \quad (1.17)$$

## 2. Необходимые условия оптимальности

Для решения рассматриваемой задачи применим принцип максимума Понтрягина [11]. Функция Понтрягина имеет вид:

$$H = \psi_R \mathbf{V} + \psi_V \left( \frac{2N}{c_2 M} \mathbf{e} + \mathbf{g} \right) - \psi_M \frac{2N}{c_2^2}, \quad (2.1)$$

где  $\psi_R$ ,  $\psi_V$  и  $\psi_M$  - переменные, сопряженные к  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{V}$  и  $M$ , соответственно. Эти переменные описываются следующей системой дифференциальных уравнений [8]:

$$\begin{cases} d\psi_R/dt = -[\partial \mathbf{g} / \partial \mathbf{R}]^T \psi_V, \\ d\psi_V/dt = -\psi_R, \\ d\psi_M/dt = 2N\psi_V \mathbf{e} / c_2 M^2. \end{cases} \quad (2.2)$$

Величина скорости на "бесконечности"  $V_{\infty 1}$  не фиксируется. Условия трансверсальности для ограничений (1.1 - 1.3) и функционалов (1.16) и (1.17) имеют вид:

$$\psi_V(t_1) = \lambda \frac{M_1}{c_1} \frac{V_{\infty 1}}{\sqrt{V_{\infty 1}^2 + 2\mu_E / R_0}}, \quad (2.3)$$

$$\psi_M(t_1) = \lambda, \quad (2.4)$$

а также для моделей абсолютно-неупругого ( $k=0$ ) и абсолютно-упругого ( $k=1$ ) соударения КА с астероидом (функционал (1.16)):

$$\begin{aligned}\Psi_{\mathbf{v}}(t_2) &= \frac{M_f}{M_A} \frac{1}{d} (1+k) C^T \mathbf{d}, \\ \Psi_M(t_2) &= \frac{(\mathbf{d}, \Delta \mathbf{d})}{M_f d},\end{aligned}\tag{2.5}$$

и для модели "взрывного" соударения (функционал (1.17)):

$$\begin{aligned}\Psi_{\mathbf{v}}(t_2) &= \frac{M_f}{M_A} \frac{1}{d_e} \left[ (1+k) C^T \mathbf{d}_e + k \frac{(\mathbf{d}_e, \Delta \mathbf{d}_e)}{\Delta V_A} \frac{\mathbf{V}_{\infty 2}}{V_{\infty 2}} \right], \\ \Psi_M(t_2) &= \frac{(\mathbf{d}_e, \Delta \mathbf{d}_e)}{M_f d_e},\end{aligned}\tag{2.6}$$

Условие максимума функции (2.1) по вектору  $\mathbf{e}$  [8]:

$$\mathbf{e} = \frac{\Psi_{\mathbf{v}}}{\Psi_{\mathbf{v}}},\tag{2.7}$$

где  $\Psi_{\mathbf{v}} = |\Psi_{\mathbf{v}}|$ . Обозначим через  $f$  функцию переключения [8]:

$$f = \frac{\Psi_{\mathbf{v}}}{M} - \frac{\Psi_M}{c_2}.\tag{2.8}$$

Тогда условие максимума функции (2.1) по скорости  $c_2$  и мощности  $N$  имеет вид:

$$\begin{aligned}1) c_2 &= c_{2\max}, N = N_{\max}, \text{ если } f(c_{2\max}) > 0; \\ 2) N_e &= 0, \text{ если } f(c_{2\max}) < 0; \\ 3) N &= [0, N_{\max}], \text{ если } f(c_{2\max}) \equiv 0.\end{aligned}\tag{2.9}$$

Следуя [8], третий вариант, соответствующий режиму особого управления, в работе не рассматривается.

Таким образом, задача оптимального управления свелась к краевой для систем дифференциальных уравнений (1.4), (2.2) с краевыми условиями (1.1 - 1.3, 1.5, 1.6, 2.3 - 2.4), а также условием (2.5) для абсолютно-неупругого и абсолютно-упругого соударения (функционал (1.16)), или условием (2.6) для "взрывного" соударения (функционал (1.17)) КА и астероида, причем скорость  $c_2$  и мощность  $N$  определяются из условия (2.9), а направление тяги - из условия (2.7).

### 3. Схема решения задачи

Для решения поставленной краевой задачи сделаем допущение, что скорость  $c_2$  может принимать значения из некоторого отрезка  $[c_{2\min}, c_{2\max}]$  и нулевое значение. Тогда максимизация функции (2.1) по скорости  $c_2$  и мощности  $N$  сводится к максимизации функции

$$F=N f /c_2. \quad (3.1)$$

Заметим, что функции  $F$  и  $f$  принимают нулевые значения при одной и той же скорости  $c_2 = \psi_M M / \psi_V$ . Пусть  $c_{2\text{opt}}=2 \psi_M M / \psi_V$ , тогда условие максимума функции (2.1) по  $c_2$  и  $N$  имеют вид:

- 1) если  $c_{2\text{opt}} \in [c_{2\min}, c_{2\max}]$ , то  $c_2=c_{2\text{opt}}, N=N_{\max}$ ,
- 2) если  $c_{2\text{opt}} > c_{2\max}$ , то 
$$\begin{cases} c_2=c_{\max}, N=N_{\max}, \text{ при } f(c_{2\max})>0, \\ N=0, \text{ при } f(c_{2\max})<0, \end{cases} \quad (3.2)$$
- 3) если  $c_{2\text{opt}} < c_{2\min}$ , то  $c_2=c_{2\min}, N=N_{\max}$ .

При  $c_{2\max}=c_{2\min}$ , условие (3.2) максимума функции (2.1) аналогичны условию (2.9).

Таким образом, как и в предыдущем случае, данная задача оптимального управления свелась к краевой для систем дифференциальных уравнений (1.4), (2.2) с краевыми условиями (1.1-1.3, 1.5, 1.6, 2.3, 2.4), а также условиями (2.5) и (2.6) для критериев  $d$  и  $d_e$ , соответственно, при этом скорость  $c_2$  определяется из условия (3.2), направление тяги - из условия (2.7). Краевая задача решалась модифицированным методом Ньютона. Варьируемыми параметрами являются векторы  $\mathbf{V}(t_1)$ ,  $\boldsymbol{\psi}_R(t_1)$  и величина  $\psi_M(t_1)$ . Задаваясь этими векторами и определяя вектор  $\boldsymbol{\psi}_V(t_1)$  из (2.3), начальную массу КА  $M_1$  из (1.1– 1.3), вектор  $\mathbf{R}(t_1)$  из (1.5), интегрируем системы дифференциальных уравнений (1.4) и (2.2) с учетом (3.2), (2.7), и проверяем для момента  $t_2$

выполнение условий (1.6) и (2.5) или (2.6) в зависимости от рассматриваемой модели соударения КА и астероида.

Для выбора первого приближения для варьируемых параметров используем следующий подход. Сначала определяем оптимальную траекторию с идеальным управлением малой тягой с критериями  $d$  и  $d_e$  (1.16), (1.17) по методике, описанной в работе [7], основанной на применении метода транспортирующей траектории [12, 13], согласно которому уравнения движения КА линейризуются относительно опорной траектории, являющейся кеплеровской и имеющей заданные времена перелета  $t_1$  и  $t_2$ . Затем выбираем такую область  $[c_{2\min}, c_{2\max}]$ , которая практически полностью охватывала все значения скорости  $c_2$ , принимаемые при оптимальном перелете КА с идеальной малой тягой. При этом решение задачи с ограничением на скорость  $c_2$  будет близко к решению задачи с идеальным управлением, которое и выбирается в качестве первого приближения. Далее постепенно уменьшаем отрезок  $[c_{2\min}, c_{2\max}]$  с некоторым шагом по  $c_{2\max}$ . На каждом шаге по скорости  $c_{2\max}$  первое приближение выбирается из решения, полученного на предыдущем шаге. Отрезок  $[c_{2\min}, c_{2\max}]$  уменьшаем до выполнения условия  $c_{2\min} = c_{2\max}$ , при этом получим решение задачи для кусочно-постоянной скорости  $c_2$ . Такой подход обеспечил хорошую сходимость модифицированного метода Ньютона.

#### 4. Численные результаты

Численные результаты были получены для перелета КА к астероиду, движущемуся по орбите астероида Toutatis. Для расчетов были выбраны следующие значения параметров: радиус круговой орбиты "ожидания" вблизи Земли  $R_0 = 6671$  км, начальная масса КА  $M_0 = 8$  тонн, скорость истечения струи из сопла двигателя большой тяги  $c_1 = 4.5$  км/с и максимальная скорость истечения струи двигателя малой тяги  $c_{2\max} = 20$  км/с, мощность двигателя малой тяги  $N = 4$  кВт, что соответствует тяге  $0.4$

Н. Масса астероида была взята равной  $M_A = 1.257 \cdot 10^7$  тонн, что соответствует его радиусу  $R_A = 100$  м при плотности  $\rho = 3 \text{ г/см}^3$ . Время сближения астероида с Землей выбрано равным  $t_3 = 2448964.8$  юлианских дней, что соответствует дате 8 декабря 1992 г. На рис. 1 показаны проекции на плоскость эклиптики орбиты Земли и близкого к земной участка орбиты астероида Toutatis, точка С, в которой происходит их наибольшее сближение в указанный момент  $t_3$ . Оптимальный режим работы электро-реактивного двигателя при ограниченной тяге определим для времен перелета КА, соответствующих одному из локальных максимумов отклонения астероида при одноимпульсной схеме перелета КА, найденных в работе [4]: время движения КА от Земли к астероиду  $t_{12} = t_2 - t_1 = 27.1$  млн. сек, время движения астероида от воздействия КА до его сближения с Землей  $t_{23} = t_3 - t_2 = 375.1$  млн. сек. Отклонение астероида при абсолютно-упругом соударении лежит между отклонениями при абсолютно-неупругом и "взрывном" соударении КА и астероида, поэтому численный анализ проведем только для абсолютно-неупругого и "взрывного" соударений.

Оптимальные траектории перелета при идеальном управлении для моделей абсолютно-неупругого и "взрывного" соударений представлены на рис. 1. Соответствующие им зависимости оптимальной скорости истечения от времени полета  $t$  КА представлены на рис. 2а – для абсолютно-неупругого и 3а – для взрывного соударения КА и астероида. Зададимся таким отрезком  $[c_{2\min}, c_{2\max}]$ , который охватывал бы практически все значения скорости  $c_2$ , соответствующие идеальному управлению с критерием  $d$  (1.16). Из рис. 2а видно, что при идеальном управлении малой тяги для оптимальной траектории при абсолютно-неупругом соударении скорость истечения  $c_2$  лежит в диапазоне от 18 км/с до 51 км/с. Пусть скорость  $c_{2\min} = 20$  км/с и  $c_{2\max} = 50$  км/с. Далее постепенно уменьшая  $c_{2\max}$  с шагом 1 км/с до  $c_{2\min}$ , и определяя на каждом шаге оптимальные траектории, при  $c_{2\min} = c_{2\max} = 20$  км/с получим траекторию, которая и будет искомой оптимальной с кусочно-постоянной малой тягой. На рис. 2b - 2i представлены соответствующие зависимости скорости  $c_2$  от

времени  $t$  полета КА при некоторых максимальных скоростях  $c_{2\max}$  этого процесса для абсолютно-неупругого соударения. При  $c_{2\max} = c_{2\min} = 20$  км/с (рис. 2i) имеем искомую оптимальную кусочно-постоянную программу изменения скорости  $c_2$ . Она имеет два пассивных (в начале и середине перелета) и два активных участка. Аналогичные зависимости для оптимального перелета при "взрывном" соударении КА и астероида приведены на рис. 3. На рис. 3a представлена зависимость скорости  $c_2$  от времени перелета при идеальном управлении. Из рис. 3a видно, что скорость истечения  $c_2$  лежит в диапазоне от 12 км/с до 35 км/с. Как и в предыдущем случае, пусть скорость  $c_{2\min}=20$  км/с, а  $c_{2\max}=35$  км/с. На рис. 3b - 3f представлены зависимости скорости  $c_2$  от времени полета  $t$  КА для критерия  $d_e$ , при некоторых скоростях  $c_{2\max}$ . На рис. 3f показана искомая кусочно-постоянная программа изменения скорости  $c_2$ . Оказалось, что для "взрывного" соударения зависимость  $c_2(t)$  имеет один активный участок. По-видимому, это связано с тем, что отклонение астероида при "взрывном" соударении более чувствительно к увеличению подлетных скоростей КА по сравнению с отклонением при абсолютно-неупругом соударении. На рис. 4 представлены соответствующие зависимости отклонений астероида  $\Delta d$  и  $\Delta d_e$  от максимальной скорости  $c_{2\max}$ , при  $c_{2\min} = 20$  км/с и  $c_2 \in [0] \cup [c_{2\min}; c_{2\max}]$ . Из рис. 4 видно, что ограничение на управление не приводит к значительному уменьшению функционала, что дает основание не рассматривать в работе режим особого управления малой тягой [8]. Проекция найденных оптимальных траекторий с критериями  $d$  и  $d_e$  на плоскость эклиптики ОХУ при  $c_{2\min} = c_{2\max} = 20$  км/с приведены на рис. 1. Эти проекции практически совпадают с проекциями оптимальных траекторий при идеальном управлении малой тягой. В таблице приведены характеристики опорной кеплеровской траектории, найденных оптимальных траекторий при идеальном управлении и при малой кусочно-постоянной тяге.



Таблица. Характеристики опорной и оптимальных траекторий КА с идеальной и малой кусочно-постоянной тягой,  $c_{2max} = c_{2min} = 20$  км/с.

		режим тяги	$V_{\infty 1}$ , км/с	$V_{\infty 2}$ , км/с	$M_1$ , тонн	$M_f$ , тонн	$\Delta d$ , тыс. км	$\Delta d_e$ , тыс. Км
опорная			2.0	15.5	3.77	3.77	8.1	46.1
Критерий	D	идеальная	2.2	18.1	3.74	3.43	8.9	57.2
	$d_e$		4.3	22.2	3.27	2.48	8.1	62.2
	D	кусочно- постоянная	2.2	18.2	3.74	3.34	8.8	56.8
	$d_e$		3.9	20.5	3.38	2.84	8.4	60.0

Из таблицы видно, что ограничение на управление приводит к уменьшению отклонения с 8.9 тыс. км до 8.8 тыс. км, что составляет  $\sim 1\%$ , для модели абсолютно-неупругого столкновения, и с 62.2 тыс. км до 60 тыс. км, что составляет  $\sim 4\%$ , для "взрывного" соударения КА и астероида.

### Заключение

В работе были определены и проанализированы оптимальные перелеты КА к АСЗ с применением малой кусочно-постоянной тяги с целью ударно-кинетического воздействия на астероид и предотвращения его столкновения с Землей. Критерием оптимальности является максимальное отклонение астероида от Земли в момент их наибольшего сближения. Применен эффективный метод определения оптимальных траекторий КА с малой кусочно-постоянной тягой с критерием максимального отклонения астероида от Земли, основанный на постепенном сужении области возможных значений скорости истечения двигателя малой тяги. Рассмотрены модели абсолютно-неупругого и "взрывного" соударения КА и астероида. Проанализирована эффективность ударно-кинетического воздействия КА на АСЗ для рассматриваемой схемы перелета и сделано сравнение со случаем

перелета КА с идеальной тягой. Показано, что ограничение на управление малой тяги приводит к уменьшению отклонения астероида на 1-4%.

Автор выражает искреннюю признательность В.В. Ивашкину за научное руководство работы.

### Литература

1. Ивашкин В.В., Смирнов В.В. Качественный анализ некоторых методов уменьшения астероидной опасности для Земли. *Астрономический вестник*, 1993, т.27, №6. С. 46-54.
2. Ивашкин В.В. Сравнительный анализ ударного и термоядерного методов уменьшения астероидно-кометной опасности. Всероссийская конференция с международным участием "Астероидная опасность-95", С-Петербург, 23-25 мая 1995 г. Тезисы докладов. СПб, ИТА РАН - МИПАО, 1995. С. 53.
3. Ахметшин Р.З., Ивашкин В.В., Смирнов В.В. Анализ возможности уменьшения астероидной опасности для Земли ударным воздействием космического аппарата. *Астрономический вестник*, 1994, т.28, №1. С.13-20.
4. Ивашкин В.В., Зайцев А.В. Анализ возможности изменения орбиты сближающегося с Землей астероида ударным воздействием космического аппарата. *Космические исследования*. 1999. Т.37. Вып. 4. С. 405-416.
5. Ивашкин В.В., Чернов А.В., Баум Ф.И. Анализ оптимальных двухимпульсных перелетов космического аппарата к сближающемуся с Землей астероиду. Препринт Института прикладной математики имени М.В. Келдыша РАН, 1999, № 34. 31 с.
6. Ивашкин В.В., Баум Ф.И. Использование гравитационного маневра у Луны для полета космического аппарата к сближающемуся с Землей астероиду. Препринт Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, 2000, №67. 32с.

7. Ивашкин В.В., Чернов А.В. Оптимальные траектории полета КА к сближающемуся с Землей астероиду при использовании малой тяги. *Космические исследования*, 2000, т.38, № 2. С. 151-163.
8. Ахметшин Р.З., Егоров В.А.. Полеты к астероидам и кометам с кусочно-постоянной малой тягой. Препринт Института прикладной математики М.В. Келдыша РАН, 1997, № 94. С.32.
9. Основы теории полета космических аппаратов. Под ред. Нариманова Г.С., Тихонравова М.К. М., Машиностроение, 1972г. 608с.
10. Станюкович К.П. Неустановившиеся движения сплошной среды. М.: Наука, 1971.
11. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М., Физматгиз, 1961. 392 с.
12. Белецкий В.В., Егоров В.В. Межпланетные полеты с двигателями постоянной мощности. *Космические исследования*, 1964, т.2, № 3. С.360-391.
13. Суханов А.А. Оптимизация перелетов с малой тягой. *Космические исследования*, 1999, т. 37, № 2. С. 182 –191.

## Рисунки

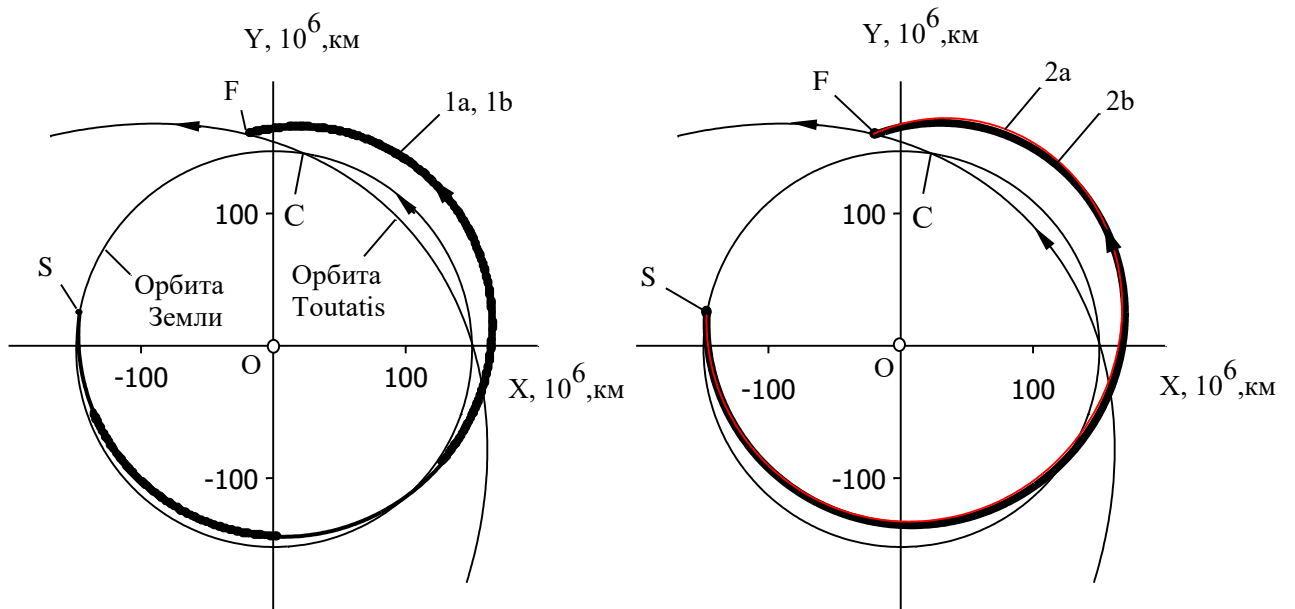


Рис. 1. Проекция орбит Земли, астероида и оптимальных траекторий КА на плоскость эклиптики для идеальной и малой кусочно-постоянной тяги: 1a- для критерия  $d$  с идеальной тягой, 1b – для критерия  $d$  с кусочно-постоянной тягой, 2a - для критерия  $d_e$  с идеальной тягой, 2b – для критерия  $d_e$  с кусочно-постоянной тягой;

- - активные участки траектории КА,
- - пассивные участки траектории КА.

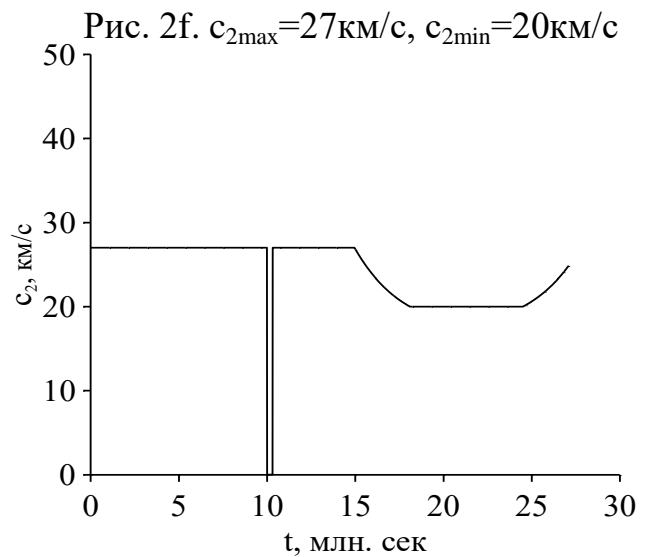
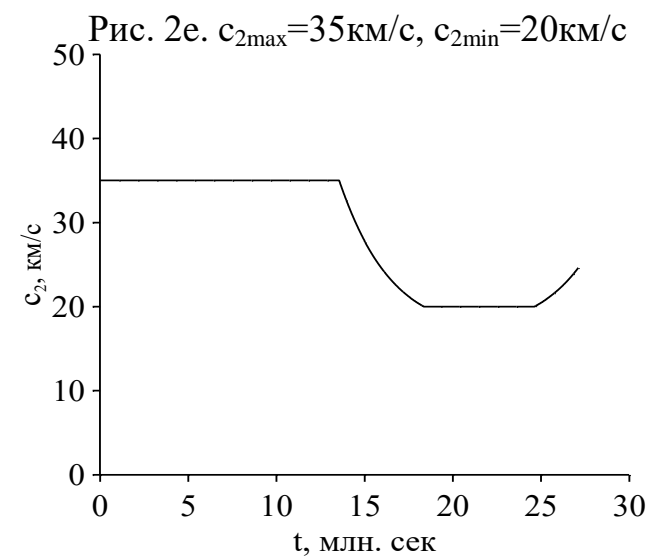
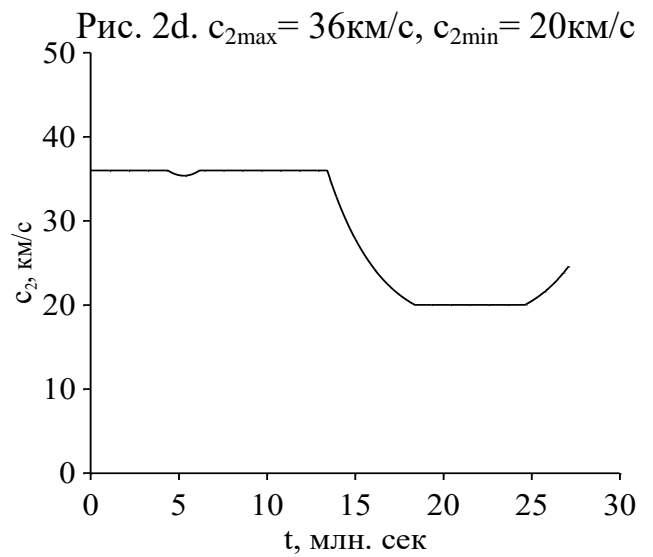
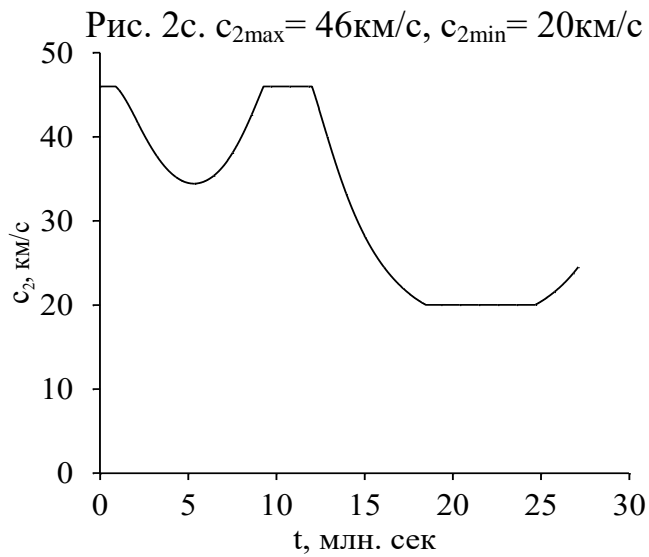
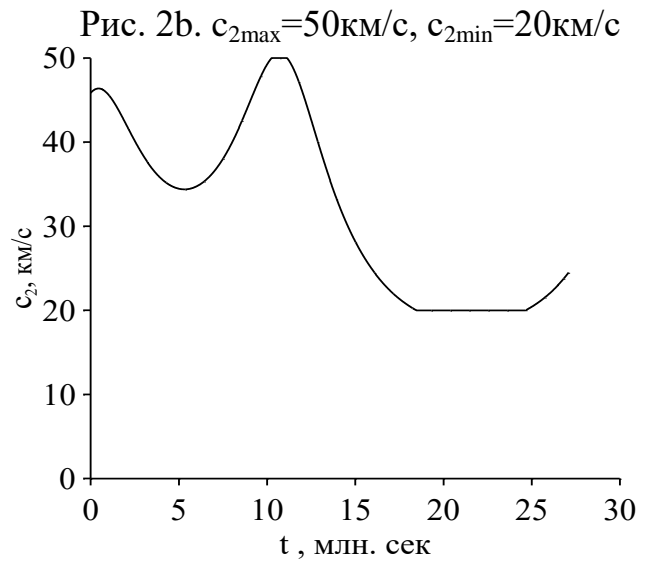
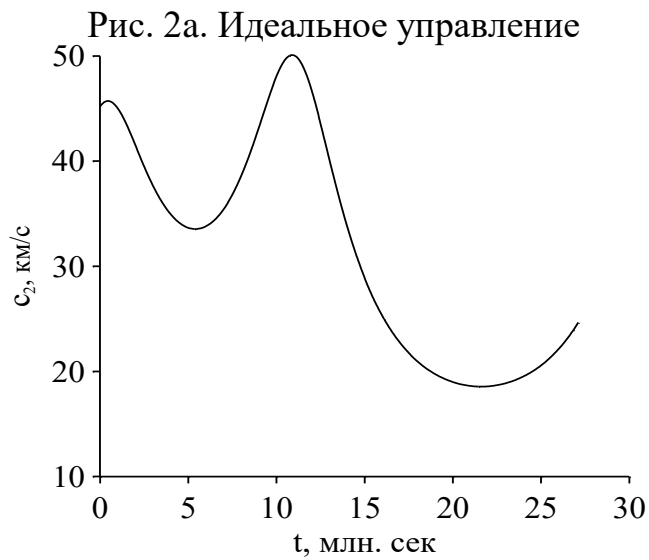


Рис. 2. (2а - 2ф). Зависимость скорости истечения  $c_2$  от времени  $t$  оптимального перелета КА для критерия  $d$  при различных скоростях  $c_{2\max}$  и  $c_{2\min} = 20 \text{ км/с}$ .

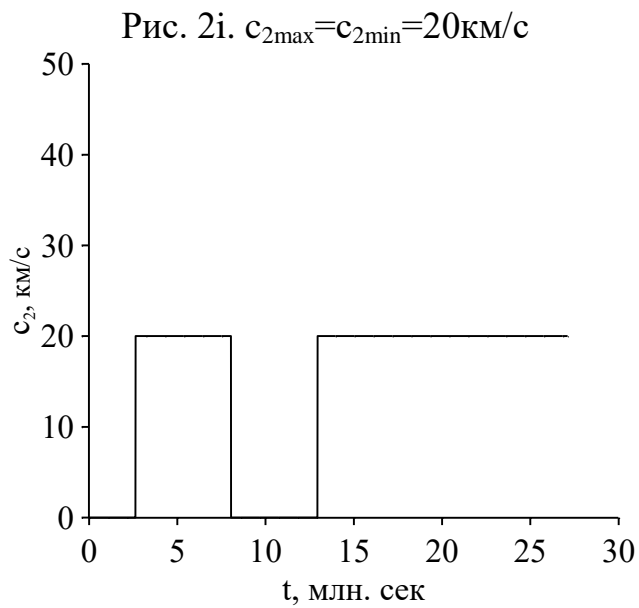
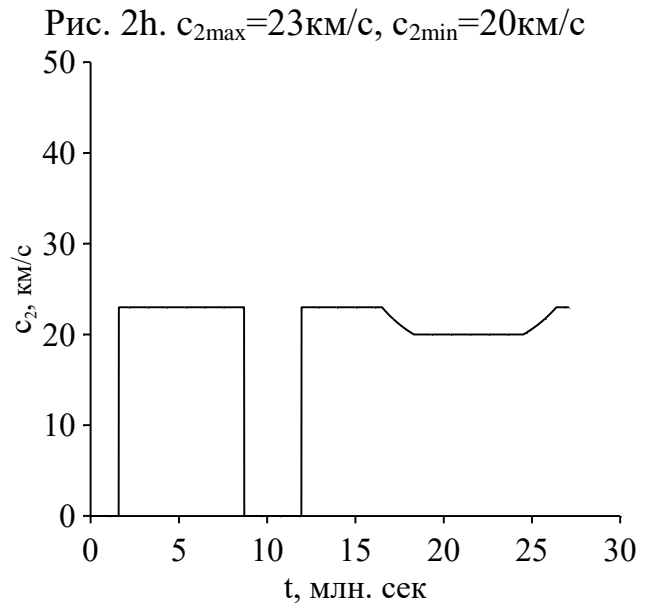
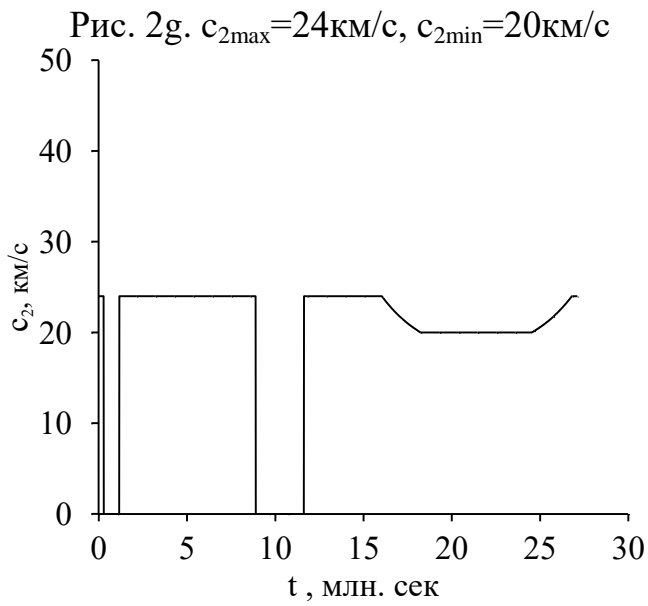


Рис. 2. (2г – 2i). Зависимость скорости истечения  $c_2$  от времени  $t$  оптимального перелета КА для критерия  $d$  при различных скоростях  $c_{2\max}$  и  $c_{2\min} = 20$  км/с.

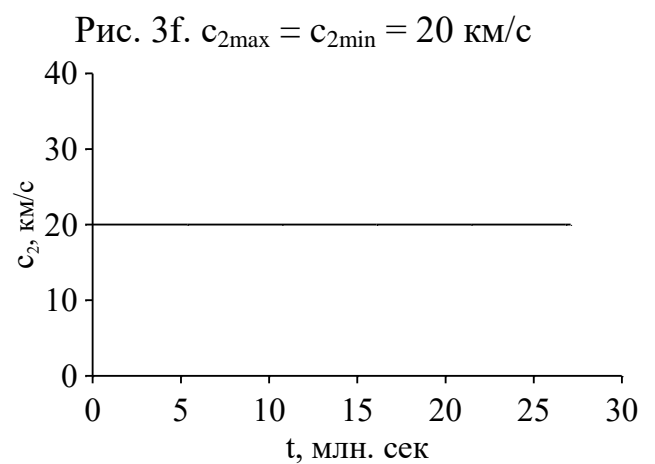
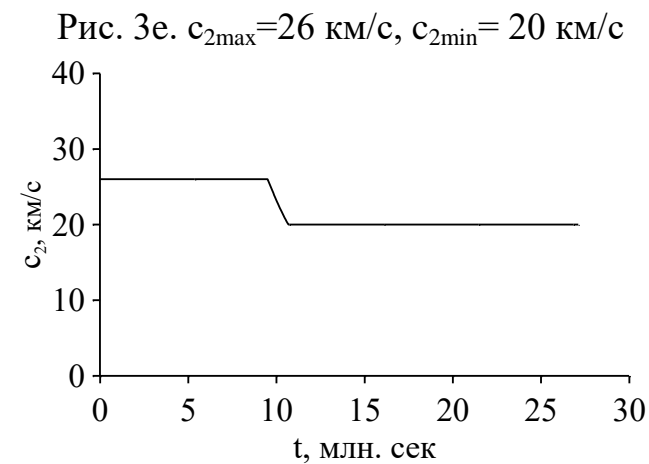
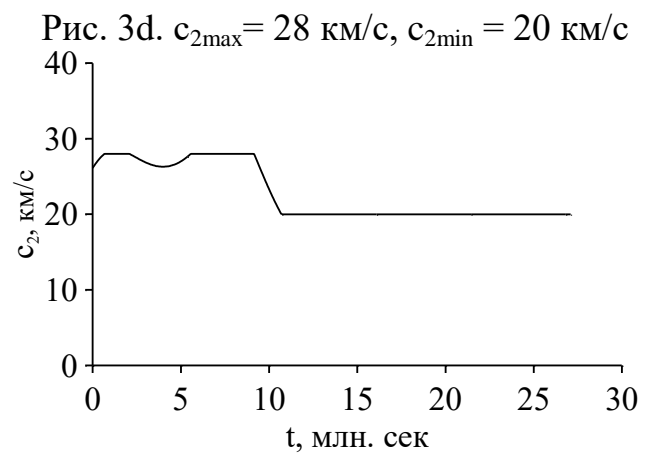
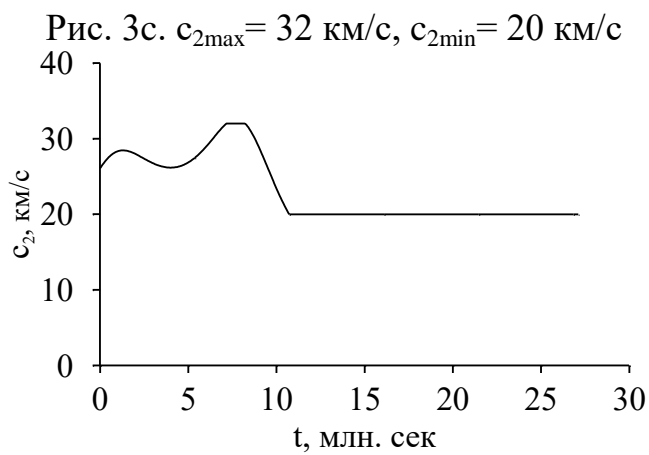
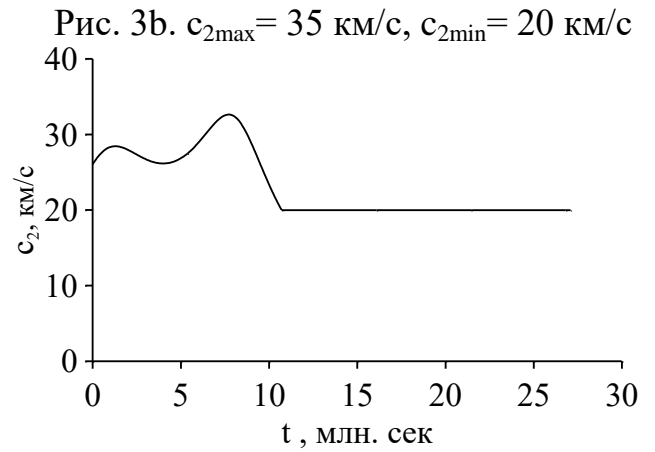


Рис. 3. (3а – 3ф) Зависимость скорости истечения  $c_2$  от времени  $t$  оптимального перелета КА для критерия  $d_e$  при различных скоростях  $c_{2\max}$  и  $c_{2\min} = 20$  км/с.

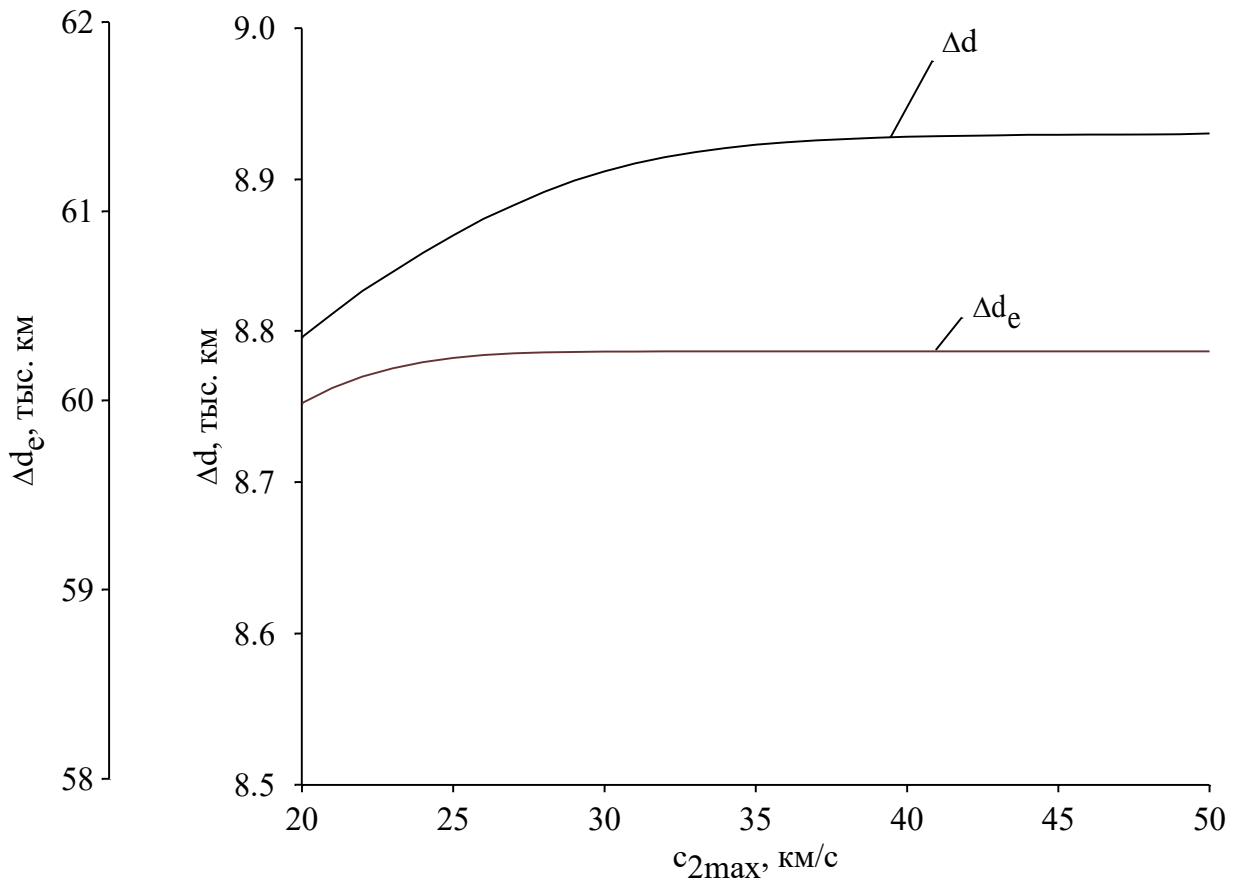


Рис. 4. Зависимость отклонения астероида от максимальной скорости истечения  $c_{2\max}$  при  $c_{2\min} = 20$  км/с:  $\Delta d$  - для критерия  $d$ ,  $\Delta d_e$  - для критерия  $\Delta d_e$ .