

**Российская Академия Наук**

Ордена Ленина

**Институт прикладной математики**

**им. М.В. Келдыша**

Д.А. Тучин

**Кодовые измерения псевдодальности системы GPS.**

**Модель ошибок и априорная оценка точности  
определения вектора положения**

Москва  
2002

## Аннотация

Д.А. Тучин

### **Кодовые измерения псевдодальности системы GPS. Модель ошибок и априорная оценка точности определения вектора положения**

Работа проведена в рамках исследований по созданию автономной системы навигации на борту космического аппарата с использованием спутниковых радионавигационных систем GPS/ГЛОНАСС. Исследованы источники ошибок измерения псевдодальности. Построена статистическая модель ошибок измерений псевдодальности на C/A коде. Проведено сравнение априорной точности измерения псевдодальности с ее фактическим значением. Приведены априорные оценки точности определения вектора положения покоящегося наблюдателя.

D.A. Tuchin

### **The pseudorange of GPS measured on the C/A code. The model of error and apriori precision evaluation of user's state vector**

The purpose of this work is study of possibility building spacecraft's control system using satellite navigation GPS/GLONASS system. The sources of pseudorange errors were investigated. The statistical model of pseudorange errors was obtained. The accuracy comparison of the pseudorange measurement with its actual values is carried out. The evaluation of apriori precision was obtained for user's state vector.

## Оглавление

Введение.....	3
1. Источники ошибок измерений псевдодальности.....	4
1.1. Модель измерения псевдодальности на C/A коде.....	4
1.2. Ионосферная поправка.....	6
1.3. Тропосферная поправка.....	6
1.4. Эфемеридная ошибка.....	7
1.5. Ошибка определения ухода часов НКА.....	9
2. Априорные оценки точности.....	11
2.1. Статистическая модель ошибок измерений псевдодальности.....	11
2.2. Определение точности измерений псевдодальности из условия соответствия фактической точности ее априорной оценке .....	13
2.3. Оценки точности.....	15
Литература.....	17

## Введение

В Институте прикладной математики ведутся работы по созданию Автономной Системы Навигации космического аппарата (АСН КА), обеспечивающей определение параметров движения КА на всех этапах полета с использованием спутниковых систем GPS и ГЛОНАСС. Основным принципом создаваемой системы является непосредственное использование измерений дальности (псевдодальности) и скорости (псевдоскорости) на интервале времени для определения параметров движения КА, в отличие от существующих систем, использующих вектора состояния, полученные по одномоментной схеме.

Для построения надежных алгоритмов АСН и моделирования их работы на борту КА проведен анализ источников ошибок измерений и построена статистическая модель ошибок измерений псевдодальности.

Малая информационная база измерений псевдодальности и псевдоскорости бортовых GPS/ГЛОНАСС-приемников заставила использовать для построения моделей измерения наземных геодезических станций. Для проведения вычислительных экспериментов были использованы измерения трех станций, которые регулярно публикуются в сети Internet. Станции оснащены различными типами приемников и расположены на разных широтах.

станция	расположение	тип приемника	широта	долгота
bahr	Бахрейн	ASHTECH Z-X113	26.21 с.ш.	50.61
sepa	Аляска	TRIMBLE 4000 SSI	65.50 с.ш.	215.32
usno	Вашингтон	AOA SNR-12 ACT	38.92 с.ш.	282.93

Для анализа источников и построения статистической модели ошибок измерений псевдодальности была обработана месячная база изохронных измерений псевдодальности на C/A коде с дискретностью 30 секунд. Для обработки измерений и расчета невязок использовались алгоритмы, изложенные в [1].

Первая часть работы посвящена анализу источников ошибок измерений псевдодальности, которые можно разделить на три группы:

- погрешности эфемеридного и частотно-временного обеспечения навигационных КА (НКА);
- погрешности измерений, вызываемые атмосферой Земли;
- погрешности, вносимые аппаратно-программным комплексом потребителя.

Для оценки точности прогноза эфемерид и значения ухода часов, передаваемых с борта в составе эфемеридного сообщения, были использованы эталонные орбиты и

значения ухода часов НКА, публикуемые в Internet на сервере NASA. Приведены оценки влияния ошибок прогноза эфемерид и значения ухода часов на точность определения вектора положения наземного наблюдателя.

С использованием измерений псевдодальностей на двух частотах была определена ионосферная поправка измерений псевдодальности на C/A-коде. В работе приведены статистические характеристики этой поправки.

Описан алгоритм вычисления тропосферной поправки измерений псевдодальности. Приведены результаты вычислительных экспериментов.

Во второй части работы построена статистическая модель ошибки измерения псевдодальности на C/A коде. Показано, что распределение ошибки измерения псевдодальности есть композиция двух нормальных распределений.

По результатам построения ковариационной матрицы ошибки определения вектора положения покоящегося наблюдателя была определена априорная оценка точности измерения псевдодальности и проведено ее сравнение с фактической точностью. Построены априорные оценки точности определения вектора положения покоящегося наблюдателя.

Автор благодарит Э.Л. Акима, за внимание к работе, обсуждение, замечания и рекомендации, а также Г.М. Дмитриеву за регулярную работу по сбору измерительной информации.

## **1. Источники ошибок измерений псевдодальности**

### **1.1. Модель измерения псевдодальности на C/A коде**

Передачики НКА GPS излучают два непрерывных сигнала на частотах L1 и L2. GPS-приемник может принимать сигналы L1 на частоте  $f_{L1} = 1575,42 \text{ МГц}$  и модулировать псевдослучайный C/A код. Кодовое измерение псевдодальности на C/A коде (Coarse Acquisition Code) есть результат сравнения генерируемой приемником псевдошумовой C/A последовательности и принимаемого кода.

НКА генерирует псевдошумовую C/A-последовательность синхронно с метками бортового времени. Уход бортового времени относительно системного передается в эфемеридных сообщениях. Поэтому временной сдвиг  $\Delta t$  между принятой и сформированной в приемнике последовательностями с точностью до начальной фазы сформированной последовательности определяет время прохождения сигнала от НКА. Один цикл передачи C/A-кода состоит из 1023 бит и повторяется 1000 раз в секунду,

следовательно, зона однозначного измерения составляет  $D_{C/A} = 10^{-3} \cdot c = 299792.5 [м]$ , где  $c$  – скорость света.

Под измерением псевдодальности на C/A коде понимают величину  $PR_{C/A}$ , удовлетворяющую следующему соотношению:

$$PR_{C/A} = n_i \cdot D_{C/A} + \Delta t \cdot c, \quad (1.1)$$

где  $n_i$  – целое число.

Задача раскрытия неоднозначности, т.е. определение  $n_i$ , решается в различных приемниках по-разному и в данной работе не рассматривается.

Приемник не может с высокой степенью точности определить момент регистрации измерения. Известна временная метка, в окрестности которой проведено измерение. Истинный момент регистрации измерения должен уточняться. Пусть  $(t - \Delta\tau)$  – истинный момент регистрации измерения псевдодальности  $PR_{C/A}^i$ , отличающийся от метки времени на величину  $\Delta\tau$ . Связь истинной дальности с псевдодальностью, измеренной от  $i$ -го НКА, описывается следующим соотношением:

$$PR_{C/A}^i = \left\| \vec{X}_{НКА \rightarrow ПРИЕМНИК}^i(t - \Delta\tau) \right\| + \varphi \cdot c - \Delta t_{SV}^i \cdot c + \Delta D_{ион}^i + \Delta D_{трон}^i + \xi^i, \quad (1.2)$$

где  $\left\| \vec{X}_{НКА \rightarrow ПРИЕМНИК}^i(t - \Delta\tau) \right\|$  – истинная дальность до НКА или длина вектора,

направленного от НКА в момент излучения к потребителю в момент приема сигнала;

$\varphi$  – фазовый сдвиг псевдошумовой последовательности C/A-кода, вызванный различием в синхронизации часов НКА и приемника, один для всех измерений на момент времени  $t$ ;

$\Delta t_{SV}^i$  – уход часов НКА относительно эталонного времени GPS-системы;

$\Delta D_{ион}^i$  – ионосферная поправка измерения;

$\Delta D_{трон}^i$  – тропосферная поправка измерения;

$\xi^i$  – аппаратная ошибка измерения псевдодальности на C/A коде.

Обработка изохронных кодовых измерений нескольких НКА и нахождение вектора неизвестных параметров

$$\vec{\eta} = \{\varphi, \Delta\tau, x, y, z\}^T \quad (1.3)$$

проводилась с использованием алгоритма, основанного на методе наименьших квадратов [1].

По результатам обработки месячной базы измерений трех приемников с дискретностью 30 секунд были получены статистические характеристики погрешности измерений, вызываемые атмосферой Земли: ионосферная и тропосферная поправки.

## 1.2. Ионосферная поправка

Неоднородность диэлектрической проницаемости ионосферы вызывает искривление траектории сигнала (рефракция), что приводит к дополнительной задержке для времени распространения сигнала от НКА до приемника. При разработке алгоритмов АСН КА следует исходить из минимальных возможностей приемника, т.е. использование C/A-кода на частоте L1, что не обеспечивает измерение ионосферной поправки. Ионосферная поправка войдет как составляющая ошибки измерения.

Для вычисления ионосферной поправки были использованы измерения псевдодальностей на P-коде на двух частотах. В силу обратной пропорциональности ионосферной задержки квадрату несущей частоты, соотношение для вычисления ионосферной поправки псевдодальности имеет вид [3]:

$$\Delta D_{\text{ион}} = \frac{D_{P2} - D_{P1}}{1 - \gamma}, \quad (1.4)$$

где  $\gamma = (f_1/f_2)^2 = (1575.42/1227.6)^2$ ,  $f_1$  и  $f_2$  – частоты сигналов GPS L1 и L2 ,

$D_{P1}$ ,  $D_{P2}$  – измерения псевдодальностей на P-коде на частотах L1 и L2 соответственно.

В таблице 1.1. приведены статистические характеристики ионосферной поправки псевдодальности для каждой из обработанных GPS-станций.

станция	max	среднее	СКО
bahr	160.60	12.29	4.82
cena	58.85	8.59	2.99
usno	23.64	3.45	2.62

Таблица 1.1. Ионосферная поправка псевдодальности [м]

На основе проведенных вычислительных экспериментов по обработке измерений GPS-станций был сделан вывод: ионосферная поправка псевдодальности устраняет систематическую ошибку порядка 5 метров в определении вектора положения покоящегося наблюдателя.

## 1.3. Тропосферная поправка

Задержка сигнала в тропосфере также вызвана эффектами рефракции. В отличие от ионосферной задержки тропосферная задержка не зависит от частоты сигнала. Для

вычисления тропосферной поправки измерения псевдодальности используют измерения температуры, давление воздуха и парциального давления водяного пара. Эти измерения доступны в сети Internet для каждой базовой GPS станции.

Соотношение для вычисления тропосферной поправки псевдодальности наземного наблюдателя имеет вид [2]:

$$\Delta D_{trop} = \frac{N_0 \cdot 10^{-2}}{\ln(93/N_0) \cdot \cos \theta}, \quad N_0 = \frac{77.6}{T} \cdot \left[ P + \frac{4810 \cdot B}{T} \right], \quad [M] \quad (1.5)$$

где  $T$  – температура в  $K^\circ$  ( $T(K^\circ) = t(C^\circ) + 273.15$ ),  $P$  – давление воздуха [мб],  $B$  – парциальное давление водяного пара [мб],  $\theta$  – зенитный угол направления на НКА.

Пересчет парциального давления водяного пара из % в мб проводится по формуле  $B = B_{ma} \cdot B_{\%} / 100$ , где значение  $B_{ma}$  приведено в следующей таблице.

$T C^\circ$	-40	-35	-30	-25	-20	-15	-10	-5	0
$B_{ma}$	0.19	0.35	0.51	0.88	1.25	2.05	2.86	4.48	6.11
$T C^\circ$	+5	+10	+15	+20	+25	+30	+36	+40	
$B_{ma}$	8.72	12.3	17.0	23.4	32.9	42.4	58.1	73.8	

В таблице 1.2. приведены статистические характеристики величин тропосферной поправки измерений псевдодальностей обработанных станций.

станция	max	среднее	СКО
bahr	16.65	5.58	2.97
cena	28.26	6.72	3.95
usno	42.10	5.90	4.18

Таблица 1.2. Тропосферная поправка псевдодальности [м]

Учет тропосферной поправки псевдодальности устраняет систематическую ошибку порядка 7-10 метров в определении вектора положения покоящегося наблюдателя.

Следующим типом исследованных погрешностей являются ошибки эфемеридного и частотно-временного обеспечения НКА GPS.

#### 1.4. Эфемеридная ошибка

Расчет вектора состояния НКА производится с помощью привязанного к эпохе прогноза эфемеридных данных, передаваемых с борта с дискретностью 7200 секунд [1].

Ошибка в определении вектора состояния НКА или эфемеридная ошибка вызваны неточностью аналитической модели движения НКА, используемой в системе и описанной в интерфейсном документе [3], а также неточностью прогноза параметров в рамках этой модели. Точность и достоверность передаваемых с НКА эфемеридных данных зависит также и от времени, прошедшего от начала эпохи.

Для статистической оценки эфемеридной ошибки были взяты эталонные векторы положения НКА GPS с дискретностью 15 минут. Эти векторы положения получаются в ходе решения обратной задачи по уточнению орбиты НКА на основе измерений базовой сети, состоящей из около 600 точно привязанных GPS-станций и доступны на ftp-сервере NASA (<ftp://igscb.jpl.nasa.gov/igscb/product>).

Был проведен анализ двухгодичной эфемеридной базы и базы точных векторов положений. В результате были получены статистические характеристики ошибок определения вектора положения и скорости НКА по штатным эфемеридным данным. В таблице 1.3. показано возрастание ошибки определения вектора положения и скорости НКА по штатным эфемеридным данным в зависимости от времени прошедшего от начала эпохи.

давность эпохи [с]	СКО ошибки положения [м]	СКО ошибки скорости [м/с]
7200	0.888	0.001
14400	432.52	0.046
21600	840.54	0.097
28800	1104.59	0.130
32400	1425.80	0.170
36000	1880.96	0.212

Таблица 1.3. Зависимость ошибки определения вектора состояния НКА от давности эпохи

Легко видеть, что использование эфемеридных данных, “возраст” которых превышает 7200 секунд, влечет за собой эфемеридную ошибку, большую чем максимальная ошибка измерения смещения псевдошумовой последовательности С/А кода (1.1).

На рис. 1.1. показана гистограмма СКО ошибки определения положения НКА с помощью штатных эфемерид, “возраст” которых не превышает 7200 секунд. Каждый столбец соответствует определенному НКА. Для всех НКА общая ошибка составляет 4.46 метра.



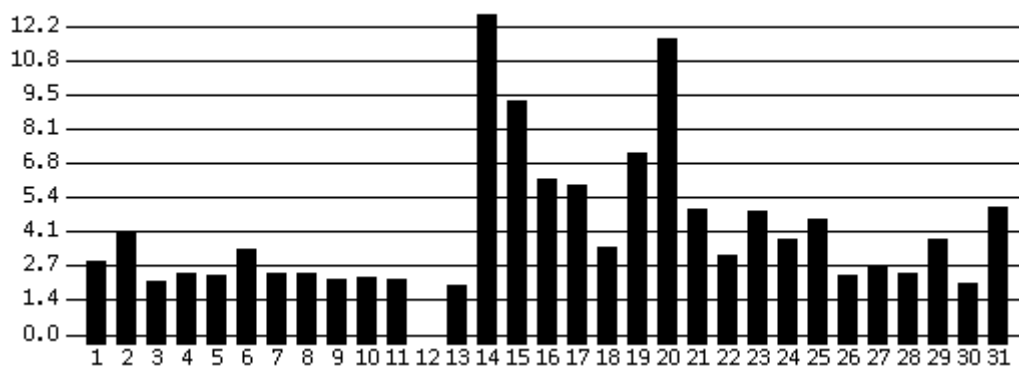


Рис 1.1. СКО расхождения штатных эфемерид с эталоном [м]

Для определения статистических характеристик эфемеридной составляющей погрешности измерения псевдодальности были вычислены невязки между значениями дальности до НКА, рассчитанные на основе штатных и уточненных эфемерид. Результаты представлены в таблице 1.4.

станция	min	max	среднее	СКО
bahr	-6.94	8.84	1.14	1.06
sena	-7.47	11.59	1.16	0.98
usno	-13.34	10.64	1.13	1.55

Таблица 1.4. Эфемеридная составляющая погрешности измерения псевдодальности [м]

При помощи проведенных вычислительных экспериментов с эталонными значениями эфемерид НКА было выяснено, что влияние эфемеридной ошибки не носит систематический характер в определении вектора положения покоящегося наблюдателя и составляет 0.7–1.0 [м].

### 1.5. Ошибка определения ухода часов НКА

Вследствие нестабильности гетеродинов НКА возникает проблема прогноза и расчета ухода времени бортовых часов. Время ухода часов НКА прогнозируется наземным сегментом управления системы GPS. Прогноз временной поправки закладывается на борт НКА для последующей ретрансляции на Землю в виде полиномиальных коэффициентов  $a_{f0}$ ,  $a_{f1}$  и  $a_{f2}$ . Временная поправка для каждого НКА на момент  $t$  вычисляется следующим образом [3]:

$$\Delta t_{SV} = a_{f0} + a_{f1}(t - t_0) + a_{f2}(t - t_0)^2, \quad (1.6)$$

где  $t_0$  – эпоха временной поправки.

Временная ошибка возникает из-за неточности прогноза ухода бортовых часов и зависит от давности эпохи.

Наряду с точными векторами положения НКА на сервере NASA представлены эталонные метки ухода бортового времени с дискретностью 15 минут. При помощи этих эталонных меток времени проведен анализ точности в определении ухода часов НКА в зависимости от давности эпохи. Ошибка прогноза ухода часов была пересчитана в ошибку определения дальности до НКА. Результаты представлены в таблице 1.5.

давность эпохи [с]	СКО ошибки ухода часов [м]
7200	0.26
14400	0.83
21600	1.09
28800	1.20
32400	2.34
36000	2.98

Таблица 1.5. Зависимость точности определения ухода часов НКА от давности эпохи

При обработке измерений использовались уточненные значения коэффициентов  $a_{f0}, a_{f1}, a_{f2}$  полинома (1.6) и была устранена ошибка прогноза ухода часов для каждого НКА. На рис. 1.2 изображена гистограмма СКО ошибки прогноза ухода бортового времени от эталона для каждого НКА (возраст эпохи не превышает 7200 секунд).

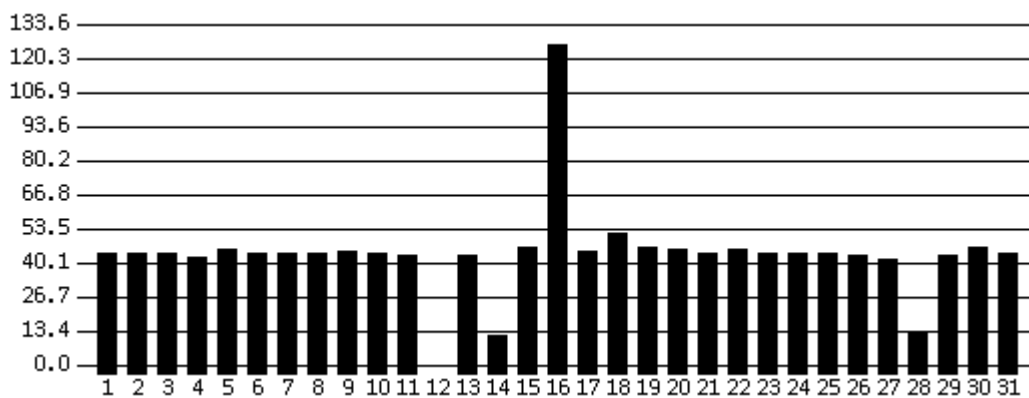


Рис 1.2. СКО расхождения прогноза ухода часов НКА с эталоном [м]

Был проведен статистический анализ невязок, вычисленных по штатным и уточненным коэффициентам полинома. Умножением на скорость света эти невязки пересчитываются в ошибку измерения дальности. Результаты представлены в таблице 1.6.

станция	min	max	Среднее	СКО
bahr	-352.82	8.93	-0.04	7.67
cena	-9.15	7.78	-0.06	1.82
usno	-1325.19	18.46	-1.72	37.16

Таблица 1.6. Временная составляющая погрешности измерения псевдодальности [м]

Отметим, что влияние временной ошибки, также как и эфемеридной, не носит систематический характер в определении вектора положения покоящегося наблюдателя и составляет ошибку порядка 1.2 м.

## 2. Априорные оценки точности

Исследованные в п.1 составляющие ошибок измерения псевдодальности, позволяют построить статистическую модель ошибки измерения псевдодальности, а на ее основе провести априорную оценку точности определения вектора положения.

### 2.1. Статистическая модель ошибок измерений псевдодальности

Перепишем соотношение (1.2) в виде:

$$\xi^i = PR^i_{C/A} - \left( \left\| \bar{X}^i_{НКА \rightarrow ПРИЕМНИК}(t - \Delta\tau) \right\| + \varphi \cdot c - \Delta t^i_{SV} \cdot c + \Delta D^i_{ион} + \Delta D^i_{трон} \right). \quad (2.1)$$

Определенные таким образом невязки  $\xi^i$  будем интерпретировать как аппаратные ошибки измерения псевдодальности. Для определения невязок уточнялись два параметра: неизвестная фаза  $\varphi$  генерации C/A последовательности и точность времени регистрации сигнала  $\Delta\tau$ . Вектор положения наблюдателя являлся априорно известным. Для более точного определения невязок использовались эталонные эфемериды и значения ухода часов НКА, тем самым была устранена ошибка эфемеридного и частотно-временного обеспечения.

В таблице 2.1. представлены статистические характеристики невязок модели измерений псевдодальности на C/A коде на интервале 17 дней. Для каждой станции в таблице отражены минимальное, максимальное, среднее значения невязки, а также СКО и процент невязок, которые лежат внутри трех СКО. В последней строке показаны статистические характеристики для месячной базы обработанных измерений. Ошибки измерения псевдодальности не имеют систематики (среднее 0), приемники ASHTECH Z-

X113 (bahr) и AOA SNR-12 ACT (usno) имеют ошибку измерения порядка 2 м, что более чем в два раза лучше, чем у приемника TRIMBLE 4000 SSI.

	bahr					cena					usno				
	min	max	ср.	ско	< 3σ	min	max	ср.	ско	< 3σ	min	max	ср.	ско	< 3σ
1	-21.4	27.2	0.0	1.5	99.6	-18.9	29.3	0.0	3.6	97.9	-10.0	10.4	0.0	1.7	98.5
2	-19.8	83.1	0.0	2.2	99.4	-21.4	20.9	0.0	3.5	98.2	-15.1	18.8	0.0	1.9	98.3
3	-23.3	111.6	0.0	2.4	99.5	-21.1	24.9	0.0	3.5	98.0	-15.8	23.5	0.0	2.0	98.4
4	-35.3	195.1	0.0	2.3	99.7	-20.7	21.1	0.0	3.4	98.1	-16.8	16.5	0.0	1.8	98.5
5	-25.5	147.8	0.0	2.3	99.7	-23.2	23.7	0.0	3.4	98.0	-18.3	13.0	0.0	1.9	98.3
6	-27.8	70.3	0.0	1.5	99.5	-21.2	18.8	0.0	3.5	98.2	-15.8	16.4	0.0	2.1	98.2
7	-19.3	136.5	0.0	2.7	99.5	-23.4	23.4	0.0	3.4	98.2	-15.0	14.3	0.0	1.9	98.2
8	-25.4	142.4	0.0	2.7	99.5	-18.6	26.2	0.0	3.4	98.2	-15.4	17.1	0.0	2.0	98.1
9	-19.3	93.7	0.0	1.9	99.6	-39.6	39.9	0.0	7.9	97.6	-21.8	12.7	0.0	2.2	97.8
10	-21.5	138.6	0.0	1.9	99.7	-103.9	85.5	0.0	30.6	100.0	-18.7	11.5	0.0	2.2	98.2
11	-23.6	156.3	0.0	2.1	99.7	-17.1	20.0	0.0	3.3	98.6	-19.0	12.8	0.0	2.3	97.8
12	-18.5	38.0	0.0	1.5	99.4	-19.0	18.0	0.0	3.3	98.4	-15.9	14.9	0.0	2.0	98.3
13	-20.1	84.7	0.0	1.5	99.6	-20.1	22.8	0.0	3.3	98.3	-6.4	14.8	0.0	1.6	99.0
14	-28.0	217.5	0.0	3.0	99.6	-35.0	35.7	0.0	7.3	97.7	-14.2	12.5	0.0	1.7	98.4
15	-26.9	151.1	0.0	2.4	99.6	-99.6	84.5	0.0	29.5	100.0	-13.1	15.9	0.0	1.8	98.4
16	-27.3	95.4	0.0	2.7	99.4	-42.5	35.3	0.0	7.4	98.0	-24.1	13.6	0.0	2.5	98.5
17	-21.1	88.0	0.0	2.1	99.5	-113.1	88.3	0.0	28.8	99.8	-19.6	13.8	0.0	2.2	97.8
	<b>-61.3</b>	<b>242.5</b>	<b>0.0</b>	<b>2.6</b>	<b>99.4</b>	<b>-113.1</b>	<b>92.9</b>	<b>0.0</b>	<b>12.6</b>	<b>96.5</b>	<b>-24.1</b>	<b>23.5</b>	<b>0.0</b>	<b>2.0</b>	<b>98.3</b>

Таблица 2.1. Статистические характеристики невязок измерения псевдодальности

Для описания статистической модели ошибок измерений псевдодальности было взято семейство распределений с плотностью вида:

$$f(x, a_1, \sigma_1, a_2, \sigma_2, k) = k \cdot f_N(x, a_1, \sigma_1) + (1 - k) \cdot f_N(x, a_2, \sigma_2), \quad (2.2)$$

где  $f_N(x, a, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right)$  – плотность нормального распределения.

Поиск неизвестных параметров  $\{x, a_1, \sigma_1, a_2, \sigma_2, k\}$  распределения (2.2) проводился методом наименьших квадратов [6]. Проверка гипотезы о законе распределения проводилась с использованием критерия согласия хи-квадрат.

Найденные плотности распределения для каждой GPS-станции изображены на рис. 2.1, а их параметры представлены в таблице 2.2.

	$k$	$a_1$	$a_2$	$\sigma_1$	$\sigma_2$
bahr	0.335	-1.275	0.668	0.762	0.810
cena	0.295	-5.850	0.398	12.081	2.335
usno	0.110	-4.520	0.270	6.060	1.320

Таблица 2.2. Параметры распределения плотности ошибок измерений псевдодальности

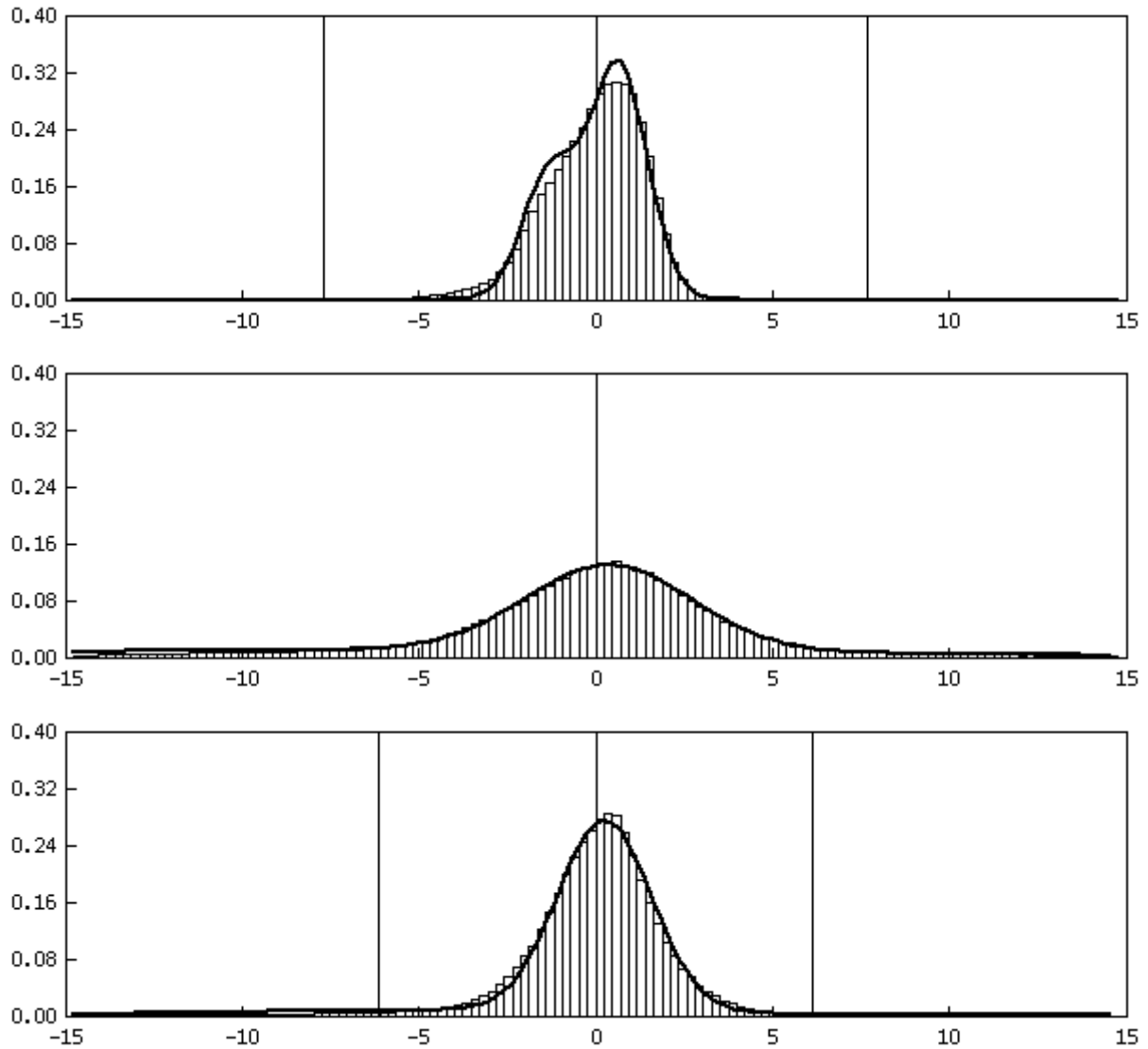


Рис. 2.1. Гистограмма и плотность распределения ошибок измерений псевдодальности  
а) bahr, б) cena, с) usno

Из таблицы определения параметров распределения 2.2 видно, что процесс измерения псевдодальности различными типами приемников осуществляется по-разному. Это объясняется наличием у приемников различных алгоритмов деления измеряемого бита C/A кода.

## 2.2 Определение точности измерений псевдодальности из условия соответствия фактической точности ее априорной оценке

В силу линейности (2.1) можно записать соотношение для измерения от  $i$ -го НКА:

$$\frac{\partial \xi^i}{\partial \bar{\eta}} \cdot \Delta \bar{\eta} = - \frac{\partial \xi^i}{\partial PR^i_{C/A}} \delta_{PR}, \quad (2.3)$$

где  $\Delta\vec{\eta}$  – вектор неизвестных параметров (1.3.),  $\delta_{PR}$  – ошибка измерения псевдодальности.

Для  $n$  изохронных измерений соотношение (2.3) перепишем в матричной форме:

$$H \cdot \Delta\vec{\eta} = b, \quad (2.4)$$

$$\text{где } H = \left( \frac{\partial \xi^1}{\partial \eta}, \frac{\partial \xi^2}{\partial \eta}, \dots, \frac{\partial \xi^n}{\partial \eta} \right)^T,$$

$$b = \left( -\frac{\partial \xi^1}{\partial PR^1_{C/A}} \delta^1_{PR}, -\frac{\partial \xi^2}{\partial PR^2_{C/A}} \delta^2_{PR}, \dots, -\frac{\partial \xi^n}{\partial PR^n_{C/A}} \delta^n_{PR} \right)^T.$$

Ковариационная матрица ошибок определения неизвестных параметров  $\vec{\eta}$  имеет вид [6]:

$$R_{COV} = \sigma^2_{PR} \cdot (H^T H)^{-1}. \quad (2.5)$$

Рассмотрим корреляционные связи неизвестных компонент вектора положения. Ковариационная матрица третьего порядка будет иметь вид (2.5). Используя представление для симметричной матрицы в виде произведения ортогональной матрицы, диагональной матрицы и транспонированной первой матрицы, можно представить ковариационную матрицу третьего порядка в следующем виде:

$$R_{COV} = V^T \cdot \sigma^2_{PR} \cdot \begin{bmatrix} \sigma^2_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma^2_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^2_z \end{bmatrix} \cdot V, \quad (2.6)$$

где  $V$  – ортогональная матрица. Для построения такого разложения был использован симметричный GR-алгоритм [5].

При обработке каждой группы одновременных кодовых измерений базовых GPS-станций вычислялся вектор ошибки определения положения наблюдателя  $\vec{X}_{OШ} = (\vec{X} - \vec{X}_0) \cdot V^T$ , где  $\vec{X}_0$  – априорно известный точный вектор положения. Затем находилось такое значение  $\sigma_{PR}$ , при котором вектор ошибки  $\vec{X}_{OШ}$  попадал на границу эллипса  $\{3\sigma_{PR}\sigma_x, 3\sigma_{PR}\sigma_y, 3\sigma_{PR}\sigma_z\}$ . Таким образом, для каждой группы изохронных

измерений искалось такое значение ошибки измерения псевдодальности, которое удовлетворяет следующему соотношению:

$$\hat{\sigma}_{PR} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{x^2_{ОШ}}{\sigma_x^2} + \frac{y^2_{ОШ}}{\sigma_y^2} + \frac{z^2_{ОШ}}{\sigma_z^2}}. \quad (2.7)$$

В таблице 2.3. представлены фактическое (СКО, таблица 2.1.) и априорное ( $\hat{\sigma}_{PR}$ ) значение ошибки измерения псевдодальности для 17 дней обработанных измерений. В последней строке представлены среднее фактическое и априорное значения ошибок для месячного интервала обработанных измерений.

	bahr		цена		usno	
	СКО	$\hat{\sigma}_{PR}$	СКО	$\hat{\sigma}_{PR}$	СКО	$\hat{\sigma}_{PR}$
1	1.5	0.74	3.6	2.11	1.7	0.96
2	2.2	0.82	3.5	1.96	1.9	1.04
3	2.4	0.82	3.5	1.95	2.0	1.07
4	2.3	0.77	3.4	1.94	1.8	0.97
5	2.3	0.75	3.4	1.90	1.9	1.03
6	1.5	0.71	3.5	1.95	2.1	1.10
7	2.7	0.82	3.4	1.95	1.9	1.05
8	2.7	0.84	3.4	1.94	2.0	1.09
9	1.9	0.80	7.9	2.48	2.2	1.16
10	1.9	0.71	30.6	6.12	2.2	1.16
11	2.1	0.76	3.3	1.89	2.3	1.24
12	1.5	0.73	3.3	1.86	2.0	1.11
13	1.5	0.73	3.3	1.84	1.6	0.84
14	3.0	0.75	7.3	2.49	1.7	0.95
15	2.4	0.79	29.5	5.93	1.8	0.99
16	2.7	0.89	7.4	2.47	2.5	1.18
17	2.1	0.82	28.8	6.30	2.2	1.17
	<b>2.6</b>	<b>0.84</b>	<b>12.6</b>	<b>2.66</b>	<b>2.0</b>	<b>1.08</b>

Таблица 2.3. Априорная и апостериорная оценки точности измерений псевдодальности

### 2.3. Оценки точности

Для построения априорных оценок точности определения вектора положения покоящегося наблюдателя воспользуемся построенной моделью измерений псевдодальности и ковариационной матрицей ошибок. Для каждого дневного интервала времени измерений построим сферу с радиусом:

$$R_{ОШ} = 3 \cdot СКО \cdot \max\{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z\}, \quad (2.8)$$

где

$СКО$  – среднеквадратичная ошибка измерения псевдодальности (таблица 2.1.),

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  – элементы матрицы (2.6.).

Построенная сфера является априорной оценкой точности определения вектора положения покоящегося наблюдателя. Для каждого из 17 дней в таблице 2.4. приведены радиус сферы и СКО определения вектора положения по координатам X, Y, Z. В последней строке изображены средние значения априорных и апостериорных оценок измерений на месячной базе.

	bahr				cena				usno			
	$R_{Oш}$	$CKO_x$	$CKO_y$	$CKO_z$	$R_{Oш}$	$CKO_x$	$CKO_y$	$CKO_z$	$R_{Oш}$	$CKO_x$	$CKO_y$	$CKO_z$
1	13.01	10.80	13.80	6.90	22.43	8.70	7.20	16.20	10.94	5.40	7.50	8.10
2	12.58	11.40	12.90	8.40	23.29	8.70	7.50	19.20	15.76	10.50	10.50	9.60
3	14.22	11.70	15.90	9.60	23.36	9.00	7.20	18.00	16.14	9.90	12.00	9.30
4	13.10	9.60	12.00	8.10	23.53	10.50	7.50	18.90	13.65	8.40	11.10	9.30
5	12.40	9.90	11.40	9.00	23.62	10.50	6.90	18.90	16.16	10.50	12.00	9.60
6	10.85	7.50	9.90	7.20	24.50	9.00	9.00	19.50	16.54	9.90	11.40	9.30
7	14.41	14.40	13.50	10.20	24.21	10.80	6.90	18.60	16.35	11.10	12.60	10.80
8	12.26	12.60	10.80	9.00	26.73	11.10	8.10	23.40	16.20	10.80	11.70	10.80
9	12.73	9.30	10.80	8.70	47.45	9.60	9.90	17.40	18.74	12.00	12.90	11.10
10	12.21	8.40	9.00	6.00	67.81	15.90	20.10	18.60	19.93	10.80	12.00	10.80
11	10.69	9.30	10.50	6.60	26.95	11.10	8.40	22.20	18.64	11.40	12.30	10.50
12	11.76	10.20	12.90	9.90	23.96	9.30	7.80	23.10	15.27	9.00	12.90	9.30
13	11.80	11.40	13.50	8.10	23.89	8.40	6.90	18.90	12.18	5.70	12.00	7.50
14	12.91	12.60	10.50	8.10	50.65	11.70	9.90	21.60	13.89	8.40	8.70	9.30
15	12.34	12.00	13.80	6.90	69.45	16.80	19.80	20.10	14.30	9.60	11.40	9.30
16	14.11	14.40	13.20	8.70	49.76	11.70	9.90	19.20	20.48	11.40	18.00	11.10
17	13.85	11.40	13.20	8.40	85.98	15.00	16.50	18.60	18.71	12.00	9.90	9.90
ср.	15.11	13.20	14.40	9.90	36.49	12.60	13.80	19.50	16.65	10.50	11.70	10.20

Таблица 2.4. Априорная оценка точности определения вектора положения

В заключение приведем основные характеристики точности измерений псевдодальности и определения вектора положения на С/А коде.

источники ошибок измерений, СКО [м]	bahr	cena	usno
	ASHTECH Z-X113	TRIMBLE 4000 SSI	AOA SNR-12 ACT
ионосфера	4.82	2.99	2.62
тропосфера	2.97	3.95	4.18
эфемериды	1.06	0.98	1.55
<b>ошибка измерения</b>	1.78	5.22	2.04
<b>точность определения положения</b>	15.11	36.49	16.65

Таблица 2.5. Точностные характеристики измерений псевдодальности на С/А коде

Анализ результатов, представленных выше, позволяет сделать следующие выводы:

- точность определения вектора состояния земного наблюдателя составляет 30 м по положению (таблица 2.2.);



- точность штатного эфемеридного и частотно-временного обеспечения является удовлетворительной и составляет ошибку не более 2 м по положению;
- составляющая, вызванная эффектом распространения радиоволн в ионосфере, имеет порядок 10 м, может достигать 150 м. При работе на борту КА ионосферная составляющая увеличится, но может быть исключена за счет использования двух частот;
- тропосферная составляющая имеет порядок 6 м. При работе приемника на борту КА будет отсутствовать;
- при проектировании АСН на борту КА необходимо учесть ошибку, связанную с отражением радиосигнала.

Полученные точности определения вектора состояния наземных приемников, будучи реализованными на борту, являются достаточными для обеспечения навигации КА.

### Литература

1. Э.Л. Аким, Д.А. Тучин Апостериорная оценка точности определения вектора состояния земного наблюдателя по измерениям дальности и скорости системы космической навигации GPS, препринт Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Редакционно-издательская группа, 2001, № 36.
2. Распространение радиоволн при космической связи М.А. Колосов, Н.А. Арманд, О.И. Яковлев; Под ред. ак. Б.А. Введенского и проф. М.А. Колосова. - М.: Связь, 1969. - 155 с.: ил.
3. Interface Control Document ICD-GPS-200-C
4. Глобальная спутниковая радионавигационная система ГЛОНАСС / Под Г-52 ред. В. Н. Харисова, А. И. Перова, В. А. Болдина. — М.: ИПРЖР, 1998. — 400 с. : ил.
5. Голуб Дж., Ван Лоун Ч. Матричные вычисления: Пер. с англ. — М : Мир, 1999. — 548 с., ил.
6. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Математическая статистика: Учеб. пособие для вузов. — 2-е изд., доп. — М.: Высш. шк., 1992. — 304 с.: ил.