

ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
им. М.В.КЕЛДЫША
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

О.И.Воскобойникова, С.Л.Гинзбург, В.Ф.Дьяченко,
В.В.Палейчик, К.В.Ходатаев

РАСЧЕТЫ МИКРОВОЛНОВОГО СТРИМЕРНОГО
РАЗРЯДА В ГАЗЕ

Москва

O.I.Voskoboynikova, S.L.Ginzburg, V.F.Dyachenko, V.V.Paleychik,
K.V.Khodataev

CALCULATION OF THE MICROWAVE STREAMER
DISCHARGE IN GAS

Abstract

A two-dimensional computer code has been developed for numerical calculation of the discharge in UHF fields. The model takes into account hydrodynamics of gas, ionization, electron diffusion etc.

О.И.Воскобойникова, С.Л.Гинзбург, В.Ф.Дьяченко, В.В.Палейчик,
К.В.Ходатаев

РАСЧЕТЫ МИКРОВОЛНОВОГО СТРИМЕРНОГО
РАЗРЯДА В ГАЗЕ

Аннотация

Двумерная компьютерная модель была применена для численного расчета разряда в высокочастотном поле. Модель учитывает гидродинамику газа, ионизацию, диффузию электронов и т.д.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований. Проект № 02-01-00583

Введение

Настоящая работа посвящена численному исследованию микроволнового разряда в газе и является продолжением наших работ [1], [2]. Сформулированная двумерная цилиндрически симметричная математическая модель учитывает, кроме рассеяния внешнего электромагнитного поля на проводящем объекте, процессы электронного баланса – ионизацию, диффузию и т.д., а также гидродинамику среды.

§1 Постановка задачи

Взаимодействие высокочастотного электромагнитного поля с проводящим плазменным облаком описывается системой Максвелла для комплексных амплитуд поля \mathbf{E} , \mathbf{H}

$$-i\mathbf{E} - \nabla \times \mathbf{H} + \sigma\mathbf{E} = 0, \quad (1)$$

$$-i\mathbf{H} + \nabla \times \mathbf{E} = 0, \quad (2)$$

уравнением непрерывности для концентрации электронной компоненты ($\sim n\sigma$)

$$\frac{\partial n\sigma}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(n\sigma v_i - D \frac{\partial n\sigma}{\partial x_i} \right) = n\sigma(nF - fn\sigma), \quad (3)$$

где

$$F = F_0 \left(\exp(5.3(1 - n/E)) - \frac{2n^3}{(n/E)^2 + (E/n)^2} \right), \quad (4)$$

$$D = \frac{D_0}{n} \left(\frac{F^2}{F^2 + \sigma^2} + 0.01 \right), \quad (5)$$

и уравнениями гидродинамики для концентрации газа n , его скорости \mathbf{v} и внутренней энергии ε

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n v_i}{\partial x_i} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial n\mathbf{v}}{\partial t} + \nabla p + \frac{\partial n\mathbf{v}v_i}{\partial x_i} = q_1 \operatorname{Re}[\sigma\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*], \quad p = (\gamma - 1)n\varepsilon, \quad (7)$$

$$\frac{\partial n w}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} v_i (p + n w) = q\sigma E^2, \quad w = \varepsilon + \frac{v^2}{2}, \quad (8)$$

В качестве единиц измерения используются :

$[\sigma] = \omega/4\pi$, ω – частота поля,

$[\mathbf{x}] = c/\omega$, c – скорость света,

$[v]$ - скорость звука в невозмущенном газе,

$[n]$ - концентрация невозмущенного газа,

$[E] = [H]$ – критическое значение поля,

и, естественно,

$$[t]=[x]/[v], [w]=[v]^2$$

Коэффициенты q_1 и q появились в уравнениях (7), (8) из-за несогласованности единиц и равны

$$q_1 = \frac{[E]^2}{4\pi M[n][v]^2}, \quad q = q_1 \omega[t],$$

где M – масса молекулы.

Расчеты проводились для значений (все в CGS):

$$\omega = 2 \cdot 10^{10}, [v] = 3 \cdot 10^4, [n] = 5 \cdot 10^{18}, [E] = 20, M = 5 \cdot 10^{-23},$$

и, следовательно,

$$[x] = 1.4, [t] = 5 \cdot 10^{-5}.$$

С учетом этих единиц константы в уравнениях имеют значения:

$$D_0 = 0.16, F_0 = 800, f = 25, q = 166, q_1 = 166 \cdot 10^{-6}.$$

В задаче предполагается цилиндрическая симметрия ($\partial/\partial\varphi \equiv 0$) и используются цилиндрические координаты r, φ, z .

Первичное электрическое поле \mathbf{E}_0 имеет лишь одну, отличную от нуля, осевую компоненту $E_z = E_0 J_0(r)$ – функцию Бесселя нулевого порядка. Соответственно, $H_\varphi = -iE_0 J_1(r)$. Для системы Гельмгольца (1), (2) на бесконечности ставятся условия Зоммерфельда:

$$\mathbf{E} \approx \mathbf{E}_0 + \mathbf{C}(\mathbf{x}/|\mathbf{x}|) \exp(i|\mathbf{x}|)/|\mathbf{x}| \quad \text{при } |\mathbf{x}| \rightarrow \infty$$

Задача решается в области $r > 0, z > 0$, с учетом симметрии по z .

В начальный момент $n = w = 1, v = \sigma = 0$ с локальным возмущением в окрестности оси z .

§2 Иницирование разряда

Вышеописанная математическая модель, система (1)-(8), была использована в наших работах [1],[2] для исследования возможности иницирования стримерного разряда в газе при значениях первичного поля меньше критического. Было показано, что необходимым этапом является появление в газе разреженной каверны некоторого размера.

Функция nF (4), определяющая баланс между ионизацией и прилипанием, положительна при $n < E$, достигая максимума при $n \sim E/5.3$. В каверне, где $n < E$, ионизация приводит к росту плотности электронной компоненты $n\sigma$ и проводимости σ . Вне каверны $n > E$ и преобладает прилипание. Возникающий на границе каверны, вследствие джоулева нагрева ее, градиент давления посылает расходящуюся ударную волну. Образующийся вокруг каверны сжатый слой газа еще больше затрудняет ионизацию. Однако, ионизованный шар не исчезает и медленно, со скоростью порядка звуковой, расширяется. При этом, основные события происходят в очень тонком слое волны разрежения, располагающейся на тыльной стороне сжатого слоя.

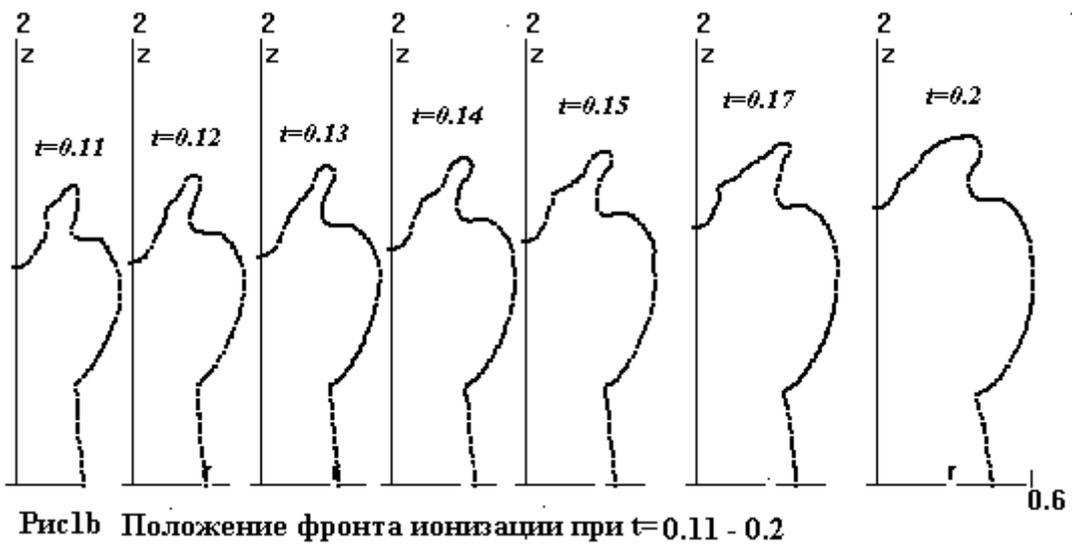
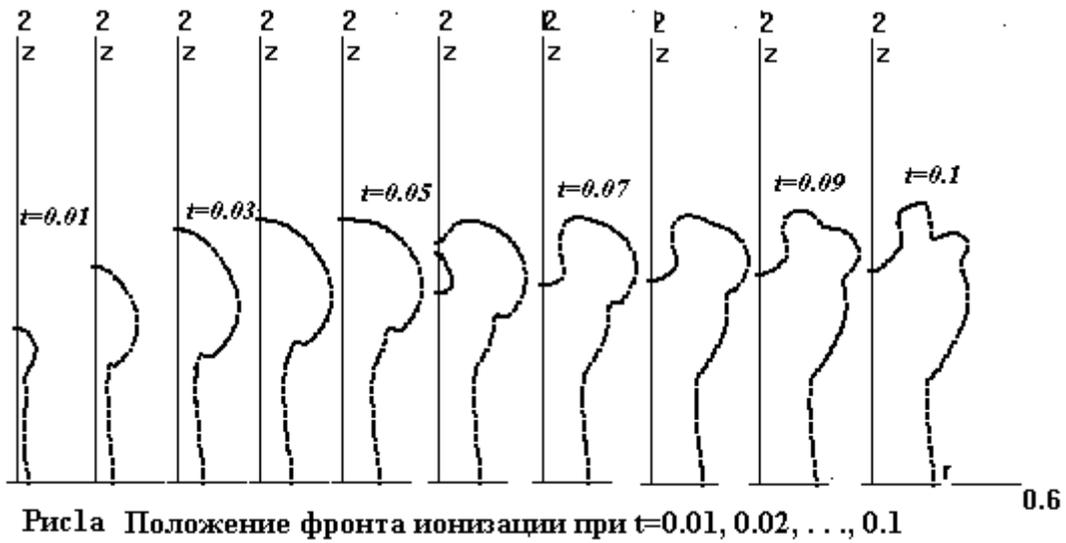
Постепенно начинает сказываться возмущение поля и ионизованное облако вытягивается вдоль оси z , принимая эллипсоидальную форму, с максимальным E на полюсах. Условие ионизации $n < E$ выполняется здесь уже за счет большого поля, и фронт ионизации распространяется по невозмущенному ударной волной газу. Происходит прорыв сжатой оболочки, от нее остается трубка, открытая по оси z . Скорость фронта вдоль оси возрастает на порядок. Это и следует считать пробоем.

§3 Динамика стримера

В настоящей работе мы исследуем следующий этап разряда и начинаем расчет, задав уже сформированное проводящее волокно в виде эллипсоида вращения с полуосями $r_0=0.01$, $z_0=0.5$, с концентрацией газа падающей в нем до $n_0=0.1$ и проводимостью достигающей $\sigma_0=10^3$ (эта величина несущественна). Вне эллипсоида $n=1$, $\sigma=0$ и всюду $nw=1$, $v=0$. Амплитуда внешнего поля $E_0=0.5$.

На поверхности волокна образуется цилиндрическая ударная волна, порождающая коаксиальную трубку сжатого газа с отверстием на оси. Таким образом, мы сразу же оказываемся в ситуации состоявшегося пробоя.

Общая картина эволюции стримера представлена на рис. 1a,b, на которых изображены положения фронта ионизации (линий уровня $\sigma=1$) в последовательные моменты времени.

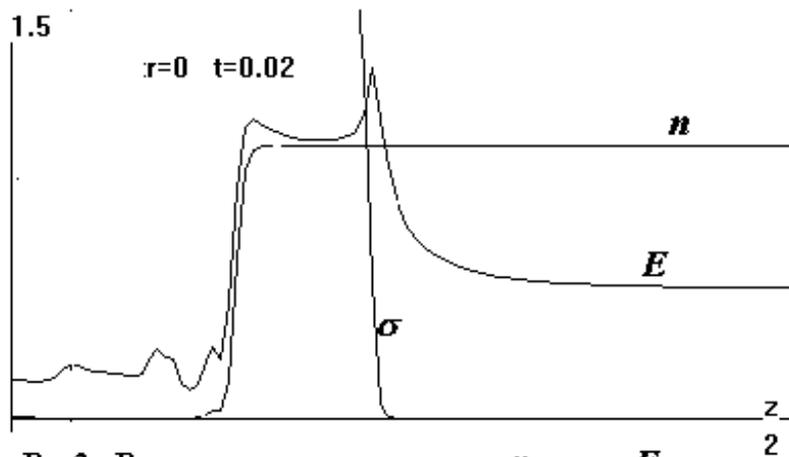


На рис.2 показано положение этого фронта на оси, как функция времени - $Z(t)$. Отчетливо просматриваются три стадии процесса. Начальная, до $t \sim 0.03$, со скоростью перемещения фронта $dZ/dt = V_z \sim 20-30$. Следующая, где скорость падает на порядок до $V_z \sim 2-3$. Наконец, последняя, после $t \sim 0.15$, когда фронт на оси практически останавливается.

Скорость же радиального перемещения фронта, в районе $z=0$, не меняется, оставаясь все время малой, «допробойной», $V_r \sim 2$.



Происходящее на первой стадии демонстрируют рис.3а,б. На первом из них даны профили $n(z)$, $E(z)$, и, частично, $\sigma(z)$ вдоль оси в момент $t=0.02$. Это – типичное послепробойное распределение.



По невозмущенной среде ($n = 1$) движется волна интенсивной ионизации, обязанная большому полю ($E > n$). Однако, это длится недолго.

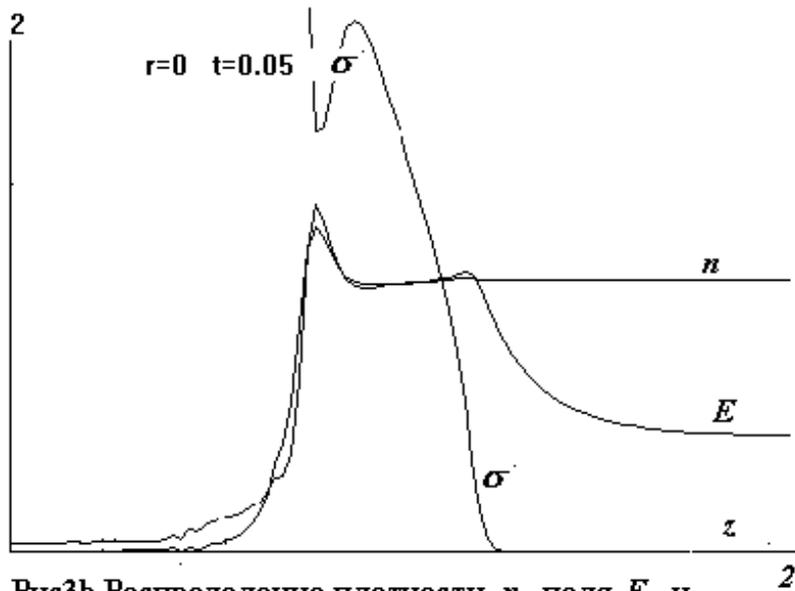


Рис3б Распределение плотности n , поля E и проводимости σ вдоль оси при $t=0.05$

Значения плотности и поля выравниваются, что видно на рис. 3б, показывающем те же распределения на момент $t=0.05$. Здесь уже намечается сжатие. Для сравнения на рис.4 представлены радиальные распределения тех же величин (при $z=0$).

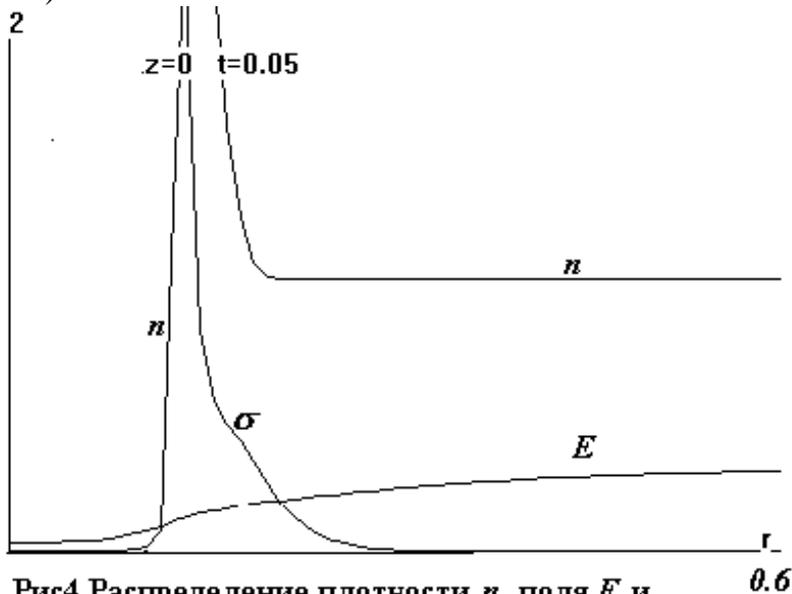


Рис4 Распределение плотности n , поля E и проводимости σ в сечении $z=0$ при $t=0.05$

Картину, представленную на рис.1а,б, дополняют рис.5а,б, на которых изображена серия положений сжатого ($n>1.1$) слоя в те же последовательные моменты времени. С момента $t=0.05$ отверстие сжатой трубки постепенно, начиная с оси, закрывается, приобретая кольцевую форму. Этим объясняется и, наблюдающееся на рис.1, выдавливание фронта ионизации в сторону от оси. Ко времени $t=0.1$ кольцевое отверстие исчезает полностью, затем намечается снова и снова закрывается. Детали изображенных конфигураций

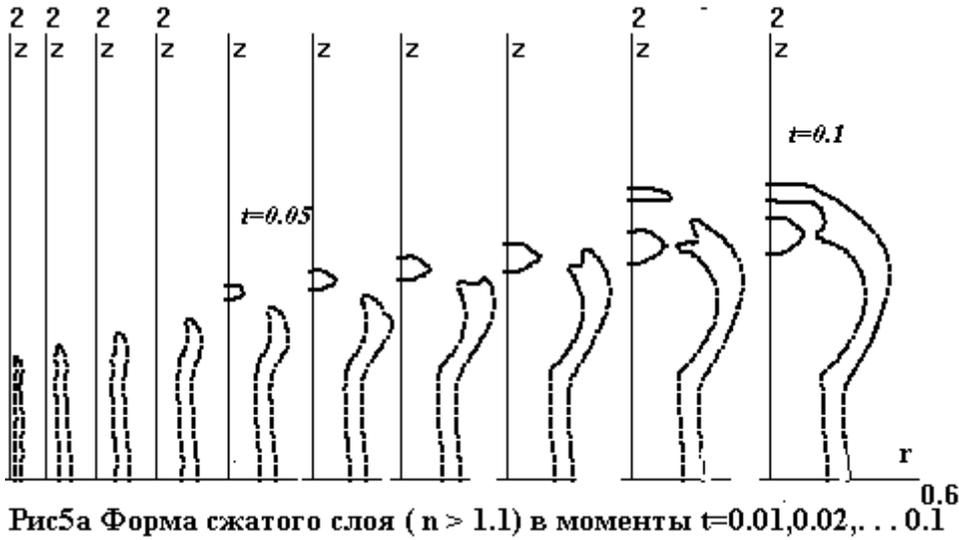


Рис5а Форма сжатого слоя ($n > 1.1$) в моменты $t=0.01, 0.02, \dots, 0.1$

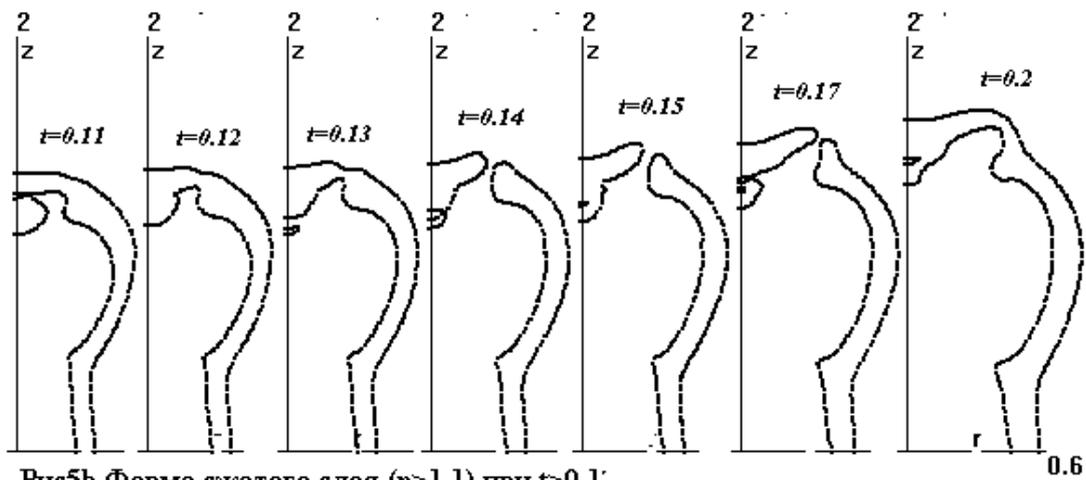


Рис5б Форма сжатого слоя ($n > 1.1$) при $t > 0.1$

довольно случайны и свидетельствуют лишь о некоторой неустойчивости решения с чрезвычайно тонким фронтом ионизации. А в последнем, как было отмечено выше, и в [1], происходят основные процессы. В этом и основная трудность численного расчета.

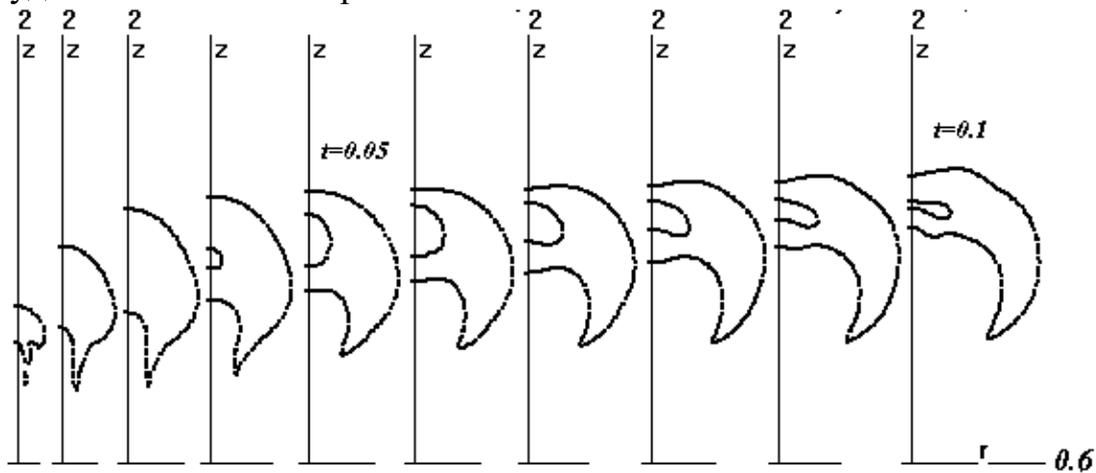


Рис5в Положение области большого поля ($E > 1$) в моменты $t=0.01, 0.02, \dots, 0.1$

Аналогичная серия – рис.6а,б, на которых изображены линии уровня $E=1$, показывает динамику возмущения поля. На второй стадии максимум поля сходится с осью, удаляется от нее и уменьшается по величине.

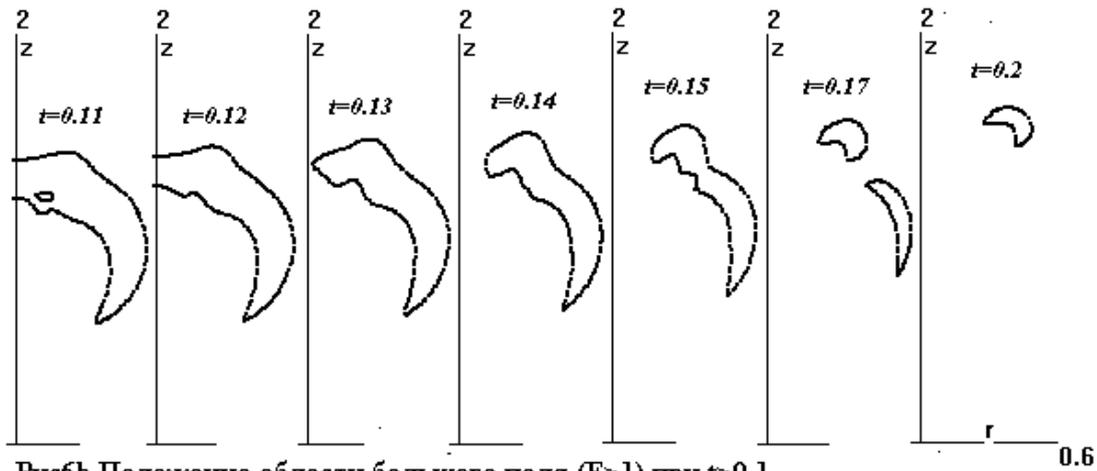


Рис.6в Положение области большого поля ($E > 1$) при $t > 0.1$

Следующие рисунки характеризуют пространственно – временное распределение токов в стримере.

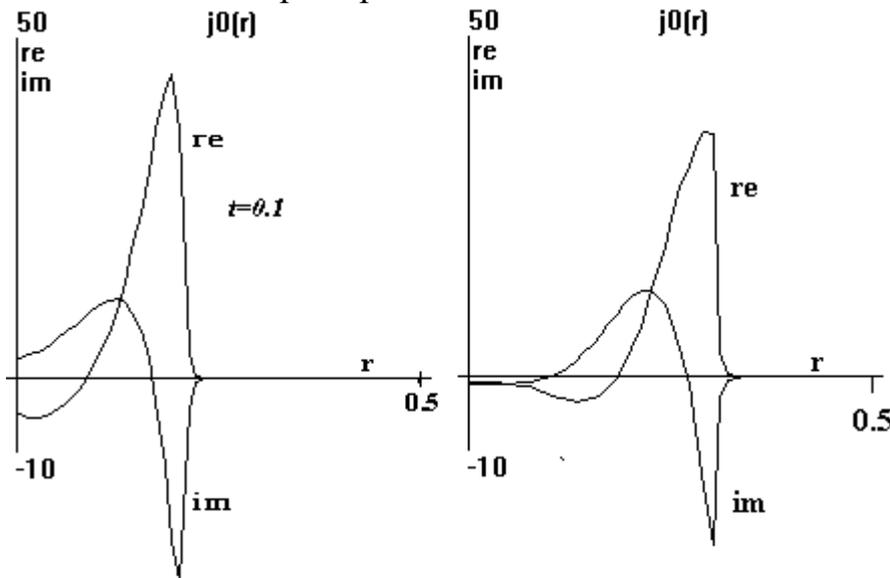


Рис.7 Действительная и мнимая компоненты плотности тока в сечении $z=0$ при $t=0.1$ и $t=0.15$

На рис. 7 изображены действительная и мнимая части плотности z -компоненты тока $j_z = \sigma E_z$, как функции радиуса, при $z=0$, для двух моментов времени. Видно, что ток в значительной степени скинирован. Полный ток через это сечение $J_0(t) = \int \sigma E_z r dr$, как функция времени, изображен на рис.8. На рис.9 дано распределение полного тока $J(z)$ вдоль оси для двух моментов времени.

На рис.10 показаны интегральные характеристики процесса: количество полученной средой энергии $W(t) = \iint n(w-1)rdrdz$ и объем наработанной электронной компоненты $S(t) = \iint n\sigma r dr dz$.

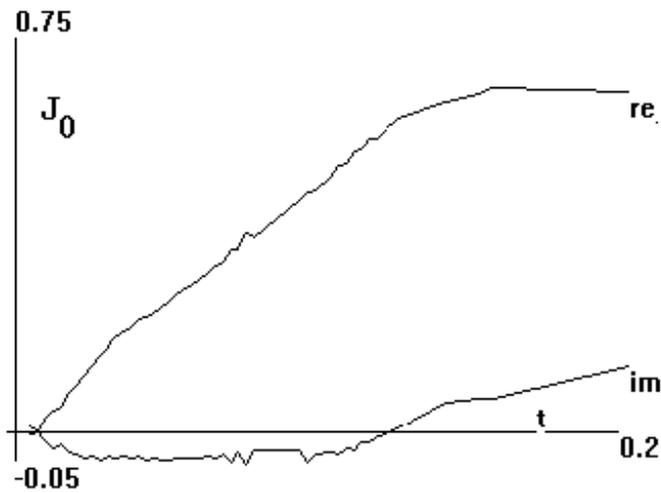


Рис.8 Действительная и мнимая компоненты тока через сечение $z=0$.

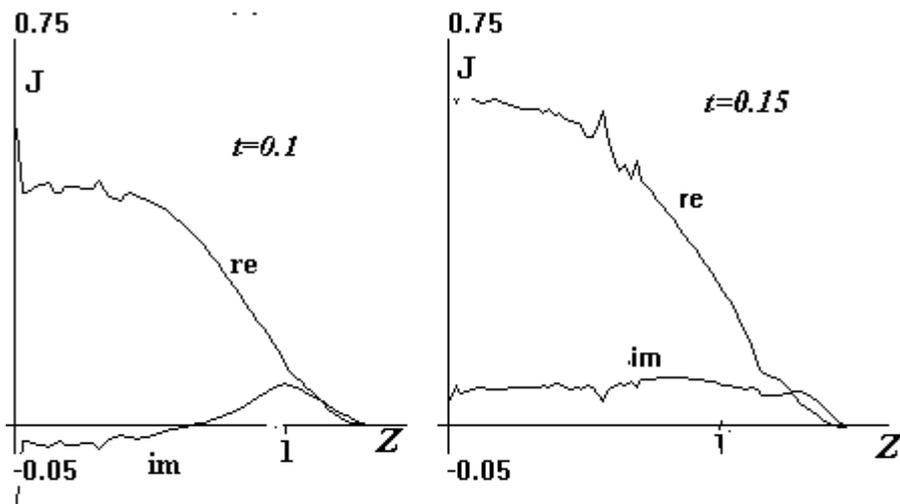


Рис.9 Действительная и мнимая компоненты тока вдоль оси при $t=0.1$ и $t=0.15$

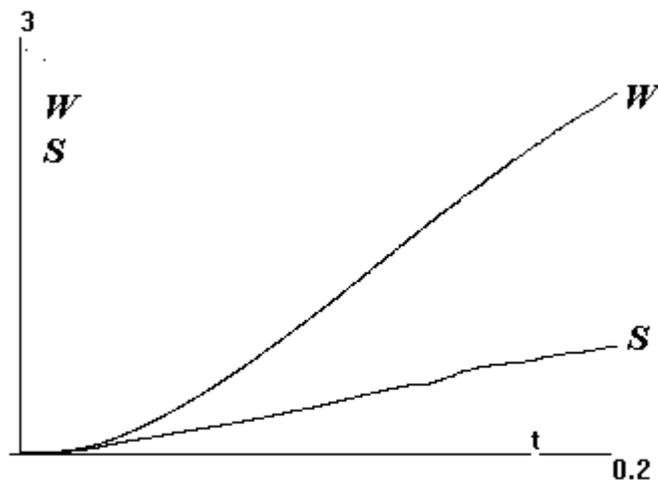


Рис.10 Поглощенная газом энергия W и количество электронов S

Заключение

Вариант задачи, результаты которого описаны выше, является довольно типичным. Вариация параметров постановки задачи к принципиальным изменениям не приводит.

Основной вывод – это кратковременность интервала интенсивного роста стримера. В то же время, раз возникнув (при выполнении необходимого условия, указанного в [1]), он не исчезает. Фронт ионизации, медленно но верно распространяется в пространстве, меняя направление и принимая причудливые формы. Прекратить разряд могут только энергетические причины.

Рассматриваемая модель (1)-(8) вполне может быть использована для выяснения роли различных факторов в процессе стримерного разряда в газе.

Литература

- [1] О.И.Воскобойникова, С.Л.Гинзбург, В.Ф.Дьяченко, К.В.Ходатаев. Инициация микроволнового стримерного разряда в газе. Препринт ИПМ РАН, 2001г, №13
- [2] О.И.Воскобойникова, С.Л.Гинзбург, В.Ф.Дьяченко, К.В.Ходатаев. Численное исследование подкритического микроволнового разряда в газе высокого давления. ЖТФ, 2002, т 72, вып 8

Содержание

Введение	3
§1 Постановка задачи	3
§2 Инициирование разряда.....	4
§3 Динамика стримера	5
Заключение	12
Литература.....	12