

ордена Ленина
Институт прикладной математики им.М.В.Келдыша
Российской Академии Наук

С.В.Барабаш, И.Ю.Кирюшкин, У.Норберг,
М.Ю.Овчинников, В.И.Пеньков

**Метода определения углового
движения нано-спутника *Munin***

Москва – 2003 г.

УДК 629.78

Методы определения углового движения нано-спутника *Munin*.
Станислав Витальевич Барабаш, Илья Юрьевич Кирюшкин, Улле Норберг, Михаил Юрьевич Овчинников, Владимир Иванович Пеньков. ИПМ им.М.В.Келдыша РАН, Москва, 24 с., библиография: 13 названий.

Рассматриваются способы определения углового движения наноспутника *Munin*, снабженного пассивной магнитной системы ориентации, при различном составе измерительной информации. Система ориентации состоит из сильного постоянного магнита и набора гистерезисных стержней, изготовленных по специальной технологии из магнитомягкого материала. В качестве исходной информации предполагается использовать измерения двух одноосных магнитометров, током солнечной батареи, эпизодические изображения звездного неба и лимба Земли на кадре ПЗС-матрицы. Анализируются локальные и статистические методы обработки измерений, положенные в основу разработанного программного обеспечения.

Ключевые слова: определение ориентации, солнечные батареи, ПЗС-камера, двухосный магнитометр, пассивная магнитная система ориентации, наноспутник *Munin*

Methods for Attitude Determination of the Nanosatellite *Munin*.
S.Barabash, I.Kiryushkin, O.Norberg, M.Ovchinnikov, V.Pen'kov. Keldysh Institute of Applied Mathematics of Russian Academy of Sciences, Moscow, 24 p., 13 items of bibliography.

The methods for attitude determination of the passively magnetically stabilized nanosatellite *Munin* which is not provided with attitude sensors in common sense are considered. The attitude control system consists of the strong permanent magnet and a set of hysteresis rods fabricated from the soft magnetic material using specific technology. The measurements of two uniaxial magnetometers, solar panels output, episodic pictures of star-sky and the Earth's limb by low sensitive CCD-camera are supposed to be used. The local and statistical methods laid in basis for software development are analyzed.

Key words: Attitude Determination, Solar Array, Biaxial Magnetometer, CCD-camera, Passive Magnetic Attitude Control System, Nanosatellite *Munin*

1 Введение. Постановка задачи

Если необходимо выполнить отдельные эксперименты или провести измерения в условиях космоса при ограниченных финансовых возможностях проекта, преимущества малогабаритных КА неоспоримы. Их использование становится особенно привлекательным для организаций, не специализирующихся в создании космических аппаратов. Это относится к университетам, научным институтам, небольшим организациям. Причиной их заинтересованности в самостоятельной разработке и изготовлении малых спутников объясняется доступностью элементной базы и возможностью существенного снижения стоимости всего проекта. Как правило, состав приборов малых КА не обладает избыточностью. Некоторые приборы даже могут использоваться не только по своему прямому назначению. В настоящей работе рассматриваются способы определения фактического углового движения малогабаритного спутника, не снабженного специальными датчиками ориентации, на примере наноспутника *Munin*, разработанного и изготовленного Институтом космической физике (Кируна, Швеция) в кооперации с организациями Швеции, США, России. Описание конструкции спутника и научной аппаратуры приведено в [1]. Расположение приборов внутри спутника и его внешний вид без панелей солнечной батареи изображены на рис.1. По существующей классификации спутник относится к

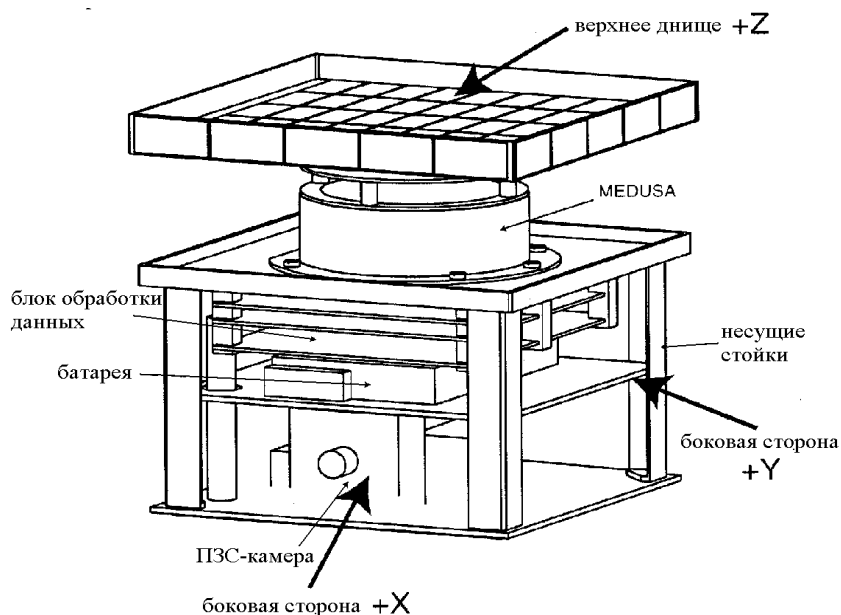


Рис. 1: Схема расположения приборов внутри спутника *Munin*

разряду *наноспутников*, имеющих массу от 1 до 10 кг [2].

Подготовка к тестированию электрических систем спутника на полигоне и вид уже установленного спутника на внешней стороне блока с электроникой второй ступени ракеты-носителя изображены на рис.2 и рис.3



Рис. 2: Подготовка к тестированию электрических систем спутника на полигоне Ванденберг

соответственно [3].

Успешный запуск спутника *Munin* осуществлен 21 ноября 2000 года ракетой-носителем Delta-II (7310-10C) с военной-воздушной базы Ванденберг (Калифорния, США) в 18.24 UT в качестве попутной нагрузки совместно с основными спутниками — NASA *EO-1* для наблюдения Земли из космоса и аргентинским научным спутником *SAC-C*. После отделения спутника его орбита имела следующие параметры: высота перигея $H_{\pi} = 698$ км, высота апогея $H_{\alpha} = 1800$ км, наклонение $= 95.4^{\circ}$. Согласно файлу двустрочных элементов, распространяемому NORAD, на 2 декабря 2000 года орбитальные элементы имели следующие значения:

большая полуось $a = 7628.8$ км;

эксцентриситет $e = 0.0722597$;

наклонение $= 95.4367^{\circ}$;

долгота восходящего узла $\Omega = 41.1384^{\circ}$;

аргумент перигея $\omega_{\pi} = 135.3637^{\circ}$;

момент прохождения восходящего узла (эпоха) 2000 December 02, 16:59:16 UT (спутник прошел его 142 раз).

средняя аномалия $M = 230.8043^{\circ}$;

среднее движение $n = 13.03347039$ оборотов в сутки.

При проведении экспериментов в космосе, связанных с изучением магнитосферы, ионосферы, поведения заряженных частиц и других явлений в



Рис. 3: Спутник установлен на внешней стороне блока с электроникой второй ступени носителя

геомагнитном поле, наиболее предпочтительной является ориентация продольной оси спутника вдоль вектора \mathbf{H} местной напряженности геомагнитного поля. Представленные в [5] результаты анализа реализованных и разрабатываемых проектов наноспутников показывают, что наибольшее распространение получают магнитные системы ориентации. Тем самым, *Munin* может рассматриваться как наноспутник с магнитной системой ориентации со всеми присущими ей особенностями. Рассмотрим их.

Особенности движения спутника *Munin* с пассивной магнитной системой ориентации и расчет ее параметров изложены в работах [4, 6]. При ее создании решаются две принципиальные проблемы, связанные с обеспечением восстанавливающего и демпфирующего моментов. Для обеспечения восстанавливающего момента вдоль ориентируемой оси спутника размещается постоянный магнит с дипольным моментом $m_s = 0.3 \text{ A} \cdot \text{м}^2$. Для решения второй проблемы требуется демпфирующее устройство, рассеивающее энергию углового движения. Используются шесть гистерезисных стержней длиной 15.5 см изготовленных из магнитомягкого материала — молибденового пермаллоя 79 НМ и перемагничивающихся в геомагнитном поле при вращении спутника относительно вектора \mathbf{H} . Результаты моделирования динамики спутника показали, что зависимость угла Θ отклонения оси ориентации от вектора \mathbf{H} в течение двух оборотов центра масс спутника по орбите, когда переходной процесс уже близок к завершению, представляется графиком, изображенным на рис.4. Здесь использована мо-

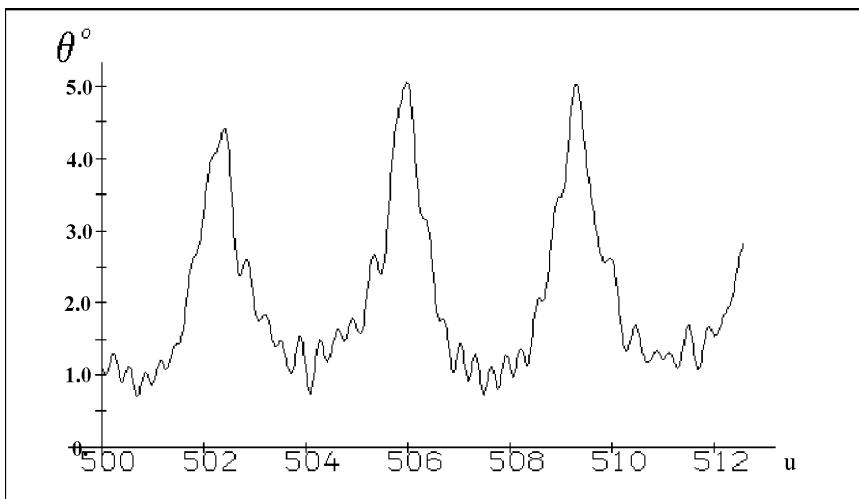


Рис. 4: Зависимость угла Θ на двух витках при гауссовой модели геомагнитного поля

дель Гаусса для аппроксимации потенциала геомагнитного поля с экстраполяцией коэффициентов на декабрь 1999 года. Четко прослеживаются два характерных временных интервала. Один из них близок половине периода обращения центра масс спутника вокруг Земли, а другой — периоду его собственных колебаний. Существует еще один временной интервал, близкий половине суток, который обусловлен суточным движением Земли, а с ней и суточным движением ее магнитного диполя относительно плоскости орбиты спутника. На рис.4 этот третий интервал заметить трудно.

Для правильной интерпретации показаний научных приборов следует уметь определять положение связанной системы координат относительно некоторой опорной системы, например, инерциальной системы координат. С этой целью на спутниках применяются, как правило, специальные датчики, позволяющие определять текущую ориентацию космического аппарата с требуемой точностью. Спецификой же настоящего проекта является почти полное их отсутствие. Тем не менее, на спутнике имеются приборы, показания которых могут интерпретироваться как показания датчиков ориентации. В качестве таких приборов рассматриваются следующие устройства:

- два экспериментальных одноосных магнитометра, оси которых номинально установлены перпендикулярно продольной оси постоянного магнита системы ориентации;
- панели солнечных батарей, током каждой из которых измеряется независимо друг от друга;
- неподвижная относительно корпуса спутника видеокамера на ПЗС-матрице с широким полем зрения, способная делать снимки звездного неба и границы Земля–небо наряду с полярными сияниями.

Кроме того, считается, что в момент проведения измерений геомагнит-

ного поля магнитометрами, токосъема солнечной батареи и проведения съемки кадра видеокамерой известно местонахождение спутника в пространстве или же известны элементы его орбиты и время проведения измерения, по которым можно вычислить его положение в пространстве. Поэтому определение вектора \mathbf{H} напряженности геомагнитного поля и солнечного вектора \mathbf{S} , направленного на Солнце, может быть выполнено расчетным путем по моделям геомагнитного поля и движения Солнца. Карта звездного неба задана.

Поясним, почему перечисленные выше приборы не являются датчиками ориентации в общепринятом смысле слова. Собственно датчики ориентации предназначены исключительно для определения текущего углового положения спутника с заданной точностью и могут быть использованы для нахождения его движения. Из имеющихся на спутнике *Munin* к таким приборам можно отнести лишь магнитометры да и то условно. Действительно, два одноосных магнитометра могут измерять проекцию вектора напряженности магнитного поля на плоскость, в которой лежат оси этих магнитов. При этом магнитометры находятся в поле ориентирующего магнита, а так же и двух постоянных магнитов, входящих в состав прибора DINA, установленного на спутнике. Это поле достаточно велико и не симметрично. Поэтому фактически наряду с проекцией вектора \mathbf{H} на эту плоскость измеряются составляющие поля постоянных магнитов и перемещающихся гистерезисных стержней. Также требуется тщательная юстировка магнитометров при установке их на спутнике. В принципе, учет систематической составляющей показаний магнитометров от постоянных магнитов возможен, но при условии, что не произойдет их насыщения.

На достоверность показаний токосъема батарей как солнечного датчика в сильной мере влияет качество калибровки каждой батареи. Требуется исследование влияния альбедо Земли из-за широкого поля зрения такого “солнечного датчика”. Возможна ситуация, когда при небольшом угле возвышения Солнца над горизонтом в “поле зрения” панели солнечной батареи будет попадать как прямое излучение от Солнца, так и отраженное от Земли излучение. Для правильной интерпретации токосъема необходима информация о режиме заряда аккумуляторной батареи (“по току” или “по напряжению”).

Использование ПЗС-камеры в качестве звездного датчика затрудняет широкое поле зрения прибора, а также нерегулярность попадания в звезд в кадр.

Используя перечисленные выше измерения и расчетные значения измеряемых величин необходимо восстановить фактическое угловое движение спутника. Известны локальные и статистические методики обработки из-

мерений. Определение фактического углового движения спутника *Munin* в реальном масштабе времени не требуется. Данные измерений накапливаются в бортовом компьютере в течение некоторого интервала времени. Обработка измерений производится на наземной станции по мере передачи данных при пролете спутника в зоне ее видимости. В силу выбранного наклона орбиты и широты расположения наземной станции передача данных на Землю может быть осуществлена на каждом витке.

Перейдем к анализу показаний приборов для определения углового движения спутника. Изложение построим следующим образом. Сформулируем стандартные подходы к использованию имеющихся приборов как если бы они были штатными датчиками с присущими им свойствами, опишем методы определения углового движения спутника по измерениям таких приборов.

2 Определение ориентации по показаниям магнитометров

Пусть на спутнике установлены два одноосных магнитометра, позволяющие в определенные моменты времени измерять две проекции вектора \mathbf{H} . Используем эти измерения для определения угла между ориентируемой осью спутника и вектором \mathbf{H} . Введем систему координат $O_b x_{b1} x_{b2} x_{b3}$, связанную с плоскостями геометрической симметрии спутника, например, ее оси могут быть параллельны трем взаимно перпендикулярным ребрам корпуса спутника, а центр совпадает с центром масс спутника. Для определенности считаем, что дипольный момент ориентирующего магнита \mathbf{m}_s параллелен оси $O_b x_{b1}$ связанной системы координат.

Будем считать, что оси магнитометров параллельны осям введенной системы координат, которые перпендикулярны третьей оси, коллинеарной диполю ориентирующего магнита. Обозначим измеряемые проекции вектора \mathbf{H} через h_2 и h_3 , а орты осей, на которые они проецируются — \mathbf{e}_{b2} и \mathbf{e}_{b3} соответственно. Косинусы углов θ_2 , θ_3 , которые образует вектор \mathbf{H} с этими осями, выражаются следующим образом: $\cos \theta_j = h_j / H$, ($j = 2, 3$). Здесь $H = |\mathbf{H}|$. Используя тригонометрическое равенство

$$\cos^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_2 + \cos^2 \theta_3 = 1, \quad (1)$$

получаем выражение для угла θ_1 ,

$$\cos \theta_1 = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \theta_2 - \cos^2 \theta_3} = \pm \sqrt{H^2 - h_2^2 - h_3^2} / H, \quad (2)$$

отклонения оси ориентации спутника от вектора \mathbf{H} .

Если угол θ_1 мал, точнее — если $h_2^2 + h_3^2 \ll H^2$, то целесообразно использовать приближенное выражение $\theta_1 \approx \sqrt{h_2^2 + h_3^2}/H$ при почти параллельном расположении оси ориентации $O_b x_{b1}$ и вектора \mathbf{H} и выражение $\theta_1 \approx \pi - \sqrt{h_2^2 + h_3^2}/H$ при их антипараллельном расположении.

При использовании на первый взгляд простого выражения (2) возникают следующие проблемы:

- из-за невозможности измерения третьей компоненты вектора \mathbf{H} в силу насыщения магнитометра, если бы его даже и удалось установить вдоль ориентирующего магнита, возникает проблема определения текущего модуля вектора \mathbf{H} , входящего в выражение (2);
- замена измеренного модуля вектора \mathbf{H} его вычисленным по известным моделям геомагнитного поля значением вносит погрешность в определение текущей ориентации;
- влияние ориентирующего магнита, а также магнитов прибора ДИНА сказывается в систематическом смещении измерений магнитометров, установленных вдоль осей Ox_{b2} и Ox_{b3} ;
- определение знака, стоящего перед радикалом в (2), затруднено; от этого знака зависит как ось спутника ориентируется — параллельно или антипараллельно вектору \mathbf{H} ; определить это, имея лишь измерения двух магнитометров, локальным методом не удастся.

Введем обозначения: \mathbf{h} , \mathbf{H}_{cal} , \mathbf{H} — измеренный, вычисленный и реальный векторы напряженности геомагнитного поля соответственно, $\Delta\mathbf{h}$ — систематическая погрешность измерений и $\Delta\mathbf{H}_{cal}$ — погрешность вычисления вектора \mathbf{H} . Тогда можно записать:

$$\mathbf{h} = \mathbf{H} + \Delta\mathbf{h}, \quad \mathbf{H}_{cal} = \mathbf{H} + \Delta\mathbf{H}_{cal}.$$

Проецируя эти векторы на оси связанной системы координат, получаем

$$\cos \theta_1 = \pm \sqrt{1 - \frac{(h_2 - \Delta h_2)^2 + (h_3 - \Delta h_3)^2}{|\mathbf{H}_{cal} - \Delta\mathbf{H}_{cal}|}}. \quad (3)$$

Здесь учитывается, что измеряются лишь проекции h_2 , h_3 . Полагая систематические погрешности измерений и вычислений малыми по сравнению с соответствующими им значениями компонент вектора напряженности геомагнитного поля, запишем приближенную формулу

$$\cos \theta_1 \approx \pm \frac{\sqrt{H_{cal}^2 - h_2^2 - h_3^2}}{H_{cal}} \times \left[1 + \frac{h_2^2 + h_3^2}{H_{cal}^2 - h_2^2 - h_3^2} \left(\frac{h_2 \Delta h_2 + h_3 \Delta h_3}{h_2^2 + h_3^2} + \frac{\mathbf{H}_{cal} \Delta\mathbf{H}_{cal}}{H_{cal}^2} \right) \right]. \quad (4)$$

3 Определение ориентации локальным методом с помощью магнитометров и солнечного датчика

Локальный метод позволяет определить угловое положение спутника в отдельной точке орбиты при наличии пары известных неколлинеарных векторов, полученных измерениями в связанной со спутником системе координат и вычисленных в некоторой базовой (в нашем случае — инерциальной) системе координат. Пусть такой парой векторов будут вектор напряженности геомагнитного поля \mathbf{H} и вектор направления на Солнце \mathbf{S} . Введем *инерциальную* систему координат $O_a Y_1 Y_2 Y_3$. Ее начало совпадает с центром масс Земли. Ось $O_a Y_3$ направлена в Северный Полюс Мира. Оси $O_a Y_1$, $O_a Y_2$ лежат в экваториальной плоскости Земли, причем ось $O_a Y_1$ направлена в точку Весеннего равноденствия.

Пусть на борту спутника установлены датчики, позволяющие в определенные моменты времени измерять напряженность магнитного поля Земли $\mathbf{h} = (h_1, h_2, h_3)$ и единичный вектор $\mathbf{s} = (s_1, s_2, s_3)$ направления на Солнце, задаваемые своими проекциями на оси связанной системы координат. В те же моменты времени рассчитываем компоненты векторов \mathbf{S} и \mathbf{H} в инерциальной системе координат: $\mathbf{H} = (H_1, H_2, H_3)$, $\mathbf{S} = (S_1, S_2, S_3)$. Для тех моментов, когда спутник находится в тени Земли, локальный метод не работает.

Пусть матрица D с элементами d_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) описывает переход от инерциальной к связанной системе координат. Тогда можно записать четыре матричных соотношения

$$\mathbf{S} = D\mathbf{s}, \quad \mathbf{H} = D\mathbf{h}, \quad [\mathbf{S} \times \mathbf{H}] = D[\mathbf{s} \times \mathbf{h}], \quad \mathbf{S} \times [\mathbf{S} \times \mathbf{H}] = D\mathbf{s} \times [\mathbf{s} \times \mathbf{h}]. \quad (5)$$

Составим матрицу из трех взаимно ортогональных единичных векторов и запишем связь между измеренными и вычисленными векторами с помощью этой матрицы

$$\left(\mathbf{S}, \frac{\mathbf{S} \times \mathbf{H}}{|\mathbf{S} \times \mathbf{H}|}, \frac{\mathbf{S} \times [\mathbf{S} \times \mathbf{H}]}{|\mathbf{S} \times \mathbf{H}|} \right) = D \left(\mathbf{s}, \frac{\mathbf{s} \times \mathbf{h}}{|\mathbf{s} \times \mathbf{h}|}, \frac{\mathbf{s} \times [\mathbf{s} \times \mathbf{h}]}{|\mathbf{s} \times \mathbf{h}|} \right). \quad (6)$$

Из (6) следует, что матрицу D можно вычислить по формуле

$$D = \left(\mathbf{S}, \frac{\mathbf{S} \times \mathbf{H}}{|\mathbf{S} \times \mathbf{H}|}, \frac{\mathbf{S} \times [\mathbf{S} \times \mathbf{H}]}{|\mathbf{S} \times \mathbf{H}|} \right) \left(\mathbf{s}, \frac{\mathbf{s} \times \mathbf{h}}{|\mathbf{s} \times \mathbf{h}|}, \frac{\mathbf{s} \times [\mathbf{s} \times \mathbf{h}]}{|\mathbf{s} \times \mathbf{h}|} \right)^T. \quad (7)$$

По-видимому, это самый простой локальный метод определения углового положения спутника. Однако на практике остается под вопросом точность определения ориентации, на которую оказывают влияние систематическая составляющая в измеряемом векторе напряженности магнитного

поля от собственного поля спутника, погрешности магнитометров и отраженное от Земли излучение, дополнительно засвечивающее панели солнечной батареи, использующиеся в качестве солнечного датчика. Понятно, что проведение измерений вектора \mathbf{s} невозможно на затененном участке орбиты. Если на спутнике установлен *автомат питания*, который при полностью заряженной аккумуляторной батарее отключает нагрузку от солнечных батарей, то определение направления на Солнце также становится невозможным из-за отсутствия информации о токе с батареи.

Пусть $\mathbf{p}_s^{(j)} = \sum_{k=1}^3 p_{sk}^{(j)} \mathbf{e}_{bk}$ — нормаль к активной стороне j -ой солнечной панели, $p_{sk}^{(j)}$ — проекции этой нормали на оси связанной системы координат, $I_j = I_j(\theta_j)$ — ток через j -ую солнечную батарею в зависимости от угла θ_j между нормалью \mathbf{p}_s и направлением на Солнце \mathbf{s} . При расчетах была принята зависимость тока от угла в виде $I_j = I_{j0} \cos \theta_j$. Реальная зависимость тока от угла определяются для каждой батареи в процессе наземной калибровки (см. ниже). Тогда для определения вектора \mathbf{s} получаем систему трех уравнений

$$\cos \theta_j(I_j) = \sum_{k=1}^3 p_{sk}^{(j)} s_k, \quad (8)$$

где $j = 1, 2, 3$, если не происходит засветка других панелей батарей за счет отражения солнечного излучения Землей. Для контроля точности можно вычислять сумму квадратов косинусов углов $\sum_{k=1}^6 \cos^2 \theta_j(I_j)$ по результатам измерения токов I_j для всех шести панелей. Если сумма близка к единице, то результаты измерений можно рассматривать как достоверные и решать систему (8) относительно s_k . Нормали к поверхностям батарей почти коллинеарны ортам строительной системы координат, поэтому определитель системы (8) близок к единице. В противном случае надо анализировать величину каждого косинуса.

Результаты наземной калибровки одной из панелей солнечной батареи представлены на рис.5 в виде зависимости генерируемого панелью тока от угла освещенности, то есть угла между плоскостью панели и направлением на Солнце. Вертикальные стрелки обозначают погрешность измерения тока. Принятая аппроксимация для тока оказалась близкой реальной.

Еще одна проблема, которая возникает при использовании приведенного метода, заключается в необходимости измерения вектора \mathbf{H} . Имеющиеся два одноосных магнитометра позволяют провести измерение лишь двух его проекций на оси связанной системы координат. Третью компоненту можно определить расчетным путем, исходя из вычисленного модуля вектора \mathbf{H} и соотношения (1). Неопределенность в знаке (см. соотношение (2)) можно устранить, анализируя скалярное произведение (\mathbf{H}, \mathbf{S}) .

Теперь рассмотрим два локальных способа определения трехосной ори-

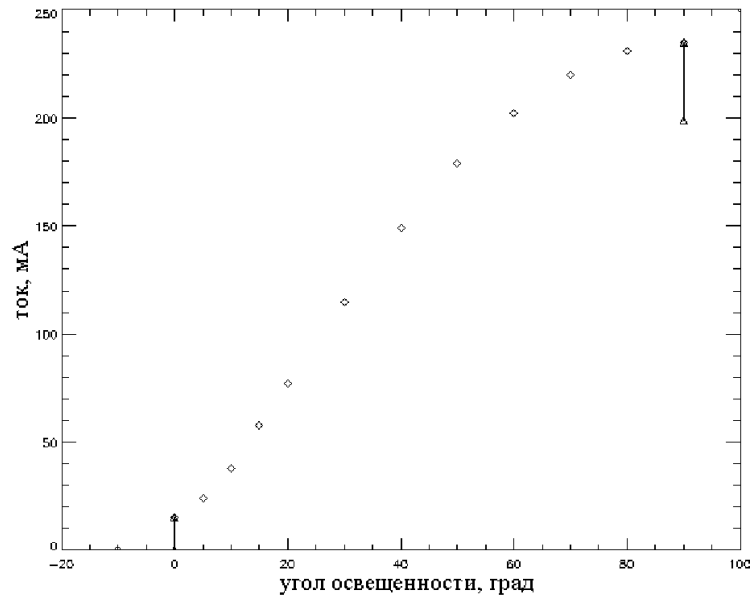


Рис. 5: Зависимость тока батареи от угла освещенности

ентации с использованием ПЗС-камеры.

4 Определение ориентации с помощью снимков звездного неба локальным методом

Идея использования цифровой ПЗС-камеры заключается в том, чтобы на основе положения звезд в фокальной плоскости объектива камеры рассчитывать угловые расстояния между ними [8, 9]. Эти звезды образуют созвездие, которое сравнивается со всеми другими всевозможными созвездиями звездного каталога с помощью разработанных программных средств. В случае идентификации звезд извлекаются из каталога их небесные координаты, знание которых позволяет определить ориентацию спутника в заданной системе координат.

На выходе ПЗС-матрицы формируется карта, представляющая собой закодированный в цифровом виде снимок, выполненный камерой. Пример снимка, полученного при тестировании камеры в ночных наземных условиях [7], показан на рис.6.

В качестве единицы измерения выбран пиксел. Фактически здесь изображены два снимка, полученные неподвижной камерой с интервалом в несколько минут. Камера способна опознавать источники до 4–5 звездной величины. Кружками обозначено местоположение звезд в соответствии со звездным каталогом. Оцифрованная информация передается оператору на Землю и визуализируется. Далее оператор либо бракует снимок, что необходимо сделать в случае, например, недостаточного количества объектов, попавших в кадр, или плохо различимых на фоне шумов, либо принимает

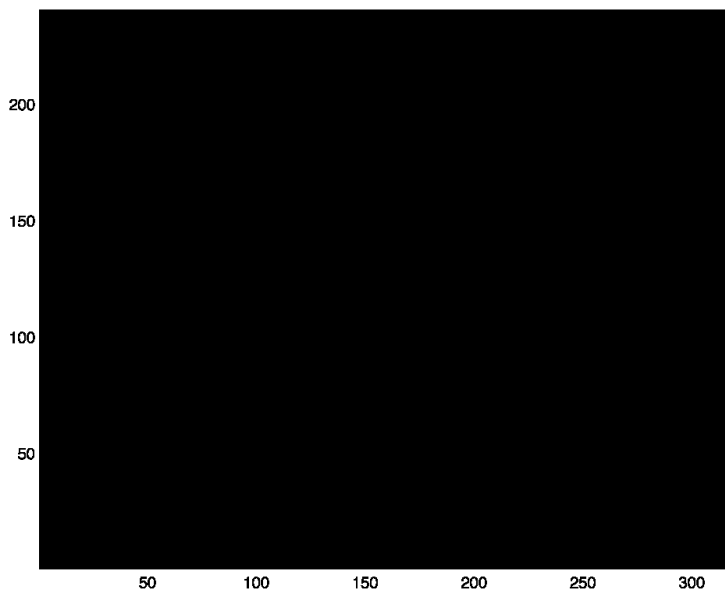


Рис. 6: Пример тестового кадра ПЗС-камеры

решение о пригодности снимка для его последующей обработки. В последнем случае координаты звезд на кадре преобразуются в текстовый файл.

Размеры снимка по длине и ширине составляют соответственно 324 и 243 пикселей. Для каждого объекта на снимке определяется соответствующий ему пиксел или группа пикселей на чувствительной поверхности ПЗС-матрицы. В целях повышения надежности обработки результатов съемки предполагается выполнять последовательно в течение малого интервала времени два снимка либо увеличивать время экспозиции. В этом случае из-за углового движения спутника каждый из объектов на снимке, попадающий в поле зрения объектива камеры, будет “смазан” по некоторой траектории. Выделение таких траекторий на равномерном фоне шумов позволяет с большей надежностью определять истинные звездные объекты. В продолжение обработки снимка необходимо определить положение объектов на ПЗС-матрице в системе координат, начало которой сдвинуто в точку пересечения оптической оси объектива камеры и плоскости ПЗС-матрицы. Координаты этой точки относительно матрицы составляют по длине и ширине приблизительно 178 и 101 пикселей. Дальнейшие расчеты удобнее проводить в привычной метрической системе, выражая пиксельные значения координат объектов по горизонтальной и вертикальной осям в миллиметрах по формулам:

$$x = 0.01N_x + 0.003(N_x - 1), \quad y = 0.01N_y + 0.001(N_y - 1),$$

где N_x , N_y , x , y — координаты положения объекта в плоскости матрицы по горизонтали и вертикали в пикселах и миллиметрах соответственно. Это позволит легко определить координаты направляющих векторов для

каждого объекта при известном фокусном расстоянии F объектива камеры, значение которого было установлено в процессе тестирования камеры и составляет 6.7 мм. Согласно формулам, приведенным выше, точка пересечения оптической оси объектива отстоит от нижнего левого угла матрицы на 2.3 мм по горизонтали и 1.1 мм по вертикали. Соответствующие формулы пересчета координат по горизонтали и вертикали имеют вид $x_c = x - 2.3$, $y_c = y - 1.1$, где x , y , x_c , y_c выражены в миллиметрах и соответствуют координатам положения объекта относительно нижнего левого пиксела матрицы и относительно пиксела, через который условно проходит оптическая ось объектива.

Пусть некоторые два объекта на снимке имеют координаты x_{c1} , y_{c1} , x_{c2} , y_{c2} . Вектор, задающий направление на первый объект, имеет начало в точке с координатой $(x_{c1}, y_{c1}, 0)$, а конец — в точке $(0, 0, F)$ в системе, связанной с оптической осью объектива. Соответствующий ему единичный вектор с началом в центре этой системы задается нормированными координатами a_1 , a_2 , a_3 своего конца

$$\mathbf{a} = \left(\frac{-x_{c1}}{\sqrt{x_{c1}^2 + y_{c1}^2 + F^2}}, \frac{-y_{c1}}{\sqrt{x_{c1}^2 + y_{c1}^2 + F^2}}, \frac{F}{\sqrt{x_{c1}^2 + y_{c1}^2 + F^2}} \right).$$

Аналогично для второго объекта координаты b_1 , b_2 , b_3 имеем

$$\mathbf{b} = \left(\frac{-x_{c2}}{\sqrt{x_{c2}^2 + y_{c2}^2 + F^2}}, \frac{-y_{c2}}{\sqrt{x_{c2}^2 + y_{c2}^2 + F^2}}, \frac{F}{\sqrt{x_{c2}^2 + y_{c2}^2 + F^2}} \right).$$

Тогда угловое расстояние α между этими двумя объектами определяется по формуле $\alpha = \arccos(a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3)$. Углы вычисляются для каждой пары объектов на снимке и являются входными данными для программы распознавания, реализующей алгоритм поиска соответствия между звездами на рассматриваемом снимке и звездами, данные о которых представлены в звездном каталоге. Используется вспомогательный каталог, который составляется с учетом чувствительности цифровой ПЗС-камеры и представляет собой отдельный файл, хранимый в памяти компьютера и содержащий информацию о тех объектах звездного неба, которые считаются видимыми, то есть могут быть засняты при имеющейся чувствительности камеры. При разработке алгоритма в качестве каталога использовался текстовый файл с пронумерованными строками, содержащими данные о прямом восхождении, склонении и звездной величине небесного объекта. Первая величина определяет угол положения объекта в плоскости небесного экватора, отсчитываемый от точки Весеннего равноденствия до часового круга, проходящего через светило. Вторая величина определяет угол от плоскости небесного экватора до светила. Наконец, третья — это звездная величина объекта. Следует отметить тот факт, что входные данные не

содержат информацию о звездной величине видимых объектов, которая теряется на этапе определения их положения относительно ПЗС-матрицы. Это связано в первую очередь с отсутствием информации о сопоставлении относительной яркости объекта на снимке и его действительной звездной величины. Что касается каталога, то каждая его строка полностью определяет некоторую звезду. На основе каталога предварительно формируется вспомогательная структура, названная *AngularDist*. Она состоит из набора пронумерованных строк различной длины, число которых равно количеству звезд, включенных в каталог. Номер каждой строки в структуре *AngularDist* соответствует номеру звезды в каталоге. Внутри каждой отдельной строки структуры представлены номера звезд из каталога и угловые расстояния между этими звездами и звездой, номер которой в каталоге равен номеру этой строки в структуре. Номера звезд и угловые расстояния расположены в строке по четным и нечетным индексам.

С помощью структуры *AngularDist* подбирается комбинация звезд из каталога таких, что угловые расстояния между ними равны с заданной точностью угловым расстояниям между объектами на обрабатываемом снимке. Алгоритм описан в [9], [10]. Тестовый пример идентификации кадра ПЗС-камеры приведен на рис.7, где показан графический интерфейс

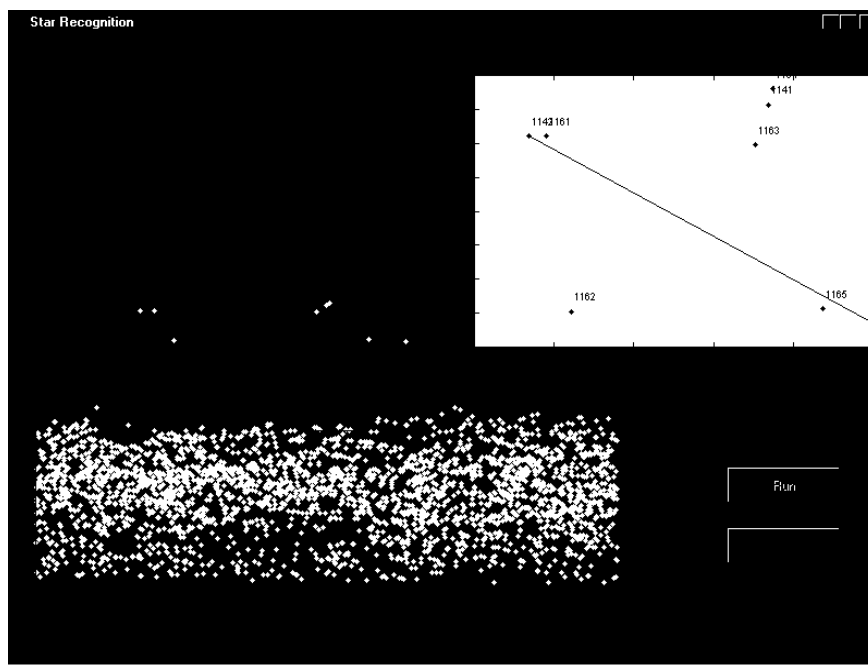


Рис. 7: Тестовый пример идентификации кадра ПЗС-камеры. Вид экрана во время идентификации звезд. Идентифицируемый участок звездного неба, изображенный на верхнем экране, выделен прямоугольником на нижнем экране.

программы идентификации звезд. В качестве входного файла здесь использован заранее выделенный фрагмент звездного неба с угловым размером, совпадающим с размером камеры. Внизу изображен звездный каталог,

содержащий 3125 звезд. Слева–вверху изображен выделенный фрагмент звездного неба с несколькими звездами, пока считающимися неизвестными. Справа–вверху изображен результат идентификации с каталожными номерами звезд и линией, соединяющей пару наиболее удаленных друг от друга звезд. Эти же номера указаны внизу экрана.

Результаты работы алгоритма распознавания используются для определения ориентации спутника. Прежде всего среди идентифицированных объектов на обработанном снимке выбираются два таких, угловое расстояние между которыми наибольшее. Это делается для уменьшения относительной случайной ошибки в определении окончательной матрицы перехода, которая задает искомую угловую ориентацию связанной со спутником системы координат относительно инерциальной системы координат. Локальный метод, описанный выше, позволяет определить угловое положение спутника в отдельной точке орбиты при наличии пары известных неколлинеарных векторов, полученных измерениями в связанной со спутником системе координат и вычисленными в абсолютной системе координат. Для выбранных по вышеуказанному признаку двух звезд определяются единичные векторы, направленные на эти звезды. Эти единичные векторы $\mathbf{e}_1 = (e_{11}, e_{12}, e_{13})$ и $\mathbf{e}_2 = (e_{21}, e_{22}, e_{23})$ задаются своими проекциями на оси связанной со спутником системы координат. Для тех же моментов времени из звездного каталога известны компоненты этих векторов $\mathbf{E}_1 = (E_{11}, E_{12}, E_{13})$ и $\mathbf{E}_2 = (E_{21}, E_{22}, E_{23})$ в абсолютной системе координат.

Пусть матрица \mathbf{D} с элементами d_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) описывает переход от инерциальной к связанной системе координат. Тогда можно записать четыре матричных соотношения

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{D}\mathbf{e}_1, \mathbf{E}_2 = \mathbf{D}\mathbf{e}_2, \mathbf{E}_1 \times \mathbf{E}_2 = \mathbf{D}[\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2], \mathbf{E}_1 \times [\mathbf{E}_1 \times \mathbf{E}_2] = \mathbf{D}(\mathbf{e}_1 \times [\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2]).$$

Составим матрицу из трех взаимно ортогональных единичных векторов и запишем связь между измеренными и вычисленными векторами с помощью этой матрицы

$$\left(\mathbf{E}_1, \frac{\mathbf{E}_1 \times \mathbf{E}_2}{|\mathbf{E}_1 \times \mathbf{E}_2|}, \frac{\mathbf{E}_1 \times [\mathbf{E}_1 \times \mathbf{E}_2]}{|\mathbf{E}_1 \times \mathbf{E}_2|} \right) = \mathbf{D} \left(\mathbf{e}_1, \frac{\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2}{|\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2|}, \frac{\mathbf{e}_1 \times [\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2]}{|\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2|} \right). \quad (9)$$

Из этого соотношения непосредственно следует выражение для матрицы \mathbf{D} , аналогичное (7).

Обработка серии снимков, сделанных последовательно в течение достаточно короткого интервала времени, позволяет рассчитать вектор угловой скорости движения спутника следующим образом. Производная $\dot{\mathbf{D}}$ вычисляется по формуле

$$\dot{\mathbf{D}} = \frac{\mathbf{D}(t_2) - \mathbf{D}(t_1)}{t_2 - t_1},$$

где t_1 и t_2 суть моменты времени, для которых вычислены матрицы \mathbf{D} по первому и второму кадрам соответственно. Сам вектор $\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ угловой скорости вращения спутника относительно абсолютной системы координат вычисляется из матричного соотношения

$$\dot{\mathbf{D}} = \Omega \mathbf{D}, \quad (10)$$

где Ω есть матрица угловой скорости. Эта матрица является кососимметрической и в проекциях на подвижные оси связанной системы координат имеет вид

$$\Omega = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Разрешая (10) относительно Ω и используя предыдущее выражение для этой матрицы, находим компоненты вектора угловой скорости.

Описанный алгоритм распознавания звезд представляет собой по сути перебор всевозможных угловых расстояний между ними в каталоге и сравнение их со значениями углов между объектами на снимке. Каталог содержит несколько тысяч звезд. Таким образом, процесс идентификации требует значительного объема памяти и времени обработки снимка. Интегрированная среда, в которой была реализована описываемая система определения углового положения нано-спутника, позволяет эффективно решать задачу обработки снимков.

Алгоритм распознавания позволяет идентифицировать объекты на снимке с использованием звездного каталога. В случае попадания на снимок видимого объекта, не включенного в каталог, результат работы программы не является однозначным. Как правило, такая ситуация может возникнуть в случае, если объектив камеры захватывает одну из планет. В этом случае достаточно дополнить каталог данными о каждой планете, что, однако, потребует их непрерывного обновления в связи с орбитальным движением планет.

Точное взаимное расположение объектов на снимке искажается из-за несовершенства оптики камеры и непрерывного движения спутника в течение времени экспозиции. Это вводит необходимость использования невязки при расчете угловых расстояний. В случае успешного процесса идентификации невязка не вносит погрешностей в окончательный результат для матрицы направляющих косинусов. Тем не менее, выбор слишком большой невязки увеличивает время распознавания. Кроме того, возникает необходимость продолжения работы алгоритма и после определения подходящего созвездия для получения полной уверенности в однозначности полученного результата.

При определении ориентации спутника также может быть использовано изображение лимба — видимой границы между Землей и небом. Опустим перпендикуляр из центра кадра на касательную к лимбу, если лимб представляет собой дугу, или на лимб, если он представляет собой прямую. Расстояние от центра кадра до лимба есть угловое расстояние оси ориентации спутника до линии горизонта. Угол между опущенным перпендикуляром и стороной кадра — это угол крен спутника относительно перпендикуляра к линии горизонта.

Ориентация спутника, определенная описанными выше локальными методами, помимо самостоятельной ценности, необходима в качестве начального приближения в итерационном процессе при использовании статистических методов.

5 Обработка показаний магнитометров, токосъема солнечной батареи и кадра камеры статистическим методом

Рассмотрим статистический метод определения ориентации спутника по показаниям магнитного и солнечного датчиков, а также по матрице, вычисленной на основании опознанных звезд и лимба. Под солнечным датчиком здесь понимается набор из шести калиброванных панелей солнечной батареи. Этот метод используется для определения текущей ориентации спутника по данным бортовых измерений геомагнитного поля, солнечного вектора и ПЗС-камеры. Текущая ориентация КА определяется путем минимизации рассогласования между измеренными и расчетными проекциями вектора напряженности геомагнитного поля, солнечного вектора, матрицами и углами, определяющими положение лимба на кадре. Функционал минимизируется методом наименьших квадратов относительно фазовых переменных спутника (углового положения и компонент угловой скорости) и на втором этапе — также относительно инерционных и магнитных параметров спутника.

Следует заметить, что в излагаемом ниже алгоритме речь идет об измеренном геомагнитном поле (векторе его напряженности). На спутнике *Munin* установлены два одноосных магнитометра, которые позволяют измерить лишь проекции вектора напряженности геомагнитного поля на две оси, но не сам вектор. Тем не менее, описываемый алгоритм работает при этом ограничении.

Алгоритм работает и в том случае, когда есть измерения только одного прибора при достаточном объеме информации. Он может быть использован для определения ориентации спутника в реальном времени на борту

с использованием бортового компьютера, а также для наземного определения ориентации по принятым с орбиты телеметрическим данным. При движении спутника по орбите предполагается по мере необходимости отбрасывать ранее сделанные измерения и добавлять в обработку вновь получаемые измерения, поддерживая постоянной длительность обрабатываемого временного интервала и, по возможности, количество измерений на этом интервале.

Реально измерения проводятся сеансами через определенные промежутки времени (порядка минуты), и в каждом сеансе за несколько секунд производится несколько десятков измерений. Эти “физические” данные усредняются с тем, чтобы получить одно “логическое” измерение. Таким образом, на одном витке получаются несколько десятков точек.

Пусть на борту спутника установлены датчики, позволяющие в определенные моменты времени измерять напряженность магнитного поля Земли $\mathbf{h} = (h_1, h_2, h_3)$ и единичный вектор $\mathbf{s} = (s_1, s_2, s_3)$ направления на Солнце (измерения \mathbf{s} возможны только на освещенном Солнцем участке орбиты). Векторы измеряются в связанной со спутником строительной системе координат. Набор измерений состоит из $50 \div 100$ точек, распределенных по временному интервалу длиной около одного витка. Обработка проводится в два этапа.

На первом этапе для известной орбиты спутника и тех моментов времени, для которых имеются измерения, рассчитываются компоненты векторов \mathbf{S} и \mathbf{H} в *инерциальной* системе координат: $\mathbf{H} = (H_1, H_2, H_3)$, $\mathbf{S} = (S_1, S_2, S_3)$. Расчет производится с использованием гауссовой модели геомагнитного поля. В результате получаем набор

$$t_n, \quad s_i^{(n)}, \quad h_i^{(n)}, \quad S_i^{(n)}, \quad H_i^{(n)} \quad (n = 1, \dots, N; \quad i = 1, 2, 3), \quad (11)$$

относящихся к моменту времени t_n результатов измерений величин s_i, h_i и расчетные значения S_i, H_i . Для тех моментов, когда спутник находится в тени Земли берем $S_i = s_i = 0$, $i = 1, \dots, 3$. Аналогично и для тех моментов времени, когда нет магнитных измерений. По идентифицированным звездам определяется матрица перехода D и два угла $\tilde{\delta}_1^{(n)}, \tilde{\delta}_2^{(n)}$, задающих положений лимба на кадре.

Заключительный этап обработки информации (11) состоит в построении движения спутника, согласующего измеренные и расчетные значения \mathbf{S}, \mathbf{H} , матрицы D и двух углов лимба наилучшим образом. Введем вектор параметров α размерности p , которые необходимо определить. В качестве основного рассматривается шестимерный вектор α определяемых параметров состоящий из трех углов Эйлера (или самолетных углов тангажа, рыскания, крена или другого набора, например, элементов матрицы

направляющих косинусов, но тогда размерность вектора α увеличивается) и трех компонент угловой скорости спутника. Наряду с фактической ориентацией спутника на втором этапе можно уточнить некоторые параметры спутника. Для этого уточняемые параметры должны быть включены в состав вектора α . Пусть $z(t, z_0(t_0))$ — решение уравнений движения спутника относительно центра масс. Это решение получается их численным интегрированием и для него рассчитываются вектора $\mathbf{S}(z)$, $\mathbf{H}(z)$, матрица $\|a_{jk}(z)\|$ перехода от инерциальной к связанной системе координат, углы $\delta_1(z)$, $\delta_2(z)$, задающих положение лимба. Построим функционал

$$\Phi = \Phi_S + \Phi_H + \Phi_{st} + \Phi_l,$$

где

$$\Phi_S = \sum_{n=1}^M \sum_{i=1}^3 \left(s_i^{(n)} - \sum_{k=1}^3 S_k^{(n)} a_{ki}(t_n) \right)^2, \quad \Phi_{st} = \sum_{n=1}^K \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 \left(d_{ij}^{(n)} - a_{ij}^{(n)}(t_n) \right)^2,$$

$$\Phi_H = \frac{1}{H_0} \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^3 \left(h_i^{(n)} - \sum_{k=1}^3 H_k^{(n)} a_{ki}(t_n) \right)^2, \quad \Phi_l = \sum_{n=1}^K \sum_{i=1}^3 \left(\tilde{\delta}_i^{(n)} - \delta_i^{(n)}(t_n) \right)^2,$$

M — число измерений солнечного вектора в (11), то есть число элементов множества $I_N = \{n : n = 1, \dots, M; |\mathbf{S}^{(n)}| \neq 0\}$, K — число кадров, использованных для построения матриц $\|d_{ij}^{(n)}\|$, а функции $a_{ij}(t_n)$ и $\delta_i^{(n)}(t_n)$ — элементы матрицы и углы лимба, построенной по решению $z(t)$ и задающей ориентацию связанной системы координат относительно инерциальной системы координат и положение лимба на кадре соответственно. Оценка вектора α свелась к минимизации функционала $\Phi(\alpha)$ по элементам α средствами интегрированной среды MATLAB.

Динамическая модель спутника описывается уравнениями Эйлера, учитывающими действие постоянного магнита спутника и гравитационного момента. Полученные оценки аэродинамического момента и момента сил светового давления позволили пренебречь их действием. В качестве начального приближения для процедуры минимизации функционала выбирается матрица направляющих косинусов \mathbf{D} (7) или вычисленная (9) для момента t_1 , а начальная скорость определяется из (10).

6 Основные вычислительные возможности и результаты тестирования

Программный комплекс *MAD* (Munin Attitude Determination), разработанный в соответствии с описанными выше алгоритмами для обработки измерений, определения начальных условий движения на интервале обработки

и уточнения инерционных и магнитных свойств спутника, использует в качестве входной информации:

- матрицу направляющих косинусов для последовательности моментов времени t_1, \dots, t_n , определенную при идентификации звезд на кадре ПСЗ-камеры
- лимб (видимая граница Земли и атмосферы) для этой же или иной последовательности моментов времени,
- измерения двух компонент вектора напряженности геомагнитного поля,
- токосъем солнечных батарей, фиксируемый отдельно с каждой панели.

Идентификация звезд выполняется программой *StarRecognition*. Программа осуществляет сравнение перебором угловых расстояний с заданной точностью между звездами в каталоге и на кадре камеры. Количество минимально необходимых для идентификации звезд определяется опытным путем и оценивается в пределах 4 – 5 звезд. Предварительно формируется файл с расстояниями между звездами, не превышающими поля зрения объектива камеры. Это требует около 10 минут процессорного времени при объеме каталога около 3000 звезд на персональном компьютере средней мощности и заданном поле зрения камеры. Далее сравнение расстояний производится среди звезд, включенных в этот файл. Пример модельной обработки кадра ПСЗ-камеры приведен на рис. 7.

Для определения ориентации могут быть использованы перечисленные выше группы измерений как по отдельности, так и в любом сочетании. Матрица направляющих косинусов используется во всех случаях. При отсутствии измерений угловой скорости, требуется начальное приближение для этой скорости. По двум матрицы методом конечных разностей *MAD* вычислит начальное приближение для вектора угловой скорости. Если измерения камеры отсутствуют, то необходимо использовать какие-либо другие неколлинеарные векторы для вычисления матриц. При установленной на спутнике *Munin* конфигурации из двух одноосных магнитометров не удастся однозначно определить два неколлинеарных вектора, необходимых для вычисления матрицы *D* (см. выше). Эту проблему можно частично решить, используя знания величины вычисленного в данной точке орбиты вектора **H**. Проблему неоднозначности при определении знака третьей компоненты вектора **H** можно решить перебором, подставляя все возможные комбинации знаков $+/+$, $+/-$, $-/+$, $-/-$ для третьей компоненты вектора напряженности магнитного поля в этих двух матрицах.

Тестирование работоспособности программного комплекса осуществлялось на части звезд из каталога и полученных расчетным путем значений вектора напряженности геомагнитного поля и направления на Солнце в связанных со спутником осях с наложенными статистическими возмуще-

ниями.

Перечень реализованных возможностей по обработке и определению характеристик и параметров сведен в таблицу 1. Буква “и”, заключенная в скобки, означает, что данная опция начинает работать при установке ее активной.

Таблица 1: Перечень возможностей по обработке и определению характеристик и параметров

Первый уровень — используемые измерения			
Матрица & Лимб		Матрица & Лимб (и) Магнитометры	Матрица & Лимб (и) Токосъем
			Матрица & Лимб (и) Магнитометры и/или Токосъем
Второй уровень — определяемые параметры			
Фазовый вектор (и)		Фазовый вектор (и)	Фазовый вектор
Свойства магнита	или Свойства магнита и Тензор инерции	Положение магнитометров и постоянная и линейная намагничиваемость	

После выполнения предварительных операций для проведения оптимизации в окнах изображаются измерения и кривые, полученные в результате интегрирования уравнений движения спутника на каждом шаге оптимизации. В нижнем окне отображаются значения минимизируемого функционала. Вид экрана, формируемого программой во время обработки измерений, изображен на рис. 8. Крестиками в шести окошках обозначены значения первых шести элементов матрицы \mathbf{D} , полученные в результате распознавания звезд. Кривые получены по результатам интегрирования уравнений движения спутника. Если процесс оптимизации завершился успешно, то на выходе программы формируется файл с параметрами спутника, в том числе и уточняемыми при обработке измерений, и начальный фазовый вектор.

Заключение

На основе описанных алгоритмов разработан программный комплекс *MAD* для определения фактического углового движения нано-спутника *MUNIN*, включающий блок идентификации звезд, данные о которых содержатся в звездном каталоге. Информация об идентифицированных звездах, а также

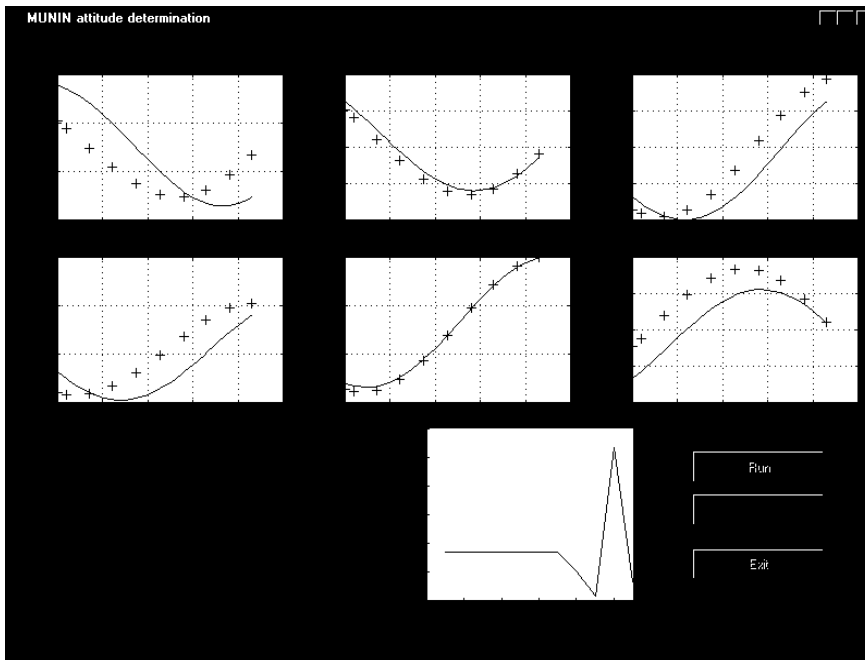


Рис. 8: Вид экрана во время обработки измерений

измеренных проекциях вектора \mathbf{H} и токосъеме солнечной батареи используется в качестве входной для статистического метода определения фактического движения спутника. Алгоритм реализован в виде программного комплекса на базе интегрированной среды MATLAB с дружественным пользователю интерфейсом и был использован для определения фактической ориентации нано-спутника *Munin*, запущенного 21 ноября 2000 года.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Института космической физики (Швеция), Российского фонда фундаментальных исследований (гранты N 00-01-00174 и N 03-01-00652), ФЦП “Интеграция” (проект N И-0899) и проект N 89 6-го конкурса РАН молодых ученых и студентов. Авторы благодарят Л.Андерсон за предоставленные результаты калибровки камеры.

Список литературы

- [1] М.Ю.Овчинников, В.И.Пеньков, А.В.Храбров, Ю.В.Борисова. Пассивная магнитная система ориентации нано-спутника MUNIN. Препринт Института прикладной математики им.М.В.Келдыша РАН, 1999, N 5, 36с.
- [2] М.Ю.Овчинников. Малые спутники в России (экономические и организационные аспекты). — Актуальные проблемы авиационных и космических систем, Изд-во Казанского технического университета & Aeronautical University (Daytona Beach, USA), 1998, N 1(5), 13–25.
- [3] http://munin.irf.se/frames/diary_index.html
- [4] M.Ovchinnikov, V.Pen'kov, O.Norberg, and S.Barabash, Attitude Control System for the First Swedish Nanosatellite MUNIN. — Acta Astronautica, 2000, V.46, Issue 2-6, pp.319-326.
- [5] M.Ovchinnikov, Attitude Control Systems for Nanosatellites, ZAMM Z. angew. Math. Mech., Berlin, 81 (2001) Suppl.4, S1027-S1030.
- [6] М.Ю.Овчинников, В.И.Пеньков. Пассивная магнитная система ориентации наноспутника, Космические исследования, 2002, т.40, N 2, с.156-170.
- [7] L.Anderson. Calibration of HiSCC, — IRF, Sweden, 1999, 3с.
- [8] М.Ю.Беляев, Н.И.Ефимов, В.В.Сазонов. Определение ориентации орбитального комплекса “Мир” по показаниям оптического звездного датчика. Препринт Института прикладной математики им.М.В.Келдыша РАН, 1994, N 24, 23 с.
- [9] H.J.Konigsmann, H.J.Rath, H.Renken, Attitude Determination by Image Processing Algorithms, — Paper on AIAA/USA Conference on Small Satellites. — Utah, US, 1992.
- [10] И.Ю.Кирюшкин. Определение фактического углового движения наноспутника MUNIN. — Некоторые проблемы фундаментальной и прикладной математики, МФТИ, 1999
- [11] В.А.Сарычев, М.Ю.Беляев, В.В.Сазонов, Т.Н.Тян. Определение движений орбитальных комплексов Салют-7 относительно центра масс в режиме гравитационной ориентации по данным измерений. Космические исследования, 1985, т.23, N 6, с.829-842.